



Серия

РЕШЕБНИК

ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

NEW

Домашняя работа по алгебре

К двум изданиям

8

«АЛГЕБРА. 8 класс»
 Ю.Н. Макарычев,
 Н.Т. Миндюк, К.И. Нешков,
 С.Б. Суворова;
 Под ред. С.А. Теляковского



О.И. Кубатько

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

**к учебникам «Алгебра. 8 класс: учеб.
для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова];
под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. —
М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл.
общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова];
под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. —
М.: Просвещение, 2005»**

***Учебно-методическое
пособие***

Издание одиннадцатое, переработанное и исправленное

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА
2010**

УДК 372.8:512

ББК 22.141я72

К88

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Условия заданий приводятся исключительно в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстративный материал.

Изображение учебников «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова], под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. — М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. — М.: Просвещение, 2005» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Кубатько, О.И.

К88 Домашняя работа по алгебре за 8 класс к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений»: учебно-методическое пособие / О.И. Кубатько. — 11-е изд., перераб. и испр. — М.: Издательство «Экзамен», 2010. — 287, [1] с. (Серия «Решebник»)

ISBN 978-5-377-02801-7

Предлагаемое учебное пособие содержит образцы выполнения всех заданий и упражнений из учебников «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 17-е изд. — М.: Просвещение, 2009» и «Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / [Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова]; под ред. С.А. Теляковского. — 13-е изд. — М.: Просвещение, 2005».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по алгебре.

УДК 372.8:512

ББК 22.141я72

Формат 84х108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 12,81.

Усл. печ. л. 15,12. Тираж 30 000 экз. Заказ № 6799(4)

ISBN 978-5-377-02801-7

© Кубатько О.И., 2010

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

Оглавление

Глава I. Рациональные дроби

§ 1. Рациональные дроби и их свойства

1. Рациональные выражения 5
2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей 9

§ 2. Сумма и разность дробей

3. Сложение и вычитание дробей
с одинаковыми знаменателями 16
4. Сложение и вычитание дробей
с разными знаменателями 21

§ 3. Произведение и частное дробей

5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень 35
6. Деление дробей 41
7. Преобразование рациональных выражений 47
8. Функция $y = \frac{r}{x}$ и ее график 61
9. Представление дроби в виде суммы дробей 65
Дополнительные упражнения к главе I 67

Глава II. Квадратные корни

§ 4. Действительные числа

10. Рациональные числа 90
11. Иррациональные числа 91

§ 5. Арифметический квадратный корень

12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень 93
13. Уравнение $x^2 = a$ 97
14. Нахождение приближенных значений квадратного корня 100
15. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график 101

§ 6. Свойства арифметического квадратного корня

16. Квадратный корень из произведения и дроби 103
17. Квадратный корень из степени 107

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

18. Вынесение множителя за знак корня.
Внесение множителя под знак корня 110
19. Преобразование выражений,
содержащих квадратные корни 113
20. Преобразование двойных радикалов 121
Дополнительные упражнения к главе II 123

Глава III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

21	Определение квадратного уравнения.	
	Неполные квадратные уравнения	134
20 (с).	Решение квадратных уравнений	
	выделением квадрата двучлена.....	139
22	Формула корней квадратного уравнения	141
23	Решение задач с помощью квадратных уравнений.....	150
24	Теорема Виета.....	155
§ 9. Дробные рациональные уравнения		
25	Решение дробных рациональных уравнений.....	160
26.	Решение задач с помощью рациональных уравнений	170
26.	Графический способ рашения уравнений.....	173
27	Уравнения с параметром.....	179
	Дополнительные упражнения к главе III	180

Глава IV. Неравенства

§ 10. Числовые неравенства и их свойства

28	Числовые неравенства.....	206
29.	Свойства числовых неравенств	210
30.	Сложение и умножение числовых неравенств	212
31	Погрешность и неточность приближения	215

§ 11. Неравенства с одной переменной и их системы

32.	Пересечение и объединение множеств	216
33.	Числовые промежутки.....	217
34.	Решение неравенств с одной переменной	220
35.	Решение систем неравенств с одной переменной.....	228
36.	Доказательство неравенств	238
	Дополнительные упражнения к главе IV	239

Глава V. Степень с целым показателем

§ 12. Степень с целым показателем и ее свойства

37	Определение степени	
	с целым отрицательным показателем	247
38.	Свойства степени с целым показателем	251
39.	Стандартный вид числа.....	257

§ 13. Элементы статистики

40.	Сбор и группировка статистических данных	259
41.	Наглядное представление статистической информации	261
42.	Функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства.....	264

§ 14 (с). Приближенные вычисления

36 (с).	Запись приближенных значений	264
37 (с).	Действия над приближенными значениями	266
	Дополнительные упражнения к главе V	270
	Задачи повышенной трудности.....	276

ГЛАВА I. Рациональные дроби

§ 1. Рациональные дроби и их свойства

1. Рациональные выражения

№ 1 (№1).

Целыми выражениями являются: $\frac{1}{3}a^2b$; $(x-y)^2 - 4xy$; $\frac{a^2 - 2ab}{12}$

Дробными выражениями являются: $\frac{m+3}{m-3}$, $\frac{8}{x^2+y^2}$; $(t+3)^2 + \frac{2}{c}$

№ 2 (№2). Целыми выражениями являются: $7x^2 - 2xy$; $\frac{a}{9}$; $\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2$

Дробными выражениями являются: $\frac{12}{b}$, $a(a-b) - \frac{b}{3a}$, $\frac{a}{a+3} - 8$

№ 3 (№3). При $y=3$, $\frac{y-1}{y} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$; при $y=1$, $\frac{y-1}{y} = \frac{1-1}{1} = 0$;

при $y=-5$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-5-1}{-5} = 1\frac{1}{5}$; при $y=\frac{1}{2}$, $\frac{y-1}{y} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = -1$,

при $y=-1,6$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-1,6-1}{-1,6} = 1,625$; при $y=100$, $\frac{y-1}{y} = \frac{100-1}{100} = 0,99$

№ 4 (№4). При $a=-2$, $\frac{a-8}{20+5} = \frac{-2-8}{2(-2)+5} = \frac{-10}{-4+5} = -10$;

при $b=3$, $\frac{b^2+6}{2b} = \frac{3^2+6}{2 \cdot 3} = \frac{9+6}{6} = 2\frac{1}{2}$;

при $x=\frac{1}{2}$, $x + \frac{8}{x-1} = \frac{1}{2} + \frac{8}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} - \frac{8 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{1}{2} - 16 = -15\frac{1}{2}$,

при $y=1,5$, $\frac{y+3}{y} + \frac{y}{y-3} = \frac{1,5+3}{1,5} + \frac{1,5}{1,5-3} = \frac{4,5}{3} + \frac{1,5}{-1,5} = 3+1=4$,

№ 5 (№5). Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{(a+b-1)(a+b+1)}{a^2 + 1};$$

а) $\frac{(-3-1-1)(-3-1+1)}{(-3)^2 + 1} = \frac{(-5)(-3)}{9+1} = \frac{15}{10} = 1,5$;

б) $\frac{(1,5+0,5-1)(1,5+0,5+1)}{1,5^2 + 1} = \frac{1 \cdot 3}{2,25+1} = \frac{3}{3,25} = \frac{300}{325} \approx 0,92$.

№ 6 (№6). 1) при $x = -13$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-13+5}{-13-3} = \frac{-8}{16} = \frac{1}{2}$,

2) при $x = -5$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$;

3) при $x = -0,2$. $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-0,2+5}{-0,2-3} = \frac{4,8}{-3,2} = -1,5$;

4) при $x = 0$. $\frac{x+5}{x-3} = \frac{0+5}{0-3} = -1\frac{2}{3}$;

5) при $x = \frac{1}{17}$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{\frac{1}{17}+5}{\frac{1}{17}-3} = -\frac{86}{17} \div \frac{50}{17} = -\frac{86 \cdot 17}{50 \cdot 17} = -\frac{86}{50} = -1\frac{36}{50} = -1\frac{18}{25}$.

6) при $x = 1$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{1+5}{1-3} = -3$;

7) при $x = 5\frac{2}{3}$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{5\frac{2}{3}+5}{5\frac{2}{3}-3} = \frac{32}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = 4$;

8) при $x = 7$ $\frac{x+5}{x-3} = \frac{7+5}{7-3} = 3$.

№7. (с). а) $\frac{1}{1,01} = \frac{1}{1+0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,01 = 0,99$;

б) $\frac{1}{1,002} = \frac{1}{1+0,002} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,002 = 0,998$;

в) $\frac{1}{0,99} = \frac{1}{1-0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,01) = 1,01$,

г) $\frac{1}{0,997} = \frac{1}{1-0,003} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,003) = 1,003$

№8. (с). Запишем формулу для средней скорости: $v = \frac{s}{t}$ получаем:

а) $t = 3$; $s = 180$; тогда $v = \frac{180}{3} = 60$ (км/ч);

б) $t = 2,5$; $s = 225$; тогда $v = \frac{225}{2,5} = 90$ (км/ч);

№ 7. (н). а) $s = vt$, $t = \frac{s}{v}$; б) $V = \frac{m}{\rho}$.

№ 8 (№9). Исходя из условия задачи можно составить уравнения

$$v_1 t + v_2 t = s; \quad t(v_1 + v_2) = s; \quad t = \frac{s}{(v_1 + v_2)};$$

$$а) s = 250, v_1 = 60, v_2 = 40; t = \frac{250}{60+40} = \frac{250}{100} = 2,5 \text{ (ч);}$$

$$б) s = 310, v_1 = 75, v_2 = 80; t = \frac{310}{75+80} = \frac{310}{155} = 2 \text{ (ч).}$$

Ответ: а) $t=2,5$ часа; б) $t=2$ часа.

$$\text{№ 9 (№10). а) } \frac{xy}{x+y}; \text{ б) } \frac{a-b}{ab}$$

№ 10 (№11). Рациональное выражение имеет смысл, если его знаменатель отличен от нуля. а) При $x-2 \neq 0$, т.е. $x \neq 2$

б) при b – любое число, т.к. $b^2 + 7 > 0$ всегда;

в) при $y \neq 0$; $y \neq 3$; г) при $a \neq 0, a \neq 1$

$$\text{№ 11 (№12). а) } x \text{ – любое число; б) } 6x-3 \neq 0, 6x \neq 3, x \neq \frac{3}{6}, x \neq \frac{1}{2}$$

в) x – любое число; г) $x \neq 0$; $x \neq -1$,

д) x – любое число; т.к. $x^2 + 25 > 0$ всегда; е) $x \neq -8, x \neq 0$

$$\text{№ 12 (№13). а) } \frac{5y-8}{11}; y \text{ – любое число; б) } \frac{25}{y-9}, y-9 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 9$$

$$в) \frac{y^2+1}{y^2-2y} = \frac{y^2+1}{y(y-2)}; y(y-2) \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 0; y \neq 2$$

$$г) \frac{y-10}{y^2+3}, y \text{ – любое число, поскольку } y^2+3 \text{ всегда больше нуля;}$$

$$д) \frac{y}{y-6} + \frac{15}{y+6}; y-6 \neq 0, \text{ и } y+6 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq -6, \text{ и } y \neq 6$$

$$е) \frac{32}{y} - \frac{y+1}{y+7}; y \neq 0, \text{ и } y+7 \neq 0; \text{ т.е. } y \neq 0, \text{ и } y \neq -7$$

$$\text{№ 13 (№14). а) } y = \frac{1}{x-2}; \text{ область определения: } x \neq 2$$

$$б) y = \frac{2x+3}{x(x+1)}; \text{ область определения: } x \neq 0, x \neq -1$$

$$в) y = x + \frac{1}{x+5}; \text{ область определения: } x \neq -5$$

№ 14 (№15),

$$а) \frac{x-3}{5} = 1; 5\left(\frac{x-3}{5} - 1\right) = 0 \cdot 5; \frac{5(x-3)}{5} - 5 = 0; x-3-5 = 0; x = 8$$

Ответ: $x = 8$.

$$б) \frac{x-3}{5} = 0; 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 0 \cdot 5, x-3 = 0, x = 3$$

Ответ: $x = 3$

в $\frac{x-3}{5} = -1$ $5\left(\frac{x-3}{5}\right) = (-1) \cdot 5$, $x-3 = -5$; $x = -2$ Ответ: $x = -2$

г $\frac{x-3}{5} = 3$, $5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 3 \cdot 5$ $x-3 = 15$, $x = 18$. Ответ: $x = 18$

№ 15 (№ 16). а) $\frac{y-5}{8} = 0$, $y-5 = 0$, $y = 5$. Ответ: $y = 5$

б) $\frac{2y+3}{10} = 0$ $2y+3 = 0$; $y = -1\frac{1}{2}$. Ответ: $y = -1\frac{1}{2}$

в) $\frac{x(x-1)}{x+4} = 0$; $x(x-1) = 0$; 1) $x = 0$; 2) $x-1 = 0$; $x = 1$;

при $x = 0$ и $x = 1$, $x+4 \neq 0$ Ответ: $x = 0$; $x = 1$.

г) $\frac{x(x+3)}{x-5} = 0$; $x(x+3) = 0$; 1) $x = 0$; 2) $x+3 = 0$; $x = -3$;

при $x = 0$ и $x = -3$, $x-5 \neq 0$. Ответ: $x = 0$; $x = -2$.

№ 16 (№ 17). а) $\frac{a}{b} > 0$; б) $\frac{a}{b} < 0$; в) $\frac{a}{b} < 0$; г) $\frac{a}{b} > 0$.

№ 17 (№ 18). а) $\frac{3}{x^2+1} > 0$, поскольку $3 > 0$ и $x^2+1 > 0$ при всех x ,

б) $\frac{-5}{y^2+4} < 0$, поскольку $-5 < 0$ и $y^2+4 > 0$ при всех y ;

в) $\frac{(a-1)^2}{a^2+10} \geq 0$, поскольку $(a-1)^2 \geq 0$ и $a^2+10 > 0$ при всех a ,

г) $\frac{(b-3)^2}{-b^2-1} \leq 0$, поскольку $(b-3)^2 \geq 0$ и $-(b^2+1) < 0$ при всех b

№ 18. (н). а) при $a = 0$; б) при $a = 3$.

№ 19. (н). а) при $b = 0$; б) при $b = 2$.

№ 20. (н). Наибольшее значение дроби равно $\frac{18}{9} = 2$ (при $x = 0$, $y = 0$),

то есть верный ответ - 3.

№ 19. (с).

а) При $x = 2,47$, $\frac{2x-3}{3x+2} = \frac{2 \cdot 2,47 - 3}{3 \cdot 2,47 + 2} = \frac{4,94 - 3}{7,41 + 2} = \frac{1,94}{9,41} \approx 0,20616365 \approx 0,21$,

б) При $x = 3,18$ $\frac{7x+9}{8x-1} = \frac{7 \cdot 3,18 + 9}{8 \cdot 3,18 - 1} = \frac{22,26 + 9}{25,44 - 1} = \frac{31,26}{24,44} \approx 0,2790507 \approx 0,28$.

Упражнения для повторения

№ 21 (№ 20). а) (с) $(x-10)(x+10) = x^2 - 10x + 10x - 100 = x^2 - 100$

$$\text{а) (б)} \quad (2a+3)(2a-3) = 4a^2 - 6a + 6a - 9 = 4a^2 - 9,$$

$$\text{б) (в)} \quad (y-5b)(y+5b) = y^2 + 5by - 5by - 25b^2 = y^2 - 25b^2,$$

$$\text{в) (н)} \quad (0,8x+y)(y-0,8x) = y^2 - 0,64x^2;$$

$$\text{г) (н)} \quad (b+0,5)^2 = b^2 + b + 0,25;$$

$$\text{г) (с)} \quad (y+8x)(y-8x) = y^2 + 8xy - 8xy - 64x^2 = y^2 - 64x^2$$

$$\text{д) (с)} \quad (x+7)^2 = x^2 + 14x + 49, \quad \text{е) (с)} \quad (b+5)^2 = b^2 + 10b + 25$$

$$\text{д) (ж)} \quad (a-2x)^2 = a^2 - 4ax + 4x^2, \quad \text{е) (з)} \quad (ab-1)^2 = a^2b^2 - 2ab + 1$$

$$\text{№21. (с. а)} \quad 15ax + 20ay = 5a(3x + 4y); \quad \text{б)} \quad 36by - 9cy = 9y(4b - c)$$

$$\text{в)} \quad x^2 - xy = x(x - y), \quad \text{г)} \quad xy - y^2 = y(x - y),$$

$$\text{д)} \quad a^2 + 5ab = a(a + 5b), \quad \text{е)} \quad 15c - 10c^2 = 5c(3 - 2c).$$

$$\text{№22 (№22). а)} \quad x^2 - 25 = (x-5)(x+5); \quad \text{б)} \quad 16 - c^2 = (4-c)(4+c)$$

$$\text{в)} \quad a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2; \quad \text{г)} \quad c^2 + 8c + 16 = (c+4)^2;$$

$$\text{д)} \quad a^3 - 8 = (a-2)(a^2 + 2a + 4); \quad \text{е)} \quad b^3 + 27 = (b+3)(b^2 - 3b + 9)$$

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

№23 (№23).

$$\text{а) Общий множитель } x; \quad \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}, \quad \text{б) Общий множитель } 5, \quad \frac{15x}{25y} = \frac{3x}{5y}$$

$$\text{в) Общий множитель } 6a; \quad \frac{6a}{24a} = \frac{1}{4}, \quad \text{г) Общий множитель } 7b, \quad \frac{7ab}{21bc} = \frac{a}{3c}$$

$$\text{д) Общий множитель } xy; \quad \frac{-2xy}{5x^2y} = -\frac{2}{5x}$$

$$\text{е) Общий множитель } 8xy; \quad \frac{8x^2y^2}{24xy} = \frac{xy}{3}$$

$$\text{№24 (№24). а)} \quad \frac{10xz}{15yz} = \frac{2x}{3y}; \quad \text{б)} \quad \frac{6ab^2}{9bc^2} = \frac{2ab}{3c^2}, \quad \text{в)} \quad \frac{2ay^3}{-4a^2b} = \frac{y^3}{-2ab} = -\frac{y^3}{2ab}$$

$$\text{г)} \quad \frac{-6p^2q}{-2q^3} = \frac{3p^2}{q^2}, \quad \text{д) (с)} \quad \frac{-ax^2}{xy} = -\frac{ax}{y}; \quad \text{е) (с)} \quad \frac{3axy}{6ay^3} = \frac{x}{2y^2},$$

$$\text{д) (ж)} \quad \frac{24a^2c^2}{36ac} = \frac{2ac}{3}; \quad \text{е) (з)} \quad \frac{63x^2y^3}{42x^6y^4} = \frac{3}{2x^4y}$$

$$\text{№25 (№25). а)} \quad \frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} = \frac{2b}{a^2}; \quad \text{б)} \quad \frac{3xy^2}{6x^3y^3} = \frac{1}{2x^2y}, \quad \text{в)} \quad \frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} = \frac{p^2q^2}{2}$$

$$\text{r) } \frac{36m^2n}{18mn} = 2m; \text{ д) } \frac{-32b^3c}{12b^4c^2} = \frac{-8b}{3c} = -\frac{8b}{3c}; \text{ e) } \frac{-6ax}{-18ax} = \frac{1}{3}$$

$$\text{№ 26 (№26). a) (c) } \frac{8b}{24c} = \frac{b}{3c}, \text{ б) (c) } \frac{5ay}{15by} = \frac{a}{3b}; \text{ a) (в) } \frac{4a^2}{6ac} = \frac{2a}{3c}$$

$$\text{б) (r) } \frac{7x^2y}{21xy^2} = \frac{x}{3y}, \text{ д) (c) } \frac{a^5b^3}{a^3b^5} = \frac{a^2}{b^2}; \text{ e) (c) } \frac{x^6y^4}{x^4y^6} = \frac{x^2}{y^2},$$

$$\text{в) (ж) } \frac{56m^2n^5}{35mn^5} = \frac{8m}{5} = 1\frac{3}{5}m; \text{ r) (з) } \frac{25p^4q}{100p^5q} = \frac{1}{4p}.$$

$$\text{№ 27 (№27). a) } \frac{8^{16}}{16^{12}} = \frac{(2^3)^{16}}{(2^4)^{12}} = \frac{2^{48}}{2^{48}} = 1; \text{ б) } \frac{81^{25}}{27^{33}} = \frac{(3^4)^{25}}{(3^3)^{33}} = \frac{3^{100}}{3^{99}} = 3^1 = 3$$

$$\text{№ 28 (№28). a) } \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \frac{a}{5}; \text{ б) } \frac{3(x+4)}{c(x+4)} = \frac{3}{c}.$$

$$\text{в) } \frac{ab(y+3)}{a^2b(y+3)} = \frac{1}{a}, \text{ r) } \frac{15a(a-b)}{20b(a-b)} = \frac{3a}{4b}.$$

№ 29 (№29).

$$\text{a) } \frac{3a+12b}{6ab} = \frac{3(a+4b)}{6ab} = \frac{a+4b}{2ab}; \text{ б) } \frac{15b-20c}{10b} = \frac{5(3b-4c)}{10b} = \frac{3b-4c}{2b}$$

$$\text{в) } \frac{2a-4}{3(a-2)} = \frac{2(a-2)}{3(a-2)} = \frac{2}{3}; \text{ r) } \frac{5x(y+2)}{6y+12} = \frac{5x(y+2)}{6(y+2)} = \frac{5x}{6},$$

$$\text{д) } \frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a}; \text{ e) } \frac{3x^2+15xy}{x+5y} = \frac{3x(x+5y)}{x+5y} = 3x.$$

$$\text{№ 30 (№30). a) } \frac{y^2-16}{3y+12} = \frac{(y-4)(y+4)}{3(y+4)} = \frac{y-4}{3};$$

$$\text{б) } \frac{5x-15y}{x^2-9y^2} = \frac{5(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{5}{x+3y}; \text{ в) } \frac{(c+2)^2}{7c^2+14c} = \frac{(c+2)^2}{7c(c+2)} = \frac{c+2}{7c},$$

$$\text{r) } \frac{6cd-18c}{(d-3)^2} = \frac{6c(d-3)}{(d-3)^2} = \frac{6c}{d-3}; \text{ д) } \frac{a^2+10a+25}{a^2-25} = \frac{(a+5)^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{a+5}{a-5};$$

$$\text{e) } \frac{y^2-9}{y^2-6y+9} = \frac{(y-3)(y+3)}{(y-3)^2} = \frac{y+3}{y-3}$$

$$\text{№ 31 (№31). a) } \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3} = \frac{a^2-ab+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} = \frac{1}{a+b};$$

$$6) \frac{a^3 - b^3}{a - b} = \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

$$\text{№ 32 (№32). a) } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} = \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5(-2)}{-0,1} = \frac{-10}{-0,1} = 100;$$

$$6) \frac{9c^2 - 4d^2}{18c^2d - 12cd^2} = \frac{(3c - 2d)(3c + 2d)}{6cd(3c - 2d)} =$$

$$= \frac{3c + 2d}{6cd} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{3c} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$b) \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} = \frac{6x(x + 2y)}{5y(x + 2y)} = \frac{6x}{5y} = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{5(-0,4)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$r) \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{4x^2 + 12xy} = \frac{(x + 3y)^2}{4x(x + 3y)} = \frac{x + 3y}{4x} =$$

$$= \frac{-0,2 + 3(-0,6)}{4(-0,2)} = \frac{-0,2 - 1,8}{-0,8} = \frac{-2}{-0,8} = \frac{2}{0,8} = 2,5.$$

$$\text{№ 33 (№33). a) (c) } \frac{x(y - 7)}{y(y - 7)} = \frac{x}{y}; \quad 6) (c) \frac{10a - 15b}{16a - 24b} = \frac{5(2a - 3b)}{8(2a - 3b)} = \frac{5}{8},$$

$$b) (c) \frac{2m + 14}{m^2 - 49} = \frac{2(m + 7)}{(m - 7)(m + 7)} = \frac{2}{m - 7};$$

$$r) (c) \frac{p^2 - 25q^2}{2p - 10q} = \frac{(p - 5q)(p + 5q)}{2(p - 5q)} = \frac{p + 5q}{2};$$

$$a) (д) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x - 2)^2}{x(x - 2)} = \frac{x - 2}{x};$$

$$6) (e) \frac{3y^2 + 24y}{y^2 + 16y + 64} = \frac{3y(y + 8)}{(y + 8)^2} = \frac{3y}{y + 8};$$

$$b) (ж) \frac{a^2 + a + 1}{a^3 - 1} = \frac{a^2 + a + 1}{(a - 1)(a^2 + a + 1)} = \frac{1}{a - 1};$$

$$r) (з) \frac{b + 2}{b^3 + 8} = \frac{b + 2}{(b + 2)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{1}{b^2 - 2b + 4}$$

$$\text{№ 34 (№34). a) } (9x^2 - y^2) : (3x + y) = \frac{(9x^2 - y^2)}{(3x + y)} = \frac{(3x - y)(3x + y)}{(3x + y)} = 3x - y;$$

$$6) (2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1) = \frac{2ab - a}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{a(2b - 1)}{(2b - 1)^2} = \frac{a}{2b - 1}$$

$$в) (x^2 + 2x + 4) : (x^3 - 8) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x-2};$$

$$г) (1 + a^3) \cdot (1 + a) = \frac{1 + a^3}{1 + a} = \frac{(1 + a)(1 - a + a^2)}{(1 + a)} = 1 - a + a^2$$

№ 35 (№35).

$$а) \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} = \frac{2(x-y) + b(x-y)}{7(x-y)} = \frac{(x-y)(2+b)}{7(x-y)} = \frac{2+b}{7};$$

$$б) \frac{8a + 4b}{2ab + b^2 - 2ad - bd} = \frac{4(2a + b)}{(2ab + b^2) - (2ad + bd)} =$$

$$= \frac{4(2a + b)}{b(2a + b) - d(2a + b)} = \frac{4(2a + b)}{(2a + b)(b - d)} = \frac{4}{b - d},$$

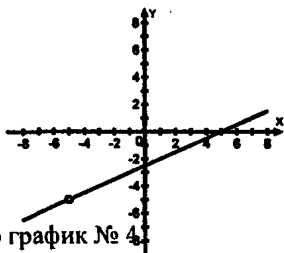
$$в) \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(xy - y^2) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} =$$

$$= \frac{y(x - y) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(x - y)(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y},$$

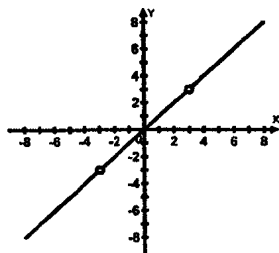
$$г) \frac{a^2 + 2ac + c^2}{a^2 + ac - ax - cx} = \frac{(a + c)^2}{(a^2 + ac) - (ax + cx)} =$$

$$= \frac{(a + c)^2}{(a + c)(a - x)} = \frac{a + c}{a - x}.$$

№ 36 (н). а)



б)



№ 37 (н). Это график № 4.

$$№ 38 (№36). а) \frac{-x}{-y}, \quad -\frac{-x}{y}, \quad б) \frac{-x}{y}; \quad \frac{x}{-y}$$

$$№ 39 (№37). а) \frac{a-b}{b-a} = -\frac{b-a}{b-a} = -1; \quad б) \frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)^2} = 1,$$

$$в) \frac{(a-b)^2}{b-a} = \frac{(b-a)^2}{b-a} = b-a; \quad г) \frac{a-b}{(b-a)^2} = \frac{a-b}{(a-b)^2} = \frac{1}{a-b};$$

$$д) \frac{(-a-b)^2}{a+b} = \frac{((-1)(a+b))^2}{a+b} = \frac{(-1)^2(a+b)^2}{a+b} = a+b;$$

$$е) \frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2} = \frac{(a+b)^2}{((-1)(a+b))^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2} = 1$$

№ 40 (№38).

$$а) \frac{a(x-2y)}{b(2y-x)} = \frac{a(x-2y)}{-b(x-2y)} = -\frac{a}{b}; \quad б) \frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)} = \frac{5x(x-y)}{-x^3(x-y)} = \frac{5}{-x^2} = -\frac{5}{x^2}$$

$$в) \frac{3a-36}{12b-ab} = \frac{3(a-12)}{b(12-a)} = \frac{3(a-12)}{-b(a-12)} = -\frac{3}{b};$$

$$г) \frac{7b-14b^2}{42b^2-21b} = \frac{7b(1-2b)}{21b(2b-1)} = \frac{7b(1-2b)}{-21b(1-2b)} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

$$д) \frac{25-a^2}{3a-15} = \frac{(5-a)(5+a)}{3(a-5)} = \frac{-(a-5)(a+5)}{3(a-5)} = -\frac{5+a}{3}$$

$$е) \frac{3-3x}{x^2-2x+1} = \frac{3(1-x)}{(x-1)^2} = \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{x-1},$$

$$ж) \frac{8b^2-8a^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{8(b^2-a^2)}{(a-b)^2} = \frac{8(b-a)(b+a)}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{-8(a-b)(b+a)}{(a-b)^2} = -\frac{8(b+a)}{a-b} = \frac{8(b+a)}{b-a}; \quad з) \frac{(b-2)^3}{(2-b)^2} = \frac{(b-2)^3}{(b-2)^2} = b-2$$

$$№ 41 (№39). \quad а) \frac{ax+bx-ay-by}{bx-by} = \frac{(ax-ay)+(bx-by)}{b(x-y)} =$$

$$= \frac{a(x-y)+b(x-y)}{b(x-y)} = \frac{(x-y)(a+b)}{b(x-y)} = \frac{a+b}{b};$$

$$б) \frac{ab-3b-2a+6}{15-5a} = \frac{(ab-3b)-(2a-6)}{5(3-a)} =$$

$$= \frac{b(a-3)-2(a-3)}{5(3-a)} = \frac{(a-3)(b-2)}{-5(a-3)} = \frac{b-2}{-5} = \frac{2-b}{5},$$

$$в) (с) \frac{7p-35}{15-3p} = \frac{7(p-5)}{3(5-p)} = -\frac{7(5-p)}{3(5-p)} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3},$$

$$г) (е) \frac{18a-3a^2}{8a^2-48a} = \frac{3a(6-a)}{8a(a-6)} = \frac{-3a(a-6)}{8a(a-6)} = -\frac{3}{8};$$

$$д) (с) \frac{4-x^2}{10-5x} = \frac{(2-x)(2+x)}{5(2-x)} = \frac{2+x}{5};$$

$$\text{e) (c) } \frac{a^2 - 6a + 9}{27 - a^3} = \frac{(a-3)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{(3-a)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{3-a}{9+3a+a^2}$$

$$\text{№ 42 (№40). а) } \frac{x^0 + x^4}{x^4 + x^2} = \frac{x^2 x^2 (x^2 + 1)}{x^2 (x^2 + 1)} = x^2;$$

$$\text{б) } \frac{y^6 - y^8}{y^4 - y^2} = \frac{y^4 y^2 (1 - y^2)}{y^2 (y^2 - 1)} = -y^4; \text{ в) } \frac{b^7 - b^{10}}{b^5 - b^2} = \frac{b^7 (1 - b^3)}{b^2 (b^3 - 1)} = -b^5;$$

$$\text{г) } \frac{c^6 - c^4}{c^3 - c^2} = \frac{c^4 (c^2 - 1)}{c^2 (c - 1)} = \frac{c^2 (c - 1)(c + 1)}{c - 1} = c^3 + c^2.$$

$$\text{№ 43 (№41). а) при } a = -\frac{1}{2}, \frac{a^8 + a^5}{a^5 + a^2} = \frac{a^5 (a^3 + 1)}{a^2 (a^3 + 1)} = a^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8};$$

$$\text{б) при } b = -0.1 \frac{b^{10} - b^8}{b^8 - b^6} = \frac{b^8 (b^2 - 1)}{b^6 (b^2 - 1)} = b^2 = (-0.1)^2 = 0.01;$$

$$\text{№ 44 (№42). а) } \frac{(2a - 2b)^2}{a - b} = \frac{(2(a - b))^2}{a - b} = \frac{4(a - b)^2}{a - b} = 4(a - b);$$

$$\text{б) } \frac{(3c + 9d)^2}{c + 3d} = \frac{(3(c + 3d))^2}{c + 3d} = \frac{9(c + 3d)^2}{c + 3d} = 9(c + 3d);$$

$$\text{в) } \frac{(3x + 6y)^2}{5x + 10y} = \frac{(3(x + 2y))^2}{5(x + 2y)} = \frac{9(x + 2y)^2}{5(x + 2y)} = \frac{9(x + 2y)}{5};$$

$$\text{г) } \frac{4x^2 - y^2}{(10x + 5y)^2} = \frac{(2x - y)(2x + y)}{(5(2x + y))^2} = \frac{(2x - y)(2x + y)}{25(2x + y)^2} = \frac{2x - y}{25(2x + y)}.$$

$$\text{№ 45. (н). а) } \frac{2^{2n-1} + 2^{2n+1}}{5 \cdot 2^n} = \frac{2^{2n-1}(1 + 2^2)}{2^n \cdot 5} = 2^{n-1};$$

$$\text{б) } \frac{7^{2n+1} + 7^{2n-1}}{100 \cdot 7^{n-1}} = \frac{7^{2n-1}(7^2 + 1)}{100 \cdot 7^{n-1}} = \frac{7^n}{2}.$$

$$\text{№ 46. (н). а) } \frac{3^{n+2} - 3^n}{3^{n+2} + 3^{n+1} + 3^n} = \frac{3^n(3^2 - 1)}{3^n(3^2 + 3 + 1)} = \frac{8}{13} - \text{не зависит от } n;$$

$$\text{б) } \frac{16^{n+1} - 2^{n+4}}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^{4n+4} - 2^{n+4}}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^{n+4}(2^{3n} - 1)}{4 \cdot 2^n \cdot (2^{3n} - 1)} = \frac{2^4}{4} = 4 - \text{не зависит}$$

от n .

$$\text{№ 47 (№43). а) } \frac{5b}{8a^3} = \frac{5b \cdot 3b^2}{8a^3 \cdot 3b^2} = \frac{15b^3}{24a^3b^2}; \text{ б) } \frac{7a}{3b^2} = \frac{7a \cdot 8a^3}{3b^2 \cdot 8a^3} = \frac{56a^4}{24a^3b^2}$$

$$\text{в) } \frac{1}{2ab} = \frac{12a^2b}{2ab \cdot 12a^2b} = \frac{12a^2b}{24a^3b^2}; \text{ г) } \frac{2}{a^2b^2} = \frac{2 \cdot 24a}{a^2b^2 \cdot 24a} = \frac{48a}{24a^3b^2}.$$

$$\text{№ 48 (№44). а) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)b}{b}; \text{ б) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)5}{5};$$

$$\text{в) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)3a}{3a}; \text{ г) } 2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)(2a-b)}{2a-b}.$$

№ 49 (№45).

$$\text{а) } \frac{x}{a-b} = \frac{x(a-b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{x(a-b)}{(a-b)^2}; \text{ б) } \frac{y}{x-a} = \frac{y(x+a)}{(x-a)(x+a)} = \frac{y(x+a)}{x^2-a^2};$$

$$\text{в) } \frac{2y}{x-1} = \frac{2y(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2y(x^2+x+1)}{x^3-1};$$

$$\text{г) } \frac{3a}{a^2+ab+b^2} = \frac{3a(a-b)}{(a^2+ab+b^2)(a-b)} = \frac{3a(a-b)}{a^3-b^3};$$

$$\text{д) } \frac{7}{y-b} = -\frac{7}{b-y}; \text{ е) } \frac{a}{a-10} = -\frac{a}{10-a};$$

$$\text{ж) } \frac{p}{p-2} = -\frac{p(2+p)}{(2-p)(2+p)} = -\frac{p(2+p)}{4-p^2};$$

$$\text{з) } \frac{a+3}{6-2a} = -\frac{a+3}{2(a-3)} = -\frac{(a+3)(a+3)}{2(a-3)(a+3)} = -\frac{(a+3)^2}{2(a^2-9)}.$$

$$\text{№ 46. (с). а) } \frac{8}{3xy^2} = \frac{8 \cdot 5x}{3xy^2 \cdot 5x} = \frac{40x}{15x^2y^2}; \text{ б) } \frac{b}{7a^2c} = \frac{b \cdot 5ac^2}{7a^2c \cdot 5ac^2} = \frac{5abc^2}{35a^3c^3};$$

$$\text{в) } \frac{a}{a-2} = \frac{a \cdot a}{a(a-2)} = \frac{a^2}{a^2-2a}; \text{ г) } \frac{1}{x+1} = \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x^3+1};$$

$$\text{д) } \frac{12}{y-x} = -\frac{12}{x-y}; \text{ е) } \frac{a}{a-4} = -\frac{a(4+a)}{(4-a)(4+a)} = -\frac{4a+a^2}{16-a^2}.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 50 (№47). а) } x = \frac{-16}{5} = -3\frac{1}{5}; \text{ б) } x = \frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10}; \text{ в) } x = 4 : \frac{1}{3} = 12;$$

$$\text{г) } x = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}; \text{ д) } x = 3 : 0,6 = 3 : \frac{6}{10} = 3 \cdot \frac{10}{6} = \frac{10}{2} = 5;$$

$$\text{е) } x = 5 : (-0,7) = -5 \cdot \frac{7}{10} = -5 \cdot \frac{10}{7} = -\frac{50}{7} = -7\frac{1}{7}.$$

$$\text{№ 48. (с) а) } 6b^2 - (2b+5)(3b-7) = 6b^2 - (6b^2 + b - 35) = \\ = 6b^2 - 6b^2 - b + 35 = -b + 35;$$

$$\text{б) } 16x^2 - (4x+0,5)(4x-0,5) = 16x^2 - 16x^2 + 0,25 = 0,25;$$

$$\text{в) } 2y(y-1,5x) - 5(x+4y)(y-x) = 2y^2 - 3xy - 5(4y^2 - x^2 - 3xy) = \\ = 2y^2 - 3xy + 5x^2 + 15xy - 20y^2 = 5x^2 - 18y^2 + 12xy;$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & 3(a-2b)(2b+a) - 0,5b(a-24b) = 3(a^2 - 4b^2) - 0,5ab + 12b^2 = \\ & = 3a^2 - 12b^2 - 0,5ab + 12b^2 = 3a^2 - 0,5ab. \end{aligned}$$

$$\text{№ 51 (№49). а) } 5bc - 5c = 5c(b-1); \text{ б) } 10n + 15n^2 = 5n(2+3n);$$

$$\text{в) } 8ab + 12bc = 4b(2a+3c);$$

$$\text{г) } 5y - 5x + y^2 - xy = (5y - 5x) + (y^2 - xy) = 5(y-x) + y(y-x) = (y-x)(5+y);$$

$$\begin{aligned} \text{д) (с) } \quad & pq - 4p + 12 - 3q = (pq - 4p) + (12 - 3q) = p(q-4) + 3(4-q) = \\ & = p(q-4) - 3(q-4) = (q-4)(p-3); \end{aligned}$$

$$\text{д) (е) } a^2 - 9 = (a-3)(a+3); \text{ ж) } x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 = (x+5)(x+5);$$

$$\text{ж) (з) } y^2 - 2y + 1 = (y-1)^2 = (y-1)(y-1);$$

$$\text{з) (и) } a^3 + 64 = (a+4)(a^2 - 4a + 16); \text{ и) (к) } b^3 - 1 = (b-1)(b^2 + b + 1).$$

$$\text{№ 52 (№50). 1) } -\frac{5 \cdot 7}{16} < 0; \text{ 2) } \frac{5}{16} : 6 = \frac{5}{16} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 1}{16 \cdot 6} = \frac{5}{96} > 0;$$

$$\text{3) } \frac{5}{16} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 1}{16 \cdot 10} = \frac{5}{160} > 0. \quad \text{Ответ: } \frac{5}{16} \cdot (-7); \frac{5}{16} \cdot 0,1; \frac{5}{16} : 6.$$

§ 2. Сумма и разность дробей

3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

$$\text{№ 53 (№51). а) } \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{x+y}{3}; \text{ б) (с) } \frac{a}{5} - \frac{b}{5} = \frac{a-b}{5};$$

$$\text{в) (с) } \frac{a}{y} + \frac{2a}{y} = \frac{3a}{y}; \text{ б) (г) } \frac{5b^2}{a} - \frac{13b^2}{a} = \frac{5b^2 - 13b^2}{a} = -\frac{8b^2}{a};$$

$$\text{в) (д) } \frac{x+y}{9} - \frac{x}{9} = \frac{x+y-x}{9} = \frac{y}{9};$$

$$\text{г) (е) } \frac{2c-x}{b} - \frac{x}{b} = \frac{2c-x-x}{b} = \frac{2c-2x}{b} = \frac{2(c-x)}{b}.$$

$$\text{№ 54 (№52). а) } \frac{m}{p} - \frac{m-p}{p} = \frac{m}{p} + \frac{(-m)+p}{p} = \frac{m-m+p}{p} = \frac{p}{p} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{a+b}{6} - \frac{a-2b}{6} = \frac{a+b-a+2b}{6} = \frac{3b}{6} = \frac{b}{2};$$

$$\text{в) (с) } \frac{x+5}{9} - \frac{x+2}{9} = \frac{x+5-x-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$\text{г) (с) } \frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x} = \frac{11x-5+3x-2}{14x} = \frac{14x-7}{14x} = \frac{2x-1}{2x};$$

$$\text{в) (д) } \frac{7y-13}{10y} - \frac{2y+3}{10y} = \frac{7y-13-2y-3}{10y} = \frac{5y-16}{10y};$$

$$\Gamma) (e) \frac{8c+25}{6c} + \frac{5-2c}{6c} = \frac{8c+25+5-2c}{6c} = \frac{6c+30}{6c} = \frac{c+5}{c}.$$

$$\text{№ 55 (№53). a) } \frac{2x-3y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy} = \frac{2x-3y+11y-2x}{4xy} = \frac{8y}{4xy} = \frac{2}{x};$$

$$b) \frac{5a+b^5}{8b} - \frac{5a-7b^5}{8b} = \frac{5a+b^5-5a+7b^5}{8b} = \frac{8b^5}{8b} = b^4;$$

$$B) (c) \frac{3x-y^4}{4y^5} - \frac{y^4+3x}{4y^5} = \frac{3x-y^4-y^4-3x}{4y^5} = -\frac{2y^4}{4y^5} = -\frac{1}{2y};$$

$$B) (r) \frac{a-2}{8a} + \frac{2a+5}{8a} - \frac{3-a}{8a} = \frac{a-2+2a+5-3+a}{8a} = \frac{4a}{8a} = \frac{1}{2};$$

$$\text{д) (c) } \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} = \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \\ = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{4-3y}{2y};$$

$$\Gamma) (e) \frac{11a-2b}{4a} + \frac{2a-3b}{4a} - \frac{a-b}{4a} = \frac{11a-2b+2a-3b-a+b}{4a} = \frac{12a-4b}{4a} = \frac{3a-b}{a}.$$

$$\text{№ 56 (№54). a) } \frac{17-12x}{x} + \frac{10-x}{x} = \frac{17-12x+10-x}{x} = \frac{27-13x}{x};$$

$$b) \frac{12p-1}{3p^2} - \frac{1-3p}{3p^2} = \frac{12p-1-1+3p}{3p^2} = \frac{15p-2}{3p^2};$$

$$B) \frac{6y-3}{5y} - \frac{y+2}{5y} = \frac{6y-3-y-2}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y};$$

$$\Gamma) (c) \frac{b}{6} - \frac{3a-2b}{6} = \frac{b-3a+2b}{6} = \frac{3b-3a}{6} = \frac{b-a}{2};$$

$$\Gamma) (д) \frac{3p-q}{5p} - \frac{2p+6q}{5p} + \frac{p-4q}{5p} = \\ = \frac{3p-q-2p-6q+p-4q}{5p} = \frac{2p-11q}{5p};$$

$$\text{д) (e) } \frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c} = \frac{5c-2d-3d+d-5c}{4c} = -\frac{4d}{4c} = -\frac{d}{c};$$

$$e) (ж) \frac{2a}{b} - \frac{1-6a}{b} + \frac{13-8a}{b} = \frac{2a-1+6a+13-8a}{b} = \frac{12}{b};$$

$$3) (c) \frac{4b-2}{3b} - \frac{2b-1}{3b} + \frac{1}{3b} = \frac{4b-2-2b+1+1}{3b} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{№ 57 (№55). a) } \frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4} = \frac{16-x^2}{x-4} = \frac{-(4-x)(4+x)}{4-x} = -(4+x);$$

$$6) \frac{25}{a+5} - \frac{a^2}{a+5} = \frac{25-a^2}{a+5} = \frac{(5-a)(5+a)}{a+5} = 5-a;$$

$$B) \frac{3a-1}{a^2-b^2} - \frac{3b-1}{a^2-b^2} = \frac{3a-1-3b+1}{a^2-b^2} = \frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b};$$

$$r) \frac{x-3}{x^2-64} + \frac{11}{x^2-64} = \frac{x-3+11}{x^2-64} = \frac{x+8}{(x-8)(x+8)} = \frac{1}{x-8};$$

$$д) \frac{2a+b}{(a-b)^2} + \frac{2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{2a+b+2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{3b-3a}{(a-b)^2} = -\frac{3(b-a)}{(b-a)(b-a)} = \frac{3}{b-a};$$

$$e) \frac{13x+6y}{(x+y)^2} - \frac{11x+4y}{(x+y)^2} = \frac{13x+6y-11x-4y}{(x+y)^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)^2} = \frac{2(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{2}{x+y}.$$

№ 58 (№ 56).

$$a) \frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{ab} = \frac{4ab}{ab} = 4;$$

$$6) \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2} = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{a^2+b^2} =$$

$$= \frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2} = \frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2} = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2} = 2.$$

№ 57. (c). а) При $x=97$, $\frac{x^2+1}{x-3} - \frac{10}{x-3} = \frac{x^2+1-10}{x-3} =$

$$= \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3 = 97+3 = 100;$$

б) при $y=-5,1$, $\frac{y+7}{y^2-25} - \frac{2y+2}{y^2-25} = \frac{y+7-2y-2}{y^2-25} = \frac{5-y}{(y-5)(y+5)} =$

$$= -\frac{y-5}{(y-5)(y+5)} = -\frac{1}{y+5} = -\frac{1}{(-5,1)+5} = -\frac{1}{-0,1} = \frac{1}{0,1} = 10;$$

№ 59 (№ 58). а) при $a=10,25$, $\frac{a^2-43}{a-6} + \frac{7}{a-6} = \frac{a^2-43+7}{a-6} =$

$$= \frac{a^2-36}{a-6} = \frac{(a-6)(a+6)}{a-6} = a+6 = 10,25+6 = 16,25;$$

б) при $b=3,5$, $\frac{9b-1}{b^2-9} - \frac{6b-10}{b^2-9} = \frac{9b-1-6b+10}{b^2-9} =$

$$= \frac{3b+9}{(b-3)(b+3)} = \frac{3(b+3)}{(b-3)(b+3)} = \frac{3}{b-3} = \frac{3}{3,5-3} = \frac{3}{0,5} = 3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6;$$

№ 60. (н). $\frac{a^2-12b}{a^2-3ab} - \frac{3ab-4a}{a^2-3ab} = \frac{a^2+4a-3ab-12b}{a(a-3b)} = \frac{a(a+4)-3b(a+4)}{a(a-3b)} =$

$$= \frac{(a-3b)(a+4)}{a(a-3b)} = \frac{a+4}{a} = \frac{-0,8+4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4 \text{ при } a = -0,8.$$

$b = -1,75$ – лишние данные.

$$\text{№ 61 (№59). а) } \frac{x}{y-1} + \frac{5}{1-y} = \frac{x}{y-1} - \frac{5}{y-1} = \frac{x-5}{y-1};$$

$$\text{б) } \frac{a}{c-3} - \frac{6}{3-c} = \frac{a}{c-3} + \frac{6}{c-3} = \frac{a+6}{c-3};$$

$$\text{в) } \frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2m-2n}{m-n} = \frac{2(m-n)}{m-n} = 2;$$

$$\text{г) } \frac{5p}{2q-p} + \frac{10}{p-2q} = \frac{5p}{2q-p} - \frac{10}{2q-p} = \frac{5(p-2q)}{2q-p} = -\frac{5(2q-p)}{2q-p} = -5;$$

$$\text{д) } \frac{a^2+16}{a-4} + \frac{8a}{4-a} = \frac{a^2+16}{a-4} - \frac{8a}{a-4} = \frac{a^2-8a+16}{a-4} = \frac{(a-4)^2}{a-4} = a-4;$$

$$\text{е) } \frac{x^2+9y^2}{x-3y} + \frac{6xy}{3y-x} = \frac{x^2+9y^2+(-6xy)}{x-3y} = \frac{x^2+9y^2-6xy}{x-3y} = \frac{x^2-6xy+9y^2}{x-3y} = \frac{(x-3y)^2}{x-3y} = x-3y.$$

$$\text{№ 62 (№60). а) } \frac{10p}{p-q} + \frac{3p}{q-p} = \frac{10p}{p-q} - \frac{3p}{p-q} = \frac{10p-3p}{p-q} = \frac{7p}{p-q};$$

$$\text{б) } \frac{5a}{a-b} + \frac{5b}{b-a} = \frac{5a}{a-b} - \frac{5b}{a-b} = \frac{5a-5b}{a-b} = \frac{5(a-b)}{a-b} = 5;$$

$$\text{в) } \frac{x-3}{x-1} - \frac{2}{1-x} = \frac{x-3}{x-1} + \frac{2}{x-1} = \frac{x-3+2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1;$$

$$\text{г) } \frac{a}{2a-b} + \frac{3a-b}{b-2a} = \frac{a}{2a-b} - \frac{3a-b}{2a-b} = \frac{a-3a+b}{2a-b} = \frac{b-2a}{2a-b} = -\frac{2a-b}{2a-b} = -1;$$

$$\text{д) } \frac{a}{a^2-9} + \frac{3}{9-a^2} = \frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9} = \frac{a-3}{(a-3)(a+3)} = \frac{1}{a+3};$$

$$\text{е) } \frac{y^2}{y-1} + \frac{1}{1-y} = \frac{y^2}{y-1} - \frac{1}{y-1} = \frac{y^2-1}{y-1} = \frac{(y-1)(y+1)}{y-1} = y+1.$$

$$\text{№ 63 (№61). а) } \frac{3x+5}{2x-1} + \frac{7x+3}{1-2x} = \frac{3x+5}{2x-1} - \frac{7x+3}{2x-1} =$$

$$= \frac{3x+5-7x-3}{2x-1} = \frac{-4x+2}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)}{2x-1} = -2; \text{ не зависит от } x.$$

$$\text{б) } \frac{5x+1}{5x-20} + \frac{x+17}{20-5x} = \frac{5x+1}{5x-20} - \frac{x+17}{5x-20} =$$

$$-\frac{5x+1-x-17}{5x-20} = \frac{4x-16}{5(x-4)} = \frac{4(x-4)}{5(x-4)} = \frac{4}{5}; \text{ не зависит от } x$$

$$\text{№ 64 (№62). а) } \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(5-x)^2} = \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(x-5)^2} = \\ = \frac{x^2-25}{(x-5)^2} = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(x-5)} = \frac{x+5}{x-5};$$

$$\text{б) } \frac{x^2+25}{(x-5)^3} + \frac{10x}{(5-x)^3} = \frac{x^2+25}{(x-5)^3} - \frac{10x}{(x-5)^3} = \frac{x^2-10x+25}{(x-5)^3} = \frac{(x-5)^2}{(x-5)^3} = \frac{1}{x-5}.$$

$$\text{№ 65 (№63). а) } \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{8(x-2)}{x^2-16} = \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$\text{б) } \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(8-a)^2} = \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(a-8)^2} = \\ = \frac{64-2ab+2ab-a^2}{(a-8)^2} = \frac{64-a^2}{(a-8)^2} = \frac{(a-8)(8+a)}{(8-a)(8-a)} = \frac{8+a}{8-a}.$$

$$\text{№ 66 (№64). а) } \frac{a+b}{x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}; \text{ б) } \frac{2a^2+a}{y} = \frac{2a^2}{y} + \frac{a}{y};$$

$$\text{в) } \frac{x^2+6y^2}{2xy} = \frac{x^2}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{x}{2y} + \frac{3y}{x}; \text{ г) } \frac{12a+y^2}{6ay} = \frac{12a}{6ay} + \frac{y^2}{6ay} = \frac{2}{y} + \frac{y}{6a}.$$

$$\text{№ 67 (№65). а) } \frac{x^2+y^2}{x^4} = \frac{x^2}{x^4} + \frac{y^2}{x^4} = \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{x^4}; \text{ б) } \frac{2x-y}{b} = \frac{2x}{b} - \frac{y}{b};$$

$$\text{в) } \frac{a^2+1}{2a} = \frac{a^2}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{a}{2} + \frac{1}{2a}; \text{ г) } \frac{a^2-3ab}{a^3} = \frac{a^2}{a^3} - \frac{3ab}{a^3} = \frac{1}{a} - \frac{3b}{a^2}.$$

$$\text{№ 68. (н). } \frac{5n^2+3n+6}{n} = 5n+3+\frac{6}{n}.$$

Данное выражение принимает натуральные значения при $n = 1, 2, 3, 6$

$$\text{№ 69. (н). } \frac{(m-1)(m+1)-10}{m} = \frac{m^2-1-10}{m} = \frac{m^2-11}{m} = m - \frac{11}{m}.$$

Данное выражение принимает целые значения при $m = \pm 1, \pm 11$.

Упражнения для повторения

$$\text{№66. (с). а) при } a=2, \frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{12}{3} = 4;$$

$$\text{б) при } a = -\frac{1}{3}, \frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1} = \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{-\frac{2}{3} - 1} = \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = -\frac{1}{5};$$

№ 70 (№67). а) $3(5x-4) - 8x = 4x + 9$; $15x - 12 - 8x = 4x + 9$; $3x = 21$;
 $x = 7$;

б) $19x - 8(x-3) = 66 - 3x$; $19x - 8x + 24 = 66 - 3x$; $11x + 3x = 66 - 24$;
 $14x = 42$; $x = 3$;

в) $0,2(0,7x-5) + 0,02 = 1,4(x-1,6)$; $0,14x - 1 + 0,02 = 1,4x - 2,24$;
 $0,14x - 0,98 = 1,4x - 2,24$; $1,26 = 1,26x$; $x = 1$;

г) $2,7(0,1x+3,2) + 0,6(1,3-x) = 16,02$; $0,27x + 8,64 + 0,78 - 0,6x = 16,02$;
 $-0,33x = 16,02 - 8,64 - 0,78$; $-0,33x = 6,6$;

№ 71 (№68). а) $8x^2 - 16x^3y = 8x^3(x-2y)$; б) $15xy^5 + 10y^2 = 5y^2(3xy^3 + 2)$;

в) $8a^2 - 50y^2 = 2(4a^2 - 25y^2) = 2(2a-5y)(2a+5y)$;

г) $18b^2 - 98a^2 = 2(9b^2 - 49a^2) = 2(3b-7a)(3b+7a)$;

д) $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$; е) $y^3 + 8 = (y+2)(y^2 - 2y + 4)$;

ж) $ab + 8a + 9b + 72 = a(b+8) + 9(b+8) = (b+8)(a+9)$;

з) $6m - 12 - 2n + mn = 6(m-2) + n(m-2) = (m-2)(6+n)$.

№ 72 (№69). Достаточно выяснить, когда знаменатель дроби отличен от нуля. а) $2a + 25 \neq 0$; $2a \neq -25$; $a \neq -\frac{25}{2}$; $a \neq -12,5$;

б) y – любое число, так как $9 + y^2 > 0$ при всех y ,

в) $3x(x+12) \neq 0$; 1) $3x \neq 0$; $x \neq 0$; 2) $x+12 \neq 0$; $x \neq -12$; итак: $x \neq 0$ и $x \neq -12$;

г) $(a+1)(a-4) \neq 0$; 1) $a+1 \neq 0$; $a \neq -1$; 2) $a-4 \neq 0$; $a \neq 4$;

итак: $a \neq -1$ и $a \neq 4$.

4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

№ 73 (№70). а) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3x+2y}{6}$; б) $\frac{c}{4} - \frac{d}{12} = \frac{3c-d}{12}$;

в) (с) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2+q^2}{qp}$; в) (г) $\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^2-b^3}{ab}$;

г) (д) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3x} = \frac{9-4}{6x} = \frac{5}{6x}$; е) (с) $\frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c} = \frac{4a+15a}{20c} = \frac{19a}{20c}$;

д) (ж) $\frac{5x}{8y} + \frac{x}{4y} = \frac{5x+2x}{8y} = \frac{7x}{8y}$; е) (з) $\frac{17y}{24c} - \frac{25y}{36c} = \frac{51y-50y}{72c} = \frac{y}{72c}$;

и) (с) $\frac{5a}{18b} - \frac{7a}{45b} = \frac{25a-14a}{90b} = \frac{11a}{90b}$.

№ 74 (№71). а) $\frac{5y-3}{6y} + \frac{y+2}{4y} = \frac{2(5y-3)+3(y+2)}{12y} = \frac{13y}{12y} = \frac{13}{12}$.

б) $\frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x} = \frac{3(3x+5)+5(x-3)}{105x} = \frac{14x}{105x} = \frac{2}{15}$;

$$\text{в) } \frac{b+2}{15b} - \frac{3c-5}{45c} = \frac{3c(b+2) - b(3c-5)}{45bc} = \frac{6c+5b}{45bc};$$

$$\text{г) } \frac{8b+y}{40b} - \frac{6y+b}{30y} = \frac{24by+3y^2-24by-4b^2}{120y} = \frac{3y^2-4b^2}{120y}$$

$$\text{№ 75 (№72). а) (с). } \frac{3x}{4} - \frac{5x}{9} = \frac{27x-20x}{36} = \frac{7x}{36};$$

$$\text{б) (с) } \frac{6a}{5} - \frac{3a}{4} = \frac{24a-15a}{20} = \frac{9a}{20}; \text{ в) (с) } \frac{7a}{12b} - \frac{2a}{15b} = \frac{35a-8a}{60b} = \frac{27a}{60b} = \frac{9a}{20b},$$

$$\text{г) (с) } \frac{9p}{10} - \frac{7p}{12} = \frac{54p-35p}{60} = \frac{19p}{60};$$

$$\text{а) (д) } \frac{15a-b}{12a} - \frac{a-4b}{9a} = \frac{45a-3b-4a+16b}{36a} = \frac{41a+13b}{36a};$$

$$\text{б) (е) } \frac{7x+4}{8y} - \frac{3x-1}{6y} = \frac{21x+12-12x+4}{24y} = \frac{9x+16}{24y}.$$

$$\text{№ 76 (№73). а) } \frac{b}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{b-a}{a^2}; \text{ б) } \frac{1-x}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \frac{1-x+x}{x^3} = \frac{1}{x^3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{2a^7} + \frac{4-2a^3}{a^{10}} = \frac{a^3+8-4a^3}{2a^{10}} = \frac{8-3a^3}{2a^{10}};$$

$$\text{г) } \frac{a+b}{a^2} + \frac{a-b}{ab} = \frac{ab+b^2+a^2-ab}{a^2b} = \frac{a^2+b^2}{a^2b};$$

$$\text{д) } \frac{2a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} = \frac{2ab-3b^2+4a^2-5ab}{a^2b^2} = \frac{4a^2-3ab-3b^2}{a^2b^2};$$

$$\text{е) } \frac{x-2y}{xy^2} - \frac{2y-x}{x^2y} = \frac{x^2-2xy-2y^2+xy}{x^2y^2} = \frac{x^2-2y^2-xy}{x^2y^2}.$$

$$\text{№ 77 (№74). а) } \frac{2xy-1}{4x^3} - \frac{3y-x}{6x^2} = \frac{6xy-3-6xy+2x^2}{12x^3} = \frac{2x^2-3}{12x^3};$$

$$\text{б) } \frac{1-b^2}{3ab} + \frac{2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b(1-b^2)+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-2b^3+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-1}{6ab^2};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3a^3} - \frac{2}{5a^5} = \frac{5a^2-6}{15a^5}; \text{ г) } \frac{b^2}{6x^5} - \frac{b}{3x^6} = \frac{xb^2-2b}{6x^6}$$

$$\text{№ 78 (№75). а) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{c}{abc} + \frac{b}{abc} + \frac{a}{abc} = \frac{a+b+c}{abc},$$

$$\text{б) } \frac{ab-b}{a} - \frac{ab-a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{b(ab-b)-a(ab-a)-a^2+b^2}{ab} = \frac{ab^2-b^2-a^2b+a^2-a^2+b^2}{ab} = \frac{ab^2-a^2b}{ab} = b-a;$$

$$b) \frac{b-a}{ab} + \frac{c-b}{bc} - \frac{c-a}{ac} = \frac{cb-ac+ac-ab-bc+ab}{abc} = 0;$$

$$r) \frac{3ab+2b^2}{ab} - \frac{a+2b}{a} + \frac{a-2b}{b} = \frac{3ab+b^2}{ab} - \frac{b(a+2b)}{ab} + \frac{a(a-2b)}{ab} = \\ = \frac{3ab+2b^2-ab-2b^2+a^2-2ab}{ab} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{№ 79 (№ 76). a) } \frac{x-y}{xy} - \frac{x-z}{xz} = \frac{zx-zy-yx+yz}{xyz} = \frac{zx-yx}{xyz} = \frac{z-y}{yz};$$

$$b) \frac{a-2b}{3b} - \frac{b-2a}{3a} = \frac{a^2-2ab-b^2+2ab}{3ab} = \frac{a^2-b^2}{3ab}$$

$$b) \frac{p-q}{p^3q^2} - \frac{p+q}{p^2q^3} = \frac{qp-q^2-p^2-pq}{p^3q^3} = -\frac{q^2+p^2}{p^3q^3};$$

$$r) \frac{3m-n}{3m^2n} - \frac{2n-m}{2mn^2} = \frac{2m(3m-n)-3m(2n-m)}{6m^2n^2} = \\ = \frac{6mn-2n^2-6mn+3m^2}{6m^2n^2} = \frac{3m^2-2n^2}{6m^2n^2};$$

$$n) (c) \frac{3b+2c}{9b^2c} - \frac{2c-5b}{6bc^2} = \frac{6bc+4c^2-bc+15b^2}{18b^2c^2} = \frac{4c^2+15b^2}{18b^2c^2};$$

$$e) (c) \frac{2x-7y}{2x^2y} - \frac{5y-8x}{5xy^2} = \frac{10xy-35y^2-10xy+16x^2}{10x^2y^2} = \frac{16x^2-35y^2}{10x^2y^2};$$

$$\text{№ 80 (№ 77). a) } x + \frac{1}{y} = \frac{x}{1} + \frac{1}{y} = \frac{xy+1}{y}; \quad b) \frac{1}{a} - a = \frac{1}{a} - \frac{a}{1} = \frac{1-a^2}{a};$$

$$b) 3a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{1} - \frac{a}{4} = \frac{12a-a}{4} = \frac{11a}{4}; \quad r) 5b - \frac{2}{b} = \frac{5b}{1} - \frac{2}{b} = \frac{5b^2-2}{b};$$

$$n) \frac{a^2+b}{a} - a = \frac{a^2+b}{a} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b-a^2}{a} = \frac{b}{a};$$

$$e) 2p - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{2p}{1} - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{4p^2-(4p^2+1)}{2p} = \frac{4p^2-4p^2-1}{2p} = -\frac{1}{2p};$$

$$k) \frac{(a-b)^2}{2a} + b = \frac{(a-b)^2}{2a} + \frac{b}{1} = \frac{a^2-2ab+b^2+2ab}{2a} = \frac{a^2+b^2}{2a};$$

$$3) c - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{c}{1} - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{2bc-(b^2+2bc+c^2)}{2b} = \\ = \frac{2bc-b^2-bc-c^2}{2b} = \frac{-b^2-c^2}{2b} = -\frac{b^2+c^2}{2b}.$$

$$\text{№ 81 (№ 78). a) } 5 - \frac{c}{2} = \frac{5}{1} - \frac{c}{2} = \frac{10-c}{2};$$

$$\text{б) } 5y^2 - \frac{15y^2 - 1}{3} = \frac{15y^2 - 15y^2 + 1}{3} = \frac{1}{3}; \quad \text{в) } a + b - \frac{a-3}{3} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a-3}{3} =$$

$$= \frac{3a + 3b - (a-3)}{3} = \frac{3a + 3b - a + 3}{3} = \frac{2a + 3b + 3}{3};$$

$$\text{г) } \frac{2b^2 - 1}{b} - b + 5 = \frac{2b^2 - 1 - b^2 + 5b}{b} = \frac{b^2 + 5b - 1}{b}.$$

$$\text{№ 82 (№ 79). а) } 1 - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{1}{1} - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{20 - 4a - 5b}{20};$$

$$\text{б) } 12 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12}{1} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12ab - b - a}{ab};$$

$$\text{в) } \frac{a-2}{2} - 1 - \frac{a-3}{3} = \frac{a-2}{2} - \frac{1}{1} - \frac{a-3}{3} = \frac{3a-6-6-2a+6}{6} = \frac{a-6}{6};$$

$$\text{г) } 4a - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{4a}{1} - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{48a-3a+3-4a-8}{12} = \frac{41a-5}{12};$$

$$\text{д) } \frac{a+b}{4} - a + b = \frac{a+b}{4} - \frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{5b-3a}{4};$$

$$\text{е) } a + b - \frac{a^2 + b^2}{a} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a^2 + b^2}{a} = \frac{a^2 + ab - (a^2 + b^2)}{a} = \frac{ab - b^2}{a}.$$

$$\text{№ 83 (№ 80). а) } x - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} = \frac{x}{1} - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} =$$

$$= \frac{4x - 2x + 2y + x + y}{4} = \frac{3x + 3y}{4};$$

$$\text{б) } \frac{3}{x} - 2 - \frac{5}{x} = \frac{3}{x} - \frac{2}{1} - \frac{5}{x} = \frac{3 - 2x - 5}{x} = -\frac{2x + 2}{x};$$

$$\text{в) } 3 - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} = \frac{3}{1} - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} =$$

$$= \frac{36 - 6x + 3y + x + 4y}{12} = \frac{36 - 5x + 7y}{12};$$

$$\text{г) } \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - 2 = \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - \frac{2}{1} =$$

$$= \frac{18a-12b-5b-35a-30}{15} = -\frac{17a+17b+30}{15}.$$

$$\text{№ 84 (№ 81). а) } \frac{b-c}{b} + \frac{b}{b+c} = \frac{(b+c)(b-c) + b^2}{b(b+c)} = \frac{b^2 - c^2 + b^2}{b(b+c)} = \frac{2b^2 - c^2}{b(b+c)};$$

$$\text{б) } \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+3}{x} = \frac{x(x+1) - (x-2)(x+3)}{(x-2)x} = \frac{x^2 + x - x^2 - x + 6}{x(x-2)} = \frac{6}{x(x-2)};$$

$$b) \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{(m+n)m - n(m-n)}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + mn - mn + n^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2};$$

$$r) \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a+1} = \frac{2a(2a+1) - (2a-1)}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2 + 2a - 2a + 1}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2 + 1}{4a^2 - 1};$$

$$d) \frac{a}{a+2} - \frac{a}{a-2} = \frac{a(a-2) - a(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a^2 - 2a - a^2 - 2a}{a^2 - 4} = \frac{4a}{4 - a^2};$$

$$e) \frac{p}{3p-1} - \frac{p}{3p+1} = \frac{p(3p+1) - p(3p-1)}{(3p-1)(3p+1)} = \frac{3p^2 + p - 3p^2 + p}{9p^2 - 1} = \frac{2p}{9p^2 - 1}$$

№ 85 (№82).

$$a) \frac{3x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} = \frac{9x-10y}{15(x+y)}; \quad 6) \frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)} = \frac{4a^2 - 5b^2}{20(a-b)};$$

$$b) \frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{by-bx} = \frac{3}{a(x-y)} - \frac{2}{b(x-y)} = \frac{3b-2a}{ab(x-y)};$$

$$r) \frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm} = \frac{13c}{b(m-n)} + \frac{12b}{c(m-n)} = \frac{13c^2 + 12b^2}{bc(m-n)};$$

$$d) (c) \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6} = \frac{a}{2(x+2)} - \frac{a}{3(x+2)} = \frac{3a-2a}{6(x+2)} = \frac{a}{6(x+2)};$$

$$e) (c) \frac{p}{7a-14} + \frac{1}{2-a} = \frac{p}{7(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{p-7}{7(a-2)}.$$

№ 86 (№83).

$$a) \frac{p}{2x+1} - \frac{p}{3x-2} = \frac{p(3x-2) - p(2x+1)}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{3xp - 2p - 2xp - p}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{p(x-3)}{(3x-2)(2x+1)};$$

$$6) \frac{6a}{x-2y} + \frac{2a}{x+y} = \frac{6a(x+y) + 2a(x-2y)}{(x+y)(x-2y)} = \frac{8ax + 2ay}{(x+y)(x-2y)} = \frac{2a(4x+y)}{(x+y)(x-2y)};$$

$$b) \frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12} = \frac{a}{5(x-2)} + \frac{a}{6(x-2)} = \frac{6a+5a}{30(x-2)} = \frac{11a}{30(x-2)};$$

$$r) \frac{5b}{12a-36} - \frac{b}{48-16a} = \frac{5b}{12(a-3)} + \frac{b}{16(a-3)} = \frac{20b+3b}{48(a-3)} = \frac{23b}{48(a-3)}.$$

$$\text{№ 87 (№84). a) } \frac{5y+3}{2y+2} - \frac{7y+4}{3y+3} = \frac{5y+3}{2(y+1)} - \frac{7y+4}{3(y+1)} =$$

$$= \frac{15y+9-14y-8}{6(y+1)} = \frac{y+1}{6(y+1)} = \frac{1}{6}, \text{ не зависит от } y.$$

$$6) \frac{11y+13}{3y-3} + \frac{15y+17}{4-4y} = \frac{11y+13}{3(y-1)} - \frac{15y+17}{4(y-1)} =$$

$$= \frac{44y + 52 - 45y - 51}{12(y-1)} = \frac{-y+1}{12(y-1)} = -\frac{y-1}{12(y-1)} = -\frac{1}{12}, \text{ не зависит от } y$$

№ 88 (№85).

$$\text{a) } \frac{a^2}{ax-x^2} + \frac{x}{x-a} = \frac{a^2}{x(a-x)} - \frac{x}{a-x} = \frac{a^2-x^2}{x(a-x)} = \frac{(a-x)(a+x)}{x(a-x)} = \frac{a+x}{x};$$

$$\text{б) } \frac{b^2-4by}{2y^2-by} - \frac{4y}{b-2y} = \frac{b^2-4by}{y(2y-b)} + \frac{4y}{2y-b} = \frac{b^2-4by+4y^2}{y(2y-b)} = \frac{(b-2y)^2}{y(2y-b)} = \frac{2y-b}{y};$$

$$\text{в) (c) } \frac{b}{2a^2-ab} - \frac{4a}{2ab-b^2} = \frac{b}{a(2a-b)} - \frac{4a}{b(2a-b)} =$$

$$= \frac{b^2-4a^2}{ab(2a-b)} = \frac{(b-2a)(b+2a)}{ab(2a-b)} = -\frac{b+2a}{ab};$$

$$\text{г) (c) } \frac{4y}{3x^2+2xy} - \frac{9x}{3xy+2x^2} = \frac{4y}{x(3x+2y)} - \frac{9x}{x(3y+2x)} =$$

$$= \frac{4y(3y+2x) - x(3x+2y)}{x(3x+2y)(3y+2x)} = \frac{12y^2-10xy-27x^2}{x(3x+2y)(3y+2x)}.$$

$$\text{№ 89 (№86). a) (c) } \frac{x-25}{5x-25} + \frac{3x+5}{x^2-5x} = \frac{x-25}{5(x-5)} + \frac{3x+5}{x(x-5)} =$$

$$= \frac{x(x-25) + 5(3x+5)}{5x(x-5)} = \frac{x^2-10x+25}{5x(x-5)} = \frac{(x-5)^2}{5x(x-5)} = \frac{x-5}{5x};$$

$$\text{б) (c) } \frac{12-y}{6y-36} - \frac{6}{y^2-6y} = \frac{12-y}{6(y-6)} - \frac{6}{y(y-6)} =$$

$$= \frac{12y-y^2-36}{6y(y-6)} = -\frac{(y-6)^2}{6y(y-6)} = -\frac{y-6}{6y} = \frac{6-y}{6y};$$

$$\text{а) (в) } \frac{1}{a^2+ab} + \frac{1}{ab+b^2} = \frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(a+b)} = \frac{b+a}{ab(a+b)} = \frac{1}{ab};$$

$$\text{б) (г) } \frac{1}{b^2-ab} - \frac{1}{ab-a^2} = \frac{1}{b(b-a)} - \frac{1}{a(b-a)} =$$

$$= \frac{a}{ab(b-a)} - \frac{b}{ab(b-a)} = \frac{a-b}{ab(b-a)} = -\frac{1}{ab}.$$

$$\text{№ 90 (№87). a) } 1 - \frac{a+b}{a-b} = \frac{1}{1} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b-(a+b)}{a-b} = \frac{a-b-a-b}{a-b} = \frac{2b}{b-a};$$

$$\text{б) } \frac{a^2+b^2}{a-b} - a = \frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b^2-a(a-b)}{a-b} = \frac{b^2+ab}{a-b} = \frac{b(b+a)}{a-b};$$

$$B \quad m-n+\frac{n^2}{m+n}=\frac{m}{1}-\frac{n}{1}+\frac{n^2}{m+n}=\frac{m(m+n)-n(m+n)+n^2}{m+n}=\frac{m^2}{m+n};$$

$$r \quad a+b-\frac{a^2+b^2}{a+b}=\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{a+b}=\frac{2ab}{a+b};$$

$$д) \quad x-\frac{9}{x-3}-3=\frac{x}{1}-\frac{9}{x-3}-\frac{3}{1}=\frac{x^2-3x-9-3x+9}{x-3}=\frac{x^2-6x}{x-3};$$

$$e) \quad a^2-\frac{a^4+1}{a^2-1}+1=\frac{a^2}{1}-\frac{a^4+1}{a^2-1}+\frac{1}{1}=\frac{a^2(a^2-1)}{a^2-1}-\frac{a^4+1}{a^2-1}+\frac{a^2-1}{a^2-1}=\frac{a^4-a^2-a^4-1+a^2-1}{a^2-1}=\frac{2}{a^2-1}=\frac{2}{1-a^2}.$$

$$\text{№ 91 (№ 88). a) } \frac{a^2+3a}{ab-5b+8a-40}-\frac{a}{b+8}=\frac{a^2+3a}{(a-5)(b+8)}-\frac{a}{b+8}=\frac{a^2+3a-a(a-5)}{(a-5)(b+8)}=\frac{a^2+3a-a^2+5a}{(a-5)(b+8)}=\frac{8a}{(a-5)(b+8)};$$

$$б) \quad \frac{y}{3x-2}-\frac{3y}{6xy+9x-4y-6}=\frac{y}{3x-2}-\frac{3y}{(2y+3)(3x-2)}=\frac{y(2y+3)-3y}{(2y+3)(3x-2)}=\frac{2y^2+3y-3y}{(2y+3)(3x-2)}=\frac{2y^2}{(2y+3)(3x-2)}.$$

$$\text{№ 89. (c). a) } \frac{x^2}{3ax-2-x+6a}-\frac{x}{3a-1}=\frac{x^2}{(3a-1)(x+2)}-\frac{x}{3a-1}=\frac{x^2-x(x+2)}{(3a-1)(x+2)}=\frac{x^2-x^2-2x}{(3a-1)(x+2)}=-\frac{2x}{(3a-1)(x+2)}=\frac{2x}{(1-3a)(x+2)};$$

$$б) \quad \frac{3x}{2y+3}+\frac{x^2+3x}{4xy-3-2y+6x}=\frac{3x}{2y+3}+\frac{x^2+3x}{2x(2y+3)-(2y+3)}=\frac{3x}{2y+3}+\frac{x^2+3x}{(2y+3)(2x-1)}=\frac{3x(2x-1)+x^2+3x}{(2y+3)(2x-1)}=\frac{7x^2}{(2y+3)(2x-1)}.$$

$$\text{№ 92 (№ 90). a) (c) } \frac{x^2-3xy}{(x+y)(x-y)}+\frac{y}{x-y}=\frac{x^2-3xy+y(x+y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{x^2-2xy+y^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{(x-y)}{(x+y)};$$

$$a) \quad б) \quad \frac{c}{b-c}+\frac{b^2-3bc}{b^2-c^2}=\frac{c(b+c)+b^2-3bc}{b^2-c^2}=\frac{c(b+c)+b^2-3bc}{(b-c)(b+c)}=\frac{bc+c^2+b^2-3bc}{(b-c)(b+c)}=$$

$$= \frac{b^2 - 2bc + c^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{(b-c)^2}{(b-c)(b+c)} = \frac{b-c}{b+c};$$

$$\begin{aligned} \text{B) (c)} \quad & \frac{a-2y}{a+y} - \frac{y^2-5ay}{a^2-y^2} = \frac{(a-y)(a-2y) - (y^2-5ay)}{(a-y)(a+y)} = \\ & = \frac{a^2-2ay-ay+2y^2-y^2+5ay}{(a-y)(a+y)} = \frac{y^2+2ay+a^2}{(a-y)(a+y)} = \frac{(a+y)^2}{(a-y)(a+y)} = \frac{a+y}{a-y}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6) (r)} \quad & \frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a} = \frac{a+3}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a(a+1)} = \\ & = \frac{a(a+3) - (a-1)}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2+2a+1}{a(a-1)(a+1)} = \frac{(a+1)^2}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a(a-1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 93 (№ 91). a)} \quad & \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2} = \frac{b-6}{(2-b)(2+b)} + \frac{2}{b(2-b)} = \\ & = \frac{b(b-6) + 2(2+b)}{b(2-b)(2+b)} = \frac{b^2-6b+4+2b}{b(2-b)(2+b)} = \frac{(2-b)^2}{b(2-b)(2+b)} = \frac{2-b}{b(2+b)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6)} \quad & \frac{b}{ab-5a^2} - \frac{15b-25a}{b^2-25a^2} = \frac{b}{a(b-5a)} - \frac{15b-25a}{(b-5a)(b+5a)} = \\ & = \frac{b(b+5a)}{a(b-5a)(b+5a)} - \frac{a(15b-25a)}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b^2+5ab-15ab+25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \\ & = \frac{b^2-10ab+25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{(b-5a)^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b-5a}{a(b+5a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad & \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} - \frac{4a}{x(4a-x)} = \\ & = \frac{x(x-12a) + 4a(x+4a)}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2-12ax+4ax+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2-8ax+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \\ & = \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad & \frac{a-30y}{a^2-100y^2} - \frac{10y}{10ay-a^2} = \frac{a-30y}{(a-10y)(a+10y)} - \frac{10y}{a(10y-a)} = \\ & = \frac{a(a-30y) + 10y(a+10y)}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a^2-30ay+10ay+100y^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \\ & = \frac{(a-10y)^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a-10y}{a(a+10y)}. \end{aligned}$$

№ 94 (№ 92).

$$\text{a) } \frac{a+4}{a^2-2a} - \frac{a}{a^2-4} = \frac{a+4}{a(a-2)} - \frac{a}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^2+4a+2a+8-a^2}{a(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{6a+8}{a(a-2)(a+2)} = \frac{2(3a+4)}{a(a-2)(a+2)};$$

$$\text{б) } \frac{4-x^2}{16-x^2} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2}{(4-x)(4+x)} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2-(4-x)(x+1)}{(4-x)(4+x)} =$$

$$= \frac{4-x^2-4x-4+x^2+x}{(4-x)(4+x)} = \frac{-3x}{(4-x)(4+x)} = \frac{3x}{x^2-16};$$

$$\text{в) (c) } \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{1-4b^2} = \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{3}{1+2b} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} =$$

$$= \frac{3(1-2b)+b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{10-5b}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{5(2-b)}{1-4b^2};$$

$$\text{г) (c) } \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{25-16a^2} = \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{(5-4a)(5+4a)} =$$

$$= \frac{5b}{4a-5} - \frac{16ab+30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{20ab+25b-16ab-30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b(4a-5)}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b}{4a+5};$$

$$\text{в) (д) } \frac{(a+b)^2}{a^2ab} + \frac{(a-b)^2}{a^2-ab} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} + \frac{(a-b)^2}{a(a-b)} = \frac{a+b}{a} + \frac{a-b}{a} =$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + 1 - \frac{b}{a} = 2;$$

$$\text{г) (e) } \frac{x^2-4}{5x-10} - \frac{x^2+4x+4}{5x+10} = \frac{x^2-4}{5(x-2)} - \frac{x^2+4x+4}{5(x+2)} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{5(x-2)} - \frac{(x+2)^2}{5(x+2)} = \frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{5} = 0.$$

№ 95 (№ 93).

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x+2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+1)-x(x-2)}{x(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2+2x+1-x^2-2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x^2-1)};$$

подставим $x = -1,5$, $\frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{1}{(-1,5)[(-1,5)^2-1]} = \frac{1}{(-1,5) \cdot 1,25} =$

$$= \frac{1}{-1 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{1}{4}} = -\frac{1}{\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}} = -\frac{8}{15};$$

$$6) \frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{1-x}{x^2-9} = \frac{x+2}{x(x+3)} - \frac{1+x}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+2) - x(1+x)}{x(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{x^2+2x-3x-6-x-x^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-2x-6}{x(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x(3-x)};$$

подставим $x = -1,5$, $\frac{2}{x(3-x)} = \frac{2}{-1,5[3-(-1,5)]} = \frac{2}{-1,5 \cdot 4,5} = -\frac{2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2}} = -\frac{8}{27}$

№ 94. (c.) а) $\frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} - \frac{1}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} - \frac{1}{a+b} = \frac{ab}{a^3+b^3};$

б) $\frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{p^3-q^3} = \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} =$

$$= \frac{p^2-2pq+q^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{(p-q)^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{p-q}{p^2+pq+q^2};$$

в) $\frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{a^3+1} = \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{(1+a)(1-a)+a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{1}{a^3+1};$

г) $\frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} = \frac{6a^3+48a}{(a+4)(a^2-4a+16)} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} =$

$$= \frac{6a^3+48a-3a^2(a+4)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{6a^3+48a-3a^3-12a^2}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a(a^2-4a+16)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a}{a+4}$$

№ 96 (№ 95).

а) $\frac{4}{y+2} - \frac{3}{y-2} + \frac{12}{y^2+4} = \frac{4(y-2) - 3(y+2) + 12}{(y+2)(y-2)} = \frac{y-2}{(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y+2};$

б) $\frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{36-a^2} = \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{(a-6)(a+6)} =$

$$= \frac{a(a+6) - 3(a-6) - a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{a^2+6a-3a+18-a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{18+3a}{(a-6)(a+6)} = \frac{3}{a-6};$$

в) $\frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2x-2y} = \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2(x-y)} = \frac{2x^2 - (x+y)(x-y)}{2(x-y)^2} =$

$$= \frac{2x^2 - x^2 + y^2}{2(x-y)^2} = \frac{x^2 + y^2}{2(x-y)^2};$$

г) $\frac{b}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{b^2-ab} = \frac{b^2 - (b-a)(b+a)}{b(b-a)^2} = \frac{b^2 - b^2 + a^2}{b(b-a)^2} = \frac{a^2}{b(b-a)^2}$

№ 97 (№ 96).

а) $\frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab} = \frac{2a+b}{a(2a-b)} - \frac{16a}{(2a-b)(2a+b)} -$

$$\frac{2a-b}{a(2a+b)} = \frac{(2a+b)^2 - 16a^2 - (2a-b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{2b \cdot 4a - 16a^2}{a(2a+b)(2a-b)} =$$

$$= \frac{8ab - 16a^2}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8a(2a-b)}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8}{2a+b};$$

$$6) \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{a^2-9} + \frac{1}{(a+3)^2} = \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)^2} =$$

$$= \frac{a^2+6a+9-2(a-3)(a+3)+a^2-6a+9}{(a-3)^2(a+3)^2} = \frac{2a^2+18-2a^2+18}{(a-3)^2(a+3)^2} =$$

$$= \frac{36}{(a-3)^2(a+3)^2};$$

$$B) \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{6x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{1}{(x-2)(x^2+2x+4)} +$$

$$+ \frac{1}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2)-6x+x^2+2x+4}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2x^2-8x+8}{(x-2)(x^2+2x+4)} =$$

$$= \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2(x-2)}{x^2+2x+4};$$

$$r) \frac{2a^2+7a+3}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{3}{a-1} = \frac{2a^2+7a+3-(a-1)(1-2a)-3(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} =$$

$$= \frac{2a^2+7a+3-a+2a^2+1-2a-3a^2-3a-3}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{1}{a-1}.$$

№ 98 (№ 97).

$$a) \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} - \frac{2a}{16b^2-a^2} = \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} + \frac{2a}{(a-4b)(a+4b)} =$$

$$= \frac{a+4b-a+4b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{8b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{2}{a-4b};$$

$$6) \frac{1}{2b-2a} + \frac{1}{2b+2a} + \frac{a^2}{a^2b-b^3} = \frac{1}{2(b-a)} + \frac{1}{2(b+a)} + \frac{a^2}{b(a^2-b^2)} =$$

$$= \frac{b(b+a)+b(b-a)-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{b^2+ab+b^2-ab-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2b(b-a)(b+a)} =$$

$$= \frac{2(b-a)(b+a)}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b};$$

$$B) (c) \frac{1}{2x-b} + \frac{6bx}{b^3-8x^3} = \frac{6bx}{(b-2x)(b^2+2bx+4x^2)} + \frac{1}{2x-b} =$$

$$= \frac{b^2+2bx+4x^2-6bx}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{b^2-4bx+4x^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} =$$

$$= \frac{(2x-b)^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{2x-b}{b^2+2bx+4x^2};$$

$$\text{r) (c) } \frac{2y^2+16}{y^3+8} - \frac{2}{y+2} = \frac{2y^2+16}{(y+2)(y^2-2y+4)} - \frac{2}{y+2} =$$

$$= \frac{2y^2+16-2(y^2-2y+4)}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4y+8}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4}{y^2-2y+4}.$$

$$\text{№ 99 (№ 98). a) } \frac{3}{a^2-3a} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3}{a(a-3)} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3+a^3}{a(a-3)};$$

$$a+3 + \frac{9a+3}{a^2-3a} = \frac{a+3}{1} + \frac{9a+3}{a(a-3)} = \frac{a(a-3)(a+3)+9a+3}{a(a-3)} =$$

$$= \frac{a^3-9a+9a+3}{a(a-3)} = \frac{a^3+3}{a(a-3)}; \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

$$\text{б) } \frac{a^3}{a^2-4} - \frac{a}{a-2} - \frac{2}{a+2} = \frac{a^3-a(a+2)-2(a-2)}{a^2-4} = \frac{a^3-a^2-4a+4}{a^2-4} =$$

$$= \frac{(a-1)(a^2-4)}{a^2-4} = a-1. \text{ т.е. выражения тождественно равны.}$$

№ 100. (№ 99).

$$\text{a) } \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{x^2-4} + 2x = \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{(x-2)(x+2)} + 2x =$$

$$= \frac{(x^3+3x)(x-2) - (3x^2-14x+16) + 2x(x^2-4)}{(x+2)(x-2)} =$$

$$= \frac{x^4-2x^3+3x^2-6x-3x^2+14x-16+2x^3-8x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^4-16}{x^2-4} =$$

$$= \frac{(x^2-4)(x^2+4)}{x^2-4} = x^2+4 > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$\text{б) } y + \frac{2y^2+3y+1}{y^2-1} - \frac{y^3+2y}{y-1} = \frac{y}{1} + \frac{2y^2+3y+1}{(y-1)(y+1)} - \frac{y^3+2y}{y-1} =$$

$$= \frac{y(y-1)(y+1) + 2y^2+3y+1 - (y+1)(y^3+2y)}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= \frac{y^3-y+2y^2+3y+1-y^4-2y^2-y^3-2y}{(y-1)(y+1)} = \frac{1-y^4}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= -\frac{(1-y^2)(1+y^2)}{1-y^2} = -(1+y^2) < 0 \text{ при всех значениях } y.$$

№ 101. (н).

$$-x + \frac{2x-25}{x-5} = \frac{-x(x-5)+2x-25}{x-5} = \frac{-x^2+7x-25}{x-5} \neq \frac{x^2+7x-25}{x-5}, \text{ то есть}$$

неверный ответ -3.

$$\begin{aligned} \text{№ 102. (н). } \frac{1}{x+n} - \frac{1}{x+n+1} &= \frac{x+n+1-x-n}{(x+n)(x+n+1)} = \frac{1}{(x+n)(x+n+1)} \\ \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} &= \\ = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} &= \\ = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} = \frac{x+4-x-1}{(x+1)(x+4)} = \frac{3}{(x+1)(x+4)} \end{aligned}$$

№ 103 (№ 100). Исходя из условия задачи получаем, что скорость катера по течению реки $(v+5)$ км/ч, против течения $-(v-5)$ км/ч; получаем что $\left(\frac{s}{v+5}\right)$ ч - время в пути от А до В; $\left(\frac{s}{v-5}\right)$ ч - время в пути от В

до А; тогда $\left(\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5}\right)$ ч - общее время в пути от А до В и обратно

Получаем выражение:

$$\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5} = \frac{s(v-5) + s(v+5)}{(v+5)(v-5)} = \frac{sv - 5s + sv + 5s}{(v-5)(v+5)} = \frac{2sv}{v^2 - 25}$$

а) Подставим $s=50$, $v=25$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 25}{25^2 - 25} = \frac{2500}{625 - 25} = \frac{2500}{600} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ (ч)} = 4 \text{ ч } 10 \text{ мин.}$$

б) Подставим $s=105$, $v=40$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 105 \cdot 40}{40^2 - 25} = \frac{8400}{1600 - 25} = \frac{8400}{1575} = 5\frac{1}{3} \text{ (ч)} = 5 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

Ответ: а) 4 ч. 10 мин; б) 5 ч 20 мин.

№ 104 (№ 101).

$s = vt$; $t = \frac{s}{v}$. Для удобства представим данные задачи в виде таблицы.

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По шоссе	s	v	$\frac{s}{v}$
По проселочной дороге	$2s$	$v-2$	$\frac{2s}{v-2}$

$$t_{\text{общ}} = \frac{s}{v} + \frac{2s}{v-2} = \frac{s(v-2) + 2sv}{v(v-2)} = \frac{sv - 2s + 2sv}{v(v-2)} = \frac{3sv - 2s}{v(v-2)} = \frac{s(3v-2)}{v(v-2)}$$

если $s = 10$, $v = 6$, то

$$\frac{s(3v-2)}{v(v-2)} = \frac{10(3 \cdot 6 - 2)}{6(6-2)} = \frac{10 \cdot 16}{6 \cdot 4} = \frac{10 \cdot 2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (ч)} = 6 \text{ ч } 40 \text{ мин.}$$

Упражнения для повторения

№ 102. (с).

$$\frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(2x^2 + 2x) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{2x(x + 1) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(x + 1)(2x - 1)}{4x^2 - 3x + 2};$$

а) при $x = \frac{1}{2}$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль;

б) при $x = -1$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль.

Ответ: а) 0; б) 0.

№ 105 (№ 103). I. $y = \frac{2x - 5}{3}$; 1) при $x = -2$; $y = \frac{2 \cdot (-2) - 5}{3} = \frac{-4 - 5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$;

2) при $x = 0$; $y = \frac{2 \cdot 0 - 5}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$;

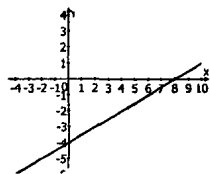
3) при $x = 16$; $y = \frac{2 \cdot 16 - 5}{3} = \frac{32 - 5}{3} = \frac{27}{3} = 9$;

II. 1) подставим $y = 3$; $3 = \frac{2x - 5}{3}$; $3 \cdot 3 = 2x - 5$; $2x = 14$; $x = 7$;

2) подставим $y = 0$; $0 = \frac{2x - 5}{3}$; $2x - 5 = 0$; $x = \frac{5}{2}$; $x = 2,5$;

3) подставим $y = -9$;

$$-9 = \frac{2x - 5}{3}; 2x - 5 = -27; 2x = -22; x = -11.$$

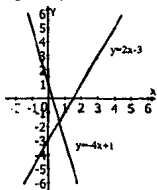


№ 104. (с).

На рисунке – график функции $y = \frac{1}{2}x - 4$.

а) При $x = 6$, $y = -1$; при $x = -6$, $y = -7$;

б) при $y = -2$, $x = 4$; при $y = 0$, $x = 8$.



№ 106 (№ 105). На рисунке – график и данных функций. Пусть А – их точка пересечения.

1) Из рисунка видно, что $A \approx (0,7; -1,7)$.

2) Найдем координаты точки А из уравнения:

$$-4x + 1 = 2x - 3; 2x - 3 + 4x - 1 = 0; 6x - 4 = 0; 6x = 4; x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} - 3 = \frac{4}{3} - 3 = -1\frac{2}{3}. \text{ Окончательно: } A\left(\frac{2}{3}; -1\frac{2}{3}\right).$$

№ 107 (№ 106). Для удобства запишем данные задачи в виде таблицы:

Ямы	Заложили, т	Взяли, т	Осталось, т
I	90	3x	90 - 3x
II	75	x	75 - x

Исходя из того, что в первой яме осталось силоса в 2 раза меньше, чем во второй, запишем уравнение: $2(90 - 3x) = 75 - x$; $75 - x + 6x - 180 = 0$; $5x = 105$; $x = 21$, $3x = 63$. Ответ. Из первой ямы взяли 63 т силоса.

§ 3. Произведение и частное дробей

5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень

$$\text{№ 108 (№ 108). а) } \frac{5}{3a} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{10b}{9a}; \text{ б) } \frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5a \cdot 7}{8y \cdot 10} = \frac{7a}{16y};$$

$$\text{в) (с). } \frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x \cdot 1}{4x} = \frac{3}{4}; \text{ г) (с). } \frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3} = \frac{9 \cdot 5a}{2a \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7,5;$$

$$\text{в) (д) } \frac{b^2}{10} \cdot \frac{5}{b} = \frac{5b^2}{10b} = \frac{b}{2}; \text{ г) (е). } \frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24} = \frac{18c^3}{24c^4} = \frac{3}{4c};$$

$$\text{ж) (с). } \frac{12x^5}{25} \cdot \frac{15}{8x^2} = \frac{12x^5 \cdot 15}{25 \cdot 8x^2} = \frac{9x^3}{10} = 0,9x^3; \text{ з) (с). } \frac{3}{4a^3} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{3 \cdot 16a^2}{4a^3 \cdot 9} = \frac{4}{3a}$$

$$\text{№ 109 (№ 109). а) } \frac{3x}{4y} \cdot \frac{10}{3x^2} = \frac{10 \cdot 3x}{4y \cdot 3x^2} = \frac{5}{2xy} = \frac{2,5}{xy};$$

$$\text{б) } \frac{2,5}{2a^2} \cdot \frac{4a^3}{5b^2} = \frac{2,5 \cdot 4a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{2,5 \cdot 4a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{10a^3}{10a^2b^2} = \frac{a}{b^2};$$

$$\text{в) (с) } \frac{m^2}{16} \cdot \frac{24}{mn} = \frac{24m^2}{16mn} = \frac{3m}{2n} = \frac{1,5m}{n};$$

$$\text{г) (с) } \frac{1}{9x^3} \cdot \frac{3x}{2a^2} = \frac{3x}{9x^3 \cdot 2a^2} = \frac{1}{3x^2 \cdot 2a^2} = \frac{1}{6a^2x^2};$$

$$\text{в) (д) } \frac{7a^3}{24b} \cdot 8b^2 = \frac{7a^3 \cdot 8b^2}{24b \cdot 1} = \frac{7}{3}a^3b; \text{ и г) (е) } 14ab \cdot \frac{1}{21b^3} = \frac{14ab}{21b^3} = \frac{2a}{3b^2} = \frac{2}{3} \frac{a}{b^2}$$

$$\text{№ 110 (№ 110). а) } \frac{12}{5x} \cdot \frac{x^3}{12a} = \frac{12x^3}{5x \cdot 12a} = \frac{x^2}{5a};$$

$$\text{б) } \frac{8c^2}{15m} \cdot \frac{1}{4c^2} = \frac{8c^2}{15m \cdot 4c^2} = \frac{2}{15m};$$

$$\text{в) } \frac{11a^4}{6} \cdot \frac{12b}{a^5} = \frac{11a^4 \cdot 12b}{6 \cdot a^5} = \frac{22b}{a}; \text{ г) } \frac{4n^2}{3m^2} \cdot \frac{9m}{2} = \frac{4n^2 \cdot 9m}{3m^2 \cdot 2} = \frac{6n^2}{m}$$

$$\text{№ 111 (№ 111). а) } 15x^2 \cdot \frac{7}{6x^3} = \frac{15x^2 \cdot 7}{6x^3} = \frac{35}{2x} = \frac{17,5}{x};$$

$$\text{б) } \frac{25}{16y^2} \cdot 2y^3 = \frac{25 \cdot 2y^3}{16y^2} = \frac{25}{8}y;$$

$$\text{в) } 6am^2 \cdot \frac{4a}{3m^3} = \frac{6am^2 \cdot 4a}{3m^3} = \frac{8a^2}{m}; \text{ г) } \frac{2b}{5a^3} \cdot 10a^2 = \frac{2b \cdot 10a^2}{5a^3} = \frac{4b}{a}$$

№ 112 (№ 112).

$$\text{а) } \frac{48x^5}{49y^4} \cdot \frac{7y^2}{16x^3} = \frac{48x^5 \cdot 7y^2}{49y^4 \cdot 16x^3} = \frac{3x^2}{7y^2}; \text{ б) } \frac{18m^3}{11n^3} \cdot \frac{22n^4}{9m^2} = \frac{18m^3 \cdot 22n^4}{11n^3 \cdot 9m^2} = 4mn.$$

$$в) (c) \frac{15p^4}{8q^6} \cdot \frac{16q^7}{25p^3} = \frac{15p^4 \cdot 16q^7}{8q^6 \cdot 25p^3} = \frac{6p}{5q},$$

$$в) (r) \frac{72x^4}{25y^5} \cdot \left(-\frac{2,5y^4}{27x^5} \right) = -\frac{72x^4 \cdot 2,5y^4}{25y^5 \cdot 27x^5} = -\frac{8 \cdot 25y^4}{3x \cdot 250y^5} = -\frac{8}{30xy} = -\frac{4}{15xy},$$

$$r) (d) \frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{21xy} = \frac{35ax^2 \cdot 8ab}{12b^2y \cdot 21xy} = -\frac{10a^2x}{9by^2};$$

$$e) (c) \frac{25x^3y^3}{14a^2b} \cdot \left(-\frac{21ab}{10x^2y^2} \right) = \frac{25x^3y^3 \cdot 21ab}{14a^2b \cdot 10x^2y^2} = \frac{15xy}{4a}.$$

$$\text{№ 113 (№ 113). a) (c) } \frac{14a^2b}{3x^3} \cdot \frac{8x^2}{21a^2b} = \frac{14a^2b \cdot 8x^2}{3x^3 \cdot 21a^2b} = \frac{16}{9x};$$

$$б) (c) \frac{9a^2}{25x^2y} \cdot \frac{5ax}{6y} = \frac{9a^2 \cdot 5ax}{25x^2y \cdot 6y} = \frac{3a^3}{10xy^2};$$

$$a) (b) \frac{10x^2y^2}{9a^2} \cdot \frac{27a^3}{5xy} = -\frac{6a^3x^2y^2}{a^2xy} = -6axy;$$

$$б) (r) \frac{2m^3}{35a^3b^2} \cdot \left(-\frac{7a^2b}{6m^3} \right) = -\frac{2m^3 \cdot 7a^2b}{35a^3b^2 \cdot 6m^3} = -\frac{1}{15ab};$$

$$в) (d) \frac{13x}{12mn^2} \cdot 4m^2n = \frac{13x \cdot 4m^2n}{12mn^2} = \frac{13mx}{3n};$$

$$r) (e) -ab \cdot \left(-\frac{11x^2}{3a^2b^2} \right) = \frac{11abx^2}{3a^2b^2} = \frac{11x^2}{3ab}.$$

$$\text{№ 114 (№ 114). a) } \frac{2a^2b}{3xy} \cdot \frac{3x^2y}{4ab^2} \cdot \frac{6ax}{15b^2} = \frac{2a^2b \cdot 3x^2y \cdot 6ax}{3xy \cdot 4ab^2 \cdot 15b^2} = \frac{a^2x^2}{5b^3};$$

$$б) \frac{6m^3n^2}{35p^3} \cdot \frac{49n^4}{m^5p^3} \cdot \frac{5m^4p^2}{42n^6} = \frac{6 \cdot 49 \cdot 5m^3m^4n^2n^4p^2}{35 \cdot 42m^5n^6p^3p^3} = \frac{m^2}{p^4}.$$

№ 115 (№ 115).

$$a) \left(\frac{x}{2y} \right)^3 = \frac{x^3}{8y^3}; \quad б) \left(\frac{3a}{c} \right)^4 = \frac{81a^4}{c^4}; \quad в) \left(\frac{n^2}{10m} \right)^3 = \frac{n^6}{1000m^3}; \quad r) \left(\frac{9a^3}{2b^2} \right)^2 = \frac{81a^6}{4b^4}$$

$$\text{№ 116 (№ 116). a) } \left(\frac{2a}{p^2q^3} \right)^4 = \frac{16a^4}{p^8q^{12}}; \quad б) \left(\frac{3a^2b^3}{s^4} \right)^2 = \frac{9a^4b^6}{s^8};$$

$$в) \left(-\frac{2a^2b}{3mn^3} \right)^2 = \frac{4a^4b^2}{9m^2n^6}; \quad r) \left(-\frac{3x^2}{2y^3} \right)^3 = -\frac{27x^6}{8y^9};$$

$$\text{№ 117 (№ 117) a) (c) } \left(\frac{x^3}{y^2} \right)^2 = \frac{x^6}{y^4}, \quad б) (c) \left(\frac{2a^2}{b^3} \right)^3 = \frac{8a^6}{b^9};$$

$$a) (B) \left(\frac{5a^3}{3b^2} \right)^4 = \frac{625a^{12}}{81b^8}; \quad б) (r) \left(\frac{2x^2}{3y^3} \right)^5 = \frac{32x^{10}}{243y^{15}},$$

$$д) (c) \left(\frac{x^2 y^4}{4m^3} \right)^5 = \frac{x^{10} y^{20}}{1024m^{15}}; \quad e) (c) \left(\frac{3a^2}{b^2 c} \right)^4 = \frac{81a^8}{b^8 c^4};$$

$$в) (ж) \left(-\frac{10m^2}{n^2 p} \right)^3 = -\frac{1000m^6}{n^6 p^3}; \quad r) (3) \left(-\frac{b^3 c^2}{8a^3} \right)^2 = \frac{b^6 c^4}{64a^6}$$

$$\text{№ 118. (н). } a^2 + \frac{25}{a^2} = \left(a - \frac{5}{a} \right)^2 + 10 = 2^2 + 10 = 14$$

$$\text{№ 119 (№ 118). a) } \frac{x^2 - xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x} = \frac{x(x-y)y^2}{yx} = (x-y)y;$$

$$б) \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{ab + b^2}{9} = \frac{3ab(a+b)}{9b^2} = \frac{(a+b)a}{3b};$$

$$в) \frac{m-n}{mn} \cdot \frac{2mn}{mn-m^2} = \frac{(m-n)2mn}{m(n-m)mn} = -\frac{2}{m};$$

$$г) \frac{4ab}{cx+dx} \cdot \frac{ax+bx}{2ab} = \frac{4abx(a+b)}{2abx(c+d)} = \frac{2(a+b)}{c+d};$$

$$д) \frac{ma-mb}{3n^2} \cdot \frac{2m}{nb-na} = \frac{(ma-mb)2m}{(nb-na)3n^2} = \frac{2m \cdot m(a-b)}{3n^2 n(b-a)} = -\frac{2m^2}{3n^3};$$

$$e) \frac{ax-ay}{5x^2 y^2} \cdot \left(-\frac{5xy}{by-bx} \right) = -\frac{5xy(ax-ay)}{5x^2 y^2 (by-bx)} = -\frac{a(x-y)}{xyb(y-x)} = \frac{a(x-y)}{bxy(x-y)} = \frac{a}{bxy}$$

$$\text{№ 120 (№ 119). a) } (3a-15b) \cdot \frac{8}{a^2-25b^2} = \frac{8 \cdot 3(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{24}{a+5b}$$

$$б) (x^2-4) \cdot \frac{2x}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)}{x+2}$$

$$в) \frac{y}{3y^2-12} \cdot (y^2-4y+4) = \frac{y(y-2)^2}{3(y^2-4)} = \frac{y(y-2)^2}{3(y-2)(y+2)} = \frac{y(y-2)}{3(y+2)}$$

$$г) \frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2} (a^2-9b^2) = \frac{2ab(a-3b)(a+3b)}{(a-3b)^2} = \frac{2ab(a+3b)}{a-3b}$$

$$\text{№ 121 (№ 120). a) (c) } \frac{kx+k^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x+k} = \frac{xk(x+k)}{x^2(x+k)} = \frac{k}{x};$$

$$б) (c) \frac{ax+ay}{xy^2} \cdot \frac{x^2 y}{3x+3y} = \frac{ax(x+y)}{3y(x+y)} = \frac{ax}{3y};$$

$$a) (B) \frac{xy}{a^2+a^3} \cdot \frac{a+a^2}{x^2 y^2} = \frac{xy(a+a^2)}{x^2 y^2 (a^2+a^3)} = \frac{a(1+a)}{a^2 xy(1+a)} = \frac{1}{axy}$$

$$6) \text{ (r)} \quad \frac{6a}{x^2-x} \cdot \frac{2x-2}{3ax} = \frac{6a \cdot (2x-2)}{3ax(x^2-x)} = \frac{2 \cdot 6(x-1)}{3x^2(x-1)} = \frac{4}{x^2}.$$

№ 122 (№ 121).

$$a) \text{ (c)} \quad \frac{x^2-y^2}{2xy} \cdot \frac{2x}{x+y} = \frac{2x(x^2-y^2)}{2xy(x+y)} = \frac{2x(x-y)(x+y)}{2xy(x+y)} = \frac{x-y}{y};$$

$$6) \text{ (c)} \quad \frac{4x^2}{x^2-9} \cdot \frac{3a-ax}{4x} = \frac{4x^2(3a-ax)}{4x(x^2-9)} = \frac{ax(3-x)}{(x-3)(x+3)} = -\frac{ax}{x+3};$$

$$a) \text{ (в)} \quad \frac{y^2-16}{10xy} \cdot \frac{5y}{3y+12} = \frac{5y(y^2-16)}{10xy(3y+12)} = \frac{5y(y-4)(y+4)}{10xy(3y+12)} =$$

$$= \frac{(y-4)(y+4)}{2 \cdot 3x(y+4)} = \frac{y-4}{6x};$$

$$6) \text{ (r)} \quad \frac{b-a}{a} \cdot \frac{3ab}{a^2-b^2} = \frac{3ab(b-a)}{a(a-b)(a+b)} = -\frac{3b}{a+b}.$$

$$\text{№ 123 (№ 122). a)} \quad \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{7a-7b}{a^2+a} = \frac{(a^2-1)(7a-7b)}{(a-b)(a^2+a)} = \frac{7(a-b)(a^2-1)}{(a-b)(a^2+a)} =$$

$$= \frac{7(a-1)(a+1)(a-b)}{a(a+1)(a-b)} = \frac{7(a-1)}{a};$$

$$6) \quad \frac{b^2+2bc}{b+3} \cdot \frac{5b+15}{b^2-4c^2} = \frac{(b^2+2bc)(5b+15)}{(b+3)(b^2-4c^2)} = \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b+3)(b^2-4c^2)} =$$

$$= \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b-2c)(b+2c)(b+3)} = \frac{5b}{b-2c};$$

$$в) \quad \frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} = \frac{(x+3)^2(x-2)(x+2)}{2(x-2) \cdot 3(x+3)} = \frac{(x+3)(x+2)}{6};$$

$$г) \quad \frac{(y-5)^2}{2y+12} \cdot \frac{y^2-36}{2y-10} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{(2y+12)(2y-10)} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} =$$

$$= \frac{(y-5)^2(y-6)(y+6)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} = \frac{(y-5)(y-6)}{4}.$$

№ 124 (№ 123).

$$a) \quad \frac{(5mn-m)(16m^2-n^2)}{(4m+n)(5n-1)} = \frac{m(5n-1)(4m-n)(4m+n)}{(5n-1)(4m+n)} = m(4m-n).$$

Найдем значение этого выражения при $m = \frac{1}{4}; n = -3$:

$$m(4m-n) = \frac{1}{4} \cdot \left(4 \cdot \frac{1}{4} + 3\right) = \frac{1}{4} \cdot (1+3) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1;$$

$$6) \quad \frac{(x+2)^2(2x+6)}{(3x+9)(x^2-4)} = \frac{2(x+2)^2(x+3)}{3(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)}.$$

Найдем значение этого выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(0,5+2)}{3(0,5-2)} = \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot (-1,5)} = -\frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot 1,5} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}$$

Найдем значение этого выражения при $x = -1,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(-1,5+2)}{3(-1,5-2)} = \frac{2 \cdot 0,5}{3 \cdot (-3,5)} = \frac{1}{-10,5} = -\frac{2}{21}$$

Ответ: а) 1; б) $-1\frac{1}{9}$; $-\frac{2}{21}$.

№ 125 (№ 124). а) (с) $\frac{x^2-1}{5xy} \cdot \frac{x^2y}{1+x} = \frac{x^2y(x-1)(x+1)}{5xy(1+x)} = \frac{x(x-1)}{5}$,

б) (с) $\frac{8n^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-4m}{6n} = \frac{8n^2(m^2-4m)}{6n(m^2-16)} = \frac{8mn(m-4)}{6(m^2-16)} = \frac{4nm(m-4)}{3(m-4)(m+4)} =$
 $= \frac{4nm}{3(m+4)}$;

а) (в) $\frac{a^2-b^2}{a^2-3a} \cdot \frac{2a-6}{(a+b)^2} = \frac{(2a-6)(a^2-b^2)}{(a^2-3a)(a+b)^2} = \frac{2(a-3)(a-b)(a+b)}{a(a-3)(a+b)(a+b)} = \frac{2(a-b)}{a(a+b)}$

б) (г) $\frac{bx+3b}{x^2-25} \cdot \frac{(x-5)^2}{ax+3a} = \frac{(bx+3b)(x-5)(x-5)}{(x-5)(x+5)(ax+3a)} = \frac{b(x+3)(x-5)}{a(x+5)(x+3)} = \frac{b(x-5)}{a(x+5)}$

№ 126 (№ 125).

а) $\frac{mx^2-my^2}{2m+8} \cdot \frac{3m+12}{my+mx} = \frac{(mx^2-my^2)(3m+12)}{(2m+8)(my+mx)} = \frac{3(mx^2-my^2)(m+4)}{(2m+8)(my+mx)} =$
 $= \frac{3m(x^2-y^2)(m+4)}{2m(m+4)(y+x)} = \frac{3(x-y)(x+y)(m+4)}{2(m+4)(x+y)} = \frac{3(x-y)}{2}$,

б) $\frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{7x+7y} = \frac{(ax+ay)(x^2-xy)}{(x^2-2xy+y^2)(7x+7y)} =$
 $= \frac{ax(x+y)(x-y)}{7(x-y)^2(x+y)} = \frac{ax(x-y)}{7(x-y)^2} = \frac{ax}{7(x-y)}$;

в) $\frac{x^3-y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x^3-y^3)(x^2-y^2)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} =$
 $= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x+y)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} = (x-y)^2$;

г) $\frac{a^2-1}{a^3+1} \cdot \frac{a^2-a+1}{a^2+2a+1} = \frac{(a^2-1)(a^2-a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)(a^2+2a+1)} =$
 $= \frac{(a-1)(a+1)}{(a+1)^3} = \frac{a-1}{(a+1)^2}$;

$$\text{д) (c) } \frac{b^3 - 8}{b^2 - 9} \cdot \frac{b + 3}{b^2 + 2b + 4} = \frac{(b - 2)(b^2 + 2b + 4)(b + 3)}{(b - 3)(b + 3)(b^2 + 2b + 4)} = \frac{b - 2}{b + 3};$$

$$\text{е) (c) } \frac{c^2 + 6c + 9}{c^3 + 27} \cdot \frac{c^2 - 3c + 9}{3c + 9} = \frac{(c + 3)^2(c^2 - 3c + 9)}{3(c + 3)(c^2 - 3c + 9)(c + 3)} = \frac{1}{3}.$$

№ 127 (№ 126).

$$\text{а) } \frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} \cdot \frac{x^2 - 16}{2x - 10} = \frac{(x - 5)^2 \cdot (x^2 - 16)}{(3x + 12) \cdot 2(x - 5)} = \frac{(x - 5)(x - 4)(x + 4)}{6(x + 4)} = \frac{(x - 4)(x - 5)}{6};$$

$$\text{б) } \frac{1 - a^2}{4a + 8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a} = \frac{(1 - a)(1 + a) \cdot (a + 2b)^2}{4 \cdot (a + 2b) \cdot (1 - a) \cdot 3} = \frac{(1 + a)(a + 2b)}{12};$$

$$\text{в) } \frac{y^2 - 25}{y^2 + 12y + 36} \cdot \frac{3y + 18}{2y + 10} = \frac{(y - 5)(y + 5) \cdot 3 \cdot (y + 6)}{(y + 6)^2 \cdot 2 \cdot (y + 5)} = \frac{3(y - 5)}{2(y + 6)};$$

$$\text{г) } \frac{b^3 + 8}{18b^2 + 27b} \cdot \frac{2b + 3}{b^2 - 2b + 4} = \frac{(b + 2)(b^2 - 2b + 4) \cdot (2b + 3)}{9b(2b + 3)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{b + 2}{9b}.$$

№ 128. (н). Пусть $\frac{a}{b} = \left(\frac{c}{d}\right)^2 = \frac{c^2}{d^2}$, тогда $ab = \frac{a}{b} \cdot b^2 = \frac{c^2}{d^2} \cdot b^2 = \left(\frac{cb}{d}\right)^2$.

Упражнения для повторения

№ 129 (№ 127). а) (с) $\frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{6a^2 + 2ab + 3ac + bc} =$

$$= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{2a(3a + b) + c(3a + b)} =$$

$$= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{(3a + b)(2a + 3c) - (2a + c)(2b - 3a) - 2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{6a^2 + 9ac + 2ab + 3bc - 4ab + 6a^2 - 2bc + 3ac - 6ac - 2bc}{(3a + b)(2a + c)} =$$

$$= \frac{12a^2 + 6ac - 2ab - bc}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a(2a + c) - b(2a + c)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{(2a + c)(6a - b)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a - b}{3a + b};$$

б) $\frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a^2 - ab + bc - ac} + \frac{a + 3b}{b - a} + \frac{a + 2c}{a - c} = \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a(a - b) - c(a - b)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} =$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{(a - b)(a - c)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} =$$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc - (a - c)(a + 3b) + (a - b)(a + 2c)}{(a - b)(a - c)} =$$

$$= \frac{a^2 - 4ac + 3bc - a^2 - 3ab + ac + 3bc + a^2 + 2ac - ab - 2bc}{(a-b)(a-c)} =$$

$$= \frac{a^2 - ac + 4bc - 4ab}{(a-b)(a-c)} = \frac{a(a-c) - 4b(a-c)}{(a-b)(a-c)} = \frac{(a-c)(a-4b)}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-4b}{a-b}$$

№ 130 (№ 128). Первые 30 км велосипедист проехал за $\frac{30}{v}$ ч; на втором этапе пути его скорость была $-(v+2)$ км/ч, значит он проехал его за $\frac{17}{v+2}$ ч. Тогда всего ему потребовалось:

$$\frac{30}{v} + \frac{17}{v+2} = \frac{30(v+2) + 17v}{v(v+2)} = \frac{47v+60}{v(v+2)}$$

а) Подставим $v=15$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v+60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 15 + 60}{15(15+2)} = \frac{705+60}{15 \cdot 17} = \frac{765}{255} = 3 \text{ (ч)}$$

б) Подставим $v=18$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v+60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 18 + 60}{18(18+2)} = \frac{846+60}{18 \cdot 20} = \frac{906}{360} \text{ (ч)} = 2 \text{ ч } 31 \text{ мин.}$$

№ 129. (с). На рисунке изображены графики данных функций.

Найдем координаты точки пересечения:

I. $A(1,5; 2,6)$ – из рисунка.

II. Найдем координаты точки пересечения графиков данных функций из уравнения:

$$1,2x+0,9 = -1,3x+4,4; \quad 1,2x+1,3x = 4,4-0,9;$$

$$2,5x = 3,5; \quad x = 3,5 : 2,5; \quad x = 1,4.$$

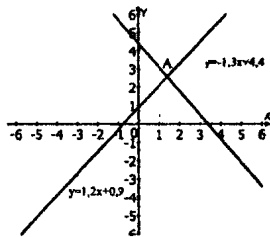
$$\text{Тогда } y = 1,2 \cdot 1,4 + 0,9;$$

$$y = 1,68 + 0,9; \quad y = 2,58; \quad \text{т.е. } A(1,4; 2,58).$$

Абсолютная погрешность приближенного значения абсциссы равна

$$|1,4 - 1,5| = |-0,1| = 0,1; \quad \text{абсолютная погрешность приближенного значения}$$

$$\text{ординаты равна } |2,58 - 2,6| = |-0,02| = 0,02.$$



№ 131 (№ 130). а) $3x + b = a; 3x = a - b; x = \frac{a-b}{3};$

б) $b - 7x = a - b; 7x = 2b - a; x = \frac{2b-a}{7};$

в) $\frac{x}{a} + 1 = b; \frac{x}{a} = b - 1; x = a(b - a);$

г) $b - \frac{x}{10} = a; 10b - x = 10a; x = 10b - 10a = 10(b - a).$

6. Деление дробей

№ 132 (№ 131). а) $\frac{5m}{6n} : \frac{15m^2}{8} = \frac{5m \cdot 8}{6n \cdot 15m^2} = \frac{40m}{90m^2n} = \frac{4m}{9m^2n} = \frac{4}{9mn};$

$$6) \frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2} = \frac{14 \cdot 2y^2}{9x^3 \cdot 7x} = \frac{14 \cdot 2y^2}{7 \cdot 9x^4} = \frac{4y^2}{9x^4}; \text{ B) } \frac{a^2}{12b} : \frac{ab}{36} = \frac{36a^2}{12b \cdot ab} = \frac{3a}{b^2}$$

$$r) \frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2} = \frac{3x \cdot 5a^2}{10a^3} = \frac{15xa^2}{10a^3} = \frac{3x}{2a};$$

$$д) \frac{11x}{4y^2} : (22x^2) = \frac{11x}{4y^2} : \frac{22x^2}{1} = \frac{11x \cdot 1}{4y^2 \cdot 22x^2} = \frac{1}{8xy^2};$$

$$e) 27a^3 : \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3}{1} : \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3 \cdot 7b^2}{18a^4} = \frac{21b^2}{2a};$$

$$ж) \frac{18c^4}{7d} : (9c^2d) = \frac{18c^4}{7d} : \frac{9c^2d}{1} = \frac{18c^4}{7d \cdot 9c^2d} = \frac{2c^2}{7d^2};$$

$$з) 35x^5y : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y}{1} : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y \cdot 34}{7x^3} = 170x^2y.$$

$$\text{№ 133 (№ 132). a) } \frac{6x^2}{5y} : \frac{3x}{10y^3} = \frac{6x^2 \cdot 10y^3}{3x \cdot 5y} = \frac{4x^2y^3}{xy} = 4xy^2;$$

$$6) (c) \frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} = \frac{(a+2)^2(4+b)^2}{(4-b^2)(4+b^2)(2-a)(2+a)} = ;$$

$$B) (c) \frac{12p^2}{7d^2} : \frac{6p^3}{35d^2} = \frac{12p^2 \cdot 35d^2}{7d^4 \cdot 6p^3} = \frac{10}{pd^2};$$

$$r) (c) -\frac{9y^2}{20x^3} : \frac{y^5}{16x} = -\frac{9y^2 \cdot 16x}{20x^3y^5} = -\frac{36 \cdot 4xy^2}{4 \cdot 5x^3y^5} = -\frac{36}{5x^2y^3};$$

$$6) \frac{8c}{21d^2} : \frac{6c^2}{7d} = \frac{8c}{21d^2} \cdot \frac{7d}{6c^2} = \frac{4}{3d \cdot 3c} = \frac{4}{9cd};$$

$$B) (д) \frac{3ab}{4xy} : \left(-\frac{21a^2b}{10x^2y} \right) = -\frac{3ab \cdot 10x^2y}{21a^2b \cdot 4xy} = -\frac{5x}{14a};$$

$$r) (e) -\frac{18a^2b^2}{5cd} : \left(-\frac{9ab^3}{5c^2d^4} \right) = \frac{18a^2b^2 \cdot 5c^2d^4}{5cd \cdot 9ab^3} = \frac{2acd^3}{b}.$$

$$\text{№ 134 (№ 133). a) } \frac{6x^2}{m^3n} : \frac{x}{3mn^2} = \frac{6x^2 \cdot 3mn^2}{xm^3n} = \frac{18x^2mn^2}{xm^3n} = \frac{18xn}{m^2};$$

$$6) \frac{35x^2y}{12ab} : \frac{7xy}{8ab^2} = \frac{35x^2y \cdot 8ab^2}{12ab \cdot 7xy} = \frac{10ab^2x^2y}{3abxy} = \frac{10bx}{3};$$

$$B) (c) \frac{a^2b^3}{11mn^2} : \left(-\frac{4ab^3}{33mn} \right) = \frac{a^2b^3 \cdot 33mn}{11mn^2 \cdot 4ab^3} = -\frac{3a^2b^3mn}{4ab^3mn^2} = -\frac{3a}{4n};$$

$$i) (c) -\frac{6xy^2}{5ab} : \left(\frac{9x^2y^2}{10ab} \right) = -\frac{6xy^2 \cdot 10ab}{5ab \cdot 9x^2y^2} = -\frac{4}{3x};$$

$$в) (д) \frac{8mx^2}{3y^3} : (4m^2x) = \frac{8mx^2}{3y^3} : \frac{4m^2x}{1} = \frac{8mx^2 \cdot 1}{3y^3 \cdot 4m^2x} = \frac{2x}{3my^3};$$

$$г) (е) 15a^2bx : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx}{1} : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx \cdot 30x^2}{a^3b^2} = \frac{450x^3}{ab}.$$

$$\text{№ 135 (№ 134). а) } \frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} \cdot \frac{5y}{3x} = \frac{3x^2 \cdot 2y^2 \cdot 5y}{5y^3 \cdot 9x^3 \cdot 3x} = \frac{2}{9x^3};$$

$$б) \frac{7p^4}{10q^3} \cdot \frac{5q}{14p^2} : \frac{3p}{4q^4} = \frac{7p^4 \cdot 5q \cdot 4q^4}{10q^3 \cdot 14p^2 \cdot 3p} = \frac{pq^2}{3};$$

$$в) (с) \frac{2ab}{3c^2d} : \frac{2cd^2}{9ab} : \frac{a^2b}{c^3d} = \frac{2ab \cdot 9ab \cdot c^3d}{3c^2d \cdot 2cd^2 \cdot a^2b} = \frac{3a^2b^2c^3d}{a^2bc^3d^3} = \frac{3b}{d^2};$$

$$г) (с) \frac{8x^2y}{7ab^2} : \frac{4xy^2}{7a^2b} : \frac{2x^2y}{ab} = \frac{8x^2y \cdot 7a^2b \cdot ab}{7ab^2 \cdot 4xy^2 \cdot 2x^2y} = \frac{a^3b^2x^2y}{ab^2x^3y^3} = \frac{a^2}{xy^2}.$$

$$\text{№ 136 (№ 135). а) } \frac{11m^4}{6n^2} \cdot \frac{5m}{6n^3} : \frac{11n^3}{12m^3} = \frac{11m^4 \cdot 5m \cdot 12m^3}{6n^2 \cdot 6n^3 \cdot 11n^3} = \frac{10m^8}{6n^8} = \frac{5m^8}{3n^8};$$

$$б) \frac{8x^3}{7y^3} : \frac{4x^4}{49y^2} : \frac{7x}{y^2} = \frac{8x^3 \cdot 49y^2 \cdot y^2}{7y^3 \cdot 4x^4 \cdot 7x} = \frac{2y}{x^2};$$

$$в) (с) \frac{4c^3d^2}{9a^3x^3} : \frac{2cd^2}{3a^2x} : \frac{2cd}{3a^2x^2} = \frac{4c^3d^2 \cdot 3a^2x \cdot 3a^2x^2}{9a^3x^3 \cdot 2cd^2 \cdot 2cd} = \frac{ac}{d};$$

$$г) (с) \frac{2ax}{yz} : \frac{3bx}{ay} \cdot \frac{9b^2z}{8a^2xy} = \frac{2ax \cdot ay \cdot 9b^2z}{yz \cdot 3bx \cdot 8a^2xy} = \frac{3a^2xyb^2z}{4a^2x^2y^2bz} = \frac{3b}{4xy}.$$

$$\text{№ 137 (№ 136). а) } \frac{m^2 - 3m}{8x^2} : \frac{3m}{8x} = \frac{m(m-3) \cdot 8x}{3m \cdot 8x^2} = \frac{m-3}{3x};$$

$$б) \frac{5a^2}{6b^3} : \frac{a^3}{ab-b^2} = \frac{5 \cdot b(a-b)}{6ab^3} = \frac{5(a-b)}{6ab^2};$$

$$в) \frac{x^2 + x^3}{11a^2} : \frac{4+4x}{a^3} = \frac{a^3(x^2 + x^3)}{11a^2(4+4x)} = \frac{ax^2(1+x)}{11 \cdot 4(1+x)} = \frac{ax^2}{44};$$

$$г) \frac{6ax}{m^2 - 2m} : \frac{8ax}{3m-6} = \frac{6ax(3m-6)}{8ax(m^2 - 2m)} = \frac{3 \cdot 3(m-2)}{4m(m-2)} = \frac{9}{4m};$$

$$д) \frac{a^2 - 3ab}{3b} : (7a - 21b) = \frac{a(a-3b)}{3 \cdot 7b(a-3b)} = \frac{a}{21b};$$

$$е) (x^2 - 4y^2) : \frac{5x-10y}{x} = \frac{(x^2 - 4y^2)}{1} : \frac{5x-10y}{x} = \frac{(x-2y)(x+2y)x}{5(x-2y)} = \frac{x(x+2y)}{5};$$

$$ж) (2a-b)^2 : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{(2a-b)^2}{1} : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{3(2a-b)^2}{a(4a^2 - b^2)} =$$

$$= \frac{3(2a-b)^2}{a(2a-b)(2a+b)} = \frac{3(2a-b)}{a(2a+b)};$$

$$3) (10m-15n) \cdot \frac{(2m-3n)^2}{2m} = \frac{(10m-15n)}{1} \cdot \frac{(2m-3n)^2}{2m} =$$

$$= \frac{5(2m-3n)2m}{(2m-3n)(2m-3n)} = \frac{10m}{(2m-3n)}.$$

№ 138 (№ 137).

$$a) (c) \frac{x^2-4y^2}{xy} : \frac{x^2-2xy}{3y} = \frac{(x^2-4y^2)3y}{(x^2-2xy)xy} = \frac{3y(x-2y)(x+2y)}{yx^2(x-2y)} = \frac{3(x+2y)}{x^2}.$$

$$b) (c) \frac{ab^2}{a^2-1} : \frac{5b}{a-a^2} = \frac{a \cdot ab^2(1-a)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b^2(a-1)}{5b(a-1)(a+1)} = -\frac{a^2b}{5(a+1)};$$

$$b) (c) \frac{a^2-3a}{a^2-25} : \frac{a^2-9}{a^2+5a} = \frac{(a^2-3a)(a^2+5a)}{(a^2-2)(a^2-9)} =$$

$$= \frac{a \cdot a(a-3)(a+5)}{(a-5)(a+5)(a-3)(a+3)} = \frac{a^2}{(a-5)(a+3)};$$

$$r) (c) \frac{3m^2-3n^2}{m^2+mp} : \frac{6m-6n}{p+m} = \frac{(3m^2-3n^2)(p+m)}{(m^2+mp)(6m-6n)} =$$

$$= \frac{3(m-n)(m+n)(m+p)}{3 \cdot 2m(m+p)(m-n)} = \frac{m+n}{2m};$$

$$a) (d) (x+3y):(x^2-9y^2) = \frac{(x+3y)}{1} : \frac{(x^2-9y^2)}{1} =$$

$$= \frac{x+3y}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{1}{x-3y};$$

$$b) (e) (a^2-6ab+9b^2):(a^2-9b^2) = \frac{(a-3b)^2}{1} : \frac{(a^2-9b^2)}{1} =$$

$$= \frac{(a-3b)^2}{a^2-9b^2} = \frac{(a-3b)^2}{(a-3b)(a+3b)} = \frac{a-3b}{a+3b};$$

$$b) \frac{x^2-49y^2}{49y^2+14xy+x^2} = \frac{(x-7y)(x+7y)}{(x+7y)^2} = \frac{x-7y}{x+7y};$$

$$r) \frac{(m-4n)^2}{32n^2-2m^2} = \frac{(m-4n)^2}{2 \cdot (4n-m)(4n+m)} = \frac{4n-m}{8n+2m}.$$

$$\text{№ 139 (№ 138). a) } \frac{x^2-xy}{9y^2} : \frac{2x}{3y} = \frac{x(x-y)3y}{2x \cdot 9y^2} = \frac{x-y}{6y};$$

$$b) \frac{2a^3-a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3} = \frac{(2a^3-a^2b)9b^3}{36b^2(2a-b)} = \frac{a^2(2a-b)b}{4(2a-b)} = \frac{a^2b}{4};$$

$$b) (m^2-16n^2) : \frac{3m+12n}{mn} = \frac{(m^2-16n^2)}{1} \cdot \frac{3m+12n}{mn} =$$

$$= \frac{mn(m-4n)(m+4n)}{3(m+4n)} = \frac{mn(m-4n)}{3};$$

$$r) (c) (x^2 - 25y^2) : (x^2 + 10xy + 25y^2) = \frac{x^2 - 25y^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} =$$

$$= \frac{(x-5y)(x+5y)}{(x+5y)^2} = \frac{x-5y}{x+5y};$$

$$д) (c) \frac{c^2 + 4c}{c^2 - 4} : \frac{3c + 12}{c - 2} = \frac{(c^2 + 4c)(c - 2)}{(c^2 - 4)(3c + 12)} =$$

$$= \frac{c(c+4)(c-2)}{3(c+4)(c-2)(c+2)} = \frac{c}{3(c+2)};$$

$$г) (e) \frac{9p^2 - 1}{pq - 2q} : \frac{1 - 3p}{3p - 6} = \frac{(9p^2 - 1)(3p - 6)}{(pq - 2q)(1 - 3p)} = \frac{3(9p^2 - 1)(p - 2)}{q(p - 2)(1 - 3p)} =$$

$$= \frac{3(3p - 1)(3p + 1)(p - 2)}{-q(p - 2)(3p - 1)} = -\frac{3(3p + 1)}{q}.$$

№ 140 (№ 139).

$$a) \frac{4x^2 - 4x}{x + 3} : \frac{(2x - 2)}{1} = \frac{4x^2 - 4x}{(2x - 2)(x + 3)} = \frac{4x(x - 1)}{2(x - 1)(x + 3)} = \frac{2x}{x + 3}$$

подставим $x = 2,5$, получим: $\frac{2x}{x + 3} = \frac{2 \cdot 2,5}{2,5 + 3} = \frac{5}{5,5} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11}$

подставим $x = -1$, получим: $\frac{2x}{x + 3} = \frac{2 \cdot (-1)}{-1 + 3} = \frac{-2}{2} = -1$

$$б) \frac{(3a + 6b)}{1} : \frac{2a^2 - 8b^2}{a + b} = \frac{(3a + 6b)(a + b)}{2a^2 - 8b^2} = \frac{3(a + 2b)(a + b)}{2(a^2 - 4b^2)} =$$

$$= \frac{3(a + 2b)(a + b)}{2(a - 2b)(a + 2b)} = \frac{3(a + b)}{2(a - 2b)}; \text{ подставим } a = 26, \text{ получим}$$

$$\frac{3(a + b)}{2(a - 2b)} = \frac{3(26 - 12)}{2(26 - 2(-12))} = \frac{3 \cdot 14}{2(26 + 24)} = \frac{42}{2 \cdot 50} = \frac{42}{100} = 0,42$$

Ответ: а) $\frac{10}{11}$; -1; б) 0,42.

$$\text{№ 141 (№ 140). а) } \frac{3x + 6y}{x^2 - y^2} : \frac{5x + 10y}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{(3x + 6y)(x^2 - 2xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(5x + 10y)} =$$

$$= \frac{3(x + 2y)(x - y)^2}{5(x - y)(x + y)(x + 2y)} = \frac{3(x - y)}{5(x + y)};$$

$$б) \frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} = \frac{(a + 2)^2(4 + b^2)}{(4 - b^2)(4 + b^2)(2 - a)(2 + a)} = \frac{a + 2}{(4 - b^2)(2 - a)}.$$

$$в) (c) \frac{a^2 + ax + x^2}{ax + 2ay} : \frac{a^3 - x^3}{bx + 2by} = \frac{b(a^2 + ax + x^2)(x + 2y)}{a(x + 2y)(a - x)(a^2 + ax + x^2)} = \frac{b}{a(a - x)}$$

$$\begin{aligned} \text{r) (c)} \quad \frac{4m^2 - 25n^2}{m^3 + 8} : \frac{2m + 5n}{m^2 - 2m + 4} &= \frac{(4m^2 - 25n^2)(m^2 - 2m + 4)}{(m^3 + 8)(2m + 5n)} = \\ &= \frac{(2m + 5n)(2m - 5n)(m^2 - 2m + 4)}{(m + 2)(m^2 - 2m + 4)(2m + 5n)} = \frac{2m - 5n}{m + 2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 142 (№ 141). a) (c)} \quad \frac{m^2 + 6m + 9}{2x^2y} : \frac{am + 3a}{4xy} &= \frac{(m^2 + 6m + 9)4xy}{(am + 3a)2x^2y} = \\ &= \frac{(m + 3)^2 4xy}{a(m + 3)2x^2y} = \frac{2(m + 3)}{ax}; \end{aligned}$$

$$\text{б) (c)} \quad \frac{ab^3}{7 - 7p} : \frac{a^2b^2}{1 - 2p + p^2} = \frac{ab^3(1 - 2p + p^2)}{(7 - 7p)a^2b^2} = \frac{b^2(1 - p)^2}{7(1 - p)ab} = \frac{b(1 - p)}{7a}$$

$$\begin{aligned} \text{a) (в)} \quad \frac{a^2 + ax + x^2}{x - 1} : \frac{a^3 - x^3}{x^2 - 1} &= \frac{(a^2 + ax + x^2)(x^2 - 1)}{(x - 1)(a^3 - x^3)} = \\ &= \frac{(x - 1)(x + 1)(a^2 + ax + x^2)}{(x - 1)(a - x)(a^2 + ax + x^2)} = \frac{x + 1}{a - x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) (г)} \quad \frac{ap^2 - 9a}{p^3 - 8} : \frac{p + 3}{2p - 4} &= \frac{(ap^2 - 9a)(2p - 4)}{(p^3 - 8)(p + 3)} = \frac{a(p^2 - 9)(2p - 4)}{(p^3 - 8)(p + 3)} = \\ &= \frac{2a(p - 3)(p + 3)(p - 2)}{(p - 2)(p^2 + 2p + 4)(p + 3)} = \frac{2a(p - 3)}{p^2 + 2p + 4}. \end{aligned}$$

$$\text{№ 143. (н).} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}; \quad c = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{a + b}{ab}} = \frac{ab}{a + b};$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{a} = \frac{a - c}{ac}; \quad b = \frac{ac}{a - c}.$$

Упражнения для повторения

№ 144 (№ 142).

$$\begin{aligned} \text{a} \quad \frac{2b}{2b + 3} + \frac{5}{3 - 2b} - \frac{4b^2 + 9}{4b^2 - 9} &= \frac{2b}{2b + 3} - \frac{5}{2b - 3} - \frac{4b^2 + 9}{(2b - 3)(2b + 3)} = \\ &= \frac{2b(2b - 3) - 5(2b + 3) - (4b^2 + 9)}{(2b - 3)(2b + 3)} = \frac{4b^2 - 6b - 10b - 15 - 4b^2 - 9}{(2b - 3)(2b + 3)} = \\ &= -\frac{8(2b + 3)}{(2b - 3)(2b + 3)} = -\frac{8}{2b - 3} = \frac{8}{3 - 2b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{c + 6b}{ac + 2bc - 6ab - 3a^2} + \frac{2b}{a^2 + 2ab} - \frac{b}{ac - 3a^2} &= \\ &= \frac{c + 6b}{c(a - 2b) - 3a(2b + a)} + \frac{2b}{a(a + 2b)} - \frac{b}{a(c - 3a)} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{c+6b}{(a+2b)(c-3a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
 &= \frac{a(c+6b) + 2b(c-3a) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
 &= \frac{ac + 6ba + 2bc - 6ab - ab - 2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{ac + 2bc - ab - 2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
 &= \frac{c(a+2b) - b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{(a+2b)(c-b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{c-b}{a(c-3a)}.
 \end{aligned}$$

№ 145 (№ 143). Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда $(10 - x)$ км/ч – скорость лодки против течения; 45 мин = $\frac{3}{4}$ ч; за $\frac{3}{4}$ ч лодка прошла – $\frac{3}{4}(10 - x)$ км; $(3 \cdot x)$ км – лодка прошла обратно до пристани после того, как испортился мотор. Получаем уравнение:

$$\frac{3}{4}(10 - x) = 3x; \quad \frac{30}{4} - \frac{3}{4}x = 3x; \quad \frac{30}{4} = \frac{15}{4}x; \quad x = \frac{30}{4} : \frac{15}{4} = 2. \quad \text{Ответ: 2 км/ч.}$$

№ 146 (№ 144). а) $2cy = ab; c = \frac{ab}{2y}$; б) $2cy = ab; a = \frac{2cy}{b}$.

№ 145. (с). а) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac = ab; c(a+b) = ab; c = \frac{ab}{a+b}$;

б) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac = ab$;

$$bc - ab = -ac; b(c - a) = -ac;$$

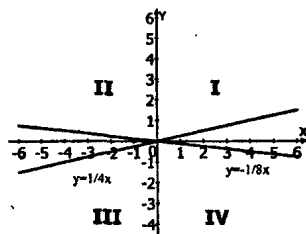
$$b = -\frac{ac}{c-a}; b = \frac{ac}{a-c}.$$

№ 147 (№ 146).

На рисунке изображены графики данных функций.

При $k > 0$ график в I и III четвертях;

При $k < 0$ график во II и IV четвертях.



7. Преобразование рациональных выражений

№ 148 (№ 147).

$$а) \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) = \frac{x^2 - y^2}{xy^2} : \frac{x+y}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)xy}{(x+y)xy^2} = \frac{x-y}{y};$$

$$\begin{aligned}
 б) \left(\frac{a}{m^2} + \frac{a^2}{m^3} \right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a} \right) &= \frac{am + a^2}{m^3} : \frac{m^2 + am}{a^2} = \\
 &= \frac{a^2(am + a^2)}{m^3(m^2 + am)} = \frac{a^2 \cdot a(m+a)}{m^3 \cdot m(m+a)} = \frac{a^3}{m^4};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \frac{ab+b^2}{3} : \frac{b^3}{3a} + \frac{a+b}{b} &= \frac{3a(ab+b^2)}{3b^3} + \frac{a+b}{b} = \\ &= \frac{ab(a+b)}{b^3} + \frac{a+b}{b} = \frac{a^2+ab+ab+b^2}{b^2} = \frac{(a+b)^2}{b^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad \frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} : \frac{x^2-xy}{5y} &= \frac{x-y}{x} - \frac{5y(x^2-xy)}{5x^2y} = \\ &= \frac{x-y}{x} - \frac{5yx(x-y)}{5x^2y} = \frac{x-y}{x} - \frac{x-y}{x} = 0. \end{aligned}$$

$$\text{№ 149 (№ 148). a)} \quad \left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) \cdot \frac{1+x}{2x-1} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x+1)(2x-1)} = \frac{2x+1}{2x-1};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y} \right) &= \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(\frac{1-y-1}{1-y} \right) = \\ &= -\frac{5y^2(1-y)}{y(1-y^2)} = -\frac{5y(1-y)}{(-y)(1+y)} = -\frac{5y}{1+y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \left(\frac{4a}{2-a} - a \right) : \frac{a+2}{a-2} &= \left(\frac{4a-a(2-a)}{2-a} \right) : \frac{a+2}{a-2} = \\ &= \frac{4a-2a+a^2}{2-a} : \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a^2+2a)(a-2)}{(2-a)(a+2)} = -a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x} \right) &= \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(\frac{x(2-x)+x}{2-x} \right) = \frac{(x-2)(2x-x^2+x)}{(x-3)(2-x)} = \\ &= \frac{-(x-2)(x^2-3x)}{-(x-3)(x-2)} = \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-2)} = x. \end{aligned}$$

№ 150 (№ 149).

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5} &= \frac{(2m+1)^2 - (2m-1)^2}{(2m-1)(2m+1)} : \frac{4m}{10m-5} = \\ &= \frac{(4m^2+4m+1-4m^2+4m-1)(10m-5)}{(2m-1)(2m+1) \cdot 4m} = \frac{8m(10m-5)}{4m(2m-1)(2m+1)} = \frac{10}{2m+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} \right) &= \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x^2+6x+9+x^2-6x+9}{(x-3)(x+3)} \right) = \\ &= \frac{(x+3)(2x^2+18)}{(x^2+3)(x-3)(x+3)} = \frac{2(x^2+9)}{(x-3)(x^2+3)}. \end{aligned}$$

№ 151 (№ 150).

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{a^2-9}{2a^2+1} : \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3} \right) &= \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a^2+18a+a+3+6a^2-18a-a+3}{(a-3)(a+3)} \right) = \\ &= \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{12a^2+6}{(a-3)(a+3)} \right) = \frac{6(a-3)(a+3)(2a^2+1)}{(2a^2+1)(a-3)(a+3)} = 6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y} \right) : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\
 & = \frac{(5x+y)(x+5y) + (x-5y)(5x-y)}{(x-5y)(x+5y)} : \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\
 & = \frac{(5x^2+25xy+xy+5y^2+5x^2-xy-25xy+5y^2)(x^2-25y^2)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = \\
 & = \frac{10(x^2+y^2)(x-5y)(x+5y)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = 10.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 151. (c.) a)} & \left(\frac{a}{b^2-ab} + \frac{b}{a^2-ab} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \left(\frac{a}{b(b-a)} + \frac{b}{a(a-b)} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \\
 & = \frac{a^2-b^2}{ab(b-a)} \cdot \frac{ab}{b-a} = \frac{(a-b)(a+b)ab}{ab(b-a)(b-a)} = \frac{ab(a-b)(a+b)}{ab(a-b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \left(\frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} \right) : \frac{x^2-y^2}{8xy} = \\
 & = \frac{(x^2-y^2)8xy}{(x^2-y^2)xy(x-y)} = \frac{8}{x-y};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} & \left(\frac{4p-8}{p^3-2p^2} - \frac{q+2}{q^3+2q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \left(\frac{4(p-2)}{p^2(p-2)} - \frac{q+2}{q^2(q+2)} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \\
 & = \left(\frac{4}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{4q^2-p^2}{p^2q^2} \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{(2q-p)(2q+p)}{(2q-p)pq^2} = \frac{2q+p}{pq^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{r)} & \left(\frac{a-7b}{ab-b^2} + \frac{7a+b}{a^2-ab} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \left(\frac{a-7b}{b(a-b)} + \frac{7a+b}{a(a-b)} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \frac{a(a-7b)+b(7a+b)}{ab(a-b)} : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \frac{(a^2-7ab+7ab+b^2)(a-b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)} = \frac{1}{ab}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 152 (№ 152). a)} & \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2+5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a(a+3)(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \\
 & = \frac{a-5}{a(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{(a-3)(a-5) - (a+3)(a+5)}{a(a+3)(a-3)} = \\
 & = \frac{a^2-5a-3a+15 - a^2-5a-3a-15}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16a}{a(a+3)(a-3)} = \frac{16}{9-a^2};
 \end{aligned}$$

$$6) \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x+2} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{(x^2+3x)(4x+2)}{(4x^2-1)(3+x)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x(x+3)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)(x+3)} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x}{2x-1} = \\
 &= \frac{-(2x-1)(2x-1) + 2x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{-4x^2 + 4x - 1 + 4x^2 + 2x}{4x^2 - 1} = \frac{6x-1}{4x^2-1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{B)} \quad & \frac{b-c}{a+b} - \frac{ab-b^2}{a^2-ac} \cdot \frac{a^2-c^2}{a^2-b^2} = \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a-b)(a-c)(a+c)}{a(a-c)(a-b)(a+b)} = \\
 &= \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a+c)}{a(a+b)} = \frac{a(b-c) - b(a+c)}{a(a+b)} = \\
 &= \frac{ab-ac-ab-bc}{a(a+b)} = \frac{-c(a+b)}{a(a+b)} = -\frac{c}{a};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Г)} \quad & \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a^2-2a}{xy+3y} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a(a-2)}{y(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
 &= \frac{y(a^2-4)(x+3)}{a(a-2)(x-3)(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a-2)(a+2)}{a(a-2)(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
 &= \frac{y(a+2)}{a(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a+2) + a(2-y)}{a(x-3)} = \frac{ay+2y+2a-ay}{a(x-3)} = \\
 &= \frac{2y+2a}{a(x-3)} = \frac{2(a+y)}{a(x-3)}.
 \end{aligned}$$

№ 153 (№ 153).

$$\begin{aligned}
 \text{a) (c)} \quad & \left(2x+1 - \frac{1}{1-2x}\right) : \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1}\right) = \left(\frac{2x+1}{1} + \frac{1}{2x-1}\right) : \left(\frac{2x}{1} - \frac{4x^2}{2x-1}\right) = \\
 &= \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x-1} : \frac{2x(2x-1)-4x^2}{2x-1} = \frac{4x^2-1+1}{2x-1} : \frac{4x^2-2x-4x^2}{2x-1} = \\
 &= \frac{-4x^2(2x-1)}{2x(2x-1)} = -2x; \quad \text{б) (c)} \quad \left(\frac{pq}{p^2-q^2} + \frac{q}{q-p}\right) : \left(p-q + \frac{4q^2-p^2}{p+q}\right) = \\
 &= \left(\frac{pq}{(p-q)(p+q)} - \frac{q}{p-q}\right) : \left(\frac{p-q}{1} + \frac{4q^2-p^2}{p+q}\right) = \\
 &= \frac{pq - q(p+q)}{(p-q)(p+q)} : \frac{(p+q)(p-q) + 4q^2 - p^2}{p+q} = \\
 &= \frac{(pq - pq - q^2)}{(p-q)(p^2 - q^2 + 4q^2 - p^2)} = \frac{-q^2}{(p-q)3q^2} = \frac{1}{3(q-p)};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) (B)} \quad & (a^2+2a+1) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}\right) = \\
 &= (a+1)^2 \left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{(a+1)(a-1)} - \frac{1}{a-1}\right) =
 \end{aligned}$$

$$= (a+1)^2 \frac{a-1+1-a-1}{(a+1)(a-1)} = -\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a+1}{a-1};$$

$$\begin{aligned} \text{б) (r)} \left(1 - \frac{9x^2+4}{12x}\right) : \left(\frac{1}{3x} - \frac{1}{2}\right) + 1 &= \left(\frac{12x-9x^2-4}{12x} : \frac{2-3x}{6x}\right) + 1 = \\ &= \frac{-6(9x^2-12x+4)}{12x(2-3x)} + 1 = \frac{(3x-2)^2}{2(3x-2)} + 1 = \frac{3x-2}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 1 + 1 = \frac{3x}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) (д)} 1 - \left(\frac{2}{a-2} - \frac{2}{a+2}\right) \cdot \left(a - \frac{3a+2}{4}\right) &= \\ &= 1 - \left(\frac{2(a+2) - 2(a-2)}{(a-2)(a+2)}\right) \cdot \left(\frac{4a - 3a - 2}{4}\right) = \\ &= 1 - \left(\frac{2a+4-2a+4}{(a-2)(a+2)}\right) \cdot \frac{a-2}{4} = 1 - \frac{8(a-2)}{4(a-2)(a+2)} = \\ &= 1 - \frac{2}{a+2} = \frac{a+2-2}{a+2} = \frac{a}{a+2}; \text{ r) (e)} (y^2-4) \cdot \left(\frac{3}{y+2} - \frac{2}{y-2}\right) + 5 = \\ &= (y-2)(y+2) \cdot \left(\frac{3y-6-2y-4}{(y+2)(y-2)}\right) + 5 = y-10+5 = y-5. \end{aligned}$$

№ 154 (№ 154).

$$\begin{aligned} \text{а)} \left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y}\right) \cdot \left(x - \frac{x^2+y^2}{x+y}\right) &= \left(\frac{x-y+2y}{y(x-y)}\right) \cdot \left(\frac{x(x+y)-x^2-y^2}{x+y}\right) = \\ &= \left(\frac{x+y}{y(x-y)}\right) \cdot \left(\frac{x^2+xy-x^2-y^2}{x+y}\right) = \frac{(xy-y^2)}{y(x-y)} = \frac{y(x-y)}{y(x-y)} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(a+b - \frac{2ab}{a+b}\right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a}\right) &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a(a+b)} = \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a+b} : \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{(a^2 + b^2)(a+b)} = a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (x^2-1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1\right) &= (x^2-1) \cdot \left(\frac{x+1-x+1+x^2-1}{(x-1)(x+1)}\right) = \\ &= \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)} = x^2+1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \left(m+1 - \frac{1}{1-m}\right) : \left(m - \frac{m^2}{m-1}\right) &= \frac{(m+1)(1-m) - 1}{1-m} : \frac{m(m-1) - m^2}{m-1} = \\ &= \frac{-(m+1)(m-1) - 1}{-(m-1)} : \frac{m^2 - m - m^2}{m-1} = -\frac{(-m^2+1-1)(m-1)}{m(m-1)} = \frac{m^2(m-1)}{m(m-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{y^2-x^2} + \frac{1}{x^2+2xy+y^2} \right) = \frac{4xy}{y^2-x^2} : \left(\frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(x+y)^2} \right) = \\
 & = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{x+y+y-x}{(y-x)(y+x)^2} = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} : \frac{2y}{(y-x)(y+x)^2} = \\
 & = \frac{4xy(y-x)(y+x)^2}{(y-x)(y+x)2y} = 2x(y+x);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{1}{x^2-4y^2} : \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(2y-x)^2}{(x-2y)(x+2y)(x+2y)} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(x-2y)}{(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{(x+2y)(x-2y) - x(x-2y)}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
 & = \frac{x^2-4y^2-x^2+2xy}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \frac{-2y(2y-x)(x+2y)^2}{4y^2x(x+2y)^2} = \\
 & = \frac{(x-2y)(x+2y)^2}{2yx(x+2y)^2} = \frac{x-2y}{2xy};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \text{с)} \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right) = \\
 & = \frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{(a+n)^2} : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{(a-n)(a+n)} \right) = \\
 & = \frac{a^2(a+n) - a^3}{(a+n)^2} : \left(\frac{a^2 - an - a^2}{(a+n)(a-n)} \right) = \frac{a^2n(a+n)(a-n)}{an(a+n)^2} = \frac{a(n-a)}{a+n};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} \quad & \text{с)} \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right) = \\
 & = \frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{(2a+b)^2} : \left(\frac{2a}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{1}{2a-b} \right) = \\
 & = \frac{2a(2a+b) - 4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{2a-2a-b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{4a^2+2ab-4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{(-b)}{(2a-b)(2a+b)} =
 \end{aligned}$$

$$= -\frac{2ab(2a-b)(2a+b)}{(2a+b)^2b} = -\frac{2a(2a-b)}{2a+b} = \frac{2a(b-2a)}{2a+b}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 156 (№ 156). a)} & \frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} \cdot \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1)^2(x-2)(x+2)} \cdot \frac{3}{x-2} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} \cdot \frac{3}{x-2} = \\ & = \frac{3-3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3-3x+3}{(x-1)(x-2)} = \frac{3(2-x)}{(x-1)(x-2)} = -\frac{3}{x-1} = \frac{3}{1-x}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & \frac{a-2}{4a^2+16a+16} : \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a^2+4}{2a^2-8} - \frac{2}{a^2+2a} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \left(\frac{a}{2(a-2)} - \frac{a^2+4}{2(a-2)(a+2)} - \frac{2}{a(a+2)} \right) = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^2(a+2) - a(a^2+4) - 4(a-2)}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{a^3+2a^2-a^3-4a-4a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2a^2-8a+8}{2a(a-2)(a+2)} = \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \frac{2(a-2)^2}{2a(a-2)(a+2)} = \\ & = \frac{a(a-2)(a-2)(a+2)}{(2a+4)^2(a-2)^2} = \frac{a(a+2)}{(2a+4)(2a+4)} = \frac{a}{4(a+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \text{ (c)} & \left(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9} - \frac{3y+9}{y^2-9} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \left(\frac{y^2-3y}{(y-3)^2} - \frac{3y+9}{(y-3)(y+3)} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \\ & = \frac{y(y-3)(y+3) - 3(y+3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \left(\frac{y-3}{y} \right) = \\ & = \frac{(y+3)(y-3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y-3}{y}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 157. (c). a)} & \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \left(\frac{a-1}{3a+a^2-2a+1} - \frac{1-3a+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \frac{a^2-2a+1-a^2+3a-1-a^2-a-1}{(a-1)(a^2+a+1)} : \frac{a^2+1}{1-a} = \\ & = \frac{(-a^2-1)(1-a)}{(a-1)(a^2+a+1)(a^2+1)} = \frac{1}{a^2+a+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right) = \\
 & = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(\frac{x(x+1)-2x+1}{x+1} \right) = \\
 & = \frac{x^2-x+1-3+3x+3}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2+x-2x+1}{x+1} = \\
 & = \frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2(x^2-x+1)}{(x+1)(x+1)(x^2-x+1)} = 1.
 \end{aligned}$$

№ 157. (н).

$$\begin{aligned}
 (0,5(a-1)^2 - 18) \left(\frac{a+5}{a-7} + \frac{a-7}{a+5} \right) & = \frac{(a-1)^2 - 36}{2} \cdot \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{(a-7)(a+5)} = \\
 & = \frac{(a+5)(a-7)}{2} \cdot \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{(a-7)(a+5)} = \frac{(a+5)^2 + (a-7)^2}{2} = \\
 & = \frac{2a^2 - 4a + 74}{2} = a^2 - 2a + 37 = (a-1)^2 + 36.
 \end{aligned}$$

Это выражение принимает наименьшее значение, равное 36, при $a = 1$.

№ 158. (н). $\frac{81}{(0,5b+9)^2 + (0,5b-9)^2} = \frac{81}{0,5b^2 + 162}$. Это выражение при-

нимает наибольшее значение при $b = 0$ и это значение равно $\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned}
 \text{№ 159 (№ 158). а)} & \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{p^2-q^2}{qp} = \\
 & = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{(p-q)(p+q)}{qp} = \frac{2p-q}{pq} - \frac{(p-q)(p+q)}{pq(p+q)} = \\
 & = \frac{2p-q}{pq} - \frac{p-q}{pq} = \frac{2p-q-p+q}{pq} = \frac{p}{pq} = \frac{1}{q}; \text{ что и требовалось доказать.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) & \frac{a+b}{2(a-b)} - \frac{a-b}{2(a+b)} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} = \\
 & = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2a \cdot 2b}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \\
 & \frac{b}{a-b} - \frac{b^2-ab}{a^2-b^2} = \frac{b}{a-b} - \frac{b(b-a)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} = \\
 & = \frac{ab+b^2+ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \text{ тождество доказано.}
 \end{aligned}$$

$$6) \text{ (с)} \left(a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : (a-b) = \frac{a(a+b) - 4ab + b(a+b)}{a+b} : (a-b) =$$

$$= \frac{a^2 + ab - 4ab + ab + b^2}{a+b} \cdot \frac{a-b}{1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b};$$

$$\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{a^2 - ab + ab + b^2 - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}; \text{ что и требовалось доказать.}$$

№ 160 (№ 159).

$$a) \frac{1,2x^2 - xy}{0,36x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{6x+5y}; \quad \frac{100(1,2x^2 - xy)}{100(0,36x^2 - 0,25y^2)} = \frac{20x}{6x+5y};$$

$$\frac{120x^2 - 100xy}{36x^2 - 25y^2} - \frac{20x}{6x+5y} = 0; \quad \frac{120x^2 - 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} - \frac{20x}{6x+5y} = 0;$$

$$\frac{120x^2 - 100xy - 120x^2 + 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0; \quad \frac{0}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0;$$

$0=0$, что и требовалось доказать.

$$b) \frac{4,5a+4x}{0,81a^2 - 0,64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{100(0,81a^2 - 0,64x^2)} = \frac{50}{9a-8x};$$

$$\frac{100(4,5a+4x)}{81a^2 - 64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{(9a-8x)(9a+8x)} - \frac{50}{9a-8x} = 0;$$

$$\frac{450a+400x - 450a - 400x}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0; \quad \frac{0}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0, 0=0; \text{ тождество доказано.}$$

№ 161 (№ 160). а) $\left(\frac{2ab}{a^2 - b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} =$

$$= \left(\frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} =$$

$$= \frac{4ab + a^2 - 2ab + b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)(a+b)} - \frac{b}{a-b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1;$$

что и требовалось доказать.

$$b) \frac{y}{x-y} - \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2 - y^2} \right) =$$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} \right) =$$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(x-y)^2(x+y)} =$$

$$= \frac{y}{x-y} - \frac{x(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -1, \text{ что и требо-}$$

валось доказать.

$$\begin{aligned} \text{№ 161. (c). a)} & \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{a^3-c^3} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\ & = \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\ & = \frac{a^2+ac+c^2-3c^2-ac+c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} \cdot \frac{ac+c^2+a^2}{a+c} = \\ & = \frac{(a^2-c^2)(a^2+ac+c^2)}{(a^2+ac+c^2)(a-c)(a+c)} = 1, \text{ не зависит от } a \text{ и } c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3-c^3} \cdot \frac{a^2+ac+c^2}{a+c} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c(a^2+ac+c^2)}{(a-c)(a^2+ac+c^2)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = 3a \left(\frac{a+c-c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \frac{3a \cdot a}{(a-c)(a+c)} - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\ & = \frac{3a^2-3c^2}{a^2-c^2} = 3 - \text{ не зависит от } a \text{ и } c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 162. (н).} & \left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) : \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) = \frac{n^3+27}{3n^2} : \frac{9-3n+n^2}{3n^2} = \\ & = \frac{n^3+27}{n^2-3n+9} = \frac{(n+3)(n^2-3n+9)}{n^2-3n+9} = n+3 - \text{ является натуральным числом} \\ & \text{при любом натуральном } n. \end{aligned}$$

$$\text{№ 163 (№ 162). а)} \left(n + \frac{1}{n} \right)^2 = \left(\frac{n^2+1}{n} \right)^2 = \frac{n^4+2n^2+1}{n^2};$$

$$\text{б)} \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)^2 = \left(\frac{a^2-b^2}{ab} \right)^2 = \frac{a^4-2a^2b^2+b^4}{a^2b^2};$$

$$\text{в)} \left(\frac{x}{y} + 1 \right)^2 + \left(\frac{x}{y} - 1 \right)^2 = \left(\frac{x}{y} \right)^2 + 2 \frac{x}{y} + 1 + \left(\frac{x}{y} \right)^2 - 2 \frac{x}{y} + 1 = 2 \frac{x^2}{y^2} + 2 = \frac{2(x^2+y^2)}{y^2};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} & \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right)^2 = \left(\frac{p}{q} \right)^2 + 2 \frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} + \left(\frac{q}{p} \right)^2 - \left(\frac{p}{q} \right)^2 + \\ & + 2 \frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} - \left(\frac{q}{p} \right)^2 = 2 + 2 = 4; \end{aligned}$$

$$\text{д)} \text{ (c)} \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right)^2 - \left(\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right)^2 = \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} + \frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} \right)$$

$$\left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} \right) = \frac{2(x+y)}{x} \cdot \frac{2(x-y)}{y} = \frac{4(x^2 - y^2)}{xy};$$

$$\begin{aligned} \text{e) (c)} \quad & a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1 \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{b} + 1 \right)^2 = \\ & = a^2 \left(\frac{a+b-a}{a} \right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b+b}{b} \right)^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2} + \frac{b^2 a^2}{b^2} = b^2 + a^2. \end{aligned}$$

$$\text{№ 164 (№ 163). a) } \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1} = \frac{2a-b+b}{b} : \frac{2a+b-b}{b} = \frac{2a}{b} : \frac{2a}{b} = 1;$$

$$\text{в) } \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} = \frac{x^3 + y^3}{y^2 x^2} : \frac{x^3 - y^3}{x^2 y^2} = \frac{(x^3 + y^3)x^2 y^2}{(x^3 - y^3)x^2 y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3};$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}} &= \frac{bc + ac + ab}{abc} : \frac{c + a + b}{abc} = \frac{(bc + ac + ab)abc}{abc(c + a + b)} = \\ &= \frac{bc + ac + ab}{a + b + c}. \end{aligned}$$

$$\text{№ 165 (№ 164). a) } \frac{2 - \frac{a}{x}}{2 + \frac{a}{x}} = \frac{2x - a}{x} : \frac{2x + a}{x} = \frac{x(2x - a)}{x(2x + a)} = \frac{2x - a}{2x + a};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{a-b}{c} + 3}{\frac{a+b}{c} - 1} = \frac{a-b+3c}{c} : \frac{a+b-c}{c} = \frac{(a-b+3c)c}{(a+b-c)c} = \frac{a-b+3c}{a+b-c};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{y+x}{xy} : \frac{y-x}{xy} = \frac{xy(y+x)}{xy(y-x)} = \frac{y+x}{y-x};$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} = \frac{x-y}{1} : \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy}{x+y}.$$

№ 166 (№ 165). а) Подставим $x = \frac{ab}{a+b}$ и получим:

$$\frac{x-a}{x-b} = \frac{\frac{ab}{a+b} - a}{\frac{ab}{a+b} - b} = \frac{ab - a^2 - ab}{a+b} : \frac{ab - ab - b^2}{a+b} = \left(-\frac{a^2}{a+b} \right) : \left(-\frac{b^2}{a+b} \right) =$$

$$= \frac{a^2(a+b)}{b^2(a+b)} = \frac{a^2}{b^2}. \text{ б) Подставим } x = \frac{a-b}{a+b} \text{ и получим:}$$

$$\frac{\frac{a}{b} - x}{\frac{a}{b} + x} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{a}{b} + \frac{a-b}{a+b}} = \frac{a^2 + ab - a^2 + b^2}{b(a+b)} : \frac{ab + b^2 + a^2 - ab}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{b(a+b)} : \frac{a^2 + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{b(a^2 + b^2)(a+b)} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{№ 167. (н.) а) } \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}} = \frac{2}{1-x^2} : \frac{2x}{1-x^2} = \frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \frac{ax}{a+x} - \frac{bx}{b-x} = \frac{a \cdot \frac{ab}{a-b}}{a + \frac{ab}{a-b}} - \frac{b \cdot \frac{ab}{a-b}}{b - \frac{ab}{a-b}} =$$

$$= \frac{a^2b}{a-b} : \frac{a^2 - ab + ab}{a-b} - \frac{ab^2}{a-b} : \frac{ab - b^2 - ab}{a-b} = b + a.$$

$$\text{№ 168 (№ 166). а) } \frac{\frac{a^4}{4} - \frac{b^2}{9}}{\frac{a}{12} + \frac{b}{18}} = \frac{9a^2 - 4b^2}{36} : \frac{3a+2b}{36} = \frac{36(9a^2 - 4b^2)}{36(3a+2b)} =$$

$$= \frac{(3a-2b)(3a+2b)}{3a+2b} = 3a-2b. \text{ Подставим } a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{2} \text{ и получим:}$$

$$3a - 2b = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 + 1 = 3;$$

$$\text{б) } \frac{0,2a-b}{\frac{a^2}{25} - b^2} = \frac{0,2a-b}{\frac{a^2 - 25b^2}{25}} = \frac{0,2a-b}{1} : \frac{a^2 - 25b^2}{25} =$$

$$= \frac{5 \cdot 5(0,2a-b)}{a^2 - 25b^2} = \frac{5(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{5}{a+5b}; \text{ Подставим } a = -8, b = 0,6 \text{ и}$$

$$\text{получим: } \frac{5}{a+5b} = \frac{5}{-8+5 \cdot 0,6} = \frac{5}{-8+3} = -1.$$

$$\text{№ 169. (н.) а) Выражение имеет смысл, если } 3 - \frac{1}{x-2} \neq 0 \text{ и } x-2 \neq 0$$

$$3 - \frac{1}{x-2} = \frac{3x-7}{x-2} = 0 \text{ при } x = \frac{7}{3}.$$

Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq 2$. $x \neq \frac{7}{3}$

б) Выражение имеет смысл, если $2 + \frac{1}{x+8} \neq 0$ и $x+8 \neq 0$

$$2 + \frac{1}{x+8} = \frac{2x+17}{x+8} = 0 \text{ при } x = -\frac{17}{2}.$$

Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq -\frac{17}{2}, x \neq -8$

№ 170. (н). а) $\frac{2}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{2}{\frac{8}{15}} = 2 \cdot \frac{15}{8} = 3,75;$

б) $\frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = 3 \cdot \frac{8}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7};$

в) $\frac{4}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} = \frac{4}{\frac{25}{60}} = \frac{4}{\frac{5}{12}} = 4 \cdot \frac{12}{5} = 9,6.$

№ 171. (н). $v_{cp} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{90}} = \frac{2}{\frac{1}{180}} = 2 \cdot \frac{180}{1} = 72 \text{ (км/ч)}.$

№ 172. (н). За $\frac{2}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{5}{12}} = 2 \cdot \frac{12}{5} = 4,8 \text{ (ч)}.$

№ 173. (н).

$$v_{cp} = \frac{3}{\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{10}} = \frac{3}{\frac{20}{180} + \frac{15}{180} + \frac{18}{180}} = \frac{3}{\frac{53}{180}} = 3 \cdot \frac{180}{53} = \frac{540}{53} \approx 10,2 \text{ (км/ч)}.$$

Упражнения для повторения

№ 174 (№ 167).

а) 1) У точки пересечения графика с осью x y

$$= 0, \text{ т.е. } \frac{1}{2}x - 2 = 0; x = 4.$$

Таким образом, точка пересечения с осью x — это $(4; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$,

$$\text{т.е. } y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2; y = -2.$$

Таким образом, точка пересечения с осью y — это $(0; -2)$.

б) 1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

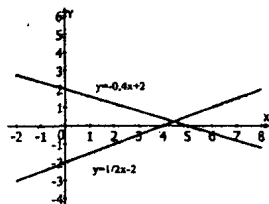
$$0 = -0,4x + 2; 0,4x = 2; x = 5.$$

Точка пересечения с осью x — это $(5; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = -0,4 \cdot 0 + 2; y = 2.$$

Точка пересечения с осью y — это $(0; 2)$.

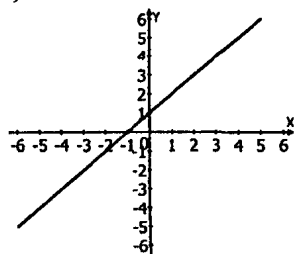


№ 175 (№ 168). а) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 4)$ в это уравнение: $4 = k \cdot 0 + b$; $b = 4$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно $k = 3$; получим уравнение: $y = 3x + 4$.

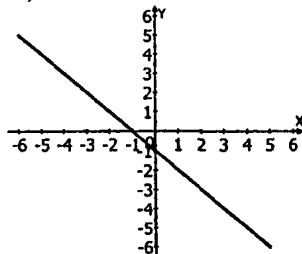
б) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 0)$ в это уравнение: $0 = k \cdot 0 + b$; $b = 0$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно, $k = -\frac{1}{2}$; получим уравнение: $y = -\frac{1}{2}x$

№ 176 (№ 169).

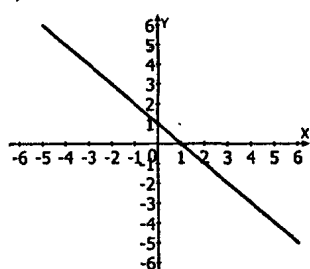
а)



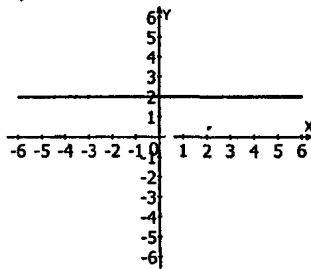
б)



в)



г)



№ 177 (№ 170). Пусть x см – длина меньшей стороны, тогда $(x+20)$ см – длина большей стороны, $2x$ – удвоенная длина меньшей стороны, $3(x+20)$ см – утроенная длина большей стороны. По условию задачи периметр нового прямоугольника равен 240 см. Составим уравнение:

$$2(2x + 3(x + 20)) = 240; \quad 2x + 3(x + 20) = 120;$$

$$2x + 3x + 60 = 120; \quad 5x = 60; \quad x = 12; \quad x + 20 = 32.$$

Ответ. 12 см, 32 см.

№ 178 (№ 171). Пусть x ч – время в пути пассажирского поезда, тогда $(x+1)$ ч – время в пути скорого поезда, $110(x+1)$ км – расстояние до места встречи, которое прошел скорый поезд, $90x$ км – расстояние до места встречи, которое прошел пассажирский поезд. Расстояние между двумя станциями равно 710 км. Составим уравнение:

$$110(x + 1) + 90x = 710;$$

$$110x + 110 + 90x = 710; \quad 200x = 600; \quad x = 3; \quad x + 1 = 4$$

Ответ. Через 4 ч.

8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

№ 179 (№ 172). $y = \frac{8}{x}$

x	-4	-2	-0,25	2	5	16	20
y	-2	-4	-32	4	1,6	0,5	0,4

1) $x = -4$; $y = \frac{8}{-4} = -2$; 2) $y = -4$; $-4 = \frac{8}{x}$; $-4x = 8$; $x = -2$;

3) $x = -0,25$; $y = \frac{8}{-0,25} = -32$; 4) $x = 2$; $y = \frac{8}{2} = 4$;

5) $x = 5$; $y = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1,6$; 6) $x = 16$; $y = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5$.

7) $y = 0,4$; $0,4 = \frac{8}{x}$; $0,4x = 8$; $x = 20$.

№ 180 (№ 173). $y = \frac{120}{x}$

x	-1200	-600	240	-120	75	120	300	1000
y	-0,1	-0,2	-0,5	-1	1,6	1	0,4	0,12

1) $x = -1200$; $y = \frac{120}{-1200} = -\frac{1}{10} = -0,1$; 2) $x = -600$; $y = \frac{120}{-600} = -0,2$;

3) $y = -0,5$; $-0,5 = \frac{120}{x}$; $-0,5x = 120$; $x = -240$;

4) $y = -1$; $-1 = \frac{120}{x}$; $x = -120$; 5) $x = 75$; $y = \frac{120}{75} = 1,6$;

6) $x = 120$; $y = \frac{120}{120} = 1$; 7) $y = 0,4$; $0,4 = \frac{120}{x}$; $0,4x = 120$; $x = 300$;

8) $x = 1000$; $y = \frac{120}{1000} = 0,12$.

№ 181 (№ 174). $s = vt = 600$, отсюда получаем:

а) $v = \frac{600}{t}$ (км/ч); б) $t = \frac{600}{v}$ (ч).

№ 182 (№ 175). $x = 100$; $y = \frac{10}{x}$; $y = \frac{10}{100} = 0,1$; $x = 1000$; $y = \frac{10}{1000} = 0,01$;

$x = 0,1$; $y = \frac{10}{0,1} = 100$; $x = 0,02$; $y = \frac{10}{0,02} = 500$; $A(-0,05, -200)$, про-

верим $-200 = -\frac{10}{-0,05}$; $-200 = -200$; данная точка принадлежит графику

функции $y = \frac{10}{x}$; $B(-0,1; 100)$, проверим

$100 = \frac{10}{-0,1}$; $100 \neq -100$; данная точка не принадлежит графику данной

функции; $C(400; 0,025)$; проверим $0,025 = \frac{10}{400}$; $0,025 = 0,025$; данная точка принадлежит графику данной функции; $D(500; -0,02)$; проверим

$-0,02 = \frac{10}{500}$; $-0,02 \neq 0,02$; данная точка не принадлежит графику данной функции.

№ 183 (№ 176). Как известно, обратная пропорциональность задается формулой: $y = \frac{k}{x}$, отсюда получаем: $12 = \frac{k}{2}$; $k = 24$; следовательно.

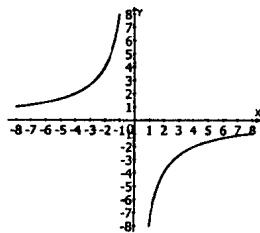
искомая функция $y = \frac{24}{x}$

№ 184 (№ 177). При рассмотрении графика получаются следующие результаты: а) $x = 2; y = 4$; $x = 4; y = 2$; $x = -1; y = -8$; $x = -4; y = -2$; $x = -5; y = -1,5$; б) $y = -4; x = -2$; $y = -2; x = -4$; $y = 8; x = 1$.

№ 185 (№ 178). Построим график функции по точкам:

x	-8	-4	-2	2	4	8
y	1	2	4	-4	-2	-1

По графику найдем искомые значения x и y:



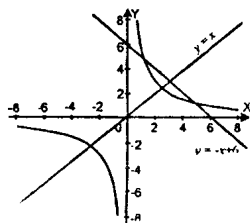
а) $x = 4; y = -2$; $x = 2,5; y = -3,2$; $x = 1,5; y = -5,3$; $x = -1; y = 8$; $x = -2,5; y = 3,2$; б) $y = 8; x = -1$; $y = -2; x = 4$.

№ 186 (№ 179). Построим график функции по точкам:

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	-1	-2	-6	6	2	1

По графику найдем искомые значения:

а) $\frac{6}{x} = x \Rightarrow x \approx \pm 2,4$;



б) $\frac{6}{x} = -x + 6$; $x \approx 1,3$ и $x \approx 4,7$;

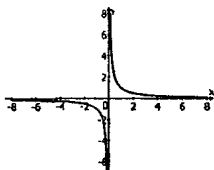
а) (с) $x = 1,5$; $y = 4$; $x = -2,5$; $y = -2,3$; $x = 3,5$; $y = 1,6$;

б) (с) $y = -3$; $x = -2$; $y = -1,5$; $x = -4$; $y = 4$; $x = 1,5$; $y = 7$; $x = 0,8$.

№ 180. (с). Построим график функции по точкам:

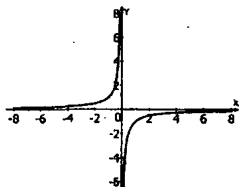
а)

x	-2	-1	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$



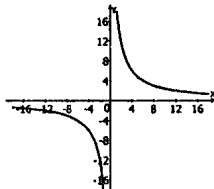
б)

x	-2	-1	1	2
y	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$



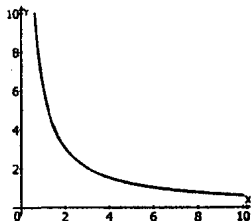
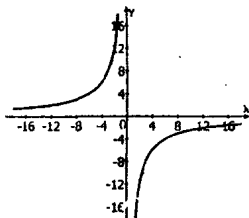
в)

x	-6	-2	-1	1	3	6
y	-4	-8	-24	24	8	4



г)

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	4	8	24	-24	-8	-4



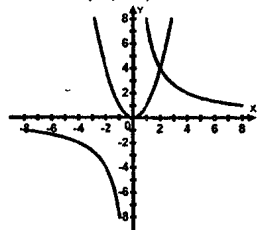
№ 189 (№ 181). Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = abc = 120\text{см}^3$; (где c – его высота). получаем: - обратная пропорциональность,

так как она имеет вид $y = \frac{k}{x}$, при $k = 6$. Область определения функции

$b = \frac{6}{a}$ - все положительные числа, т.е. $a > 0$ (поскольку длина стороны основания - положительное число). Построим график функции по точкам:

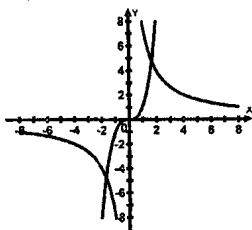
a	1	2	3
b	6	3	2

№ 187 (н). а)



Корень $x = 2$

б)

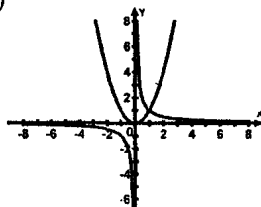


рени $x \approx \pm 1,7$

№ 188 (н).

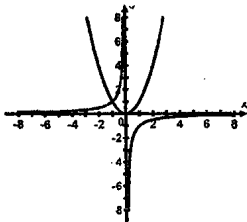
а)

1 корень



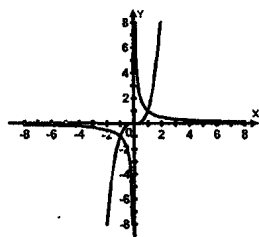
б)

1 корень



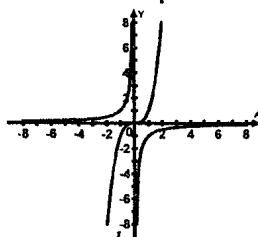
в)

2 корня



г)

0 корней



№ 190 (№ 182). а) $A(8; 0,125)$; получаем $0,125 = \frac{k}{8}$; $k = 0,125 \cdot 8 = 1$; $y = \frac{1}{x}$,

б) $B(\frac{2}{3}; 1\frac{4}{5})$; получаем $1\frac{4}{5} = \frac{k}{\frac{2}{3}}$; $k = 1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{6}{5} = 1,2$; $y = \frac{1,2}{x}$;

в) $C(-25; -0,2)$; получаем $-0,2 = \frac{k}{-25}$; $k = (-0,2) \cdot (-25)$; $k = 5$; $y = \frac{5}{x}$

№ 192 (№ 184). а) $k > 0$; т.к. $x > 0$ и $y > 0$, либо $x < 0$ и $y < 0$

б) $k < 0$, т.к. $x > 0$ и $y < 0$, либо $x < 0$ и $y > 0$.

№ 193. (н). На рисунке построен график функции $y = -\frac{3}{x}$ - ответ 2

Упражнения для повторения

№ 194 (№ 185). а) $\frac{5(x-y)^2}{(3y-3x)^2} = \frac{5(x-y)^2}{3(y-x) \cdot 3(y-x)} = \frac{5(x-y)^2}{9(x-y)^2} = \frac{5}{9}$ не зависит от x и y ;

б) $\frac{(3x-6y)^2}{4(2y-x)^2} = \frac{3(x-2y) \cdot 3(x-2y)}{4(2y-x)^2} = \frac{9(x-2y)^2}{4(x-2y)^2} = \frac{9}{4}$ не зависит от x и y

№ 195 (№ 186).

$$\left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} - \frac{12}{4-x^2} \right) : \frac{x+7}{x-2} = \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{12}{(x-2)(x+2)} \right) : \frac{x+7}{x-2} = \frac{3(x-2) - (x+2) + 12}{(x-2)(x+2)} : \frac{x+7}{x-2} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x+7} = \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+7)} = \frac{2}{x+7}$$

№ 196 (№ 187).

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{y} - \frac{1}{z}; \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0; \frac{yz - xz + xy}{xyz} = 0; yz - xz + xy = 0;$$

а) $yz - xz + xy = 0$; $yz = xz - xy$; $yz = x(z - y)$; $x = \frac{yz}{z - y}$;

б) $yz - xz + xy = 0$; $yz - xz = -xy$; $z(y - x) = -xy$; $z = \frac{-xy}{y - x} = \frac{xy}{x - y}$

9. Представление дроби в виде суммы дробей.

№ 197. (н). $a(x-2) + b(x-1) = 6x$; $x(a+b) - (2a+b) = 6x$

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 2a+b=0 \end{cases} \quad a = -6, b = 12.$$

№ 198. (н).

$$\frac{5x-1}{(x+4)(x-2)} = \frac{a}{x+4} + \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)+b(x+4)}{(x+4)(x-2)} = \frac{(a+b)x+4b-2a}{(x+4)(x-2)}$$

$$\begin{cases} a+b=5 \\ 2a-4b=1 \end{cases} \quad a = 3,5, b = 1,5$$

Следовательно, $\frac{5x-1}{(x+4)(x-2)} = \frac{3,5}{x+4} + \frac{1,5}{x-2}$.

№ 199. (н). $\frac{4x+3}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} = \frac{a(x+1)+b(x-1)}{x^2-1} = \frac{(a+b)x+a-b}{x^2-1}$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ a-b=3 \end{cases} \quad a = 3,5, b = 0,5.$$

Следовательно, $\frac{4x+3}{x^2-1} = \frac{3,5}{x-1} + \frac{0,5}{x+1}$.

№ 200. (н). $\frac{a^2-4a+1}{a-2} = \frac{a^2-4a+4-3}{a-2} = \frac{(a-2)^2-3}{a-2} = a-2 - \frac{3}{a-2}$

Дробь $\frac{3}{a-2}$ является целым числом, когда $a-2=1$, $a-2=-1$, $a-2=3$.

$a-2=-3$. Отсюда, $a=-1; 1; 3; 5$. Искомые значения равны $-2; 2; -2; 2$.

№ 201. (н.) а) $\frac{m^2-6m+10}{m-3} = m-3 + \frac{1}{m-3}$

При $m=2$ значение дроби равно -2 , а при $m=4$ значение дроби равно 2

б) $\frac{(m-4)^2}{m-2} = \frac{m^2-8m+16}{m-2} = \frac{m^2-8(m-2)}{m-2} = \frac{m^2}{m-2} - 8 =$
 $= \frac{m^2-4+4}{m-2} - 8 = m+2 + \frac{4}{m-2} - 8 = m-6 + \frac{4}{m-2}$.

При $m=6$ значение дроби равно 1 , при $m=4$ значение дроби равно 0 , при $m=3$ значение дроби равно 1 , при $m=1$ значение дроби равно -9 , при $m=0$ значение дроби равно -8 , при $m=-2$ значение дроби равно -9 .

№ 202. (н.) а) $5x+y-xy=2; y(1-x)=2-5x$

$$y = \frac{2-5x}{1-x} = \frac{5-5x-3}{1-x} = 5 - \frac{3}{1-x}$$

При $x=-2, y=4$, при $x=0, y=2$, при $x=2, y=8$, при $x=4, y=6$.

б) $xy-x+y=8; y(x+1)=8+x; y = \frac{x+8}{x+1} = \frac{x+1+7}{x+1} = 1 + \frac{7}{x+1}$

При $x=-8, y=0$, при $x=-2, y=-6$, при $x=0, y=8$, при $x=6, y=2$.

№ 203. (н.) $y = \frac{x^2-6x+1}{x-3} = \frac{x^2-6x+9-8}{x-3} = x+3 - \frac{8}{x-3}$

$x-3$	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
x	-5	-1	1	2	4	5	7	11
y	-1	4	8	13	-1	4	8	13

№ 204. (н.) $\frac{5a^2+6}{a^2+1} = \frac{5a^2+5+1}{a^2+1} = 5 + \frac{1}{a^2+1}$

$\frac{1}{a^2+1}$ является целым числом только при $a=0$.

№ 205. (н.) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{7}; \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{7}; 7a+7b=ab; 7a+7b-ab=0;$

$a(7-b)=-7b; a = \frac{7b}{b-7} = \frac{7b-49+49}{b-7} = 7 + \frac{49}{b-7}$.

$b-7$	-49	-7	-1	1	7	49
b	-42	0	6	8	14	56
a	6	0	-42	56	14	8

Так как a и b по условию натуральные числа, то искомые пары $-(8; 56), (56; 8)$ и $(14; 14)$.

№ 206. (н.) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = 3;$

$$\frac{3x^2 - xy + 6y^2}{y^2} = 3 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 6 = 3 \cdot 3^2 - 3 + 6 = 30$$

$$\text{№ 207. (н). } \frac{a-2b}{a} = 1 + 2\frac{b}{a} = 11 \Rightarrow \frac{b}{a} = 5, \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{(a-3b)^2}{b^2} &= \frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6\frac{a}{b} + 9 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 6 \cdot \frac{1}{5} + 9 = \\ &= 9 - \frac{6}{5} + \frac{1}{25} = 7\frac{21}{25}. \end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе I

К параграфу I

$$\text{№ 188. (с). а) } 5x^2(x^2 - 2x + 3) = 5x^4 - 10x^3 + 15x^2;$$

$$\text{б) } -8y^2(y^2 - 5y - 1) = -8y^4 + 40y^3 + 8y^2;$$

$$\text{в) } (a^2 - 5a + 4)(2a + 3) = 2a^3 - 10a^2 + 8a + 3a^2 - 15a + 12 = 2a^3 - 7a^2 - 7a + 12,$$

$$\text{г) } (3b - 2)(b^2 - 7b - 5) = 3b^3 - 21b^2 - 15b - 2b^2 + 14b + 10 = 3b^3 - 23b^2 - b + 10,$$

$$\text{д) } 3x^2(-5x^2 + 4x - 1) + 16x^4 = -15x^4 + 12x^3 - 3x^2 + 16x^4 = x^4 + 12x^3 - 3x^2$$

$$\text{е) } 8y^6 - 2y^3(1 - 5y - y^2 + 4y^3) = 8y^6 - 2y^3 + 10y^4 + 2y^5 - 8y^6 = 2y^5 + 10y^4 - 2y^3$$

$$\text{ж) } (a^2 + 7a + 3)(a^2 - 4a + 2) = a^4 + 7a^3 + 3a^2 - 4a^3 - 28a^2 - 12a + 2a^2 + 14a + 6 = a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6;$$

$$\text{з) } (b^2 - 3b - 5)(b^2 + 3b - 5) = (b^2 - 5)^2 - (3b)^2 = b^4 - 10b^2 + 25 - 9b^2 = b^4 - 19b^2 + 25.$$

$$\text{№ 189. (с). а) } (-4x + 7a)(7a + 4x) = (7a - 4x)(7a + 4x) = 49a^2 - 16x^2,$$

$$\text{б) } (3c^2 - 8)(3c^2 + 8) = 9c^4 - 64; \text{ в) } (2x - 5y)^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2;$$

$$\text{г) } (p^2 + 2)^2 = p^4 + 4p^2 + 4; \text{ д) } (3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2) = 27a^3 - 8b^3,$$

$$\text{е) } (x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2) = x^6 + 125y^3;$$

$$\text{ж) } (m - n)^3 - (m - n)(m^2 + mn + n^2) = m^3 - 3m^2n + 3m^2n - n^3 - (m^3 - n^3) = 3mn^2 - 3m^2n;$$

$$\text{з) } (x + y)^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - (x^3 + y^3) = 3x^2y + 3xy^2.$$

$$\text{№ 190. (с). а) } a^2b + ab^2 = ab(a + b); \text{ б) } x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2),$$

$$\text{в) } 7x^2 - 14xy + 21ax = 7x(x - 2y + 3a); \text{ г) } 9xy - 3by + 15ay = 3y(3x - b + 5a),$$

$$\text{д) } x^4 - x^3 + x^2 - x = x^3(x - 1) + x(x - 1) = (x - 1)(x^3 + x) = x(x - 1)(x^2 + 1),$$

$$\text{е) } c^4 - 2c^3 - c^2 + 2c = c^3(c - 2) - c(c - 2) = (c - 2)(c^3 - c) = c(c - 2)(c^2 - 1) = c(c - 2)(c - 1)(c + 1),$$

$$\text{ж) } (a-2)^2 - 25a^2 = (a-2-5a)(a-2+5a) = (-4a-2)(6a-2) = \\ = -4(2a+1)(3a-1) = 4(2a+1)(1-3a);$$

$$\text{з) } (b+3)^2 - 36b^2 = (b+3+6b)(b+3-6b) = (7b+3)(-5b+3) = (7b+3)(3-5b);$$

$$\text{и) } 125x^3 + 8 = (5x+2)(25x^2 - 10x + 4); \text{ к) } 216x^3 - 27 = (6x-3)(36x^2 + 18x + 9).$$

$$\text{л) } (a+1)^3 + a^3 = (a+1+a)((a+1)^2 - a(a+1) + a^2) = \\ = (2a+1)(a^2 + 2a + 1 - a^2 - a + a^2) = (2a+1)(a^2 + a + 1);$$

$$\text{м) } (b+2)^3 - 8b^3 = (b+2-2b)((b+2)^2 + (b+2)2b + 4b^2) = \\ = (2-b)(b^2 + 4b + 4 + 2b^2 + 4b + 4b^2) = (2-b)(7b^2 + 8b + 4).$$

$$\text{№ 191. (с). а) } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^3 + a^2 + a^3 - a^2 + a + a^2 - a + 1 = \\ = a^4 + a^2 + 1, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б) } (b^4 + b^2 + 1)(b^4 - b^2 + 1) = b^8 - b^6 + b^4 + b^6 - b^4 + b^2 + b^4 - b^2 + 1 = \\ = b^8 + b^4 + 1, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{в) } (c^2 - 2c + 2)(c^2 + 2c + 2) = c^4 + 2c^3 + 2c^2 - 2c^3 - 4c^2 - 4c + 2c^2 + 4c + 4 = c^4 + 4, \\ \text{что и требовалось доказать.}$$

$$\text{№ 208 (№ 192). а) } \frac{51 + 17^2}{10} = \frac{17 \cdot 3 + 17^2}{10} = \frac{17(3 + 17)}{10} = \frac{17 \cdot 20}{10} = 34;$$

$$\text{б) } \frac{37^2 + 111}{40} = \frac{37^2 + 37 \cdot 3}{40} = \frac{37(37 + 3)}{40} = \frac{37 \cdot 40}{40} = 37.$$

№ 209 (№ 193). Составим таблицу:

Поезда	t , ч	v , км/ч	s , км
1-й	t	60	$60t$
2-й	$t - 3$	v	$v(t - 3)$

Запишем уравнение: $60t + v(t - 3) = 600$; $600 - 60t = v(t - 3)$;

$$v = \frac{600 - 60t}{t - 3}; \quad v = \frac{60(10 - t)}{t - 3}.$$

$$\text{Подставим } t = 7: \quad v = \frac{60(10 - 7)}{7 - 3} = \frac{60 \cdot 3}{4} = 45 \text{ (км/ч).}$$

$$\text{Подставим } t = 6: \quad v = \frac{60(10 - 6)}{6 - 3} = \frac{60 \cdot 4}{3} = 80 \text{ (км/ч).}$$

№ 210 (№ 194). а) x – любое действительное число;

$$\text{б) } 2y + 7 \neq 0; \quad 2y \neq -7; \quad y \neq -\frac{7}{2}; \quad y \neq -3,5.$$

$$\text{в) } \frac{9}{x^2 - 7x} = \frac{9}{x(x-7)}; \quad x(x-7) \neq 0; \quad 1) \quad x \neq 0; \quad 2) \quad x - 7 \neq 0, \quad x \neq 7$$

Ответ: $x \neq 0$ и $x \neq 7$,

г) y – любое действительное число;

д) $|x| - 3 \neq 0$; $x \neq -3$ и $x \neq 3$ Ответ: $x \neq -3$ и $x \neq 3$,

е) y — любое действительное число.

№ 211 (№ 195). а) $\frac{5}{x-2}$; б) $\frac{7-2x}{3x^2-x^3}$; в) $\frac{4x+1}{9-x^2}$, г) $\frac{6}{4x^2-1}$

№ 196. (с). $\frac{8-3x}{4x^2+7}$, потому что $4x^2+7 > 0$ при всех x .

№ 212 (№ 197). а) $x-2 \neq 0$; $x \neq 2$; б) $x+5 \neq 0$; $x \neq -5$;

в) $2x-6 \neq 0$; $2x \neq 6$; $x \neq 3$.

№ 198. (с). а) $-\frac{99x}{22y} = -\frac{9 \cdot 11x}{2 \cdot 11y} = -\frac{9x}{2y}$; б) $\frac{216bc}{180ac} = \frac{36 \cdot 6b}{36 \cdot 5a} = \frac{6b}{5a}$;

в) $\frac{405ac}{45ay} = \frac{45 \cdot 9c}{45y} = \frac{9c}{y}$; г) $\frac{18abc}{180ac} = \frac{18b}{18 \cdot 10} = \frac{b}{10}$;

д) $\frac{35a^5y^4}{28a^4y^8} = \frac{7 \cdot 5a^5y^4}{7 \cdot 4a^4y^8} = \frac{5a}{4y^4}$; е) $\frac{7x^4y^4}{14x^4y^{14}} = \frac{7y^4}{7 \cdot 2y^{14}} = \frac{1}{2y^{10}}$.

№ 213. (н). а) $\frac{\overline{a00a}}{91} = \frac{1000a+a}{91} = \frac{1001a}{91} = 11a$;

б) $\frac{\overline{a0a0}}{101} = \frac{1000a+10a}{101} = \frac{1010a}{101} = 10a$.

№ 214 (№ 199). а) (с) $\frac{17xy+34}{17(xy+34)} = \frac{17(xy+2)}{17(xy+34)} = \frac{xy+2}{xy+34}$;

а) (б) $\frac{(3a-3c)^2}{9a^2-9c^2} = \frac{(3a-3c)^2}{(3a-3c)(3a+3c)} = \frac{3a-3c}{3a+3c} = \frac{3(a-c)}{3(a+c)} = \frac{a-c}{a+c}$;

в) (с) $\frac{2b^2-2a^2}{(2a-2b)^2} = \frac{2(b^2-a^2)}{(2a-2b)(2a-2b)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2 \cdot 2(a-b)(a-b)} =$
 $= \frac{(b-a)(b+a)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{(a-b)(a+b)}{2(a-b)(a-b)} = -\frac{a+b}{2(a-b)} = \frac{a+b}{2(b-a)}$;

б) (г) $\frac{(a^2-9)^2}{(3-a)^3} = \frac{(a-3)^2(a+3)^2}{(a-3)^2(3-a)} = \frac{(a+3)^2}{3-a}$;

д) (с) $\frac{x^2-100}{x^3+1000} = \frac{(x-10)(x+10)}{(x+10)(x^2-10x+100)} = \frac{x-10}{x^2-10x+100}$;

в) (е) $\frac{8y^3-1}{y-4y^3} = \frac{(2y-1)(4y^2+2y+1)}{y(1-2y)(1+2y)} = -\frac{4y^2+2y+1}{y(1+2y)}$;

ж) (с) $\frac{2x-y}{x^2-0,5xy} = \frac{2x-y}{x(x-0,5y)} = \frac{2(2x-y)}{x(2x-y)} = \frac{2}{x}$;

г) (з) $\frac{5a^2-3ab}{a^2-0,36b^2} = \frac{25a(5a-3b)}{25(a-0,6b)(a+0,6b)} = \frac{25a(5a-3b)}{(5a-3b)(5a+3b)} = \frac{25}{5a+3b}$

№ 215 (№ 200).

$$a) (c) \frac{10ab - 15b^2}{4a^2 - 6ab} = \frac{5b(2a - 3b)}{2a(2a - 3b)} = \frac{5b}{2a}; \quad б) (c) \frac{21xy - 7y^2}{6x^2 - 2xy} = \frac{7y(3x - y)}{2x(3x - y)} = \frac{7y}{2x};$$

$$в) (c) \frac{2x^2 + 10xy}{x^2 - 25y^2} = \frac{2x(x + 5y)}{(x - 5y)(x + 5y)} = \frac{2x}{x - 5y};$$

$$г) (c) \frac{6p^2 - 8pq}{9p^2 - 24pq + 16q^2} = \frac{2p(3p - 4q)}{(3p - 4q)^2} = \frac{2p}{3p - 4q};$$

$$a) (д) \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ab - 2a - 2b} = \frac{(a - 2)^2}{a(a + b) - 2(a + b)} = \frac{(a - 2)^2}{(a + b)(a - 2)} = \frac{a - 2}{a + b};$$

$$б) (e) \frac{6x^2 - 3xy + 4x - 2y}{9x^2 + 12x + 4} = \frac{3x(2x - y) + 2(2x - y)}{(3x + 2)^2} =$$

$$= \frac{(2x - y)(3x + 2)}{(3x + 2)^2} = \frac{2x - y}{3x + 2};$$

$$в) (ж) \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^3 + 8b^3} = \frac{(a + 2b)^2}{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)} = \frac{a + 2b}{a^2 - 2ab + 4b^2};$$

$$г) (з) \frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2} = \frac{(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{2(9x^2 + 3xy + y^2)} = \frac{3x - y}{2}.$$

$$\text{№ 216 (№ 201). } a) \frac{b^{14} - b^7 + 1}{b^{21} + 1} = \frac{b^{14} - b^7 + 1}{(b^7 + 1)(b^{14} - b^7 + 1)} = \frac{1}{b^7 + 1};$$

$$б) \frac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}} = \frac{(x^{11} - 1)(x^{22} + x^{11} + 1)}{x^{11}(x^{22} + x^{11} + 1)} = \frac{x^{11} - 1}{x^{11}};$$

$$в) \frac{x(y - z) - y(x - z)}{x(y - z)^2 - y(x - z)^2} = \frac{xy - xz - xy + yz}{x(y^2 - 2yz + z^2) - y(x^2 - 2xz + z^2)} =$$

$$= \frac{yz - xz}{xy^2 - 2xyz + xz^2 - x^2y + 2xyz - yz^2} = \frac{z(y - x)}{(xy^2 - x^2y) + (xz^2 - yz^2)} =$$

$$= \frac{z(y - x)}{xy(y - z) + z^2(x - y)} = \frac{z(y - x)}{(y - x)(xy - z^2)} = \frac{z}{xy - z^2};$$

$$г) \frac{a(b + 1)^2 - b(a + 1)^2}{a(b + 1) - b(a + 1)} = \frac{a(b^2 + 2b + 1) - b(a^2 + 2a + 1)}{ab + a - ab - b} =$$

$$= \frac{ab^2 + 2ab + a - a^2b - 2ab - b}{a - b} = \frac{(ab^2 - a^2b) + (a - b)}{a - b} =$$

$$= \frac{ab(b - a) + (a - b)}{a - b} = \frac{(a - b)(1 - ab)}{a - b} = 1 - ab.$$

№ 217 (№ 202). Произведем замену:

$$\frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} = \frac{(kx)^2 - 2(ky)^2}{3(ky)^2 + 5kx \cdot ky} = \frac{k^2x^2 - 2k^2y^2}{3k^2y^2 + 5k^2xy} = \frac{k^2(x^2 - 2y^2)}{k^2(3y^2 + 5xy)} = \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy}$$

дробь, тождественно равная первоначальной.

№ 203. (с). При $x = \frac{2}{7}$ и $y = \frac{3}{7}$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2}{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3 \cdot \frac{4}{49} + \frac{9}{49}}{3 \cdot \frac{4}{49} - \frac{9}{49}} = \frac{\frac{12+9}{49}}{\frac{12-9}{49}} = \frac{21}{49} \cdot \frac{49}{3} = \frac{21 \cdot 49}{3 \cdot 49} = 7$$

При $x = 2$ и $y = 3$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot 2^2 + 3^2}{3 \cdot 2^2 - 3^2} = \frac{3 \cdot 4 + 9}{3 \cdot 4 - 9} = \frac{12 + 9}{12 - 9} = \frac{21}{3} = 7, \text{ что и требовалось доказать}$$

№ 218 (№ 204). а) $\frac{36}{(a-b)^2} = \frac{36}{9^2} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9}$;

б) $\frac{108}{(b-a)^2} = \frac{108}{(a-b)^2} = \frac{108}{9^2} = \frac{108}{81} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;

в) $\frac{(5a-5b)^2}{45} = \frac{5 \cdot 5(a-b)^2}{45} = \frac{25 \cdot 9^2}{45} = 5 \cdot 9 = 45$;

г) $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3} = \frac{a^2 + ab + b^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{9}$

№ 219. (н). $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$. Отсюда $a^2 = bc$, $b^2 = ac$, $c^2 = ab$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{bc}{ac} = \frac{b}{a} \Rightarrow a^3 = b^3; a = b; \frac{a^2}{c^2} = \frac{bc}{ab} = \frac{c}{a} \Rightarrow a^3 = c^3, a = c$$

В итоге имеем: $a = b = c$

К параграфу 2

№ 220 (№ 205).

а) $\frac{x^2 - 2x}{x-3} - \frac{4x-9}{x-3} = \frac{x^2 - 2x - 4x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3$.

б) $\frac{y^2 - 10}{y-8} - \frac{54}{y-8} = \frac{y^2 - 10 - 54}{y-8} = \frac{y^2 - 64}{y-8} = \frac{(y-8)(y+8)}{y-8} = y+8$,

в) $\frac{a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2} = \frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 1$,

г) $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - y^2} - \frac{2y - y^2}{y^2 - x^2} = \frac{x^2 - 2x + 2y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x^2 - y^2) - (2x - 2y)}{x^2 - y^2} =$
 $= \frac{(x-y)(x+y) - 2(x-y)}{x^2 - y^2} = \frac{(x-y)(x+y-2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x+y-2}{x+y}$

№ 221 (№ 206).

$$a) \frac{(y-b)^2}{y-b+1} + \frac{y-b}{y-b+1} = \frac{(y-b)^2 + y-b}{y-b+1} = \frac{(y-b)(y-b+1)}{y-b+1} = y-b,$$

$$б) \frac{(a+x)^2}{a+x-2} - \frac{2a+2x}{a+x-2} = \frac{(a+x)^2 - 2(a+x)}{a+x-2} = \frac{(a+x)(a+x-2)}{a+x-2} = a+x.$$

$$в) \frac{x^2 - y^2}{x-y-1} + \frac{x+y}{y-x+1} = \frac{y^2 - x^2}{y-x+1} + \frac{x+y}{y-x+1} = \frac{(y-x)(y+x) + (y+x)}{y-x+1} = \frac{(y+x)(y-x+1)}{y-x+1} = y+x;$$

$$г) \frac{b^2 - 9c^2}{b+3c-2} + \frac{2(b-3c)}{2-b-3c} = \frac{(b-3c)(b+3c)}{b+3c-2} - \frac{2(b-3c)}{b+3c-2} = \frac{(b-3c)(b+3c) - 2(b-3c)}{b+3c-2} = \frac{(b-3c)(b+3c-2)}{b+3c-2} = b-3c$$

$$\text{№ 207. (е). а) } \frac{a^2 - 12b}{a^2 - 3ab} - \frac{3ab - 4a}{a^2 - 3ab} = \frac{a^2 - 12b - 3ab + 4a}{a^2 - 3ab} =$$

$$= \frac{a(a+4) - 3b(4+a)}{a(a-3b)} = \frac{(a+4)(a-3b)}{a(a-3b)} = \frac{a+4}{a}. \text{ Подставим } a = -0,8:$$

$$\frac{a+4}{a} = \frac{-0,8+4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4, \quad b = -1,75 - \text{ лишнее данное в задаче.}$$

$$б) \frac{x^2 - 2y}{x^2 + xy + 2x} - \frac{4 - xy}{x^2 + xy + 2x} = \frac{x^2 - 2y - 4 + xy}{x^2 + xy + 2x} =$$

$$= \frac{(x-2)(x+2) + y(x-2)}{x(x+y+2)} = \frac{(x-2)(x+2+y)}{x(x+y+2)} = \frac{x-2}{x} \quad \text{Подставим } x = 20:$$

$$\frac{x-2}{x} = \frac{20-2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}, \quad y = 22,5 - \text{ лишнее данное в задаче.}$$

$$\text{№ 208. (е). а) } \frac{x+2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x}; \quad б) \frac{y+z^2}{z} = \frac{y}{z} + \frac{z^2}{z} = \frac{y}{z} + z,$$

$$в) \frac{a^2 - 2a + 4}{a} = \frac{a^2}{a} - \frac{2a}{a} + \frac{4}{a} = a - 2 + \frac{4}{a};$$

$$г) \frac{b^2 + 3b - 6}{b} = \frac{b^2}{b} + \frac{3b}{b} - \frac{6}{b} = b + 3 - \frac{6}{b}.$$

№ 222. (н). Пусть правильная обыкновенная дробь $\frac{a}{b}$ несократима.

Дробь, дополняющая ее до единицы – это дробь $1 - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$. Если она

сократима, то $b - a = nk$, отсюда имеем $a = b - nk = mk - nk = (m - n)k$, но тогда сократима и дробь $\frac{a}{b}$ – противоречие, значит дробь $1 - \frac{a}{b}$ гакже несократима.

№ 223 (№ 209). а) $\frac{n+6}{n} = \frac{n}{n} + \frac{6}{n} = 1 + \frac{6}{n}$; при $n = 1; 2; 3; 6$. Значение выражения – натуральное; б) $\frac{5n-12}{n} = \frac{5n}{n} - \frac{12}{n} = 5 - \frac{12}{n}$; при $n = 3; 4; 6, 12$. Значение выражения – натуральное; в) $\frac{36-n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - \frac{n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - 1$, при $n = 1; 2; 3$. Значение выражения – натуральное.

№ 224 (№ 210).

а) $\frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = \frac{x}{y} + 1 = 5 + 1 = 6$; б) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 5 - 1 = 4$;

в) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{x+2y}{x} = 1 + 2\frac{y}{x} = 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} \cdot 2 = 1 + (5^{-1}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$

№ 225 (№ 211). а) $\frac{x+y}{y} = 3$; $\frac{x}{y} = 3 - \frac{y}{y}$; $\frac{x}{y} = 3 - 1 = 2$;

б) $\frac{y}{x+y} = \left(\frac{x+y}{y}\right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; в) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 - 1 = 1$;

г) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = (2)^{-1} = \frac{1}{2}$.

№ 226 (№ 212). а) $\frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{5b-3}{by} = \frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{b(5b-3)}{b^2y} = \frac{3b^2-5b-1+5b^2-3b}{b^2y} = \frac{8b^2-8b-1}{b^2y}$;

б) $\frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3} = \frac{(a^2-a+1)x^2 - a^2(x^2-1)}{a^3x^3} = \frac{a^2x^2 - ax^2 + x^2 - a^2x^2 + a^2}{a^3x^3} = \frac{x^2 + a^2 - ax^2}{a^3x^3}$;

в) $\frac{1+c}{c^3y^4} - \frac{c^3+y^4}{c^2y^8} = \frac{y^4 + cy^4 - c^4 - cy^4}{c^3y^8} = \frac{y^4 - c^4}{c^3y^8}$;

г) $\frac{c^2+x^2}{c^2x^5} - \frac{c+x}{c^3x^3} = \frac{c^3+cx^2 - cx^2 - x^3}{c^3x^5} = \frac{c^3-x^3}{c^3x^5}$

№ 227 (№ 213).

$$a) x + y + \frac{x-y}{4} = \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{x-y}{4} = \frac{4x+4y+x-y}{4} = \frac{5x+3y}{4};$$

$$б) m+n - \frac{1+mn}{n} = \frac{m}{1} + \frac{n}{1} - \frac{1+mn}{n} = \frac{mn+n^2-1-mn}{n} = \frac{n^2-1}{n};$$

$$в) a - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a}{1} - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a(a+b+c) - ab - ac - bc}{a+b+c} =$$

$$= \frac{a^2 + ab + ac - ab - ac - bc}{a+b+c} = \frac{a^2 - bc}{a+b+c};$$

$$г) a^2 - b^2 - \frac{a^3 - b^3}{a+b} = \frac{a^2}{1} - \frac{b^2}{1} - \frac{a^3 - b^3}{a+b} = \frac{(a^2 - b^2)(a+b) - a^3 + b^3}{a+b} =$$

$$= \frac{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 - a^3 + b^3}{a+b} = \frac{a^2b - ab^2}{a+b} = \frac{ab(a-b)}{a+b}$$

$$№ 228 (№ 214). a) \frac{mn+1}{m+n} + \frac{mn-1}{m-n} = \frac{(m-n)(mn+1) + (m+n)(mn-1)}{(m+n)(m-n)} =$$

$$= \frac{m^2n + m - mn^2 - n + m^2n - m + mn^2 - n}{(m+n)(m-n)} = \frac{2m^2n - 2n}{(m+n)(m-n)} =$$

$$= \frac{2n(m^2-1)}{(m+n)(m-n)} = \frac{2n(m-1)(m+1)}{(m+n)(m-n)};$$

$$б) (c) \frac{a+b}{2a} - \frac{b}{a+b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{2a(a+b)} = \frac{a^2 + b^2}{2a(a+b)};$$

$$б) (в) \frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x} = \frac{(x+4a)(a-x) - (a-4x)(a+x)}{3(a+x)(a-x)} =$$

$$= \frac{ax + 4a^2 - x^2 - 4ax - a^2 + 4ax - ax + 4x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{3a^2 + 3x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}.$$

$$г) (c) \frac{9a-24b}{a(a-b)} + \frac{21b-6a}{a(a-b)} = \frac{9a-24b+21b-6a}{a(a-b)} = \frac{3a-3b}{a(a-b)} = \frac{3}{a};$$

$$д) (c) \frac{3x+21y}{x^2-49y^2} + \frac{2xy}{x^2-7xy} = \frac{3x+21y}{(x-7y)(x+7y)} + \frac{2xy}{x(x-7y)} =$$

$$= \frac{x(3x+21y) + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{3x^2 + 21xy + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} =$$

$$= \frac{3x(x+7y) + 2xy(x+7y)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{(x+7y)(3x+2xy)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{x(3+2y)}{x(x-7y)} = \frac{3+2y}{x-7y}.$$

$$e) (c) \frac{m^2-2mn}{m^2-4n^2} + \frac{2n^2}{mn+2n^2} = \frac{m^2-2mn}{(m-2n)(m+2n)} + \frac{2n^2}{n(m+2n)} =$$

$$= \frac{n(m^2-2mn) + 2n^2(m-2n)}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{nm^2 - 2mn^2 + 2n^2m - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} =$$

$$= \frac{nm^2 - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{n(m^2 - 4n^2)}{n(m+2n)(m+2n)} = 1.$$

№ 229 (№ 215).

$$\text{a) (c)} \quad \frac{2b^2 - bc}{b^2 - 0,25c^2} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4(2b^2 - bc)}{4(b^2 - 0,25c^2)} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b(2b-c)}{4b^2 - c^2} - \frac{2c}{2b+c} =$$

$$= \frac{4b(2b-c)}{(2b-c)(2b+c)} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b}{2b+c} - \frac{2c}{2b+c} = \frac{4b-2c}{2b+c} = \frac{2(2b-c)}{2b+c};$$

$$\text{б) (c)} \quad \frac{2x-1}{x^2 - 0,5x} + \frac{4x+2}{x^2 + 0,5x} = \frac{2x-1}{x(x-0,5)} + \frac{2(2x+1)}{x(x+0,5)} =$$

$$= \frac{2(2x-1)}{x(2x-1)} + \frac{4(2x+1)}{x(2x+1)} = \frac{2}{x} + \frac{4}{x} = \frac{6}{x}; \quad \text{a) (в)} \quad \frac{2y^2 - y}{y^2 - y + \frac{1}{4}} - \frac{2y^2 + y}{y^2 + y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{y^2 - \frac{1}{4}} =$$

$$= \frac{4(2y^2 - y)}{4(y^2 - y + \frac{1}{4})} - \frac{4(2y^2 + y)}{4(y^2 + y + \frac{1}{4})} - \frac{4}{4(y^2 - \frac{1}{4})} =$$

$$= \frac{4y(2y-1)}{4y^2 - 4y + 1} - \frac{4y(2y+1)}{4y^2 + 4y + 1} - \frac{4}{4y^2 - 1} = \frac{4y(2y-1)}{(2y-1)^2} - \frac{4y(2y+1)}{(2y+1)^2} - \frac{4}{(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{4y}{2y-1} - \frac{4y}{2y+1} - \frac{4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{4y(2y+1) - 4y(2y-1) - 4}{(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{8y^2 + 4y - 8y^2 + 4y - 4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{8y - 4}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{4}{2y+1};$$

$$\text{r) (c)} \quad \frac{a^2 + 0,3ab}{ab + 0,3b^2} - \frac{ab - 0,7b^2}{a^2 - 0,7ab} = \frac{a(a + 0,3b)}{b(a + 0,3b)} - \frac{b(a - 0,7b)}{a(a - 0,7b)} =$$

$$= \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab};$$

$$\text{д) (c)} \quad \frac{1,8xy + 0,81y^2}{0,81y^2 - 4x^2} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \frac{0,9y(2x + 0,9y)}{(0,9y - 2x)(0,9y + 2x)} + \frac{2x}{2x - 0,9y} =$$

$$= \frac{0,9y}{0,9y - 2x} - \frac{2x}{0,9y - 2x} = \frac{0,9y - 2x}{0,9 - 2x} = 1;$$

$$\text{б) (e)} \quad \frac{6a}{2,25a^2 - 0,64} - \frac{8}{6a - 3,2} = \frac{6a}{(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} - \frac{8}{4(1,5a - 0,8)} =$$

$$= \frac{24a - 8(1,5a + 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{12a - 6,4}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} =$$

$$= \frac{8(1,5a - 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{2}{1,5a + 0,8} = \frac{20}{15a + 8}.$$

№ 230 (№ 216). $\frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)} - \frac{1}{(b-c)(c-a)} =$

$$= \frac{c-a+b-c+a-b}{(a-b)(c-a)(b-c)} = \frac{0}{(a-b)(c-a)(b-c)} = 0,$$

при всех допустимых a, b , и c .

$$\text{№ 231 (№ 217). а)} \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{y^2-9} = \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{(y-3)(y+3)} =$$

$$= \frac{5y+15+y-3-4y+18}{(y-3)(y+3)} = \frac{2y+30}{(y-3)(y+3)} = \frac{2(y+15)}{(y-3)(y+3)};$$

$$\text{б)} \frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9} = \frac{2a}{2a+3} - \frac{5}{2a-3} - \frac{4a^2+9}{(2a-3)(2a+3)} =$$

$$= \frac{4a^2-6a-10a-15-4a^2-9}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{-16a-24}{(2a-3)(2a+3)} = -\frac{8(2a+3)}{(2a-3)(2a+3)} = -\frac{8}{3-2a},$$

$$\text{в) в)} \frac{2b^2+10b}{3by+15y} + \frac{b^2-3b}{by-3y} - \frac{2b}{3y} = \frac{2b(b+5)}{3y(b+5)} + \frac{b(b-3)}{y(b-3)} - \frac{2b}{3y} =$$

$$= \frac{2b}{3y} + \frac{b}{y} - \frac{2b}{3y} = \frac{b}{y};$$

$$\text{г) в)} \frac{14ax-21x}{10a-15} - \frac{6ax+9x}{8a+12} + \frac{x}{10} = \frac{7x(2a-3)}{5(2a-3)} - \frac{3x(2a+3)}{4(2a+3)} + \frac{x}{10} =$$

$$= \frac{x}{5} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{10} = \frac{28x-15x+2x}{20} = \frac{15x}{20} = \frac{3x}{4};$$

$$\text{в) д)} \frac{4m}{4m^2-1} - \frac{2m+1}{6m-3} + \frac{2m-1}{4m+2} =$$

$$= \frac{4m}{(2m-1)(2m+1)} - \frac{2m+1}{3(2m-1)} + \frac{2m-1}{2(2m-1)} =$$

$$= \frac{6 \cdot 4m - (4m+2)(2m+1) + (6m-3)(2m-1)}{6(2m-1)(2m+1)} =$$

$$= \frac{24m-8m^2-4m-4m-2+12m^2-6m-6m+3}{6(2m-1)(2m+1)} =$$

$$= \frac{4m+4m^2+1}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{(2m+1)^2}{6(2m+1)(2m-1)} = \frac{2m+1}{6(2m-1)};$$

$$\text{г) е)} \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(x-y)^2} =$$

$$= \frac{x^2-2xy+y^2-2x^2+2y^2+x^2+2xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)^2} = \frac{4y^2}{(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\text{д) ж)} \frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} = \frac{4a^2+3a+2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} =$$

$$= \frac{4a^2+3a+2-(a-1)(1-2a)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{4a^2+3a+2-a+2a^2+1-2a}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{6a^2+3}{(a-1)^3} = \frac{3(2a^2+1)}{(a-1)^3},$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma) (3) & \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{x^3-y^3} + \frac{1}{x-y} = \\
 & = \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{1}{x-y} = \\
 & = \frac{(x-y)^2 - 3xy + (x^2+xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 3xy + x^2 + xy + y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \\
 & = \frac{2x^2 + 2y^2 - 4xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2(x^2 + y^2 - 2xy)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \\
 & = \frac{2(x-y)^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{2(x-y)}{(x^2+xy+y^2)}.
 \end{aligned}$$

№ 232 (№ 218).

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax+by}{(a-b)(x+y)} - \frac{bx-ay}{(a-b)(x+y)} = \frac{(a+b)(ax+by) - (a-b)(bx-ay)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\
 & = \frac{a^2x+aby+abx+b^2y-abx+a^2y+b^2x-aby}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \\
 & = \frac{a^2x+b^2x+b^2y+a^2y}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{x(a^2+b^2)+y(b^2+a^2)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{(a^2+b^2)(x+y)}{(a^2-b^2)(x+y)} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} \\
 & \text{т.е. эти выражения тождественно равны.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 233 (№ 219). а)} & \frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)} = \\
 & = \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
 & = \frac{-b^2(a-c) + b(a^2 - c^2) - ac(a-c)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-c)(-b^2 + ab + bc - ac)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
 & = \frac{(b-c)(a-b)}{abc(a-b)(b-c)} = \frac{1}{abc}; б) \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = \\
 & = \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} - \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} = \\
 & = \frac{x^2(y-z) - y^2(x-z) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{x^2y - x^2z - xy^2 + y^2z + xz^2 - yz^2}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\
 & = \frac{xy(x-y) - z(x-y)(x+y) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{(x-y)(xy - zx - zy + z^2)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \\
 & = \frac{x(y-z) - z(y-z)}{(x-z)(z-y)} = \frac{(x-z)(y-z)}{(x-z)(z-y)} = 1
 \end{aligned}$$

$$\text{№ 234 (№ 220). а)} \frac{x^2-3x+6}{x-3} = \frac{x(x-3)}{x-3} + \frac{6}{x-3} = x + \frac{6}{x-3},$$

$$\text{б)} \frac{y^2 + 5y - 8}{y + 5} = \frac{y(y + 5)}{y + 5} - \frac{8}{y + 5} = y - \frac{8}{y + 5};$$

$$\text{в)} \frac{a^2 + 7a + 2}{a + 6} = \frac{a^2 + 6a + a + 2}{a + 6} = \frac{a(a + 6)}{a + 6} + \frac{a + 2}{a + 6} = a + \frac{a + 2}{a + 6};$$

$$\text{г)} \frac{3b^2 - 10b - 1}{b - 3} = \frac{3b^2 - 9b - b - 1}{b - 3} = \frac{3b(b - 3)}{b - 3} - \frac{b + 1}{b - 3} = 3b - \frac{b + 1}{b - 3}.$$

№ 221. (с). 1) $\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 25}{x - 5} + \frac{7x}{x - 5} = x + 5 + \frac{7x}{x - 5}$; следовательно,

ответ верный;

$$\text{2)} \frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 + 12x - 5x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 5x}{x - 5} + \frac{12x - 25}{x - 5} = \frac{x(x - 5)}{x - 5} + \frac{12x - 60 + 35}{x - 5} =$$

$$= x + \frac{12x - 60}{x - 5} + \frac{35}{x - 5} = x + \frac{12(x - 5)}{x - 5} + \frac{35}{x - 5} = x + 12 + \frac{35}{x - 5};$$
 следовательно,

но, ответ верный; 3) ответ неверный, т.к. при подстановке $x = 1$,

$$\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{17}{4}, \quad a - x + \frac{2x - 25}{x - 5} = \frac{19}{4}$$

№ 222. (с). а) $\frac{6x}{x + 3} = \frac{6x + 18 - 18}{x + 3} = 6 - \frac{18}{x + 3}$, то есть тождество верно.

б) $\frac{ax}{x + b} = \frac{ax + ab - ab}{x + b} = \frac{a(x + b) - ab}{x + b} = a - \frac{ab}{x + b}$, то есть тождество верно.

№ 235 (№ 223). а) $\frac{2x}{x + 3} = 2 + \frac{a}{x + 3}$; $\frac{2x}{x + 3} - 2 = \frac{a}{x + 3}$; $\frac{2x - 2x - 6}{x + 3} = \frac{a}{x + 3}$,

$$-\frac{6}{x + 3} = \frac{a}{x + 3}, \quad a = -6;$$

б) $\frac{x}{x - 5} = 1 + \frac{a}{x - 5}$, $\frac{x}{x - 5} - 1 = \frac{a}{x - 5}$; $\frac{x - x + 5}{x - 5} = \frac{a}{x - 5}$; $\frac{5}{x - 5} = \frac{a}{x - 5}$, $a = 5$,

в) $\frac{2x}{3 - x} = \frac{a}{3 - x} - 2$; $\frac{2x}{3 - x} + 2 = \frac{a}{3 - x}$; $\frac{2x + 6 - 2x}{3 - x} = \frac{a}{3 - x}$; $\frac{6}{3 - x} = \frac{a}{3 - x}$, $a = 6$,

г) $\frac{x + 2}{5 - x} = \frac{a}{5 - x} - 1$; $\frac{x + 2}{5 - x} + 1 = \frac{a}{5 - x}$; $\frac{x + 2 + 5 - x}{5 - x} = \frac{a}{5 - x}$; $\frac{7}{5 - x} = \frac{a}{5 - x}$, $a = 7$

№ 236. (№ 224). а) $\frac{5x}{x + 2} = \frac{5(x + 2)}{x + 2} - \frac{10}{x + 2} = 5 - \frac{10}{x + 2}$;

б) $\frac{-2x}{x - 1} = \frac{-2(x - 1)}{x - 1} - \frac{2}{x - 1} = -2 - \frac{2}{x - 1}$;

в) $\frac{2x}{5 - x} = \frac{2(x - 5)}{5 - x} + \frac{10}{5 - x} = -2 + \frac{10}{5 - x}$;

г) $\frac{x - 3}{2 - x} = \frac{x - 2 - 1}{2 - x} = \frac{x - 2}{2 - x} - \frac{1}{2 - x} = -1 - \frac{1}{2 - x}$

№ 237 (№ 225). а) $\frac{5n^2+2n+3}{n} = \frac{5n^2}{n} + \frac{2n}{n} + \frac{3}{n} = 5n + 2 + \frac{3}{n}$ — целое при:

$n = \pm 1; \pm 3;$

б) $\frac{(n-3)^2}{n} = \frac{n^2-6n+9}{n} = \frac{n^2}{n} - \frac{6n}{n} + \frac{9}{n} = n - 6 + \frac{9}{n}$ — целое при $n = \pm 1; \pm 3; \pm 9$.

в) $\frac{3n}{n+2} = \frac{3(n+2)}{n+2} - \frac{6}{n+2} = 3 - \frac{6}{n+2}$ — целое при $n = -8; 0; \pm 1; -3; \pm 4; -5$,

г) $\frac{7n}{n-4} = \frac{7(n-4)}{n-4} + \frac{28}{n-4} = 7 + \frac{28}{n-4}$ — целое при $n = 0; 2; \pm 3; 5; 6; 8; -10; 11; 18; -24; 32$

№ 238 (№ 226).

а) $\frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}; \frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a(x+3)+b(x-2)}{(x-2)(x+3)}$;

$5x = a(x+3) + b(x-2); 5x = ax + 3a + bx - 2b;$

$5x = (ax + bx) + 3a - 2b; 5x = x(a+b) + 3a - 2b$; запишем систему:

$$\begin{cases} a+b=5, \\ 3a-2b=0; \end{cases} \begin{cases} a=5-b, \\ 3(5-b)-2b=0; \end{cases} 15-3b-2b=0; b=3; a=2.$$

Ответ: $b = 3; a = 2$.

б) $\frac{5x+31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} - \frac{b}{x+2}; 5x+31 = ax + 2a - bx + 5b;$

$5x+31 = ax - bx + 2a + 5b; 5x+31 = x(a-b) + 2a + 5b;$

запишем систему:

$$\begin{cases} a-b=5, \\ 2a+5b=31; \end{cases} \begin{cases} a=b+5, \\ 2(b+5)+5b=31; \end{cases} 2b+10+5b=31; 7b=21, b=3; a=8$$

Ответ: $b = 3; a = 8$.

К параграфу 3

№ 227. (с). а) $\frac{x^5+x^3}{x^4-x^2} \cdot \frac{x^6-x^3}{x^2+x^4} = \frac{x^3(x^2+1)}{x^2(x^2-1)} \cdot \frac{x^3(x^3-1)}{x^2(x^2+1)}$

$= \frac{x^3(x^2+1)x^3(x^3-1)}{x^2(x^2-1)x^2(x^2+1)} = \frac{x^2(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2(x^2+x+1)}{x+1};$

б) $\frac{2m^5-3m^4}{m^4-4m} \cdot \frac{m^4+2m^2}{3m^2-2m^3} = \frac{m^4(2m-3)}{m(m^3-4)} \cdot \frac{m^2(m^2+2)}{m^2(3-2m)} = \frac{m^3(m^2+2)}{m^3-4} = \frac{m^3(m^2+2)}{4-m^3}$

№ 228. (с).

а) $\frac{m^5+m^4+m^3}{m^3+m^2} \cdot \frac{m^5+m^2}{m^4+m^3+m^2} = \frac{m^3(m^2+m+1)}{m^2(m+1)} \cdot \frac{m^3(m^2+1)}{m^2(m^2+m+1)} = \frac{m^2(m^2+1)}{m+1}$

б) $\frac{n^2-n^4+n^6}{1-n} \cdot \frac{n^2-1}{n^5-n^3+n} = \frac{n^2(n^4-n^2+1)(n-1)(n+1)}{n(n-1)(n^4-n^2+1)} = -n(n+1)$

№ 239 (№ 229). а) $\frac{a^2+ax+ab+bx}{a^2-ax-ab+bx} \cdot \frac{a^2-ax-bx+ab}{a^2+ax-bx-ab} =$

$$= \frac{a(a+x)+b(a+x)}{x(b-a)+a(a-b)} \cdot \frac{-x(a+b)+a(a+b)}{a(a-b)+x(a-b)} = \frac{(a+x)(a+b)(a+b)(a-x)}{(a-b)(a-x)(a-b)(a+x)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2},$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{x^2+ax-3x-3a}{x^2-ax-3x+3a} \cdot \frac{x^2+4x-ax-4a}{x^2+4x+ax+4a} = \frac{x(x+a)-3(x+a)}{x(x-a)-3(x-a)} \cdot \frac{x(x-a)+4(x-a)}{x(x+a)+4(x+a)} = \\ & = \frac{(x+a)(x-3)(x-a)(x+4)}{(x-a)(x-3)(x+a)(x+4)} = \frac{(x+a)(x-a)}{(x-a)(x+a)} = 1. \end{aligned}$$

$$\text{№ 230. (c.) а)} \quad \frac{a-a^8}{a^6+a^2} \cdot \frac{a^9-a^2}{a^5+a} = \frac{(a-a^8)(a^5+a)}{(a^6+a^2)(a^9-a^2)} = \frac{a(1-a^7) \cdot a(a^4+1)}{a^2(a^4+1) \cdot a^2(a^7-1)} = -\frac{1}{a^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{9x^2-x^6}{x^5+x^7} \cdot \frac{x^4-3x^2}{x^9+x^7} = \frac{(9x^2-x^6)(x^9+x^7)}{(x^5+x^7)(x^4-3x^2)} = \\ & = \frac{x^2(9-x^4) \cdot x^7(x^2+1)}{x^5(x^2+1) \cdot x^2(x^2-3)} = \frac{(3-x^2)(3+x^2)(x^2+1) \cdot x^2}{(x^2+1)(x^2-3)} = -x^2(x^2+3) \end{aligned}$$

№ 231. (c.)

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{x^2-bx+ax-ab}{x^2+bx-ax-ab} \cdot \frac{x^2+bx+ax+ab}{x^2-bx-ax+ab} = \frac{(x^2-bx+ax-ab)}{(x^2+bx-ax-ab)} \cdot \frac{(x^2-bx-ax+ab)}{(x^2+bx+ax+ab)} = \\ & = \frac{[x(x-b)+a(x-b)][x(x-b)-a(x-b)]}{[x(x+b)-a(x+b)][x(x+b)+a(x+b)]} = \frac{(x-b)(x+a)(x-b)(x-a)}{(x+b)(x-a)(x+b)(x+a)} = \frac{(x-b)^2}{(x+b)^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{m^2+m-mn-n}{m^2+m+mn+n} \cdot \frac{m^2-m-mn+n}{m^2-m+mn-n} = \frac{(m^2+m-mn-n)}{(m^2+m+mn+n)} \cdot \frac{(m^2-m+mn-n)}{(m^2-m-mn+n)} = \\ & = \frac{[m(m+1)-n(m+1)][m(m-1)+n(m-1)]}{[m(m+1)+n(m+1)][m(m-1)-n(m-1)]} = \frac{(m+1)(m-n)(m-1)(m+n)}{(m+1)(m+n)(m-1)(m-n)} = 1 \end{aligned}$$

№ 240 (№232). Учтем, что $m \neq n$, $-m \neq 0$, $n \neq 0$:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2} = \frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{n-m}{mn} \right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2} = \frac{2m^2n^2}{mn(n-m)^2} - \frac{m^2+n^2}{(n-m)^2} = \\ & = \frac{2mn}{(n-m)^2} - \frac{m^2+n^2}{(n-m)^2} = \frac{2mn-m^2-n^2}{(n-m)^2} = -\frac{n^2-2mn+m^2}{(n-m)^2} = -\frac{(n-m)^2}{(n-m)^2} = -1, \end{aligned}$$

что не зависит от указанных переменных.

$$\begin{aligned} \text{№ 233. (c.)} \quad & \left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) \cdot \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) = \frac{27+n^3}{3n^2} \cdot \frac{9-3n+n^2}{3n^2} = \\ & = \frac{(27+n^3) \cdot 3n^2}{(9-3n+n^2) \cdot 3n^2} = \frac{(3+n)(9-3n+n^2)}{9-3n+n^2} = 3+n, \end{aligned}$$

натуральное при всех натуральных n .

№ 241 (№234).

$$a - \frac{a^2+x^2}{a-x} \left(\frac{2a}{x} + \frac{4a}{a-x} \right) = \frac{a(a+x)-(a^2-x^2)}{a+x} \times \frac{2a(a-x)+4ax}{x(a-x)} =$$

$$= \frac{a^2 + ax - a^2 - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 - 2ax + 4ax}{x(a-x)} = \frac{ax - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 + 2ax}{x(a-x)} = \frac{x(a-x) \cdot 2a(a+x)}{(a+x) \cdot x(a-x)} = 2a,$$

четное при всех целых значениях a .

$$\text{№ 242 (№235).} \left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2 \right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} =$$

$$= \frac{(x+1)(x+3) + 8x - 4x(x+3)}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} =$$

$$= \frac{x^2 + 3x + x + 3 + 8x - 4x^2 - 12x}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} =$$

$$= \frac{-3x^2 + 3}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x^2 - 1)(x+3)}{2x(x+3)(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} =$$

$$= \frac{-3(x-1)(x+1)}{2x(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x-1)}{2x} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} =$$

$$= \frac{-3x + 3 - x^2 + 5x - 3}{2x} = \frac{-x^2 + 2x}{2x} = -\frac{x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} = -\frac{x}{2} + 1 \quad \text{— отрицательное}$$

число при любом $x > 2$.

$$\text{№236. (c). а) } \left(a + 2b + \frac{4b^2}{a-2b} \right) : \left(a - \frac{2ab}{a+2b} \right) + 1 =$$

$$= \frac{(a+2b)(a-2b) + 4b^2}{a-2b} : \frac{a(a+2b) - 2ab}{a+2b} + 1 = \frac{a^2 - 4b^2 + 4b^2}{a-2b} : \frac{a^2 + 2ab - 2ab}{a+2b} + 1 =$$

$$= \frac{a^2}{a-2b} : \frac{a^2}{a+2b} + 1 = \frac{a^2(a+2b)}{a^2(a-2b)} + 1 = \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{2a}{a-2b};$$

$$\text{б) } \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y \right) =$$

$$= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y - 2x(x^2-y^2) + 3y(x^2-y^2)}{x^2-y^2} =$$

$$= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y - 2x^3 + 2xy^2 + 3x^2y - 3y^3}{x^2-y^2} =$$

$$= \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{(2x-3y)(1-x^2+y^2)}{x^2-y^2} =$$

$$= \frac{3}{x+y} - \frac{3(1-x^2+y^2)}{x+y} = \frac{3-3+3x^2-3y^2}{x+y} = \frac{3(x^2-y^2)}{x+y} = 3(x-y);$$

$$\text{в) } \left(\frac{5x^2 - 15xy}{x^2 - 9y^2} - \frac{3xy + 9y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right) = \left(\frac{5x(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} - \frac{3y(x+3y)}{(x+3y)^2} \right) : \frac{5x-3y}{xy} =$$

$$= \left(\frac{5x}{x+3y} - \frac{3y}{x+3y} \right) \cdot \frac{5x-3y}{xy} = \frac{5x-3y}{x+3y} \cdot \frac{5x-3y}{xy} = \frac{xy}{x+3y};$$

$$\begin{aligned} \text{r)} & \left(\frac{4a^2 - 6ac}{4a^2 - 12ac + 9c^2} - \frac{6ac + 9c^2}{4a^2 + 12ac + 9c^2} \right) \cdot \frac{6a + 9c}{4a^2 + 9c^2} = \\ & = \left(\frac{2a(2a-3c)}{(2a-3c)^2} - \frac{3c(2a+3c)}{(2a+3c)^2} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \left(\frac{2a}{2a-3c} - \frac{3c}{2a+3c} \right) \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ & = \frac{2a(2a+3c) - 3c(2a-3c)}{(2a-3c)(2a+3c)} \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \frac{4a^2 + 6ac - 6ac + 9c^2}{(2a-3c)(2a+3c)} \cdot \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ & = \frac{(4a^2 + 9c^2)3(2a+3c)}{(2a-3c)(2a+3c)(4a^2+9c^2)} = \frac{3}{2a-3c}. \end{aligned}$$

№ 243 (№ 237).

$$\text{a)} ab + \frac{ab}{a+b} \left(\frac{a+b}{a-b} - a-b \right) = ab + \frac{ab}{a+b} \cdot \frac{a+b - (a+b)(a-b)}{a-b} =$$

$$ab + \frac{ab(a+b)(1-(a-b))}{(a+b)(a-b)} = ab + \frac{ab \cdot (1-a+b)}{a-b} =$$

$$= \frac{ab(a-b) + ab(1-a+b)}{a-b} = \frac{a^2b - ab^2 + ab - a^2b + ab^2}{a-b} = \frac{ab}{a-b};$$

$$\text{б)} \left(\frac{y^2 - xy}{x^2 + xy} - xy + y^2 \right) \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \frac{y^2 - xy - (xy - y^2)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} =$$

$$= \frac{-y(x-y) - y(x-y)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} \cdot \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \frac{-y(x-y)(1+x^2 + xy)}{x(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x+y} =$$

$$= \frac{-y - yx^2 - xy^2 + y}{x+y} = \frac{-(x^2y + xy^2)}{x+y} = -\frac{xy(x+y)}{x+y} = -xy;$$

$$\text{в)} \left(\frac{1}{(2a-b)^2} + \frac{2}{4a^2 - b^2} + \frac{1}{(2a+b)^2} \right) \cdot \frac{4a^2 + 4ab + b^2}{16a} =$$

$$= \frac{(2a+b)^2 + 2(2a-b)(2a+b) + (2a-b)^2}{(2a-b)^2(2a+b)^2} \cdot \frac{(2a+b)^2}{16a} =$$

$$= \frac{16a^2(2a+b)^2}{(2a+b)^2(2a-b)^2 \cdot 16a} = \frac{a}{(2a-b)^2};$$

$$\text{г)} \frac{4c^2}{(c-2)^4} \cdot \left(\frac{1}{(c+2)^2} + \frac{1}{(c-2)^2} + \frac{2}{c^2-4} \right) =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} \cdot \frac{(c-2)^2 + (c+2)^2 + 2(c-2)(c+2)}{(c-2)^2(c+2)^2} =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)} \cdot \frac{c^2 - 4c + 4 + c^2 + 4c + 4 + 2c^2 - 8}{(c-2)^2(c+2)^2} =$$

$$= \frac{4c^2}{(c-2)^4} \cdot \frac{4c^2}{(c-2)^2(c+2)^2} = \frac{4c^2(c+2)^2(c-2)^2}{4c^2(c-2)^4} = \frac{(c+2)^2}{(c-2)^2}.$$

№ 244 (№238). а) $\left(x - \frac{4xy}{x+y} + y\right) \cdot \left(x + \frac{4xy}{x-y} - y\right) =$

$$= \frac{x(x+y) - 4xy + y(x+y)}{x+y} \cdot \frac{x(x-y) + 4xy - y(x-y)}{x-y} =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x+y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} = (x-y)(x+y) = x^2 - y^2,$$

б) $\left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-a}\right) = \frac{a(1-a) - (1-2a^2) + 1-a}{1-a} \cdot \frac{1-a-1}{1-a} =$

$$= \frac{a-a^2-1+2a^2+1-a}{1-a} \cdot \frac{-a}{1-a} = \frac{a^2}{1-a} \cdot \left(-\frac{a}{1-a}\right) = -\frac{a^2(1-a)}{a(1-a)} = -a$$

№ 245 (№239).

$$\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2 - p^2} - \frac{2}{p+2q} = \frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{(2q-p)(2q+p)} - \frac{2}{p+2q} =$$

$$= \frac{p+2q-6q-2(p-2q)}{(p-2q)(p+2q)} = \frac{p+2q-6q-2p+4q}{(p-2q)(p+2q)} = -\frac{p}{p^2-4q^2};$$

$$-\frac{1}{2p} \cdot \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1\right) = -\frac{1}{2p} \cdot \frac{p^2+4q^2+p^2-4q^2}{p^2-4q^2} =$$

$$= -\frac{1}{2p} \cdot \frac{2p^2}{p^2-4q^2} = -\frac{p}{p^2-4q^2}; \text{ тождество доказано.}$$

№ 246 (№240). $a^3 + b^3 + \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right) = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$

$$a^3 + b^3 = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3 - \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$$

$$a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3} - \frac{b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3}; \quad a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3};$$

$$(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)^3 = a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3.$$

Будем преобразовывать левую и правую части неравенства отдельно:

1) $(a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = (a^3 + b^3)(a^9 - 3a^6b^3 + 3a^3b^6 - b^9) = a^{12} + a^9b^3 - 3a^9b^3 -$
 $- 3a^6b^6 + 3a^6b^6 + 3a^3b^9 - a^3b^9 - b^{12} = a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12};$

$$2) a^3(a^3+2b^3)^3 - b^3(2a^3+b^3)^3 = a^3(a^9+6a^6b^3+6a^3b^6+8b^9) - b^3(8a^9+6a^6b^3+6a^3b^6+b^9) = a^{12}+6a^9b^3+6a^6b^6+8a^3b^9 - 8a^9b^3-6a^6b^6-6a^3b^9-b^{12} = a^{12}-2a^9b^3+2a^3b^9-b^{12}.$$

$$\text{№ 247 (№241). } \frac{\frac{3}{2}a^2-2ab+\frac{2}{3}b^2}{\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2} + \frac{6b}{\frac{3}{4}a+\frac{1}{2}b} = \frac{9a^2-12ab+4b^2}{6} : \frac{9a^2-4b^2}{36} + \frac{6b}{1} : \frac{3a+2b}{4} = \frac{(3a-2b)^2 \cdot 36}{6(9a^2-4b^2)} + \frac{4 \cdot 6b}{3a+2b} = \frac{6(3a-2b)^2}{(3a-2b)(3a+2b)} + \frac{24b}{3a+2b} = \frac{6(3a-2b)}{3a+2b} + \frac{24b}{3a+2b} = \frac{18a-12b+24b}{3a+2b} = \frac{6(3a+2b)}{3a+2b} = 6, \text{ что не зависит от } a \text{ и } b.$$

$$\text{№242. (c). а) } \left(\frac{0,5b-1,5}{0,5b^2-1,5b+4,5} - \frac{2b-6}{\frac{1}{3}b^3+9} \right) : \frac{b-3}{0,8b^3+21,6} =$$

$$= \left(\frac{0,5(b-3)}{0,5(b^2-3b+9)} - \frac{2(b-3)}{\frac{1}{3}(b^3+27)} \right) : \frac{b-3}{0,8(b^3+27)} =$$

$$= \left(\frac{b-3}{b^2-3b+9} - \frac{6(b-3)}{(b+3)(b^2-3b+9)} \right) : \frac{5(b-3)}{4(b^3+27)} =$$

$$= \frac{(b+3)(b-3)-6(b-3)}{b^3+27} : \frac{5(b-3)}{4(b^3+27)} = \frac{4(b-3)(b+3-6)(b^3+27)}{5(b^3+27)(b-3)} = \frac{4(b-3)}{5}.$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{0,5a+1} + \frac{\frac{2}{3}a}{2-a} + \frac{2a}{\frac{1}{4}a^2-1} \right) \cdot \frac{0,5a-1}{0,5a-2} = \left(\frac{2a}{a+2} - \frac{2a}{3(a-2)} + \frac{8a}{(a-2)(a+2)} \right) \frac{a-2}{a-4} =$$

$$= \frac{6a(a-2)-2a(a+2)+24a}{3(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a-2}{a-4} = \frac{(4a^2+8a)(a-2)}{3(a-2)(a+2)(a-4)} = \frac{4a}{3(a-4)};$$

$$\text{в) } \left(\frac{3,6xy+2,1y^2}{1,44x^2-0,49y^2} + \frac{2x}{2,4x-1,4y} \right) \cdot \frac{12x^2-7xy}{x+3y} =$$

$$= \left(\frac{3y(1,2x+0,7y)}{(1,2x-0,7y)(1,2x+0,7y)} + \frac{2x}{2(1,2x-0,7y)} \right) \cdot \frac{x(12x+7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{3y(1,2x+0,7y)+x(1,2x+0,7y)}{(1,2x-0,7y)(1,2x+0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{(1,2x+0,7y)(3y+x)}{(1,2x+0,7y)(1,2x-0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} =$$

$$= \frac{(x+3y) \cdot x(12x-7y)}{(x+3y)(1,2x-0,7y)} = \frac{10x(12x-7y)}{12x-7y} = 10x;$$

$$\text{г) } \left(\frac{1}{0,5x+y} - \frac{2y}{0,25x^2+xy+y^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25x^2-y^2} + \frac{1}{2y-x} \right) + 2 =$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{0,5(x+2y)} - \frac{2y}{0,25(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
 &= \left(\frac{2}{x+2y} - \frac{8y}{(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{2x}{(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
 &= \frac{2(x+2y) - 8y}{(x+2y)^2} : \frac{2x - x - 2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} : \frac{x-2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \\
 &= \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} : \frac{1}{x+2y} + 2 = \frac{2(x-2y)(x+2y)}{(x+2y)^2} + 2 = \frac{2(x-2y) + 2(x+2y)}{x+2y} = \frac{4x}{x+2y}.
 \end{aligned}$$

№ 248 (№243). а) $\frac{x - \frac{yz}{y-z}}{y - \frac{xz}{x-z}} = \frac{\frac{xy - xz - yz}{y-z}}{\frac{xy - yz - xz}{x-z}} = \frac{(xy - xz - yz)(x-z)}{(xy - xz - yz)(y-z)} = \frac{x-z}{y-z}$;

б) $\frac{\frac{a-x}{a} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a+x}{a} - \frac{x}{a+x}} = \frac{\frac{(a-x)(a-x) + ax}{a(a-x)}}{\frac{(a+x)^2 - ax}{a(a+x)}} =$

$$= \frac{a(a^2 - 2ax + x^2 + ax)(a+x)}{a(a-x)(a^2 + 2ax + x^2 - ax)} = \frac{(a^2 - ax + x^2)(a+x)}{(a^2 + ax + x^2)(a-x)} = \frac{a^3 + x^3}{a^3 - x^3};$$

в) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}$;

г) $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1-x}{x+1}} = \frac{x+1}{1} = x+1$.

№ 249. (н). а) Выражение имеет смысл, если $x-2 \neq 0$, $x+2 \neq 0$, $x^2-4 \neq 0$, $\frac{3x}{x^2-4} \neq 0$, то есть при $x \neq -2; 0; 2$.

б) Выражение имеет смысл, если $x \neq 0$, $1 - \frac{1}{x} \neq 0$, $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} \neq 0$.

$$1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x} \neq 0 \text{ при } x \neq 1; \quad 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{x}{x-1} = -\frac{1}{x-1} \neq 0 \text{ ни при каких}$$

значениях x . Таким образом, исходное выражение имеет смысл при $x \neq 0; 1$.

№ 250. (н). $v_{cp} = \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{80}} = \frac{2}{\frac{7}{240}} = \frac{480}{7} \approx 68,6$ км/ч.

№ 251. (н). Работа была закончена через $\frac{3}{\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}} = \frac{3}{\frac{72}{23}} = \frac{216}{72} \approx 9,4$ часа.

№ 252. (н). $z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, $a \neq b$. Тогда

$$\frac{1}{z-a} + \frac{1}{z+b} = \frac{1}{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - a} + \frac{1}{\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} - b} = \frac{1}{2 - 1 - \frac{a}{b}} + \frac{1}{2 - \frac{b}{a} - 1} =$$

$$= \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 - \frac{a}{b}} + \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 - \frac{b}{a}} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \left(\frac{b}{b-a} + \frac{a}{a-b}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{b-a}{b-a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

№ 244. (с). 1. Точка $A(-4; 1)$ принадлежит т.к. $1 = -\frac{4}{-4}$; $1 = 1$.

2. Точка $B(8; 0,5)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{8} = -0,5 \neq 0,5$.

3. Точка $C(0; 0)$ не принадлежит т.к. $x=0$ не входит в область определения функции.

4. Точка $D(0,01; -400)$ принадлежит т.к. $-400 = -\frac{4}{0,01}$.

5. Точка $E(16; 1/4)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \neq \frac{1}{4}$.

6. Точка $F(40; 0,1)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{40} = -0,1 \neq 0,1$.

7. Точка $G(1000; -0,004)$ принадлежит т.к. $-0,004 = -\frac{4}{1000}$.

8. Точка $K(-0,004; -1000)$ не принадлежит, т.к. $\frac{-4}{-0,004} = 1000 \neq -1000$

№ 253 (№ 245). $y = \frac{k}{x}$; $18 = \frac{k}{-9}$; $k = 18 \cdot (-9)$; $k = -162$; $y = -\frac{162}{x}$

№ 254 (№ 246). а) Точка $A(40; 0,025)$ принадлежит, т.к. $0,025 = \frac{1}{40}$.

б) Точка $B(0,03125; 32)$ принадлежит, т.к. $32 = \frac{1}{0,03125}$;

в) Точка $C(0,016; 6\frac{1}{4})$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,016} = 62,5 \neq 6,25 = 6\frac{1}{4}$

г) Точка $D(0,125; 0,8)$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,125} = 8 \neq 0,8$.

№ 255 (№247). Подставим координаты точки $A(10; 2,4)$ в уравнение функции и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $2,4 = \frac{k}{10}$; $k = 2,4 \cdot 10 = 24$, т.е. $y = \frac{24}{x}$

а) Точка $B(1; 24)$ принадлежит т.к. $24 = \frac{24}{1}$.

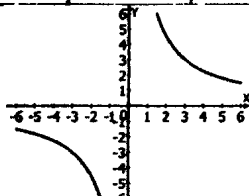
б) Точка $C(-\frac{1}{5}; -120)$ принадлежит т.к. $-120 = \frac{24}{-\frac{1}{5}}$.

в) Точка $D(-2; 12)$ не принадлежит т.к. $\frac{24}{-2} = -12 \neq 12$.

№ 256 (№248). а) $y = \frac{36}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{36}{(x+1+x-1)(x+1-x+1)} = \frac{36}{2x \cdot 2} = \frac{36}{4x} = \frac{9}{x}$. Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

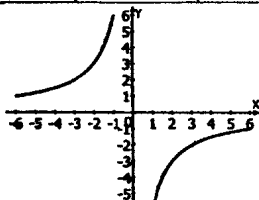
x	-9	-3	-1	1	3	9
y	-1	-3	-9	9	3	1



б) $y = \frac{18-12x}{x^2-3x} \cdot \frac{6}{3-x} = \frac{18-2x}{x(x-3)} \cdot \frac{6}{3-x} = \frac{18-12x+6x}{x(x-3)} = \frac{18-6x}{x(x-3)} = \frac{6(3-x)}{x(x-3)} = \frac{6}{x}$.

Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

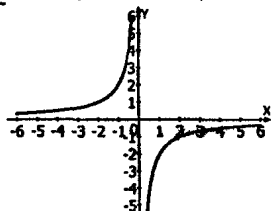
x	-3	-2	-1	1	2	3
y	2	3	6	-6	-3	-2



$$в) y = \frac{16}{(2-x)^2 - (2+x)^2} = \frac{16}{(2-x+2+x)(2-x-2-x)} = \frac{16}{4(-2x)} = \frac{16}{-8x} = -\frac{2}{x}$$

Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

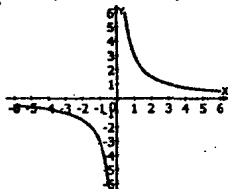
x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	1	2	4	-4	-2	-1



$$г) y = \frac{3x(x+1) - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x^2 + 3x - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x+15}{x(x+5)} = \frac{3(x+5)}{x(x+5)} = \frac{3}{x}$$

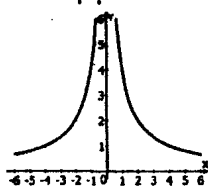
Область определения: $x \neq 0$. Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	1,5	1

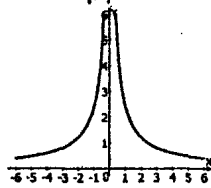


№ 257 (№249).

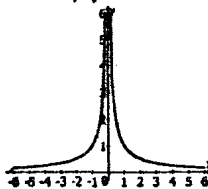
а) $y = \frac{4}{|x|}$;



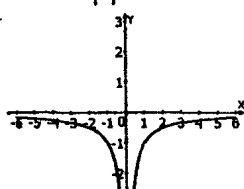
б) $y = \frac{2,4}{|x|}$;



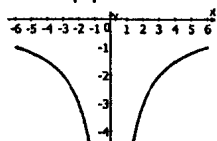
в) $y = \frac{1}{|x|}$;



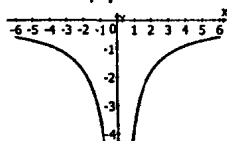
г) $y = -\frac{1}{|x|}$;



$$д) y = \frac{-6}{|x|};$$

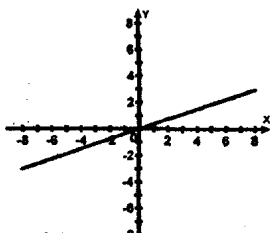


$$е) y = \frac{-3,6}{|x|}.$$

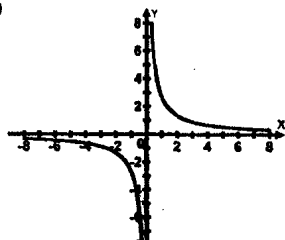


№ 258. (н). $y = \frac{17}{5x} = \frac{3,4}{x}$ – обратная пропорциональность с коэффициентом обратной пропорциональности $k = \frac{17}{5} = 3,4$.

№ 259 (н). а)



б)



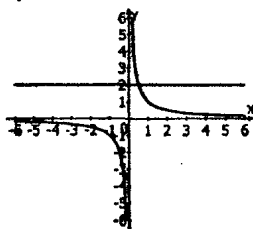
№ 260 (№250). а) Подставим координаты точки P в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $1 = \frac{k}{2}$; $k=2$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $1 = 2 \cdot 2 + b$, $b = 1 - 4 = -3$.

б) Подставим координаты точки Q в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $3 = \frac{k}{-2}$, $k = -6$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $3 = (-6) \cdot (-2) + b$; $3 = 12 + b$; $b = 3 - 12 = -9$.

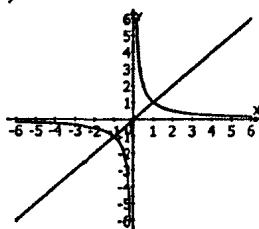
в) Подставим координаты точки R в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$, $1 = \frac{k}{-1}$, $k = -1$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$, $1 = (-1) \cdot (-1) + b$; $1 = 1 + b$; $b = 0$.

№ 261 (№251). а) Только в 1 точке – да;
б) только в 2 точках – да; в) в 3 точках – нет.

а)

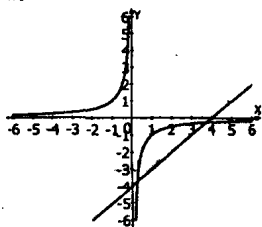


б)

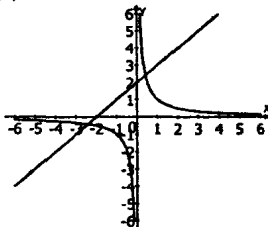


№ 262 (№252). а) В одной четверти – да;
 б) в I и II четвертях – нет; в) в I и III четвертях – да.

а)



в)



ГЛАВА II. Квадратные корни

§4. Действительные числа

10. Рациональные числа

№ 263 (№253).

а) Натуральные числа: 10; 15; б) целые числа: -100; -2; 0; 10; 15.

в) рациональные числа: -100; -14,5; -2; $-\frac{2}{3}$; 0; 10; 15; $20\frac{1}{6}$

№255. (с) а) $27 \in \mathbb{N}$ – да; б) $2,7 \notin \mathbb{N}$ – да; в) $0 \in \mathbb{Z}$ – да; г) $-8 \notin \mathbb{Z}$ – нет

№ 264 (№256). а) $-4 \in \mathbb{N}$ – нет; $-4 \in \mathbb{Z}$ – да; $-4 \in \mathbb{Q}$ – да;

б) $5,6 \notin \mathbb{N}$ – да; $5,6 \in \mathbb{Z}$ – нет; $5,6 \in \mathbb{Q}$ – да;

в) $28 \in \mathbb{N}$ – да; $28 \in \mathbb{Z}$ – да; $28 \in \mathbb{Q}$ – да.

№ 265 (№257). $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$; $1\frac{2}{5} = \frac{14}{10}$; $1\frac{2}{5} = \frac{21}{15}$; $0,3 = \frac{3}{10}$; $0,3 = \frac{6}{10}$; $0,3 = \frac{18}{60}$

$-3\frac{1}{4} = -\frac{13}{4}$; $-3\frac{1}{4} = -\frac{26}{8}$; $-3\frac{1}{4} = -\frac{39}{12}$;

$-27 = -\frac{27}{1}$; $-27 = -\frac{54}{2}$; $-27 = -\frac{81}{3}$; $0 = \frac{0}{1}$; $0 = \frac{0}{5}$; $0 = \frac{0}{13}$.

№ 266 (№258).

$36 = \frac{36}{1}$; $-45 = -\frac{45}{1}$; $4,2 = 4\frac{1}{5} = \frac{21}{5}$; $-0,8 = -\frac{4}{5}$; $15\frac{1}{6} = \frac{91}{6}$; $-\frac{2}{9} = -\frac{2}{9}$

№ 267 (№259).

а) $\frac{1}{3} = 0,(3)$; б) $\frac{5}{6} = 0,8(3)$; в) $\frac{1}{7} = 0,(142857)$; г) $-\frac{20}{9} = -2,(2)$;

д) $-\frac{8}{15} = -0,5(3)$; е) $10,28 = 10,28(0)$; ж) $-17 = -17,(0)$;

з) $\frac{3}{16} = 0,1875(0)$; и) $-1\frac{3}{40} = -\frac{43}{40} = -1,075(0)$; к) $2\frac{7}{11} = \frac{29}{11} = 2,6(36)$

№260. (с). а) $\frac{5}{3} = 1,(6)$; б) $\frac{7}{30} = 0,2(3)$; в) $\frac{3}{7} = 0,4285\dots$;

г) $-\frac{5}{8} = -0,625(0)$; д) $1,347 = 1,347(0)$; е) $-125 = -125,(0)$

№ 268 (№261). а) $0,013 < 0,1004$; б) $-24 < 0,003$; в) $-3,24 > -3,42$;

г) $\frac{3}{8} = 0,375$; д) $-1,174 > -1\frac{7}{40}$; е) $0,9(09) < 0,91(6)$;

ж) $-2,005 > -2,04$; з) $-1\frac{3}{4} = -1,75$; и) $0,437 < 0,437 = \frac{7}{16}$.

№269 (н). а) $\frac{2}{15}$; б) $\frac{2}{11}$.

№ 270 (№263). а) 10,01; 10,005; 10,09; б) $-0,00001$; $-0,0005$; $-0,0008$;

в) $-1000,1$; $-1000,5$; $-1000,03$; г) $\frac{3}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{12}$.

№ 271 (№264). а) 1,31; 1,32; 1,33; 1,34; 1,35; б) 5,01; 5,02; 5,03; 5,04; 5,05;
в) -1001 ; -1002 ; -1010 ; -1153 ; -1278 .

Упражнения для повторения

№ 272 (№265). а)
$$\frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{a(a+b) + 3a(a-b) - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab + 3a^2 - 3ab - 2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{4a^2 - 4ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a}{a+b};$$

б)
$$\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1} = -\frac{1 \cdot (1-x) \cdot x}{x(1+x)(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

№266. (с). а) Четные числа можно представить в виде $2n$ и $2m$; их сумма равна $2m+2n=2(n+m)$, — четное число.

б) Четное число можно представить в виде $2n$, а нечетное — в виде $2m+1$; их сумма равна: $2n+(2m+1)=2n+2m+1=2(n+m)+1$, — нечетное число.

№ 273 (№267). а) $(2n)^2=4n^2$ — четное число.

б) $(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$ — нечетное число.

№ 274 (№268). а) $|10|=10$; $|0,3|=0,3$; $|0|=0$; $|-2,7|=2,7$; $|-9|=9$;

б) $|x|=6 \Rightarrow x=\pm 6$; $|x|=3,2 \Rightarrow x=\pm 3,2$; $|x|=0 \Rightarrow x=0$.

№ 275 (№269). а) при $a>0$, $|a|=a$; б) при $c<0$, $|c|=-c$;

в) при $b<0$, $|2b|=-2b$; г) при $c\geq 0$, $|3c|=3c$.

№ 270. (с). а) $\frac{1}{2}$; б) π .

№ 271. (с). а) да; б) нет, так как иррациональные числа действительные,

но не рациональные; в) да; г) нет, так как $\frac{1}{2}$ — действительное, но не

иррациональное.

11. Иррациональные числа

№ 276. (н). а) 1,818181...; б) 2,010010001...

№ 277. (н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 278 (№272). Рациональные числа: $\frac{1}{7}$; 0; 0,25; -2,(3); 4,2(51); 217;

иррациональные числа: 0,818118111...; π .

№ 279 (№273). а) $7,16 \in N$ – нет; $7,16 \in Z$ – нет; $7,16 \in Q$ – да; $7,16 \in R$ – да;
б) $409 \in N$ – да; $409 \in Z$ – да; $409 \in Q$ – да; $409 \in R$ – да;

в) $\pi \in N$ – нет; $\pi \in Z$ – нет; $\pi \in Q$ – нет; $\pi \in R$ – да.

№ 280 (№274). а) $7,653... > 7,563...$; б) $0,123... > 0,114...$;

в) $-48,075 > -48,275...$; г) $-1,444... > -1,456...$

№ 281 (№275). а) 1,(56); б) -4,45; в) 1,6668; г) $-\frac{5}{22}$; д) $\pi=3,14159...$; е) π .

№ 282 (№276). а) $9,835... < 9,847$; б) $-1,(27) < 1,272$;

в) $2\frac{1}{7} = 2,1428... > 2,142$; г) $1,(375) > 1\frac{3}{8} = 1,375$.

№ 283 (н). а) $7,45 - 1,15 = 6,3$; б) $3\frac{2}{3} - \left(-5\frac{1}{3}\right) = 3\frac{2}{3} + 5\frac{1}{3} = 9$.

№ 284 (н). а) $CN = 4,514 - 1,304 = 3,21$

$DN = 1,304 + 1,9368... = 3,2408... > CN$,

поэтому точка C ближе к точке N , чем точка D .

б) $CN = 4,586 + 2,4815 = 7,0675...$; $DN = 11,454 - 4,586 = 6,8... < CN$, по-
этому точка D ближе к точке N , чем точка C .

№ 285 (№ 277). $-2,75... < -2,63... < 3,(3) < 4,62$.

№ 286 (№ 278). $2,065 > 2,056... > 1,(37) > 1,371 > -0,078...$

№ 287. (н) а) -3; -2; -1; 0; 1; 2; б) -5; -4; -3; -2; -1.

№ 288 (№279).

а) $a = 1,0539... \approx 1,1$; $b = 2,0610... \approx 2,1$; $a + b \approx 1,1 + 2,1 = 3,2$;

б) $a = 1,0539... \approx 1,05$; $b = 2,0610... \approx 2,06$; $a + b \approx 1,05 + 2,06 = 3,11$;

в) $a = 1,0539... \approx 1,054$; $b = 2,0610... \approx 2,061$; $a + b \approx 1,054 + 2,061 = 3,115$

№ 289 (№280).

а) $a = 59,678... \approx 59,7$; $b = 43,123... \approx 43,1$; $a - b \approx 59,7 - 43,1 = 16,6$;

б) $a = 59,678... \approx 59,68$; $b = 43,123... \approx 43,12$; $a - b \approx 59,68 - 43,12 = 16,56$.

№ 290 (№281). Пусть r – радиус окружности. Тогда ее длина
 $C = 2\pi r$; $\pi \approx 3,14$; $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 6,28 \cdot 4,5 = 28,26$ (см).

№ 291 (№282). Пусть r – радиус круга. Тогда его площадь

$S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 10^2 = 3,14 \cdot 100 = 314$ (м²).

№ 292. (н). $a + b = 1,32322322... + 2,313113111... = 3,636336333...$ – ирра-
циональное число.

№ 293. (н). $a + b = \frac{a^2 - b^2}{a - b}$ – рациональное число, как отношение двух
рациональных чисел.

Упражнения для повторения

№ 294 (№283).

$$\left(\frac{a+b}{b} - \frac{a}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a+b}{a} - \frac{b}{a+b}\right) = \frac{(a+b)^2 - ab}{b(a+b)} \cdot \frac{(a+b)^2 - ab}{a(a+b)} =$$

$$= \frac{a(a+b)((a+b)^2 - ab)}{b(a+b)((a+b)^2 - ab)} = \frac{a}{b}.$$

№ 295 (№284). 1) $x = -2,5$; $|2x-8| = |2 \cdot (-2,5) - 8| = |-5-8| = |-13| = 13$;

2) $x=0$; $|2x-8| = |2 \cdot 0 - 8| = |-8| = 8$; 3) $x=4$; $|2x-8| = |2 \cdot 4 - 8| = |8-8| = |0| = 0$;

4) $x=5$; $|2x-8| = |2 \cdot 5 - 8| = |10-8| = |2| = 2$;

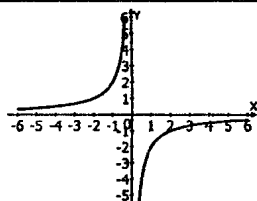
5) $x=9,5$; $|2x-8| = |2 \cdot 9,5 - 8| = |11| = 11$.

№285. (с). а) $|ab|=ab$; б) $|ab|=-ab$.

№ 296 (№286). Найдем k : $-0,5 = \frac{k}{4}$; $k = -0,5 \cdot 4 = -2$; $y = -\frac{2}{x}$.

Область определения: $x \neq 0$

x	1	2	-4	1/2	-1	-2	-4
y	-2	-1	-1/2	-4	2	1	1/2



№ 297. (н). $x + b = ax - 2b = 1$ при $x = 3$.

$$\begin{cases} b+3=1 \\ 3a-2b=1 \end{cases} \Rightarrow b = -2; a = -1.$$

§5 Арифметический квадратный корень

12. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

№ 298 (№287). а) $5 > 0$ и $5^2 = 25$, следовательно, число 5 – арифметический квадратный корень из 25;

б) $0,3 > 0$ и $0,3^2 = 0,09$, следовательно, число 0,3 – арифметический квадратный корень из 0,09;

в) $-7 < 0$, следовательно число -7 не является арифметическим квадратным корнем из 49;

г) $0,6^2 = 0,36 \neq 36$, следовательно, число 0,6 не является арифметическим квадратным корнем из 36.

№ 299 (№288). а) $11 > 0$ и $11^2 = 121$; б) $13 > 0$ и $13^2 = 169$;

в) $1,2 > 0$ и $1,2^2 = 1,44$; г) $0,7 > 0$ и $0,7^2 = 0,49$.

№ 300 (№289). а) $\sqrt{81} = 9$; б) (с) $\sqrt{64} = 8$; б) (в) $\sqrt{36} = 6$;

в) (г) $\sqrt{1600} = 40$; д) (с) $\sqrt{2500} = 50$; г) (е) $\sqrt{10000} = 100$;

д) (ж) $\sqrt{0,04} = 0,2$; з) (с) $\sqrt{0,25} = 0,5$; е) (и) $\sqrt{0,81} = 0,9$;

ж) (к) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$; л) (с) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; д) (м) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$

№ 301 (№290). а) $\sqrt{400} = 20$; б) $\sqrt{900} = 30$; в) $\sqrt{4900} = 70$; г) $\sqrt{0,01} = 0,1$.

д) $\sqrt{0,16} = 0,4$; е) $\sqrt{0,64} = 0,8$; ж) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$; з) $\sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$;

и) $\sqrt{\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; к) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

№ 302 (№291). а) при $a=32$, $b=4$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6$

при $a=33$, $b=-8$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{33-8} = \sqrt{25} = 5$;

при $a=0,65$, $b=0,16$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{0,65+0,16} = \sqrt{0,81} = 0,9$;

при $a=-25$, $b=26$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{-25+26} = \sqrt{1} = 1$

б) при $x=7$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3\cdot 7-5} = \sqrt{21-5} = \sqrt{16} = 4$;

при $x=23$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3\cdot 23-5} = \sqrt{69-5} = \sqrt{64} = 8$;

при $x=1,83$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3\cdot 1,83-5} = \sqrt{5,49-5} = \sqrt{0,49} = 0,7$

в) при $x=0$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{0} = 0 + 0 = 0$;

при $x=0,01$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,01 + \sqrt{0,01} = 0,01 + 0,1 = 0,11$;

при $x=0,36$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,36 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 0,6 = 0,96$;

при $x=0,64$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,64 + \sqrt{0,64} = 0,64 + 0,8 = 1,44$;

при $x=1$ получаем: $x + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$;

при $x=25$ получаем: $x + \sqrt{x} = 25 + \sqrt{25} = 25 + 5 = 30$;

при $x=100$ получаем: $x + \sqrt{x} = 100 + \sqrt{100} = 100 + 10 = 110$;

при $x=3600$ получаем: $x + \sqrt{x} = 3600 + \sqrt{3600} = 3600 + 60 = 3660$

№ 303 (№292). а) при $x=25$, $y=0$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{25} + \sqrt{0} = 5$,

при $x=0$, $y=1$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1$;

при $x = \frac{9}{25}$, $y=0,36$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{0,36} = \frac{3}{5} + 0,6 = 0,6 + 0,6 = 1,2$;

б) при $a=0$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2\cdot 0} = \sqrt{4-0} = 2$;

при $a=2$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2\cdot 2} = \sqrt{4-4} = 0$;

при $a=1,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2\cdot 1,5} = \sqrt{4-3} = 1$;

при $a=-22,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2\cdot (-22,5)} = \sqrt{4+45} = 7$

№ 304 (№293). а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$; б) $\sqrt{81} \cdot \sqrt{100} = 9 \cdot 10 = 0,9$;

в) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + 0,5 = 0,8$; г) $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} = 0,2 - 0,1 = 0,1$,

д) $3\sqrt{9} - 16 = 3 \cdot 3 - 16 = 9 - 16 = -7$;

е) $-7\sqrt{0,36} + 5,4 = -7 \cdot 0,6 + 5,4 = -4,2 + 5,4 = 1,2$;

ж) $0,1\sqrt{400} + 0,2\sqrt{1600} = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 = 2 + 8 = 10$:

з) $\frac{1}{3}\sqrt{0,36} + \frac{1}{5}\sqrt{900} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{5} \cdot 30 = 0,2 + 6 = 6,2$.

№ 305 (№294). а) $0,6\sqrt{36} = 0,6 \cdot 6 = 3,6$; б) $-2,5\sqrt{25} = -2,5 \cdot 5 = -12,5$,

в) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} = 0,7 + 0,4 = 1,1$; г) $\sqrt{0,64} - \sqrt{0,04} = 0,8 - 0,2 = 0,6$;

д) $-\sqrt{0,0036} + \sqrt{0,0025} = -0,06 + 0,05 = -0,01$;

е) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001} = 0,1 - 0,01 = 0,09$; ж) $\frac{1}{3}\sqrt{0,81} - 1 = \frac{1}{3} \cdot 0,9 - 1 = 0,3 - 1 = -0,7$,

з) $4 - 10\sqrt{0,01} = 4 - 10 \cdot 0,1 = 4 - 1 = 3$.

№ 306. (н). а) 15, 13, 18, 19; б) 1,2, 1,8, 1,6, 1,5

в) 24, 42, 61, 86; г) 2,7, 3,7, 7,5, 8,8.

№ 307. (н). а) $n = 2, 7, 10$; б) $n = 9, 16, 21, 24$.

№ 308. (н). а) точка А ближе. б) точка В ближе.

№ 309 (№296). а) Да; б) нет; в) да; г) да; д) да; е) нет.

№ 310 (№297). 1) $\sqrt{a} = 0$; $(\sqrt{a})^2 = 0^2$; $a = 0$; 2) $\sqrt{a} = 1$; $(\sqrt{a})^2 = 1^2$; $a = 1$.

3) $\sqrt{a} = 3$; $(\sqrt{a})^2 = 3^2$; $a = 9$; 4) $\sqrt{a} = 10$; $(\sqrt{a})^2 = 10^2$; $a = 100$;

5) $\sqrt{a} = 0,6$; $(\sqrt{a})^2 = 0,6^2$; $a = 0,36$.

№ 311 (№298). а) $\sqrt{x} = 4$; $(\sqrt{x})^2 = 4^2$; $x = 16$; б) $\sqrt{x} = 0,5$; $(\sqrt{x})^2 = 0,5^2$.
 $x = 0,25$;

в) $2\sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = 0$; $x = 0$; г) $4\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{4}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$; $x = \frac{1}{16}$,

д) $\sqrt{x} - 8 = 0$; $\sqrt{x} = 8$; $(\sqrt{x})^2 = 8^2$; $x = 64$;

е) $3\sqrt{x} - 2 = 0$; $3\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $x = \frac{4}{9}$.

№ 312 (№299). а) $\sqrt{x} = 0,1$; $(\sqrt{x})^2 = (0,1)^2$; $x = 0,01$;

б) нет; в) нет; г) $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$.

№ 313 (№300). а) $\sqrt{x} = 11$; $(\sqrt{x})^2 = 11^2$; $x = 121$;

б) $10\sqrt{x} = 3$; $\sqrt{x} = \frac{3}{10}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2$; $x = \frac{9}{100}$;

в) $\sqrt{x} = -20$ – такого значения x не существует;

г) $2\sqrt{x} - 1 = 0$; $2\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{4}$;

д) $5 - \sqrt{x} = 0$; $-\sqrt{x} = -5$; $\sqrt{x} = 5$; $x = 25$;

е) $2 + \sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = -2$ — такого значения x не существует

№ 314 (№301). а) $\sqrt{3+5x} = 7$; $(\sqrt{3+5x})^2 = 7^2$;

$3+5x = 49$; $5x = 46$; $x = 9,2$; б) $\sqrt{10x-14} = 11$; $(\sqrt{10x-14})^2 = 11^2$,

$10x-14 = 121$; $x = 13,5$; в) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$; $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$; $x = 1,5$.

№ 315. (н). $n^2 + 39 = m^2$, n — двузначное число. $(m-n)(m+n) = 39$

$\begin{cases} m-n=1 \\ m+n=39 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-1 \\ m+n=-39 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=3 \\ m+n=13 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-3 \\ m+n=-13 \end{cases}$
$m=20, n=19$	$m=-20, n=-19$	$m=-8, n=-5$	$m=20, n=-19$
$\begin{cases} m-n=39 \\ m+n=1 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-39 \\ m+n=-1 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=13 \\ m+n=3 \end{cases}$	$\begin{cases} m-n=-13 \\ m+n=-3 \end{cases}$
$m=20, n=-19$	$m=-20, n=19$	$m=8, n=-5$	$m=-8, n=5$

Итак, $\sqrt{n^2+39}$ является двузначным числом при $n = 19$

Упражнения для повторения

№ 316 (№302).

а) $x = -2,5$; $y \approx 6,25$; $x = -1,3$; $y \approx 1,7$;

$x = -0,8$, $y \approx 0,65$; $x = 0,6$; $y \approx 0,35$;

$x = 1,7$, $y \approx 2,8$; $x = 2,3$; $y \approx 5,2$;

б) $y = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$; $y = 2$; $x_{1,2} \approx \pm 1,4$,

$y = 5$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$; $y = 7,5$; $x_{1,2} \approx \pm 2,8$,

в) $(-1,4)^2 \approx 2$; $(-0,8)^2 \approx 0,65$; $(1,2)^2 \approx 1,45$;

$(-2,8)^2 \approx 7,65$;

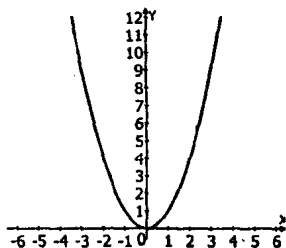
г) $\sqrt{0,5} \approx 0,7$; $\sqrt{2,5} \approx 1,6$; $\sqrt{3} \approx 1,75$; $\sqrt{4} \approx 2$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{9} = 3$

№303. (с). $\left(x-1 + \frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2-x}{(2-x)^2} = \frac{x(1-x) - 1(1-x) + 1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} =$
 $= \frac{x-x^2-1+x+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{-x^2+2x}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{x(x-2) \cdot x(x-1)}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{x^2}{x-2}$

Подставим $x = -2$ получим: $\frac{x^2}{x-2} = \frac{(-2)^2}{-2-2} = \frac{4}{-4} = -1$.

№ 317. (н). $1,5x^3y^2 \cdot 6,2xy = 9,3x^4y^3 = 9,3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^4 \cdot 4^3 = \frac{9,3 \cdot 625}{4} = 1453,125$

№318 (304). а) $|a^2| = a^2$; б) при $a > 0$: $|a^3| = a^3$; в) при $a < 0$: $|a^3| = -a^3$.



13. Уравнение $x^2 = a$

№ 319 (№305). а) $x^2 = 81$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{81} = \pm 9$;

б) $x^2 = 18$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$; в) $x^2 = 0$; $x = 0$,

г) $x^2 = -25$; уравнение не имеет корней.

№ 320 (№306). а) $x^2 = 36$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$;

б) $x^2 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$; в) $x^2 = 121$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{121} = \pm 11$,

г) $x^2 = 11$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; д) $x^2 = 8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 2} = \pm 2\sqrt{2}$; е) $x^2 = 2,5$,

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{2,5} = \pm\sqrt{\frac{5}{2}} = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2}} = \pm\frac{\sqrt{10}}{2}.$$

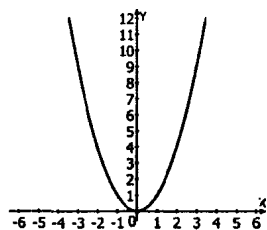
№ 321. (№307). Нарисуем график и найдем приближенные значения:

а) $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,7$;

б) $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$;

в) $x^2 = 4,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,1$;

г) $x^2 = 8,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{8,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,9$.



№308. Нарисуем график и найдем приближенные значения (см. график к №307):

а) $x^2 = 3,6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3,6}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,85$;

б) $x^2 = 2,8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2,8}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,65$;

в) $x^2 = 1,4$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{1,4}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,2$;

г) $x^2 = 6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,45$.

№ 322 (№309).

а) $x^2 - 0,01 = 0,03$; $x^2 = 0,03 + 0,01 = 0,04$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,04} = \pm 0,2$,

б) $80 + y^2 = 81$; $y^2 = 81 - 80 = 1$; $y_{1,2} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$;

в) $19 + c^2 = 10$; $c^2 = 10 - 19 = -9$; уравнение корней не имеет;

г) $20 - b^2 = -5$; $b^2 = 5 + 20 = 25$; $b_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

д) $3x^2 = 1,47$; $x^2 = 1,47 : 3 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$;

е) $\frac{1}{4}a^2 = 10$; $a^2 = 10 : \frac{1}{4} = 40$; $a_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 10} = \pm 2\sqrt{10}$;

ж) $\frac{1}{2}x^2 = 32$; $x^2 = 32 : \frac{1}{2} = 64$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;

з) $-5y^2 = 1,8$; $y^2 = -(1,8 : 5) = -0,36$; уравнение корней не имеет;

№ 323 (№310). а) $16 + x^2 = 0$; $x^2 = -16$; уравнение корней не имеет;

б) $0,3x^2 = 0,027$; $x^2 = 0,027 \cdot 0,3 = 0,09$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,09} = \pm 0,3$.

в) $0,5x^2 = 30$; $x^2 = 30 \cdot 0,5 = 60$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 15} = \pm 2\sqrt{15}$.

г) $-5x^2 = \frac{1}{20}$; $x^2 = -\frac{1}{20} : 5$; $x^2 = -\frac{1}{100}$; уравнение корней не имеет

№ 324 (№311). а) $(x-3)^2 = 25$; $x-3 = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

1) $x-3 = 5$; $x = 5+3$; $x_1 = 8$; 2) $x-3 = -5$; $x = -5+3$; $x_2 = -2$.

б) $(x+4)^2 = 9$; $x+4 = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;

1) $x+4 = 3$ $x = 3-4$ $x_1 = -1$, 2) $x+4 = -3$ $x = -3-4$, $x_2 = -7$

в) $(x-6) = \sqrt{7}$; $x-6 = \pm\sqrt{7}$;

1) $x-6 = \sqrt{7}$; $x_1 = \sqrt{7} + 6$, 2) $x-6 = -\sqrt{7}$; $x_2 = -\sqrt{7} + 6$;

г) $(x+2)^2 = 6$; $x+2 = \pm\sqrt{6}$;

1) $x+2 = \sqrt{6}$, $x_1 = \sqrt{6} - 2$; 2) $x+2 = -\sqrt{6}$, $x_2 = -\sqrt{6} - 2$;

№ 325 (№312). 1) При $x=-3,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5(-3,4)} = \sqrt{8+17} = \sqrt{25} = 5$

2) При $x=0$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 0} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

3) При $x=1,2$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,2} = \sqrt{8-6} = \sqrt{2}$.

4) При $x=1,6$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 1,6} = \sqrt{8-8} = 0$.

5) При $x=2,4$: $\sqrt{8-5x} = \sqrt{8-5 \cdot 2,4} = \sqrt{8-12} = \sqrt{-4}$ — выражение не имеет смысла.

№ 326 (№313). а) При $a \geq 0$; б) при $x \geq 0$; в) при $c \geq 0$; г) при $b \leq 0$.

№ 327 (№314). а) При $x \geq 0$; б) при $x \leq 0$.

№ 328 (№315). 1) $(\sqrt{25})^2 = 25$; 2) $(\sqrt{81})^2 = 81$; 3) $(\sqrt{2})^2 = 2$; 4) $(\sqrt{3})^2 = 3$;

5) $(-\sqrt{4})^2 = 4$; 6) $(\sqrt{5})^2 = 5$; 7) $(-\sqrt{6})^2 = 6$; 8) $(\sqrt{\frac{1}{2}})^2 = \frac{1}{2}$; 9) $(\sqrt{1,3})^2 = 1,3$.

№ 329 (№316). а) $(\sqrt{7})^2 = 7$; б) $(-\sqrt{26})^2 = 26$;

в) $-2\sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = -2(\sqrt{14})^2 = -2 \cdot 14 = -28$; г) $(3\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 = 45$;

д) $0,5(-\sqrt{8})^2 = 0,5 \cdot 8 = 4$; е) $(-2\sqrt{15})^2 = 4 \cdot 15 = 60$;

ж) $(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{3}{4}$; з) $(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}})^2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

№ 330 (№317). а) $0,49 + 2(\sqrt{0,4})^2 = 0,49 + 2 \cdot 0,4 = 0,49 + 0,8 = 1,29$;

$$б) (3\sqrt{11})^2 - \sqrt{6400} = 9 \cdot 11 - 80 = 99 - 80 = 19;$$

$$в) (2\sqrt{6})^2 + (-3\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 6 + 9 \cdot 2 = 42;$$

$$г) -0,1(\sqrt{120})^2 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 = -0,1 \cdot 120 - \frac{1}{4} \cdot 20 = -12 - 5 = -17$$

$$\text{№ 331. (н.) а) } (2 - \sqrt{5})^2 + 4\sqrt{5} = 4 - 4\sqrt{5} + 5 + 4\sqrt{5} = 9;$$

$$б) (5 + \sqrt{3})^2 - 10\sqrt{3} = 25 + 10\sqrt{3} + 3 - 10\sqrt{3} = 28;$$

$$в) (2 - \sqrt{5})^2 + (2 + \sqrt{5})^2 = 4 - 4\sqrt{5} + 5 + 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 18;$$

$$г) (5 + \sqrt{3})^2 + (5 - \sqrt{3})^2 = 25 + 10\sqrt{3} + 3 + 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 56$$

$$\text{№ 332 (№318). а) } 2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6}) = -2 \cdot 6 = -12; б) - (3\sqrt{5})^2 = -9 \cdot 5 = -45;$$

$$в) \sqrt{1,44} - 2(\sqrt{0,6})^2 = 1,2 - 2 \cdot 0,6 = 0;$$

$$г) (0,1\sqrt{70})^2 + \sqrt{1,69} = 0,01 \cdot 70 + 1,3 = 0,7 + 1,3 = 2.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 333 (№319). } \frac{|x|}{x} = 1, \text{ при } x > 0; \frac{|x|}{x} = -1, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{При } x = -8; -5, \frac{|x|}{x} = -1; \text{ при } x = 1; 7; 128, \frac{|x|}{x} = 1.$$

$$\text{№ 334 (№320). а) } \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}.$$

$$\text{Если } x = -0,5, \text{ то } \frac{x-1}{x+1} = \frac{-0,5-1}{-0,5+1} = \frac{1,5}{0,5} = -3;$$

$$б) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}.$$

$$\text{Если } x = -0,4, \text{ то } \frac{x+1}{2x+1} = \frac{-0,4+1}{2 \cdot (-0,4)+1} = \frac{0,6}{-0,8+1} = \frac{0,6}{0,2} = 3.$$

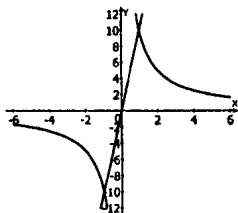
№321. (с).

$$а) \frac{8-x^3}{25x^2+100-100x} = \frac{(2-x)(4+2x+x^2)}{25(x^2-4x+4)} = \frac{(2-x)(x^2+2x+4)}{25(2-x)^2} = \frac{x^2+2x+4}{25(2-x)},$$

$$б) \frac{16a^4+16a}{a^2+1-a} = \frac{16a(a^3+1)}{a^2-a+1} = \frac{16a(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} = 16a(a+1)$$

№ 335 (№322). Графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = 10x$ имеют две общие точки

точки



14. Нахождение приближенных значений квадратного корня

№ 336 (№323). а) 5 и 6; б) 6 и 7; в) 10 и 11; г) 3 и 4; д) 0 и 1.

№324. а) 3 и 4; б) 8 и 9; в) 14 и 15; г) 2 и 3.

№325. Ответ: 2;4;4. №326. Ответ: 3;1.

№ 327. 1) $x = 16$; $\sqrt{x} = 4$; 2) $x = 0,25$; $\sqrt{x} = 0,5$;

3) $x = 3$; $\sqrt{x} = 1,732..$; 4) $x = 245$; $\sqrt{x} = 15,652..$;

5) $x = 0,37$; $\sqrt{x} = 0,608...$

№ 337. (н). $\sqrt{6} = 2,449...$

2 в разряде единиц, 4 в разряде десятых, 4 в разряде сотых.

№ 338. (н). а) $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{0,25} = 0,5$; $\sqrt{3} = 1,7325...$

$\sqrt{245} = 15,652...$; $\sqrt{0,37} = 0,608...$

б) $\sqrt{8,5+4} = 3,535...$; $\sqrt{14,1+4} = 4,254...$; $\sqrt{0,2549+4} = 2,062...$

№ 339. (н). а) $\sqrt{5} = 2,23... > 2$; б) $\sqrt{7} = 2,645... < 3$;

в) $4,358... = \sqrt{19} < \sqrt{25} = 4,582...$

№ 340. (н). а) не имеет, т.к. $\sqrt{5} < 3$; б) имеет, т.к. $4 > \sqrt{12}$.

№ 341 (№ 328). Площадь квадрата равна 18 см^2 . Обозначим за a см его сторону. Тогда $18 = S = a^2$, т.е. $a = \sqrt{18} \approx 4,2$. Ответ: 4,2 см.

№ 342 (№ 329). а) $\sqrt{(a+b) \cdot c}$, т.к. его вычисление потребует меньшего количества действий; б) $\sqrt{b} + a$, т.к. его вычисления потребует меньшего количества действий.

№ 343 (№ 330). а) $\sqrt{48,5 \cdot 7,3 + 39,6 \cdot 7,3} = \sqrt{(48,5 + 39,6) \cdot 7,3} \approx 25,36$,

б) $8,567 + \sqrt{54} = \sqrt{54} + 8,567 \approx 15,91$.

№ 344 (н). а) $6 + \sqrt{17} \approx 10,12$; б) $12 - \sqrt{34} \approx 6,17$;

в) $\sqrt{10} + \sqrt{15} \approx 7,04$; г) $\sqrt{62} - \sqrt{48} \approx 0,95$;

д) $\sqrt{3,4 \cdot 4,9} \approx 4,08$; е) $6,5 + 3\sqrt{7,8} \approx 18,15$

№ 345(н). а) $a_8 = 9,4\sqrt{2-\sqrt{2}} \approx 7,2$; б) $a_8 = 10,5\sqrt{2-\sqrt{2}} \approx 9$

№ 346(н).. а) $t = \sqrt{\frac{2l}{g}} \approx 5,9$ (с); б) $t = \sqrt{\frac{2l}{g}} \approx 6,7$ (с).

№ 347(н).. а) $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 9,3$ (с); б) $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 22,3$ (с).

№ 348(н). а) $x = \pm 5,48$; б) $x = \pm 1,2$;

в) $x_1 = -0,46$, $x_2 = 6,46$; г) $x_1 = -3,83$, $x_2 = 1,83$

Упражнения для повторения

№ 349(н). а) $3\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225} = 3 \cdot 0,4 - 0,1 \cdot 1,5 = 1,2 - 1,5 = -0,3$,

б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}} = 0,2 \cdot 30 + 1,8 \cdot \frac{1}{3} = 5 + 0,6 = 5,6$;

в) $0,3 \cdot \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{400} = 0,3 \cdot 1,1 \cdot 20 = 6,6$;

г) $5 : \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,81} = 5 : 0,5 \cdot 0,9 = 10 \cdot 0,9 = 9$.

№ 350(н). При $x=7$; 10 ; 0 ; -3 ; -8 $x+|x|$ соответственно равняется 14 ; 20 ;

0 ; 0 ; 0 . а) $x+|x|=2x$ при $x \geq 0$; б) $x+|x|=0$ при $x < 0$.

№ 351(н). а) $\frac{4a^2 - 20a + 25}{25 - 4a^2} = \frac{(2a - 5)^2}{(5 - 2a)(5 + 2a)} = \frac{5 - 2a}{5 + 2a}$;

б) $\frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2} = \frac{(3x - 2y)^2}{(2y - 3x)(2y + 3x)} = \frac{2y - 3x}{2y + 3x}$.

15. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

№ 352(н). а) $r^2 = \frac{S}{\pi}$; $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$; б) $d^2 = \frac{4S}{\pi}$; $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

№ 353(н). а) $S = 6a^2$; б) $a = \sqrt{\frac{S}{6}}$.

№ 354(н). $R^2 = \frac{S}{4\pi}$; $R = \frac{\sqrt{S}}{2\sqrt{\pi}}$.

№ 355(н). а) $1,6$; $2,3$; $2,9$; б) $1,44$; $2,89$; $6,25$.

№ 356(н). а) $0,7$; $1,2$; $2,5$; $2,7$; б) $0,25$; $2,25$; $3,24$; $5,29$

№ 357(н). Точка A принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как

$\sqrt{64} = 8$. Точка B принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как

$\sqrt{10000} = 100$

Точка C не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как $\sqrt{-81}$ не определена. Точка D не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$, так как $\sqrt{25} = 5 \neq -5$.

№ 358 (н). а) да, в точке (1; 1); б) да, в точке (100; 10);
в) да, в точке (10000; 100); г) нет, не пересекает.

№ 359 (н). Приравняем: $\sqrt{x} = x + 0,5$; $x = (x + 0,5)^2 = x^2 + x + 0,25$

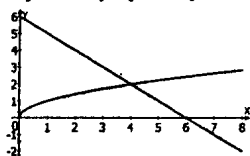
$x^2 = -0,25$ – нет решений, поэтому графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x + 0,5$ не имеют общих точек.

№ 360 (н). а) общие точки (0; 0) и (1; 1); б) общая точка (1000000; 1000);
в) нет общих точек;

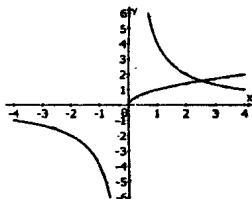
г, есть общая точка с примерными координатами (0,7; 0,8).

№ 361 (н). График 4 не пересекает графика функции $y = \sqrt{x}$.

№ 362 (629). а) $\sqrt{x} = 6 - x$, строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$; находим $x \approx 4$;



б) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{4}{x}$; находим $x \approx 2,5$.



№ 363 (н). а) $\sqrt{11} > \sqrt{10}$; б) $\sqrt{0,15} > \sqrt{0,12}$; в) $\sqrt{60} > \sqrt{50}$;

г) $\sqrt{50} > 7$; д) $8 > \sqrt{60}$; е) $\sqrt{2} > 1,4$.

№ 364 (н). а) $\sqrt{27} < \sqrt{28}$; б) $\sqrt{1,3} < \sqrt{1,5}$;

в) $\sqrt{7} < 3$; г) $\sqrt{6,25} = 2,5$; д) $\sqrt{\frac{1}{5}} > \sqrt{\frac{1}{6}}$.

№ 365 (н). а) $\sqrt{2,3}$; $\sqrt{10,4}$; $\sqrt{19,5}$; б) $\sqrt{12}$; 4; $\sqrt{18}$;

в) 0,5; $\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$; г) $\sqrt{0,7}$; 1; $\sqrt{1,7}$.

Упражнения для повторения

№ 366 (н). а) $0,5 \sqrt{121} + 3 \sqrt{0,81} = 0,5 \cdot 11 + 3 \cdot 0,9 = 5,5 + 2,7 = 8,2$;

$$б) \sqrt{144} \cdot \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,01} = 12 \cdot 30 \cdot 0,1 = 36;$$

$$в) \sqrt{400} - (4\sqrt{0,5})^2 = 20 - 16 \cdot 0,5 = 20 \cdot 8 = 12;$$

$$г) \left((-3\sqrt{\frac{1}{2}})^2 - 10\sqrt{0,64} \right) = 9 \cdot \frac{1}{3} - 10 \cdot 0,8 = 3 - 8 = -5.)$$

№ 367 (н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

$$\text{№ 368 (н). а) } x^2 = 11; \sqrt{x} = 11; x = \pm\sqrt{11}; x = 121$$

$$б) 2x^2 = \frac{1}{2}; 2\sqrt{x} = \frac{1}{2}; x^2 = \frac{1}{4}; \sqrt{x} = \frac{1}{4}; x = \pm\frac{1}{2}; x = \frac{1}{16}$$

§ 6. Свойства арифметического квадратного корня

16. Квадратный корень из произведения и дроби

$$\text{№ 369 (н). а) } \sqrt{100 \cdot 49} = 10 \cdot 7 = 70; б) \sqrt{81 \cdot 400} = 9 \cdot 20 = 180;$$

$$в) \sqrt{64 \cdot 121} = 8 \cdot 11 = 88; г) \sqrt{144 \cdot 0,25} = 12 \cdot 0,5 = 6;$$

$$д) \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{169} = 0,1 \cdot 13 = 1,3; е) \sqrt{2,25 \cdot 0,04} = 1,5 \cdot 0,2 = 0,3;$$

$$\text{№ 370 (н). а) } \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}; б) \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}; в) \sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{11}{5};$$

$$г) \sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}; д) \sqrt{2\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{13}{9}; е) \sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$$

$$\text{№ 371 (н). а) } \sqrt{81 \cdot 900} = 9 \cdot 30 = 270; б) \sqrt{0,36 \cdot 49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2;$$

$$в) \sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}; г) \sqrt{10\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{169}{16}} = \frac{13}{4}.$$

$$\text{№ 372 (№360). а) } \sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12;$$

$$б) \sqrt{0,36 \cdot 2,25 \cdot 144} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{144} = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 12 = 10,8;$$

$$в) \sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,1 \cdot 0,3 \cdot 0,01 = 0,0033$$

$$г) \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27};$$

$$д) \sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{1}{14}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{14}{5} = 2,8;$$

$$е) \sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \sqrt{\frac{196}{16}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}$$

$$\text{№ 373 (№361). а) } \sqrt{0,04 \cdot 81 \cdot 25} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 9 \cdot 5 = 9;$$

$$б) \sqrt{0,09 \cdot 16 \cdot 0,04} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{0,04} = 0,3 \cdot 4 \cdot 0,2 = 0,24;$$

$$в) \sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{121}{144} \cdot \frac{9}{4}} = \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{33}{24} = 1\frac{3}{8};$$

$$\text{№ 374 (№362). а) } \sqrt{810 \cdot 40} = \sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180;$$

$$\text{б) } \sqrt{10 \cdot 250} = \sqrt{2500} = 50;$$

$$\text{в) } \sqrt{72 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 16 \cdot 4} \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48,$$

$$\text{г) } \sqrt{8 \cdot 98} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 4} = \sqrt{16 \cdot 49} = 4 \cdot 7 = 28;$$

$$\text{д) } \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30;$$

$$\text{е) } \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{0,25 \cdot 10 \cdot 144 \cdot 0,1} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 12 = 6;$$

$$\text{ж) } \sqrt{90 \cdot 6,4} \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{9 \cdot 64} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} = 3 \cdot 8 = 24;$$

$$\text{з) } \sqrt{169 \cdot 0,4} = \sqrt{169 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 9,1} = \sqrt{169 \cdot 4 \cdot 0,01} = \\ = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 2 \cdot 0,1 = 2,6.$$

$$\text{№ 375 (№363). а) } \sqrt{75 \cdot 48} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 16 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60;$$

$$\text{б) } \sqrt{45 \cdot 80} = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60;$$

$$\text{в) } \sqrt{4,9 \cdot 360} = \sqrt{4,9 \cdot 3,6 \cdot 10} = \sqrt{49 \cdot 36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{36} = 7 \cdot 6 = 42;$$

$$\text{г) } \sqrt{160 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 64} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{64} = 4 \cdot 8 = 32.$$

$$\text{№ 376 (№364). а) } \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{25} = 1 \cdot 5 = 5$$

$$\text{б) } \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\text{в) } \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313-312)(313+312)} = \sqrt{1 \cdot 625} = \sqrt{625} = 25;$$

$$\text{г) } \sqrt{122^2 - 22^2} = \sqrt{(122-22)(122+22)} = \sqrt{100 \cdot 144} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{144} = 10 \cdot 12 = 120;$$

$$\text{д) } \sqrt{45,8^2 - 44,2^2} = \sqrt{(45,8-44,2)(45,8+44,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 90} = \\ = \sqrt{1,6 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\text{е) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{(21,8-18,2)(21,8+18,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 40} = \\ = \sqrt{3,6 \cdot 10 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12.$$

$$\text{№ 377 (№365).$$

$$\text{а) } \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$\text{б) } \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{в) } \sqrt{82^2 - 18^2} = \sqrt{(82-18)(82+18)} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80;$$

$$\text{г) } \sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117-108)(117+108)} = \sqrt{9 \cdot 225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot 15 = 45;$$

$$\text{д) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8-3,2)(6,8+3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\text{е) } \sqrt{\left(1\frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{17}{16} + \frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{17-8}{16} \cdot \frac{17+8}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}.$$

№ 378 (№336).

а) $\sqrt{15} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$; б) $\sqrt{21} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$; в) $\sqrt{7a} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{a}$; г) $\sqrt{3c} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{c}$

№ 379 (№367). а) $\sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; б) $\sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$; в) $\sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}}$, г) $\sqrt{\frac{b}{3}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{3}}$

№ 380 (№368). а) $10\sqrt{\frac{n}{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{10} = \sqrt{n}$, тождество доказано

б) $\frac{1}{10}\sqrt{100n} = \frac{1}{10}\sqrt{100}\sqrt{n} = \frac{1}{10} \cdot 10 \cdot \sqrt{n} = \sqrt{n}$, тождество доказано

№ 381. (н). $\sqrt{n^2 - 75} = m \in \mathbb{N}$; $n^2 - 75 = m^2$; $n^2 - m^2 = 75$;

$(n-m)(n+m) = 3 \cdot 5 \cdot 5$

$$\begin{cases} n-m=1 \\ n+m=75 \end{cases} \quad \begin{cases} n-m=3 \\ n+m=25 \end{cases} \quad \begin{cases} n-m=15 \\ n+m=5 \end{cases}$$

$n=38, m=37$ $n=14, m=11$ $n=10, m=5$

$$\begin{cases} n-m=25 \\ n+m=3 \end{cases} \quad \begin{cases} n-m=5 \\ n+m=15 \end{cases} \quad \begin{cases} n-m=75 \\ n+m=1 \end{cases}$$

$n=14, m=-11$ $n=10, m=5$ $n=38, m=-37$. Итак, $n=10; 14; 38$

№ 382 (№369). а) $\sqrt{7500} = \sqrt{75 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 10 = 87$;

б) $\sqrt{750000} = \sqrt{75 \cdot 100 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 100 = 870$;

в) $\sqrt{0,75} = \sqrt{75 \cdot 0,01} \approx 8,7 \cdot 0,1 = 0,87$; г) $\sqrt{0,0075} = \sqrt{75 \cdot 0,0001} \approx 8,7 \cdot 0,01 = 0,087$

№ 383 (№370). а) $\sqrt{57600} = \sqrt{576} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{576} \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240$,

б) $\sqrt{230400} = \sqrt{2304} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{2304} \cdot 10 = 48 \cdot 10 = 480$;

в) $\sqrt{152100} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{100} = 39 \cdot 100 = 390$;

г) $\sqrt{129600} = \sqrt{1296} \cdot \sqrt{100} = 36 \cdot 10 = 360$;

д) $\sqrt{20,25} = \sqrt{\frac{2025}{100}} = \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{100}} = \frac{45}{10} = 4,5$;

е) $\sqrt{9,61} = \sqrt{\frac{961}{100}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{100}} = \frac{31}{10} = 3,1$;

ж) $\sqrt{0,0484} = \sqrt{\frac{484}{10000}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{10000}} = \frac{22}{100} = 0,22$;

з) $\sqrt{0,3364} = \sqrt{\frac{3364}{10000}} = \frac{\sqrt{3364}}{\sqrt{10000}} = \frac{58}{100} = 0,58$.

№ 384 (№371). а) $\sqrt{44100} = \sqrt{441} \cdot \sqrt{100} = 21 \cdot 10 = 210$,

б) $\sqrt{435600} = \sqrt{4356} \cdot \sqrt{100} = 66 \cdot 10 = 660$;

$$в) \sqrt{0,0729} = \sqrt{729 \cdot 0,0001} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{0,0001} = 27 \cdot 0,01 = 0,27;$$

$$г) \sqrt{15,21} = \sqrt{1521 \cdot 0,01} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{0,01} = 39 \cdot 0,1 = 3,9.$$

$$\text{№ 385 (№372). а) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4; \text{ б) } \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9;$$

$$в) \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} = 14; \text{ г) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8;$$

$$д) \sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{676} = 22; \text{ е) } \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21;$$

$$ж) \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{225} = 15; \text{ з) } \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{1\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{№ 386 (№373). а) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}; \text{ б) } \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2300}} = \sqrt{\frac{23}{2300}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10};$$

$$в) \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}} = \sqrt{\frac{52}{117}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \text{ г) } \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5;$$

$$д) \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{7,5}{0,3}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\text{№ 387 (№374). а) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{400} = 20; \text{ б) } \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6;$$

$$в) \sqrt{162} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{324} = 18; \text{ г) } \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

$$д) \sqrt{110} \cdot \sqrt{4,4} = \sqrt{484} = 22; \text{ е) } \sqrt{1\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{0,2} = \sqrt{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$ж) \frac{\sqrt{999}}{111} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3; \text{ з) } \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}.$$

№ 388 (№375). Второй способ удобнее; произведем вычисления $\sqrt{6} \approx 2,45$.

$$\text{№376. (с) а) } \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35} \approx 5,92; \text{ б) } \sqrt{3,1} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{3,1 \cdot 4,5} \approx 3,73;$$

$$в) \sqrt{10} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{10 \cdot 11 \cdot 12} \approx 36,33; \text{ г) } \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{117}{6}} \approx 4,42;$$

$$д) \frac{\sqrt{10,2}}{\sqrt{38,6}} = \sqrt{\frac{10,2}{38,6}} \approx 0,51; \text{ е) } \frac{\sqrt{2,3} \cdot \sqrt{8,1}}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{2,3 \cdot 8,1}{4,5}} \approx 2,03.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№ 389 (№377). } x=-4; \sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4;$$

$$x=-3; \sqrt{x^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3; x=0; \sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = \sqrt{0} = 0;$$

$$x=9; \sqrt{x^2} = \sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9; x=20; \sqrt{x^2} = \sqrt{20^2} = \sqrt{400} = 20;$$

Выражение $\sqrt{x^2}$ имеет смысл при любых значениях x .

$$\text{№378. (с). а) при } x > 0, x \cdot |x| = x \cdot x = x^2;$$

$$\text{б) при } x = 0, x \cdot |x| = 0 \cdot |0| = 0 \cdot 0 = 0; \text{ в) } x < 0, x \cdot |x| = -x \cdot x = -x^2.$$

№379 (н). а) $2a^2 \cdot \frac{1}{8}a^3 = \frac{1}{4}a^5$; б) $4(3a^4)^2 = 4 \cdot 9a^8 = 36a^8$;

в) $20a^4 \cdot \left(\frac{1}{2}a^3\right)^2 = \frac{20a^4 \cdot 1 \cdot a^6}{4} = 5a^{10}$.

№ 390 (№380). а) $a^4 = (a^2)^2$; б) $a^6 = (a^3)^2$; в) $a^{18} = (a^9)^2$;

г) $\frac{1}{a^{10}} = \left(\frac{1}{a^5}\right)^2$; д) $a^2b^8 = (ab^4)^2$; е) $\frac{a^6}{b^{12}} = \left(\frac{a^3}{b^6}\right)^2$

№ 391 (№381). Из условия $V=a^2b$; $a^2 = \frac{V}{b}$; откуда $a = \sqrt{\frac{V}{b}}$

№382. (с).

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1} = \frac{(5a-1)^2}{5a-1} = 5a-1$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1} = \frac{(3x-1)^2}{3x-1} = 3x-1$.

№ 392 (№383). а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$;

$12x-5x-90-x=690$; $6x=780$; $x=130$;

б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$; $20x-20+24x+12=45x-15$; $45x-44x=-8+15$; $x=7$.

17. Квадратный корень из степени

№ 393 (№384). а) $\sqrt{(0,1)^2} = (0,1) = 0,1$; б) $\sqrt{(-0,4)^2} = (-0,4) = 0,4$,

в) $\sqrt{(-0,8)^2} = (-0,8) = 0,8$; г) $\sqrt{(1,7)^2} = (1,7) = 1,7$;

д) $\sqrt{(-19)^2} = (-19) = 19$; е) $\sqrt{24^2} = (24) = 24$;

ж) $2\sqrt{(-23)^2} = 2 \cdot (-23) = 2 \cdot 23 = 46$; з) $5\sqrt{52^2} = 5 \cdot |52| = 5 \cdot 52 = 260$;

и) $0,2\sqrt{(-61)^2} = 0,2 \cdot (-61) = 0,2 \cdot 61 = 12,2$.

№ 394 (№385). а) подставим $x = 22$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{22^2} = |22| = 22$

подставим $x = -35$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-35)^2} = (-35) = 35$;

подставим $x = -1\frac{2}{3}$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{\left(-1\frac{2}{3}\right)^2} = \left(-1\frac{2}{3}\right) = 1\frac{2}{3}$;

подставим $x = 0$: $\sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = (0) = 0$;

б) подставим $a = -7$: $2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{(-7)^2} = 2 \cdot (-7) = 2 \cdot 7 = 14$;

подставим $a = 12$: $2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{12^2} = 2 \cdot (12) = 2 \cdot 12 = 24$;

в) подставим $n = -1,5$: $0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{(-1,5)^2} = 0,1 \cdot (-1,5) = 0,1 \cdot 1,5 = 1,5$;

подставим $y = 27 : 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{27^2} = 0,1 \cdot (27) = 0,1 \cdot 27 = 2,7$

№ 395 (№386). а) $\sqrt{p^2} = (p)$; б) $\sqrt{y^2} = (y)$; в) $3\sqrt{b^2} = 3(3b)$;

г) $-0,2\sqrt{x^2} = -0,2(x)$; д) $\sqrt{25a^2} = 5 \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot (a)$.

№ 396 (№387). а) $\sqrt{a^2} = (a) = a$, если $a > 0$; б) $\sqrt{n^2} = (n) = -n$, если $n < 0$;

в) $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot (c) = 3c$, если $c > 0$; $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot (c) = 3 \cdot 0 = 0$, если $c = 0$;

г) $-5\sqrt{y^2} = -5 \cdot (y) = -5y$, если $y > 0$;

д) $\sqrt{36x^2} = (6x) = (6) \cdot (x) = -6x$, если $x < 0$;

$\sqrt{36x^2} = |6x| = |6| \cdot |0| = 6 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

е) $-\sqrt{9y^2} = -3 \cdot (y) = -3(-y) = 3y$, если $y < 0$;

ж) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot (2x) = -5 \cdot 2x = -10x$, если $x > 0$;

$-5\sqrt{4x^2} = -10x = -10 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

з) $0,5\sqrt{16a^2} = 0,5 \cdot (4a) = 0,5 \cdot (-a) = -2a$, если $a < 0$.

№338. (с). а) $2\sqrt{m^2} = 2(m) = 2m$, при $m \geq 0$; б) $-3\sqrt{a^2} = -3(a) = -3a$, при $a > 0$;

в) $\sqrt{0,64x^2} = |0,8| \cdot |x| = 0,8(-x) = -0,8x$, при $x \leq 0$;

г) $-\sqrt{0,25y^2} = -|0,5y| = -0,5 \cdot |y| = 0,5y$, при $y < 0$.

№389. (с). а) $\sqrt{y^6} = (y^3) = y^3$, если $y \geq 0$; б) $\sqrt{m^4} = (m^2) = m^2$;

в) $\sqrt{x^6} = (x^3) = -x^3$, если $x < 0$; г) $5\sqrt{a^8} = 5(a^4) = 5a^4$;

д) $\frac{1}{3}\sqrt{c^{12}} = \frac{1}{3}(c^6) = \frac{1}{3}c^6$; е) $1,5\sqrt{t^{14}} = 1,5(t^7) = 1,5 \cdot (-t^7) = -1,5t^7$, если $t < 0$.

№390. (с). а) $\sqrt{0,49x^{18}} = (0,7x^9) = 0,7x^9$, при $x < 0$;

б) $\sqrt{0,01a^{26}} = (0,1a^{13}) = 0,1a^{13}$; при $a > 0$; $\sqrt{0,01a^{26}} = 0,1a^{13} = 0$, при $a = 0$;

в) $15\sqrt{0,16c^{12}} = 15 \cdot (0,4c^6) = 15 \cdot 0,4c^6 = 6c^6$;

г) $0,8\sqrt{100y^{16}} = 0,8 \cdot 10y^8 = 8y^8$.

№391. (с). а) $\sqrt{p^{10}} = (p^5)$, при $p > 0$; б) $\sqrt{x^{18}} = (x^9) = -x^9$, при $x < 0$;

в) $\sqrt{y^{12}} = (y^6) = y^6$; г) $15\sqrt{b^{16}} = 15 \cdot (b^8) = 15b^8$;

д) $1,6\sqrt{x^8} = 1,6 \cdot (x^4) = 1,6x^4$;

е) $0,1\sqrt{a^6} = 0,1 \cdot (a^3) = 0,1 \cdot (-a^3) = -0,1a^3$, при $a < 0$.

№ 397. (н). а) $\sqrt{a^2 - 4a + 4} = \sqrt{(a-2)^2} = |a-2| = 2-a$ при $0 \leq a < 2$;

$$\text{б) } \sqrt{a^2 - 4a + 4} = |a - 2| = a - 2 \text{ при } a \geq 2.$$

$$\text{№ 398. (н). } \sqrt{9 - 6\sqrt{x} + x} = \sqrt{(\sqrt{x} - 3)^2} = |\sqrt{x} - 3|$$

$$\text{а) При } x = 2,89 \quad |\sqrt{x} - 3| = |\sqrt{2,89} - 3| = |1,7 - 3| = |-1,3| = 1,3$$

$$\text{б) При } x = 82,81 \quad |\sqrt{x} - 3| = |\sqrt{82,81} - 3| = |9,1 - 3| = |6,1| = 6,1$$

№ 399. (н). а) верно; б) неверно.

$$\text{№ 400. (н). а) } \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} = |\sqrt{3} + 2| = \sqrt{3} + 2,$$

$$\text{б) } \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 1.$$

$$\text{№ 401 (№392). а) } \sqrt{2^4} = (2^2) = 4; \text{ б) } \sqrt{3^4} = 3^2 = 9; \text{ в) } \sqrt{2^6} = 2^3 = 8,$$

$$\text{г) } \sqrt{10^8} = 10^4; \text{ д) } \sqrt{(-5)^4} = ((-5)^2) = 25; \text{ е) } \sqrt{(-2)^8} = ((-2)^4) = 16,$$

$$\text{ж) } \sqrt{3^4 \cdot 5^2} = (3^2 \cdot 5) = 45; \text{ з) } \sqrt{2^6 \cdot 2^7} = (2^7 \cdot 2^2) = (8 \cdot 4) = 32$$

$$\text{№ 402 (№393). а) } \sqrt{11^4} = (11^2) = 121; \text{ б) } \sqrt{4^6} = (4^3) = (64) = 64,$$

$$\text{в) } \sqrt{(-3)^8} = ((-3)^4) = (81) = 81; \text{ г) } \sqrt{(-6)^4} = |(-6)^2| = 36;$$

$$\text{д) } \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = (2^4 \cdot 3) = 48; \text{ е) } \sqrt{3^4 \cdot 5^6} = (3^2 \cdot 5^3) = (9 \cdot 125) = 1125,$$

$$\text{ж) } \sqrt{7^2 \cdot 2^4 (7 \cdot 2^4)} = (7) \cdot (2^4) = 112; \text{ з) } \sqrt{3^6 \cdot 5^4} = (3^3 \cdot 5^2) = 27 \cdot 25 = 675$$

$$\text{№ 403 (№394). а) } \sqrt{20736} = \sqrt{2^8 \cdot 3^4} = (2^4 \cdot 3^2) = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144,$$

$$\text{б) } \sqrt{50625} = \sqrt{3^4 \cdot 5^4} = (3^2 \cdot 5^2) = 9 \cdot 25 = 225;$$

$$\text{в) } \sqrt{28224} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = (2^3 \cdot 3 \cdot 7) = 8 \cdot 3 \cdot 7 = 168;$$

$$\text{г) } \sqrt{680625} = \sqrt{3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^2} = |3 \cdot 5^2 \cdot 11| = 3 \cdot 25 \cdot 11 = 825$$

$$\text{№ 404 (№395). а) } \sqrt{2304} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = (2^4 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48;$$

$$\text{б) } \sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = (3^3 \cdot 5) = 27 \cdot 5 = 135;$$

$$\text{в) } \sqrt{254016} = \sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3^2 \cdot 7| = 8 \cdot 9 \cdot 7 = 504.$$

Упражнения для повторения

№397. (с).

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{a^2-1} \right) \cdot \frac{a+1}{2} &= \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{(a+1)(a-1)} \right) \cdot \frac{a+1}{2} \\ &= \frac{5(a-1) - 3(a+1) + 6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{5a-5-3a-3+6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2a-2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{2(a-1)(a+1)}{2(a+1)(a-1)} = 1, \text{ что не зависит от } a.$$

№ 398. (с).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x}{x^2-25} \right) \cdot \frac{x^2-25}{5} = \left(\frac{x+5}{x(x-5)} - \frac{x}{(x-5)(x+5)} \right) \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \\ & = \frac{x^2+10x+25-x^2}{x(x-5)(x+5)} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \frac{5(2x+5)}{5x} = \frac{2x+5}{x}. \end{aligned}$$

№ 405 (№ 399). а – график функции $y = 2x + 2$;

б – график функции $y = -2x + 2$; с – график в функции $y = -\frac{x}{4} - 3$

№ 406 (№ 400).

Из условия задачи имеем: $V = \pi R^2 H$; $R^2 = \frac{V}{\pi H}$; $R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}$.

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

18. Вынесение множителя за знак корня.

Внесение множителя под знак корня

№ 407 (№ 401).

- а) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;
 в) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$; г) $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
 д) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$;
 е) $\sqrt{108} = \sqrt{27 \cdot 4} = \sqrt{27} \cdot \sqrt{4} = 3\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3}$;
 ж) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{3} = 11\sqrt{3}$;
 з) $\sqrt{845} = \sqrt{5 \cdot 169} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{5} = 13\sqrt{5}$.

№ 408 (№ 402). а) $\frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 6} = \frac{1}{2}\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$;

б) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{9 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$;

в) $-\frac{1}{7}\sqrt{147} = -\frac{1}{7}\sqrt{49 \cdot 3} = -\frac{1}{7} \cdot 7\sqrt{3} = -\sqrt{3}$;

г) $-\frac{1}{5}\sqrt{275} = -\frac{1}{5}\sqrt{25 \cdot 11} = -\frac{1}{5}\sqrt{25} \cdot \sqrt{11} = -\frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{11} = -\sqrt{11}$;

д) $0,1\sqrt{20000} = 0,1\sqrt{10000 \cdot 2} = 0,1 \cdot 100\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$;

е) $-0,05\sqrt{28800} = -0,05\sqrt{2^5 \cdot 3^3 \cdot 10^2} = -0,05 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 10\sqrt{2} = -0,05 \cdot 120\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$.

№ 409 (№ 403). а) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$; б) $\sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}$; г) $\sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot 10} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10}$;

д) $0,2\sqrt{75} = 0,2\sqrt{3 \cdot 25} = 0,2\sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 5\sqrt{3} = \sqrt{3}$;

$$\text{е) } 0,7\sqrt{300} = 0,7\sqrt{3 \cdot 100} = 0,7 \cdot 10\sqrt{3} = 7\sqrt{3};$$

$$\text{ж) } -0,125\sqrt{192} = -0,125\sqrt{16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = -0,125\sqrt{16 \cdot 2^2 \cdot 3} = -0,125 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = -\sqrt{3},$$

$$\text{з) } -\frac{1}{3}\sqrt{450} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 5 \cdot 10} = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2} = -5\sqrt{2};$$

$$\text{и) (с) } -10\sqrt{0,02} = -1 \cdot 10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{к) (с) } 5\sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{\frac{25a}{5}} = \sqrt{5a};$$

$$\text{л) (с) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.$$

$$\text{№ 410 (№ 404). а) } 7\sqrt{10} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{490}; \text{ б) } 5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{x} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{36x}; \text{ г) } 10\sqrt{y} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{100y};$$

$$\text{д) } 3\sqrt{2a} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{18a}; \text{ е) } 5\sqrt{3b} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{75b}.$$

$$\text{№ 405. (с). а) } -2\sqrt{3} = -\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{12}; \text{ б) } -3\sqrt{5} = -\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{45},$$

$$\text{в) } -7\sqrt{a} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{a} = -\sqrt{49a}; \text{ г) } -0,2\sqrt{b} = -\sqrt{0,04} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{0,04b}$$

№ 411. (н). Не имеет смысла выражение 4, так как $8\sqrt{3} - 14 < 0$
 $(8\sqrt{3} < 14, \text{ т.к. } 192 = (8\sqrt{3})^2 < (14)^2 = 196).$

№ 412 (№ 406).

$$\text{а) } 3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3}; \text{ б) } 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4}{4}} = \sqrt{3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2}; \text{ г) } -10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{д) } 5\sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{45}; \text{ е) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.$$

$$\text{№ 413 (№ 407). а) } 2\sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}; \text{ б) } 5\sqrt{y} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{25y};$$

$$\text{в) } -7\sqrt{3} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{147}; \text{ г) } -6\sqrt{2a} = -\sqrt{36} \cdot \sqrt{2a} = -\sqrt{72a};$$

$$\text{д) } \frac{1}{3}\sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1 \cdot 18}{9 \cdot 1}} b = \sqrt{2b}; \text{ е) } -0,1\sqrt{200c} = -\sqrt{0,1 \cdot 200c} = -\sqrt{2c}$$

№ 414 (№ 408):

$$\text{а) } 3\sqrt{3} \vee \sqrt{12}; (3\sqrt{3})^2 \vee (\sqrt{12})^2; 9 \cdot 3 \vee 12; 27 > 12; 3\sqrt{3} > \sqrt{12};$$

$$\text{б) } \sqrt{20} \vee 3\sqrt{5}; \sqrt{20} \vee \sqrt{5 \cdot 9}; \sqrt{20} < 45; \sqrt{20} < 3\sqrt{5};$$

$$\text{в) } 5\sqrt{4} \vee 4\sqrt{5}; \sqrt{4 \cdot 25} \vee \sqrt{5 \cdot 16}; \sqrt{100} > \sqrt{80}; 5\sqrt{4} > 4\sqrt{5};$$

$$\text{г) } 2\sqrt{5} \vee 3\sqrt{2}; \sqrt{5 \cdot 4} \vee \sqrt{2 \cdot 9}; \sqrt{20} > \sqrt{18}; 2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$$

№ 415 (№ 409).

а) $\frac{1}{3}\sqrt{351} \vee \frac{1}{2}\sqrt{188}; \sqrt{\frac{351}{9}} \vee \sqrt{\frac{188}{4}}; \sqrt{39} < \sqrt{47}; \frac{1}{3}\sqrt{351} < \frac{1}{2}\sqrt{188}.$

б) $\frac{1}{3}\sqrt{54} \vee \frac{1}{5}\sqrt{150}; \sqrt{\frac{54}{9}} \vee \sqrt{\frac{150}{25}}; \sqrt{6} = \sqrt{6}; \frac{1}{3}\sqrt{54} = \frac{1}{5}\sqrt{150};$

в) $\sqrt{24} \vee \frac{1}{3}\sqrt{216}; \sqrt{24} \vee \sqrt{\frac{216}{9}}; \sqrt{24} \vee \sqrt{24}; \sqrt{24} = \sqrt{24}; \sqrt{24} = \frac{1}{3}\sqrt{216}.$

г) $\frac{2}{3}\sqrt{72} \vee 7\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{4 \cdot 72}{9}} \vee \sqrt{\frac{49 \cdot 2}{3}}; \sqrt{\frac{96}{3}} < \sqrt{\frac{98}{3}}; \frac{2}{3}\sqrt{72} < 7\sqrt{\frac{2}{3}}.$

№ 416 (№ 410). а) $3\sqrt{3} = \sqrt{27}; 2\sqrt{6} = \sqrt{24};$

$4\sqrt{2} = \sqrt{32}, \sqrt{24} < \sqrt{27} < \sqrt{32}, \text{ значит, } 2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2};$

б) $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \sqrt{2} = \sqrt{72}; 3\sqrt{7} = \sqrt{63};$

$2\sqrt{14} = \sqrt{56}, \sqrt{56} < \sqrt{58} < \sqrt{63} < \sqrt{72} \Rightarrow 2\sqrt{14} < 58 < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}.$

№ 417 (№ 411). а) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \vee \sqrt{49} \cdot \sqrt{2}; \sqrt{28} < \sqrt{98}; 2\sqrt{7} < 7\sqrt{2};$

б) $\sqrt{9} \sqrt{120} \vee \sqrt{4} \sqrt{270}; \sqrt{1080} = \sqrt{1080}; 3\sqrt{120} = 2\sqrt{270};$

в) $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{6} \vee \sqrt{36} \sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{6}{4}} \vee \sqrt{\frac{36}{2}}; \sqrt{1,5} < \sqrt{18}; \frac{1}{2}\sqrt{6} < 6\sqrt{\frac{1}{2}}.$

№ 412. (с). а) $\sqrt{7x^2} = \sqrt{7|x|} = \sqrt{7}x, \text{ при } x \geq 0;$

б) $\sqrt{10y^2} = \sqrt{10}|y| = \sqrt{10}y, \text{ при } y < 0;$ в) $\sqrt{x^3} = |x| \cdot \sqrt{x} = x\sqrt{x};$

г) $\sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \cdot a} = \sqrt{a}|a^2| = a^2\sqrt{a};$

д) $\sqrt{16y^7} = \sqrt{16y^6} \sqrt{y} = |4\sqrt{y}|y^3 = 4y^3\sqrt{y};$

е) $\sqrt{\frac{3x^3}{16}} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{3} \cdot \left|\frac{1}{4}x\right| = \frac{\sqrt{3x}}{4}x = \frac{x\sqrt{3x}}{4}.$

№ 413. (с). а) $\sqrt{8a^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2a^2 \cdot a} = 2a\sqrt{2a};$

б) $\sqrt{300b^5} = \sqrt{3 \cdot 100b^4 \cdot b} = 10b^2\sqrt{3b};$

в) $\sqrt{48x^2} = \sqrt{16 \cdot 3x^2} = 4|x|\sqrt{3} = -4x\sqrt{3}, \text{ при } x \leq 0;$

г) $\sqrt{72a^4} = \sqrt{2 \cdot 36a^4} = 6a^2\sqrt{2};$ д) $\sqrt{50a^7} = \sqrt{2 \cdot 25a^6 \cdot a} = 5a^3\sqrt{2a},$

е) $\sqrt{27c^6} = \sqrt{3^2 \cdot 3c^6} = 3|c^3|\sqrt{3} = -3c^3\sqrt{3}, \text{ при } c < 0.$

№ 414. (с). а) $\sqrt{6x^2} = \sqrt{6} \cdot |x| = x\sqrt{6}, \text{ при } x \geq 0;$

б) $\sqrt{3y^2} = \sqrt{3} \cdot |y| = -\sqrt{3}y, \text{ при } y < 0;$ в) $\sqrt{9a^3} = 3\sqrt{a} \cdot a = 3a\sqrt{a};$

г) $\sqrt{50b^4} = \sqrt{2 \cdot 25b^4} = \sqrt{2} \cdot 5b^2 = 5b^2\sqrt{2}.$

Упражнения для повторения

№ 418 (№ 415).

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x-1}{x^2+3x} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \left(\frac{2x+1}{x(x-3)} - \frac{2x-1}{x(x+3)} \right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{(2x+1)(x+3) - (x-3)(2x-1)}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \frac{2x^2+6x+x+3-2x^2+x+6x-3}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \\ & = \frac{14x}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{7x} + 1 = \frac{14x}{x \cdot 7x} + 1 = \frac{2}{x} + 1 = \frac{2+x}{x}. \end{aligned}$$

№ 419 (№ 416). Обозначим за x – количество книг, переплетенных в первый день; тогда $(x + 12)$ – количество книг, переплетенных во второй день; также $(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных за первые два дня; $\frac{5}{7}(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных в третий день.

Всего за три дня было переплетено 144 книги. Получаем уравнение:

$$x + (x + 12) + \frac{5}{7}(x + x + 12) = 144; \quad 2x + 12 + \frac{5}{7}(2x + 12) = 144;$$

$$(2x + 12) \left(1 + \frac{5}{7} \right) = 144, \quad \frac{12}{7}(2x + 12) = 144;$$

$$\frac{x+6}{7} = 6; \quad x+6 = 42; \quad x = 36; \quad x+12 = 48; \quad \frac{5}{7}(x+x+12) = 60$$

Ответ: в первый день переплели 36 книг, во второй – 48 книг, в третий – 60 книг.

№ 420 (№ 417). а) $\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{5-x}{9}; \quad 36 \cdot \left(\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} \right) = \frac{5-x}{9} \cdot 36;$

$$3(4x-1) + 9 \cdot 7 = 4(5-x); \quad 12x-3+63=20-4x; \quad 16x=-40; \quad x=-2,5.$$

б) $\frac{2x-9}{6} - \frac{2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2}; \quad \frac{30(2x-9)}{6} - \frac{30 \cdot 2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2} \cdot 30;$

$$5(2x-9) - 4(5x+3) = 15; \quad -10x-57=15; \quad 10x=-72; \quad x=-7,2.$$

19. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

№ 421 (№ 418). а) (с) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5\sqrt{x} - \sqrt{y};$

б) (с) $-4\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} = 2\sqrt{b} - \sqrt{a};$

в) (с) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a};$

г) (с) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n} = 4\sqrt{n} + 5\sqrt{n} - 3\sqrt{n} = 6\sqrt{n};$

д) (с) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a} = \sqrt{5a} - 2\sqrt{4 \cdot 5a} - 3\sqrt{16 \cdot 5a} =$
 $= \sqrt{5a} - 4\sqrt{5a} - 12\sqrt{5} = -15\sqrt{5a};$

а) (е) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 100} =$
 $= 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -\sqrt{3}.$

$$\text{б) (ж)} \quad 3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} + 2\sqrt{2 \cdot 9} = \\ = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2};$$

$$\text{в) (з)} \quad \sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} + \sqrt{2 \cdot 4} = \\ = 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2};$$

$$\text{г) (и)} \quad \sqrt{75} - 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 0,1\sqrt{3 \cdot 100} - \sqrt{3 \cdot 9} = \\ = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{д) (к)} \quad \sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} + 0,5\sqrt{4 \cdot 2} = \\ = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{№ 422 (№419). а)} \quad \sqrt{8p} - \sqrt{25} + \sqrt{18p} = 2\sqrt{2p} - 5 + 3\sqrt{2p} = 5\sqrt{2p} - 5;$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{16c} + 2\sqrt{40c} - 3\sqrt{90c} = 4\sqrt{c} + 2 \cdot 2\sqrt{10c} - 3 \cdot 3\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} + 4\sqrt{10c} - 9\sqrt{10c} = \\ = 4\sqrt{c} - 5\sqrt{10c};$$

$$\text{в)} \quad 5\sqrt{27} - 4\sqrt{48m} - 2\sqrt{12m} = 5\sqrt{3 \cdot 9} - 4\sqrt{3 \cdot 16m} - 2\sqrt{4 \cdot 3m} = \\ = 15\sqrt{3} - 16\sqrt{3m} - 4\sqrt{3m} = 15\sqrt{3} - 20\sqrt{3m};$$

$$\text{г)} \quad \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{150} = \sqrt{6 \cdot 9} - \sqrt{6 \cdot 4} + \sqrt{25 \cdot 6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 6\sqrt{6};$$

$$\text{д)} \quad 3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2};$$

$$\text{е)} \quad 2\sqrt{72} - \sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 2\sqrt{2 \cdot 36} - \sqrt{2 \cdot 4} = \\ = 2 \cdot 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}.$$

№420. (с).

$$\text{а)} \quad (\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3} = 6 + 3\sqrt{5};$$

$$\text{б)} \quad \sqrt{5}(3\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot 5 + 5\sqrt{4 \cdot 10} = 15 + 5 \cdot 2\sqrt{10} = \\ = 15 + 10\sqrt{10};$$

$$\text{в)} \quad (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 4 \cdot 3\sqrt{2} = 24 - 12\sqrt{2};$$

$$\text{г)} \quad (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} + \sqrt{60} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 15} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 15;$$

$$\text{д)} \quad (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + \sqrt{84} = \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{21 \cdot 4} = \\ = \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 7 \cdot 2 + 7 = 21;$$

$$\text{е)} \quad (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \\ = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} + 12 - 4\sqrt{6} = 12 - 2\sqrt{6}.$$

№421. (с).

$$\text{а)} \quad \sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{27}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 - 18 = -12;$$

$$\text{б)} \quad (5\sqrt{2} - 7\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 7 \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 21\sqrt{2};$$

$$\text{в)} \quad \sqrt{8} - (\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{8} - \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \\ = \sqrt{2 \cdot 4} - 5\sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 5 = 5 - 3\sqrt{2};$$

$$\begin{aligned} \text{r)} \quad & \sqrt{48} - 2\sqrt{3} \cdot (2 - 5\sqrt{12}) = \sqrt{16 \cdot 3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{4 \cdot 3} = \\ & = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60. \end{aligned}$$

№422. (c).

$$\text{a)} \quad (1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 6 \cdot 2 = \sqrt{2} - 11;$$

$$\text{б)} \quad (3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3 \cdot 2 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6 + 5\sqrt{3} + 3 = 9 + 5\sqrt{3},$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \\ & = 6 \cdot 2 - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 2 \cdot 3 = 18 - 7\sqrt{6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \\ & = 5 - 3\sqrt{10} - \sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} = 5 - 3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 17 - 5\sqrt{10}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & (2\sqrt{5} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{5}) - \sqrt{135} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{12} - \\ & - \sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{135} = 2 \cdot 2\sqrt{15} - 10 + 12 - 2\sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5} = \\ & = 4\sqrt{15} + 2 - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{15} = 2 - \sqrt{15}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & (3\sqrt{2} - \sqrt{27})(\sqrt{27} - \sqrt{2}) - \sqrt{54} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{27} \cdot \sqrt{27} + \\ & + \sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{54} = 3 \cdot 3\sqrt{6} - 6 - 27 + \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2} = \\ & = 9\sqrt{6} - 33 + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 9\sqrt{6} - 33. \end{aligned}$$

№ 423 (№423). а) $(x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y}) = x^2 - y;$

б) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a - b;$

в) $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} - 3 \cdot 3 = 2;$

$(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 7 - 10 = -3;$

д) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b;$

е) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n;$

ж) $(\sqrt{2} + 3)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot 3 + 3^2 = 11 + 6\sqrt{2};$

з) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{10}.$

№ 424 (№424). а) $(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 1 = 4 \cdot 5 - 1 = 19;$

б) $(5\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 5\sqrt{7}) = (5\sqrt{7})^2 - \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 25 \cdot 7 - 13 = 175 - 13 = 162.$

в) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6;$

г) $(0,5\sqrt{14} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 0,5\sqrt{14}) = (\sqrt{3})^2 - (0,5\sqrt{14})^2 = 3 - 0,25 \cdot 14 = 3 - 3,5 = -0,5;$

д) $(1 + 3\sqrt{5})^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 = 1 + 6\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 46 + 6\sqrt{5};$

е) $(2\sqrt{3} - 7)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} + 7^2 = 12 + 49 - 28\sqrt{3} = 61 - 28\sqrt{3};$

ж) $(2\sqrt{10} - 2)^2 = (2\sqrt{10})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 40 - 4 \cdot 2\sqrt{5} + 2 = 42 - 8\sqrt{5}$

$$\text{з)} (3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = \\ = 9 \cdot 6 - 12\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3} + 4 \cdot 3 = 66 - 36\sqrt{2}.$$

№ 425 (№425).

$$\text{а)} \text{ (c)} (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - \sqrt{12 \cdot 10} = \\ = 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 11;$$

$$\text{б)} \text{ (c)} \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = \sqrt{15 \cdot 4} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = \\ = 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8;$$

$$\text{в)} \text{ (c)} (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28} = (\sqrt{14})^2 - 2 \cdot \sqrt{14} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{4 \cdot 7} = \\ = 14 - 3 \cdot 2\sqrt{4 \cdot 7} + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 2\sqrt{7} = 14 + 18 = 32;$$

$$\text{г)} \text{ (c)} (3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 - 10\sqrt{27} = (3\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 - 10\sqrt{9 \cdot 3} = \\ = 9 \cdot 5 + 6\sqrt{5 \cdot 3 \cdot 5} + 15 - 10 \cdot 3\sqrt{3} = 60 + 30\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = 60;$$

$$\text{а)} \text{ (д)} (\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}})^2 = \\ = (\sqrt{4 + \sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{7}} + (\sqrt{4 - \sqrt{7}})^2 = \\ = 4 + \sqrt{7} + 2(\sqrt{4 + \sqrt{7}})(\sqrt{4 - \sqrt{7}}) + 4 - \sqrt{7} = 8 + 2(\sqrt{4^2 - \sqrt{7}^2}) = \\ = 8 + 2(\sqrt{16 - 7}) = 8 + 2\sqrt{9} = 8 + 6 = 14;$$

$$\text{б)} \text{ (c)} (\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2 = \\ = (\sqrt{5 + 2\sqrt{6}})^2 - 2\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + (\sqrt{5 - 2\sqrt{6}})^2 = \\ = 5 + 2\sqrt{6} - 2(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}) \cdot (\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}) + 5 - 2\sqrt{6} = \\ = 10 - 2(\sqrt{25 - 4 \cdot 6}) = 10 - 2\sqrt{1} = 8.$$

$$\text{№ 426 (№426). а)} (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = x - 1;$$

$$\text{б)} (\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{a})^2 = x - a;$$

$$\text{в)} (\sqrt{m} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{m})^2 + 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = m + 2\sqrt{2m} + 2;$$

$$\text{г)} (\sqrt{3} - \sqrt{x})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 3 - 2\sqrt{3x} + x;$$

$$\text{д)} (5\sqrt{7} - 13)(5\sqrt{7} + 13) = (5\sqrt{7})^2 - 13^2 = 175 - 169 = 6;$$

$$\text{е)} (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 2 - 9 \cdot 3 = -19;$$

$$\text{ж)} (6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 6^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{16 \cdot 2} = 36 - 12\sqrt{2} + 2 + 3 \cdot 4\sqrt{2} = 38;$$

$$\text{з)} (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 - 30 = \\ = 2 + 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} + 18 - 30 = 20 + 12 - 30 = 2.$$

$$\text{№ 427 (№427). а)} x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}); \text{ б)} 5 - c^2 = (\sqrt{5 - c})(\sqrt{5 + c});$$

$$\text{в)} 4a^2 - 3 = (2a - \sqrt{3})(2a + \sqrt{3}); \text{ г)} 11 - 16b^2 = (\sqrt{11} - 4b)(\sqrt{11} + 4b);$$

$$\text{д)} y - 3 = (\sqrt{y} - \sqrt{3})(\sqrt{y} + \sqrt{3}); \text{ е)} x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}).$$

$$\text{№ 428 (№428). а) } 3 + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1);$$

$$\text{б) } 10 - 2\sqrt{10} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - 2\sqrt{10} = \sqrt{10}(\sqrt{10} - 2);$$

$$\text{в) } \sqrt{x} + x = \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x}(1 + \sqrt{x}); \text{ г) } a - 5\sqrt{a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - 5\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 5);$$

$$\text{д) } \sqrt{a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}(1 - \sqrt{2});$$

$$\text{е) } \sqrt{3m} + \sqrt{5m} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{m} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{m}(\sqrt{3} + \sqrt{5});$$

$$\text{ж) } \sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{2} - 1); \text{ з) } \sqrt{33} + \sqrt{22} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{3} + \sqrt{2}).$$

$$\text{№ 429 (№429). а) } \frac{b^2 - 5}{b - \sqrt{5}} = \frac{(b - \sqrt{5})(b + \sqrt{5})}{b - \sqrt{5}} = b + \sqrt{5},$$

$$\text{б) } \frac{m + \sqrt{6}}{6 - m^2} = \frac{m + \sqrt{6}}{(\sqrt{6} - m)(\sqrt{6} + m)} = \frac{1}{\sqrt{6} - m}.$$

$$\text{в) } \frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4} = \frac{2 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = -\frac{1}{\sqrt{x} + 2}; \text{ г) } \frac{b - 9}{\sqrt{b} + 3} = \frac{(\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 3)}{\sqrt{b} + 3} = \sqrt{b} - 3;$$

$$\text{д) } \frac{a - b}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{4x - 9y} = \frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}}{(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})} = \frac{1}{2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}};$$

$$\text{ж) (с) } \frac{\sqrt{7} - 7}{\sqrt{7} - 1} = \frac{\sqrt{7}(1 - \sqrt{7})}{\sqrt{7} - 1} = -\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7} - 1)}{\sqrt{7} - 1} = -\sqrt{7};$$

$$\text{з) (с) } \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} = \sqrt{a}; \text{ и) (с) } \frac{3 + \sqrt{x}}{3\sqrt{x} + x} = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

№ 430 (№430).

$$\text{а) } \frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}} = \frac{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})}{x + \sqrt{2}} = x - \sqrt{2}; \text{ б) } \frac{\sqrt{5} - a}{5 - a^2} = \frac{\sqrt{5} - a}{(\sqrt{5} - a)(\sqrt{5} + a)} = \frac{1}{\sqrt{5} + a};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{x} - 5}{25 - x} = \frac{\sqrt{x} - 5}{(5 - \sqrt{x})(5 + \sqrt{x})} = -\frac{1}{5 + \sqrt{x}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2};$$

$$\text{д) } \frac{5 + \sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{3} - 3}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})}{5\sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{5};$$

$$\text{ж) (с) } \frac{\sqrt{2a} - \sqrt{2b}}{3\sqrt{a} - 3\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{3(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2}}{3};$$

$$3) \text{ (c) } \frac{\sqrt{x+1}}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})} = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$\text{н) (c) } \frac{a+\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+a} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}+\sqrt{a}}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{a}.$$

$$\text{№ 431 (№431). a) } \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{5}; \text{ б) } \frac{3}{\sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{b};$$

$$\text{в) } \frac{2}{7\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7\sqrt{y}\cdot\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7y}; \text{ г) } \frac{a}{b\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b\cdot b} = \frac{a\sqrt{b}}{b^2};$$

$$\text{д) } \frac{4}{\sqrt{a+b}} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{(\sqrt{a+b})(\sqrt{a+b})} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{a+b};$$

$$\text{е) } \frac{1}{\sqrt{a-b}} = \frac{1\cdot\sqrt{a-b}}{(\sqrt{a-b})(\sqrt{a-b})} = \frac{\sqrt{a-b}}{a-b};$$

$$\text{ж) } \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}; \text{ з) } \frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{и) } \frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5\cdot 2} = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0,3\sqrt{10}.$$

$$\text{№ 432 (№432). a) } \frac{m}{\sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{x}; \text{ б) } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в) } \frac{3}{5\sqrt{c}} = \frac{3\cdot\sqrt{c}}{5\sqrt{c}\cdot\sqrt{c}} = \frac{3\sqrt{c}}{5c}; \text{ г) } \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6};$$

$$\text{д) } \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \text{ е) } \frac{5}{4\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4\cdot 15} = \frac{\sqrt{15}}{12}.$$

№ 433 (№433).

$$\text{а) } \frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 2(\sqrt{3}-1);$$

$$\text{б) } \frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1\cdot(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -\frac{1+\sqrt{2}}{1} = -(1+\sqrt{2});$$

$$\text{в) } \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{1\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{г) } \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b};$$

$$\text{д) } \frac{33}{7-3\sqrt{3}} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{(7-3\sqrt{3})(7+3\sqrt{3})} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{7^2-3^2\cdot(\sqrt{3})^2} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{22} = \frac{3(7+3\sqrt{3})}{2};$$

$$e) \frac{15}{2\sqrt{5}+5} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5}+5)(2\sqrt{5}-5)} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5})^2-5^2} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{4 \cdot 5 - 25} = -\frac{15(2\sqrt{5}-5)}{5} = -3(2\sqrt{5}-5) = 15 - 6\sqrt{5}.$$

№ 434. (н).

$$a) \frac{1}{3\sqrt{3}-4} - \frac{1}{3\sqrt{3}+4} = \frac{3\sqrt{3}+4-3\sqrt{3}+4}{(3\sqrt{3})^2-4^2} = \frac{8}{11} \text{ — рациональное число;}$$

$$b) \frac{1}{5-2\sqrt{6}} - \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{5+2\sqrt{6}-5+2\sqrt{6}}{5^2-(2\sqrt{6})^2} = 4\sqrt{6} \text{ — иррациональное число.}$$

$$\text{№ 435. (н). а) } \frac{1}{\sqrt{5}-2} \approx 4,24; \text{ б) } \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \approx 1,99;$$

$$\text{в) } \frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} \approx 0,52; \text{ г) } \frac{5+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2} \approx 2,73.$$

$$\text{№ 436 (№435). а) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y};$$

$$\text{б) } \frac{b}{a-\sqrt{b}} = \frac{b(a+\sqrt{b})}{(a-\sqrt{b})(a+\sqrt{b})} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-b};$$

$$\text{в) } \frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{8} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{2};$$

$$\text{г) } \frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2} = -\frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{3} = 4(\sqrt{6}-\sqrt{3});$$

$$\text{д) } \frac{9}{3-2\sqrt{2}} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{9-4 \cdot 2} = 9(3+2\sqrt{2});$$

$$e) \frac{14}{1+5\sqrt{2}} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{(1+5\sqrt{2})(1-5\sqrt{2})} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1^2-(5\sqrt{2})^2} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1-50} = -\frac{2 \cdot 7(1-5\sqrt{2})}{7 \cdot 7} = \frac{2(5\sqrt{2}-1)}{7}.$$

№ 437 (№436).

$$\text{а) } \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = 0,2\sqrt{15}, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{2}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2a}}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{2a}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$\text{№437. (с). а) } \sqrt{\frac{x}{3}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3x}}{3}; \text{ б) } \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{5a}}{a};$$

$$в) \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad г) \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$д) \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}; \quad a \geq 0; \quad е) \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3x^2}}{\sqrt{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}; \quad x \geq 0.$$

$$\text{№438. (с.) а) } \sqrt{\frac{m}{9}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{m}}{3}; \quad б) \sqrt{\frac{a}{7}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7a}}{7};$$

$$в) \sqrt{\frac{c}{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{c} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3c}}{6};$$

$$г) \sqrt{\frac{8}{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{2a}}{a}.$$

№ 438. (н). $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$, то есть числа $2 - \sqrt{3}$ и $2 + \sqrt{3}$ взаимно обратные.

$$2\sqrt{6} - 5 + \frac{1}{2\sqrt{6} + 5} = \frac{(2\sqrt{6} - 5)(2\sqrt{6} + 5) + 1}{2\sqrt{6} + 5} = \frac{24 - 25 + 1}{2\sqrt{6} + 5} = 0, \text{ то есть}$$

числа $2\sqrt{6} - 5$ и $\frac{1}{2\sqrt{6} + 5}$ противоположные.

№ 439. (н). $\sqrt{80} - 5\sqrt{3}$ и $\sqrt{75} - 4\sqrt{5}$ – противоположные числа;

$15\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$ и $\frac{1}{\sqrt{675} - \sqrt{32}}$ – взаимно обратные числа.

Упражнения для повторения

№ 440 (№439).

$$\frac{9 - x^2}{4x} \cdot \frac{8x}{x^2 + 6x + 9} - 2 = \frac{(3 - x)(3 + x) \cdot 8x}{4x(x + 3)^2} - 2 = \frac{(3 - x)(x + 3) \cdot 8x}{4x(x + 3)^2} - 2 =$$

$$= \frac{2(3 - x)}{x + 3} - 2 = \frac{2(3 - x) - 2(x + 3)}{x + 3} = \frac{6 - 2x - 2x - 6}{x + 3} = -\frac{4x}{x + 3}; \text{ подставляем}$$

$$x = -2,5 \text{ и находим: } -\frac{4x}{x + 3} = \frac{-4 \cdot (-2,5)}{-2,5 + 3} = \frac{10}{0,5} = 20.$$

№440. (с). Обозначим за S км – расстояние от А до В, тогда время велосипедиста в пути равно $\frac{S}{12}$ ч; $\frac{S}{48}$ ч – время мотоциклиста в пути.

По условию задачи мотоциклист отправился в путь на 0,5 ч позже и прибыл на 1 ч 15 мин = 1,25 ч раньше, чем велосипедист. Запишем

$$\text{уравнение: } \frac{S}{12} = 0,5 + \frac{S}{48} + 1,25; \quad \frac{S}{12} = \frac{S}{48} + 1,75; \quad 4S = S + 84; \quad 3S = 84; \quad S = 28.$$

Ответ: $AB = 28$ км.

$$\text{№ 441 (№441). а) } \frac{3x - 1}{2} + \frac{2 - x}{3} + 1 = 0; \quad 6\left(\frac{3x - 1}{2} + \frac{2 - x}{3} + 1\right) = 0;$$

$$3(3x-1)+2(2-x)+6=0; \quad 9x-3+4-2x+6=0; \quad 7x=-7; \quad x=-1;$$

$$б) \frac{y-10}{6} - \frac{5-2y}{4} = 2,5; \quad 2(y-10) - 3(5-2y) = 2,5 \cdot 12;$$

$$2y - 20 - 15 + 6y = 30; \quad 8y = 65; \quad y = 8\frac{1}{8}; \quad y = 8,125.$$

№ 442 (№442).

Условие задачи, $S = \pi(R^2 - r^2)$; $S = \pi R^2 - \pi r^2$; $S + \pi r^2 = \pi R^2$, откуда

$$R^2 = \frac{S + \pi r^2}{\pi}; \quad R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}. \quad \text{Ответ: } R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}.$$

№ 443 (№443). 1) Для прямой b уравнение: $y = -2x + 1$;

2) Для прямой a уравнение: $y = \frac{1}{5}x - 2$.

№444. (с).а) $x^2 - 7 = 0$; $x^2 = 7$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$;

б) $x^2 + 49 = 0$; $x^2 = -49$; уравнение не имеет корней;

в) $(x+1)^2 = 1$; $x+1 = \pm\sqrt{1}$; $x+1 = \pm 1$;

1) $x+1=1$; $x_1=0$; 2) $x+1=-1$; $x_2=-2$;

г) $(x-5)^2=2$; $x-5 = \pm\sqrt{2}$;

1) $x-5=\sqrt{2}$; $x_1=5+\sqrt{2}$; 2) $x-5=-\sqrt{2}$; $x_2=5-\sqrt{2}$.

20. Преобразование двойных радикалов.

$$\text{№ 444. (н). а) } \sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \sqrt{5}+1;$$

$$б) \sqrt{11-4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}-2)^2} = \sqrt{7}-2.$$

$$\text{№ 445. (н). а) } \sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = 3+\sqrt{2}-\sqrt{2} = 3;$$

$$б) \sqrt{27-5\sqrt{8}} + \sqrt{2} = \sqrt{(5-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = 5-\sqrt{2}+\sqrt{2} = 5.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 446. (н). а) } \sqrt{55+\sqrt{216}} &= \sqrt{\frac{55+\sqrt{55^2-216}}{2}} + \sqrt{\frac{55-\sqrt{55^2-216}}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{55+\sqrt{2809}}{2}} + \sqrt{\frac{55-\sqrt{2809}}{2}} = \sqrt{\frac{55+53}{2}} + \sqrt{\frac{55-53}{2}} = 1+\sqrt{54} = 1+3\sqrt{6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} б) \sqrt{86-\sqrt{5460}} &= \sqrt{\frac{86+\sqrt{86^2-5460}}{2}} - \sqrt{\frac{86-\sqrt{86^2-5460}}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{86+\sqrt{1936}}{2}} - \sqrt{\frac{86-\sqrt{1936}}{2}} = \sqrt{\frac{86+44}{2}} - \sqrt{\frac{86-44}{2}} = \sqrt{65} - \sqrt{21}. \end{aligned}$$

№ 447. (н).

а) $a^2 = 11 + \sqrt{85} + 11 - \sqrt{85} - 2\sqrt{11^2 - 85} = 22 - 2\sqrt{36} = 10 \Rightarrow a = \sqrt{10}$.

б) $a^2 = 7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{49 - (4\sqrt{3})^2} = 14 + 2 = 16 \Rightarrow a = 4$.

№ 448. (н). а) $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} =$
 $= 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} + 1 = 2$ - рациональное число;

б) $\sqrt{19 - 2\sqrt{34}} + \sqrt{19 + 2\sqrt{34}} = \sqrt{(\sqrt{17} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{17} + \sqrt{2})^2} =$
 $= \sqrt{17} - \sqrt{2} + \sqrt{17} + \sqrt{2} = 2\sqrt{17}$ - иррациональное число.

№ 449. (н). а) $\frac{\sqrt{4 - \sqrt{11}}}{\sqrt{4 + \sqrt{11}}} = \frac{4 - \sqrt{11}}{\sqrt{16 - 11}} = \frac{4\sqrt{5} - \sqrt{55}}{5}$;

б) $\frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5 - 3}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2}$.

№ 450. (н).

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 - (2 + \sqrt{3})} =$$
$$= \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{4 - 3} = 1.$$

№ 451. (н). а) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 2 + 3 + 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + 2\sqrt{15} =$
 $= 10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}$, поэтому

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}}.$$

б) $(1 + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 1 + 3 + 5 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{15} =$

$$= 9 + \sqrt{12} - \sqrt{20} - \sqrt{60}, \text{ поэтому } 1 + \sqrt{3} - \sqrt{5} = \sqrt{9 + \sqrt{12} - \sqrt{20} - \sqrt{60}}$$

№ 452. (н). а) $\sqrt{\frac{b+1}{2}} - \sqrt{b} - \sqrt{\frac{b+1}{2} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b - 2\sqrt{b} + 1} - \sqrt{b + 2\sqrt{b} + 1}}{\sqrt{2}} =$
 $= \frac{|\sqrt{b} - 1| - |\sqrt{b} + 1|}{\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{\frac{c+4}{4} + \sqrt{c}} - \sqrt{\frac{c+4}{4} - \sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c + 4\sqrt{c} + 4}}{2} - \frac{\sqrt{c - 4\sqrt{c} + 4}}{2} =$
 $= \frac{|\sqrt{c} + 2| - |\sqrt{c} - 2|}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

№ 453. (н). а) $\sqrt{a + 2\sqrt{a-1}} = \sqrt{(\sqrt{a-1} + 1)^2} = 1 + \sqrt{a-1}$;

$$\begin{aligned} \text{б) } & \sqrt{a+b+1+2\sqrt{a+b}} - \sqrt{a+b+1-2\sqrt{a+b}} = \\ & = \sqrt{(\sqrt{a+b}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a+b}-1)^2} = |\sqrt{a+b}+1| - |\sqrt{a+b}-1| = 2. \end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе II

К параграфу 4

№ 454 (№445). а) Да; б) не всегда; в) да; г) не всегда.

№ 455 (№446). а) Да; б) да; в) да; г) не всегда.

№ 456 (№447). а) Да; б) да; в) да; г) да.

№ 457 (№448). Считаем, что $x = 2n$, $y = 2k$, где n и k – натуральные числа. Тогда: а) $x - y = 2n - 2k = 2(n - k) = 2m$ – четное число;

б) $xy = 2n \cdot 2k = 2(2nk) = 2m$ – четное число;

в) $3x + y = 6n + 2k = 2(3n + k) = 2m$ – четное число.

№ 458 (№449). Считаем, что $x = 2n + 1$, $y = 2k + 1$. Тогда:

а) $x + y = 2n + 1 + 2k + 1 = 2(n + k + 1) = 2m$ – четное число;

б) $x - y = 2n + 1 - 2k - 1 = 2n - 2k = 2(n - k)$ – четное число;

в) $xy = (2n+1)(2k+1) = 4nk + 2n + 2k + 1 = 2(2nk + n + k) + 1$ – нечетное число.

№ 459 (н). а) 0,001; 0,0001; 0,00015; 0,00012; 0,00001;

б) $-\frac{1}{12}$; $-\frac{1}{13}$; $-\frac{1}{14}$; $-\frac{1}{15}$; -0,001; в) 0,4; 0,41; 0,45; 0,47; 0,49.

№ 460 (№451). а) $\frac{23}{64} = 0,359375(0)$; б) $-\frac{7}{25} = -0,28(0)$;

в) $\frac{11}{13} = 0,(846153)$; г) $\frac{1}{27} = 0,(037)$; д) $\frac{2}{35} = 0,0(571428)$;

е) $-\frac{7}{22} = -0,3(18)$; ж) $\frac{23}{30} = 0,7(6)$; з) $\frac{12}{55} = 0,2(18)$.

№452. (с). Пусть $\frac{a}{b}$ – рациональное число; предположим, что $(\frac{a}{b})^2 = 3$, т.е.

$a^2 = 3b^2$. Пусть a содержит в своем разложении n простых множителей равных 3, где n – число натуральное или нуль. Тогда, число a^2 содержит в разложении $2n$ простых множителей, равных 3. Поскольку $a^2 = 3b^2$, то b^2 содержит в разложении $2n-1$ простых множителей, но квадрат натурального числа должен быть четным, и мы приходим к противоречию. Итак, не существует рационального числа, квадрат которого равен 3.

№ 461 (№453). Рациональные 10,01; 10,0001;

Иррациональные 10,0157419...; 10,0232425...

№ 462 (№454). а) Иррациональное число; б) иррациональное число.

К параграфу 5

№ 463 (№455). а) $0,3\sqrt{289} = 0,3 \cdot 17 = 5,1$; б) $-4\sqrt{0,81} = -4 \cdot 0,9 = -3,6$;

в) $\sqrt{\frac{9}{49}} - 1 = \frac{3}{7} - 1 = \frac{3-7}{7} = -\frac{4}{7}$; г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$;

д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100} = 2 \cdot 0,11 + 10 = 10,22$; е) $\frac{\sqrt{0,16}}{2\sqrt{0,04}} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,2} = \frac{0,4}{0,4} = 1$;

ж) $\sqrt{2500} - \sqrt{625} = 50 - 25 = 25$; з) $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$;

и) $-0,03\sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$; к) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{19} + \frac{1}{2} = \frac{21}{38}$

№456. (с).

а) $5 - (3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}) = 5 - (3 \cdot \frac{2}{3} + 0,5) = 5 - (2 + 0,5) = 5 - 2 - 0,5 = 5 - 2,5 = 2,5$;

б) $11 : (0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}) = 11 : (0,15 \cdot 40 - 0,29 \cdot 20) = 11 : 0,2 = 110 : 2 = 55$;

в) $(\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : (\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}) =$
 $= (15 + 3 \cdot 11) : (\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 0,78 \cdot 10) = 48 : (\frac{1}{5} + 7,8) = 48 : (0,2 + 7,8) = 48 : 8 = 6$;

г) $(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{342}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}) : \sqrt{25} = ((-6) \cdot \frac{1}{2} + \frac{18 + 0,4}{2 \cdot 0,2}) : 5 = (-3 + 18) : 5 = 15 : 5 = 3$.

№ 464 (№457). а) Подставим $x = 2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2 - 10} = \sqrt{0} = 0$.

Подставим $x = 2,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2,2 - 10} = \sqrt{11 - 10} = 1$.

Подставим $x = 5,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 5,2 - 10} = \sqrt{26 - 10} = \sqrt{16} = 4$

Подставим $x = 22$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 22 - 10} = \sqrt{110 - 10} = \sqrt{100} = 10$.

б) Подставим $y = 1$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2 \cdot 1} = 2$.

Подставим $y = -1,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-1,5)} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$

Подставим $y = -15$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-15)} = \sqrt{36} = 6$.

Подставим $y = -37,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-37,5)} = \sqrt{81} = 9$

в) Подставим $x = 0$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0}}{3-\sqrt{0}} = 1$. Подставим $x = 1$

$\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{1}}{3-\sqrt{1}} = \frac{4}{2} = 1$. Подставим $x = 16$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{16}}{3-\sqrt{16}} = \frac{3+4}{3-4} = -7$

Подставим $x = 0,25$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0,25}}{3-\sqrt{0,25}} = \frac{3+0,5}{3-0,5} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{35}{25} = 1 \frac{2}{5}$.

г) Подставим $a = 0$, $b = 0$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 0 - 0} = 0$.

Подставим $a = 4$, $b = 7$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 4 - 7} = \sqrt{8-7} = 1$

д) Подставим $m = 0$, $n = -1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{0-4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} = 2$.

Подставим $m = 33$, $n = 1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{33-4 \cdot 2} = \sqrt{25} = 5$.

№ 465 (№458). а) $5\sqrt{x} = 3$; $(5\sqrt{x})^2 = 3^2$; $25x = 9$; $x = \frac{9}{25}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3x}} = 1$; $1 = \sqrt{3x}$; $1^2 = (\sqrt{3x})^2$; $1 = 3x$; $x = \frac{1}{3}$;

в) $\frac{1}{4\sqrt{x}} = 2$; $1 = 8\sqrt{x}$; $1^2 = (8\sqrt{x})^2$; $1 = 64x$; $x = \frac{1}{64}$;

г) $\sqrt{x-5} = 4$; $(\sqrt{x-5})^2 = 4^2$; $x-5 = 16$; $x = 21$;

д) $1 + \sqrt{2x} = 10$; $\sqrt{2x} = 9$; $(\sqrt{2x})^2 = 9^2$; $2x = 81$; $x = 40,5$.

№ 466 (№459).

$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}} = 2$; $(\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}}})^2 = 2^2$; $1 + \sqrt{2 + \sqrt{x}} = 4$; $\sqrt{2 + \sqrt{x}} = 3$;
 $(\sqrt{2 + \sqrt{x}})^2 = 3^2$; $2 + \sqrt{x} = 9$; $\sqrt{x} = 7$; $x = 49$.

№ 467 (№460). а) Да; $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in Q$; б) нет.

№ 468 (№ 461). а) $x^2 = 1$ имеет два рациональных корня: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$;

б) $x^2 = 3$ имеет два иррациональных корня: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$;

в) $x^2 = -1$ не имеет корней.

№ 469 (№462). а) $x \geq 0$; б) x – любое действительное число;

в) x – любое действительное число;

г) x – любое действительное число; д) $x = 0$; е) $x \leq 0$.

№ 470 (№463). а) \sqrt{ab} ; $ab \geq 0$; 1) $a \geq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \leq 0$, $b \leq 0$;

б) $\sqrt{-ab}$; $ab \leq 0$; 1) $a \leq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \geq 0$, $b \leq 0$;

в) $\sqrt{a^2b}$; $b \geq 0$; a – любое действительное число;

г) $\sqrt{a^2b^2}$; a, b – любые действительные числа;

д) $\sqrt{-ab^2}$; $a \leq 0$, b – любое действительное число.

№ 471 (№464). а) При $x > 0$; б) при $x \geq 0$; в) при $x \geq 0$, $x \neq 1$

№ 472 (№465). а) $\sqrt{0,16} + (2\sqrt{0,1})^2 = 0,4 + 4 \cdot 0,1 = 0,8$;

б) $(0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} = 0,04 \cdot 10 + 0,5 \cdot 4 = 0,4 + 2 = 2,4$;

в) $\sqrt{144} - 0,5(\sqrt{12})^2 = 12 - 0,5 \cdot 12 = 6$; г) $(3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 3 + 9 \cdot 3 = 54$;

д) $(5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 30$; е) $(-3\sqrt{6})^2 - 3(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 36$.

№ 473. (н). $d = \sqrt{(-3,5 - 4,3)^2 + (7,8 - 0,4)^2} = \sqrt{7,8^2 + 7,4^2} =$

$$= \sqrt{60,84 + 54,76} = \sqrt{115,6} \approx 10,75.$$

№ 474. (н). а) $\sqrt{7,5} < \sqrt{7,6}$; б) $\sqrt{0,1} > \sqrt{0,01}$; в) $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{0,3}$;

г) $\sqrt{2,16} > \sqrt{2\frac{1}{6}}$; д) $\sqrt{\frac{5}{9}} > \sqrt{\frac{6}{11}}$; ж) $\sqrt{7} > 2,6$;

з) $3,2 > \sqrt{9,8}$; и) $\sqrt{1,23} > 1,1$.

№ 475. (н). а) 0,1 или 2 корня; б) 0 или 1 корень.

К параграфу 6

№ 476 (№468). а) $\sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} = 14 \cdot 0,9 \cdot 0,6 = 14 \cdot 0,54 = 14 \cdot \frac{54}{100} = 7,56$;

б) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{7}{24}$;

в) $\sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} = \sqrt{49(0,87 + 0,82)} = \sqrt{49 \cdot 1,69} = 7 \cdot 1,3 = 9,1$;

г) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = 1,2 \cdot 0,9 = \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{108}{100} = 1,08$.

№ 477 (№469).

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8,5$;

б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \sqrt{\frac{98}{(176 - 112)(176 + 112)}} = \sqrt{\frac{98}{64 \cdot 288}} = \sqrt{\frac{49}{64 \cdot 144}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 - 76)(149 + 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{73 \cdot 225}{73 \cdot 841}} = \frac{15}{29}$;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} = \sqrt{\frac{(145,5 - 96,5)(145,5 + 96,5)}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} =$
 $= \sqrt{\frac{49 \cdot 242}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 121}{81 \cdot 225}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}$

№ 478 (№470). а) $15\sqrt{20} \cdot 0,1\sqrt{45} = 1,5\sqrt{20 \cdot 45} = 1,5\sqrt{900} = 1,5 \cdot 30 = 45$;

б) $0,3\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{15} \cdot 0,5\sqrt{6} = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,5\sqrt{10 \cdot 15 \cdot 6} = 0,03\sqrt{900} = 0,3 \cdot \sqrt{9} = 0,9$.

в) $\frac{8\sqrt{5}}{0,4\sqrt{0,2}} = \frac{8}{0,4} \sqrt{\frac{5}{0,2}} = 20\sqrt{25} = 100$;

г) $\frac{\sqrt{0,48}}{5\sqrt{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{0,48}{12}} = \frac{1}{5} \sqrt{0,04} = \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{25}$

№ 479 (№471). а) $\sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}$; б) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$.

№ 480 (№472). а) $\sqrt{(-12)^2} = |12| = 12$; б) $-\sqrt{10^2} = -|10| = -10$;

в) $\sqrt{-10^2}$ выражение не имеет смысла; г) $-\sqrt{(-11)^2} = -|11| = -11$;

д) $\sqrt{-(-15)^2}$ выражение не имеет смысла; е) $-\sqrt{(-25)^2} = -|25| = -25$

№ 481 (№473).

а) $3\sqrt{(-2)^6} = 3|(-2)^3| = 3 \cdot 8 = 24$; б) $-2\sqrt{10^4} = -2 \cdot 10^2 = -200$;

в) $-3\sqrt{5^4} = -3 \cdot 5^2 = -3 \cdot 25 = -75$; г) $0,1\sqrt{2^{10}} = 0,1 \cdot 2^5 = 0,1 \cdot 32 = 3,2$;

д) $0,1\sqrt{(-3)^8} = 0,1 \cdot (-3^4) = 0,1 \cdot 81 = 8,1$;

е) $100\sqrt{0,1^{10}} = 100 \cdot (0,1)^5 = 100 \cdot 0,00001 = 0,001$;

ж) $-\sqrt{(-2)^{12}} = -(-2)^6 = -64$; з) $2,5\sqrt{(-0,1)^4} = 2,5 \cdot (0,1)^2 = 2,5 \cdot 0,01 = 0,025$.

№ 482 (№474). а) $\sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$; б) $\sqrt{9^5} = 9^2 \cdot 3 = 3^5 = 243$;

в) $\sqrt{16^5} = 16^2 \cdot 4 = 2^{10} = 1024$; г) $\sqrt{25^3} = \sqrt{25^2 \cdot 25} = 5^3 = 125$;

д) $\sqrt{8 \cdot 162} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt{81 \cdot 4^2} = 9 \cdot 4 = 36$;

е) $\sqrt{96 \cdot 486} = \sqrt{96 \cdot 6 \cdot 81} = \sqrt{576 \cdot 81} = 24 \cdot 9 = 216$;

ж) $\sqrt{750 \cdot 270} = \sqrt{75 \cdot 27 \cdot 100} = \sqrt{9^2 \cdot 25 \cdot 100} = 9 \cdot 5 \cdot 10 = 450$;

з) $\sqrt{853 \cdot 776} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 84 \cdot 11 = 924$.

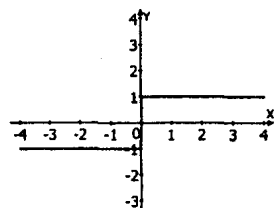
№ 483 (№475). Ответ: при $x \geq 0$.

№ 484 (№476). а) y – любое число; б) x – любое число; в) $x \geq 0$;

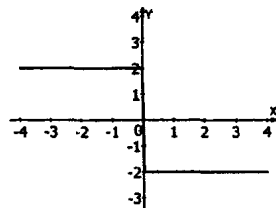
г) $c \leq 0$; д) $a \leq 0$; е) b – любое число.

№ 485 (№477).

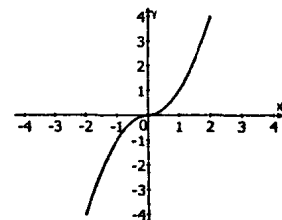
а)



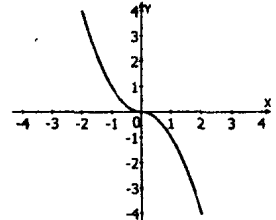
б)



в)



г)



№ 487 (№478).

а) $\sqrt{a^4 b^4} = a^2 b^2$; б) $\sqrt{b^6 c^8} = b^3 c^4$, $b \geq 0$; в) $\sqrt{16x^4 y^{12}} = 4x^2 y^6$;

г) $\sqrt{0,25p^2 y^6} = 0,5p(-y^3) = -0,5py^3$, $p \geq 0$, $y \leq 0$;

д) $\sqrt{\frac{p^4}{a^8}} = \frac{p^2}{a^4}$; е) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}} = \frac{4a^6}{b^5}$, $b > 0$;

ж) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}} = \frac{2(-x)}{-y^3} = \frac{2x}{y^3}$, $x < 0$, $y < 0$;

з) $\sqrt{\frac{c^6}{9a^2}} = \frac{(-c^3)}{3a} = -\frac{c^3}{3a}$, $c < 0$, $a > 0$.

№ 488. (н). $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} = \sqrt{n(n+3) \cdot (n+1)(n+2)+1} =$

$$= \sqrt{(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1} = \sqrt{(n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1} =$$

$$= n^2+3n+1 - \text{натуральное число при любом натуральном } n.$$

№ 489 (№479).

а) $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = |a|$; б) $\sqrt{(-a)^2(-b)^4} = \sqrt{a^2 b^4} = |ab^2| = |a||b^2| = |a|b^2$

К параграфу 7

№ 490 (№480). а) $0,5\sqrt{60a^2} = 0,5\sqrt{15 \cdot 4a^2} = 0,5 \cdot 2|a|\sqrt{15} = |a|\sqrt{15}$;

б) $2,1\sqrt{300x^4} = 2,1\sqrt{3 \cdot 100x^4} = 2,1 \cdot 10x^2\sqrt{3} = 21x^2\sqrt{3}$;

в) $0,1\sqrt{150x^3} = 0,1\sqrt{25 \cdot 6x^2 \cdot x} = 0,1 \cdot 5|x|\sqrt{6x} = 0,5x\sqrt{6x}$;

г) $0,2\sqrt{225a^5} = 0,2 \cdot 15a^2\sqrt{a} = 3a^2\sqrt{a}$;

д) $a\sqrt{18a^2b} = a\sqrt{9 \cdot 2a^2b} = |a| \cdot 3a\sqrt{2b}$;

е) $-m\sqrt{48am^4} = -m\sqrt{16 \cdot 3am^4} = -m \cdot 4m^2\sqrt{3a} = -4m^3\sqrt{3a}$

№481. (с). а) $\sqrt{9a^2b} = -3a\sqrt{b}$, $a < 0$; б) $\sqrt{25a^2b^3} = 5ab\sqrt{b}$, $a > 0$;

в) $\sqrt{144a^3b^3} = 12(-a)(-b)\sqrt{ab} = 12ab\sqrt{ab}$, $a < 0$, $b < 0$;

г) $\sqrt{32a^4x^3} = 4a^2|x|\sqrt{2x}$; $4a^2x\sqrt{2x}$, $x > 0$;

д) $\sqrt{-3c^3} = -c\sqrt{-3c}$, $c < 0$; е) $\sqrt{-5m^7} = -m^3\sqrt{-5m}$, $m < 0$;

ж) $a\sqrt{a^5} = a^3\sqrt{a}$; $a > 0$; з) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3} = \frac{|x|}{x}\sqrt{-x} = -\sqrt{-x}$, $x < 0$

№482. (с). а) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}$, $a \geq 0$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$, $a < 0$;

в) $x\sqrt{\frac{2}{x}} = \sqrt{\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{2x}$; г) $x\sqrt{-\frac{2}{x}} = \sqrt{-\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{-2x}$.

№483. (с). а) Равенство верно при $x \geq 0$; б) Равенство верно при $y \leq 0$;
в) Равенство верно при $c \leq 0$; г) Равенство верно при $a \leq 0$

№484. (с). а) $x^2 \sqrt{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{x^4}{x}} = \sqrt{x^3}$; б) $-x^2 \sqrt{5} = -\sqrt{5x^4}$;

в) $-3a \sqrt{\frac{1}{3}a} = -\sqrt{3a^3}$; г) $3a \sqrt{-\frac{a}{3}} = -\sqrt{-3a^3}$;

д) $ab \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{ab^3}$, $a > 0$, $b > 0$; е) $2ab \sqrt{\frac{a}{2b}} = \sqrt{2a^3b}$, $a < 0$, $b < 0$;

ж) $\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $a > 0$, $b > 0$; з) $-ab \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{ab^2 + a^2b}$, $a > 0$, $b < 0$

№ 491. (н). а) $0,2\sqrt{200} < 10\sqrt{8}$; б) $7\sqrt{\frac{32}{49}} < 0,8\sqrt{50}$,

в) $0,5\sqrt{108} < 9\sqrt{3}$; г) $\frac{5}{2}\sqrt{63} < 4,5\sqrt{28}$.

№ 492. (н). а) $\sqrt{30} < \frac{2}{3}\sqrt{72} < 7\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{62} < \sqrt{17} < 5\sqrt{\frac{7}{2}}$,

в) $8\sqrt{0,2} < \frac{2}{5}\sqrt{250} < \sqrt{41}$; г) $12\sqrt{0,5} < \sqrt{89} < \frac{3}{4}\sqrt{160}$

№ 493 (№487). а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{ax} - \sqrt{bx}$,

б) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{x} = x + \sqrt{xy}$; в) $\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

г) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})\sqrt{mn} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{mn} - \sqrt{n} \cdot \sqrt{mn} = m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

д) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(2\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} - \sqrt{y} \cdot \sqrt{y} = 2x + \sqrt{xy} - y$;

е) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(3\sqrt{a} + 2\sqrt{b}) = 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} =$
 $= 3a - \sqrt{ab} - 2b$;

ж) $(2\sqrt{a} + \sqrt{b})(3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) =$
 $= 2\sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = 6a - \sqrt{ab} - 2b$;

з) $(4\sqrt{x} - \sqrt{2x})(\sqrt{x} - \sqrt{2x}) =$
 $= 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{2x} = 6x - 5x\sqrt{2}$

№ 494 (№488). а) $(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x} + x) = 1^3 - (\sqrt{x})^3 = 1 - x\sqrt{x}$,

б) $(\sqrt{a} + 2)(a - 2\sqrt{a} + 4) = (\sqrt{a})^3 + 2^3 = a\sqrt{a} + 8$;

в) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + n + \sqrt{mn}) = (\sqrt{m})^3 - (\sqrt{n})^3 = m\sqrt{m} - n\sqrt{n}$,

г) $(x + \sqrt{y})(x^2 + y - x\sqrt{y}) = x^3 + (\sqrt{y})^3 = x^3 + y\sqrt{y}$

№ 495 (н). а) $x - 4\sqrt{x-1} + 3 = (\sqrt{x-1} - 2)^2$,

$$б) y + 2\sqrt{y+2} + 3 = (\sqrt{y+2} + 1)^2.$$

№ 496 (№489). а) $(\sqrt{6+4\sqrt{2}})^2 = (2+\sqrt{2})^2$; $6+4\sqrt{2} = 4+2\cdot 2\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$;
 $6+4\sqrt{2} = 6+4\sqrt{2}$, тождество доказано;

б) $(\sqrt{8\sqrt{3}+19})^2 = (\sqrt{3}+4)^2$; $8\sqrt{3}+19 = (\sqrt{3})^2 + 2\cdot 4\sqrt{3} + 16$;
 тождество доказано.

№ 497 (№490).

а) Подставим $x = 1 + \sqrt{5}$: $x^2 - 6 = (1 + \sqrt{5})^2 - 6 = 1 + 2\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 6 = 2\sqrt{5}$

б) Подставим $x = 3 - \sqrt{3}$: $x^2 - 6x = (3 - \sqrt{3})^2 - 6(3 - \sqrt{3}) =$
 $= 9 - 2\cdot 3\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 6\cdot 3 + 6\sqrt{3} = -6.$

в) Подставим $x = 2 + \sqrt{3}$: $x^2 - 4x + 3 = (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 3 =$
 $= 4 + 2\cdot 2\cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 2.$

г) Подставим $x = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$: $x^2 - 3x + 5 = (\frac{3 + \sqrt{2}}{2})^2 - 3(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}) + 5 =$
 $= \frac{9 + 3\cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 =$
 $= \frac{11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + 20}{4} = \frac{13}{4} = 3,25$

№ 498 (№491). 1) $(\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$
 $= (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 =$
 $= 7 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + 7 - 4\sqrt{3} = 14 + 2\sqrt{49-16\cdot 3} =$
 $= 14 + 2\sqrt{1} = 16$ – натуральное число;

2) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \sqrt{49-16\cdot 3} =$
 $= \sqrt{49-48} = 1$ – натуральное число.

№ 499 (№492). а) $\frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4} = \frac{3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = \frac{8}{(3\sqrt{2})^2-4^2} =$
 $= \frac{8}{9\cdot 2-16} = \frac{8}{2} = 4$ – рациональное число;

б) $\frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{10}{25-4\cdot 6} =$
 $= \frac{10}{1} = 10$ – рациональное число.

№ 500 (№493).

$$a) \frac{1}{11-2\sqrt{30}} - \frac{1}{11+2\sqrt{30}} = \frac{11+2\sqrt{30}-11+2\sqrt{30}}{(11-2\sqrt{30})(11+2\sqrt{30})} = \frac{4\sqrt{30}}{121-4 \cdot 30} = \frac{4\sqrt{30}}{1} = 4\sqrt{30};$$

$$b) \frac{5}{3+2\sqrt{2}} + \frac{5}{3-2\sqrt{2}} = \frac{5(3-2\sqrt{2})-5(3+2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} =$$

$$= \frac{15-10\sqrt{2}+15+10\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{30}{9-4 \cdot 2} = 30;$$

$$b) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{5})^2-2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} =$$

$$= \frac{16-2\sqrt{15}+2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{16}{2} = 8;$$

$$r) \frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}} + \frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}} = \frac{(11+\sqrt{21})^2+(11-\sqrt{21})^2}{(11-\sqrt{21})(11+\sqrt{21})} =$$

$$= \frac{11^2+2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21}+(\sqrt{21})^2+11^2-2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21}+(\sqrt{21})^2}{11^2-(\sqrt{21})^2} =$$

$$= \frac{121+22\sqrt{21}+21+121-22\sqrt{21}+21}{121-21} = \frac{284}{100} = 2,84$$

№ 501 (№494). Подставим $x=3+\sqrt{5}$, $y=3-\sqrt{5}$

$$\frac{x^2-3xy+y^2}{x+y+2} = \frac{1}{3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}+2} [(3+\sqrt{5})^2-3(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})+$$

$$+(3-\sqrt{5})^2] = \frac{1}{8} [9+2 \cdot 3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-3(9-(\sqrt{5})^2)+9-2 \cdot 3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2] =$$

$$= \frac{9+6\sqrt{5}+5-3(9-5)+9-6\sqrt{5}+5}{8} = \frac{28-3 \cdot 4}{8} = \frac{16}{8} = 2.$$

№ 502 (№495). a) $\frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x+\sqrt{xy}+y)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = x+\sqrt{xy}+y;$

$$b) \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^3+(\sqrt{b})^3} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)} = \frac{1}{a-\sqrt{ab}+b},$$

$$b) \frac{2\sqrt{2}-x\sqrt{x}}{2+\sqrt{2x}+x} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{x})(2+\sqrt{2x}+x)}{2+\sqrt{2x}+x} = \sqrt{2}-\sqrt{x},$$

$$r) \frac{a-\sqrt{3a}+3}{a\sqrt{a}+3\sqrt{3}} = \frac{a-\sqrt{3a}+3}{(\sqrt{a})^3+(\sqrt{3})^3} = \frac{a-\sqrt{3a}+3}{(\sqrt{a}+\sqrt{3})(a-\sqrt{3a}+3)} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{3}}$$

$$\text{№ 503 (№496). a) } \frac{\sqrt{70}-\sqrt{30}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{35} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{35}-\sqrt{15})}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \sqrt{2};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{в) } \frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot 2 - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 3 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-2)}{\sqrt{2}(3\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3};$$

$$\text{е) } \frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{10}-1-\sqrt{3})(\sqrt{10}-1+\sqrt{3})}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \sqrt{10}-1-\sqrt{3}.$$

$$\text{№ 504 (№497). a) } \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{(1+\sqrt{a})\sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+a}{a};$$

$$\text{б) } \frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+b)}{b\sqrt{y}} = \frac{y(\sqrt{y}+b)}{by} = \frac{\sqrt{y}+b}{b};$$

$$\text{в) } \frac{x-\sqrt{ax}}{a\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{a};$$

$$\text{г) } \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})\sqrt{ab}}{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab}} = \frac{a\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab} + b\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}}{ab} =$$

$$= \frac{ab\sqrt{a}+ab\sqrt{b}}{ab} = \frac{ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{ab} = \sqrt{a}+\sqrt{b};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{3}-3)}{5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5};$$

$$\text{е) } \frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{(2-3\sqrt{2})\sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}-3 \cdot 2}{8} = \frac{2\sqrt{2}-6}{8} = \frac{\sqrt{2}-3}{4}$$

$$\text{№ 505 (№498). a) } \frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-\sqrt{xy}+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}-y\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{б) } \frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}} = \frac{(9+3\sqrt{a}+a)(3-\sqrt{a})}{(3+\sqrt{a})(3-\sqrt{a})} = \frac{27-a\sqrt{a}}{3^2-(\sqrt{a})^2} = \frac{27-a\sqrt{a}}{9-a};$$

$$\text{в) } \frac{1-2\sqrt{x}+4x}{1-2\sqrt{x}} = \frac{(1-2\sqrt{x}+4x)(1+2\sqrt{x})}{(1-2\sqrt{x})(1+2\sqrt{x})} =$$

$$= \frac{1 - 2\sqrt{x} + 4x + 2\sqrt{x} - 4x + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{1 + 8x\sqrt{x}}{1 - 4x},$$

$$r) \frac{a^2b + 2a\sqrt{b} + 4}{a\sqrt{b} + 2} = \frac{(a^2b + 2a\sqrt{b} + 4)(a\sqrt{b} - 2)}{(a\sqrt{b} + 2)(a\sqrt{b} - 2)} = \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{(a\sqrt{b})^2 - 4} = \frac{a^3b\sqrt{b} - 8}{a^2b - 4}$$

$$\text{№ 506 (№ 499). a) } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x - y}{x + \sqrt{xy}},$$

$$b) \frac{a + \sqrt{b}}{a\sqrt{b}} = \frac{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}{a\sqrt{b}(a - \sqrt{b})} = \frac{a^2 - (\sqrt{b})^2}{a^2\sqrt{b} - ab} = \frac{a^2 - b}{a^2\sqrt{b} - ab};$$

$$b) \frac{7 - \sqrt{a}}{49 - 7\sqrt{a} + a} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{(49 - 7\sqrt{a} + a)(7 + \sqrt{a})} = \frac{(7 - \sqrt{a})(7 + \sqrt{a})}{7^3 + a\sqrt{a}} =$$

$$= \frac{7^2 - (\sqrt{a})^2}{7^3 + a\sqrt{a}} = \frac{49 - a}{343 + a\sqrt{a}};$$

$$r) \frac{\sqrt{mn} + 1}{mn + \sqrt{mn} + 1} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{(mn + \sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)} = \frac{(\sqrt{mn} + 1)(\sqrt{mn} - 1)}{mn\sqrt{mn} - 1} =$$

$$= \frac{(\sqrt{mn})^2 - 1^2}{mn\sqrt{mn} - 1} = \frac{mn - 1}{mn\sqrt{mn} - 1}$$

№ 507 (№ 500).

$$a) \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)}{[\sqrt{2} + (\sqrt{3} + 1)][\sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1)]} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} + 1)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{2 - 4 - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{-2 - 2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1)(1 - \sqrt{3})}{-2(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1 - \sqrt{6} + 3 + \sqrt{3}}{-2(1 - 3)} = \frac{2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}}{4};$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})}{[\sqrt{5} + (2 - \sqrt{3})][\sqrt{5} - (2 - \sqrt{3})]} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (2 - \sqrt{3})^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{5 - (4 - 4\sqrt{3} + 3)} = \frac{\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{-2 + 4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 1)}{2(2\sqrt{3} - 1)(2\sqrt{3} + 1)} =$$

$$= \frac{2\sqrt{15} - 4\sqrt{3} + 6 + \sqrt{5} - 2 + \sqrt{3}}{2(12 - 1)} = \frac{4 + 2\sqrt{15} + \sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{22}$$

$$\text{№ 508 (№ 501). } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$$

Дробь принимает наибольшее значение, когда ее знаменатель наименьший, значит, $x = 0$

$$\text{№ 509 (№502) а) } 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{160} = 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{16 \cdot 10} = 15\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 5}} - 4\sqrt{10} =$$

$$= 3 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 25}{25}} - 4\sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 4\sqrt{10} = -\sqrt{10};$$

$$\text{б) } \sqrt{135} + 10\sqrt{0,6} = \sqrt{5 \cdot 27} + 10\sqrt{\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = 3\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 5\sqrt{15};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{27} = 6\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{9 \cdot 3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}} - 3\sqrt{3} =$$

$$= \frac{12}{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{г) } 0,5\sqrt{24} + 10\sqrt{\frac{3}{8}} = 0,5\sqrt{4 \cdot 6} + 10\sqrt{\frac{3}{2 \cdot 4}} = 0,5 \cdot 2\sqrt{6} + \frac{10}{2}\sqrt{\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}} =$$

$$= \sqrt{6} + 2,5\sqrt{6} = 3,5\sqrt{6}.$$

$$\text{№ 510 (№503), а) } \left(\frac{1}{x+x\sqrt{y}} + \frac{1}{x-x\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{x-x\sqrt{y}+x+x\sqrt{y}}{(x+x\sqrt{y})(x-x\sqrt{y})} \cdot \frac{y-1}{2} =$$

$$= \frac{2x}{x^2 - (x\sqrt{y})^2} \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{2x(y-1)}{2x^2(1-y)} = -\frac{y-1}{x(y-1)} = -\frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{(b-a)^2}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - \sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \frac{2\sqrt{ab}}{(a-b)} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{ab} \cdot (a-b)^2}{(a-b) \cdot 2} = \sqrt{ab}(a-b).$$

№ 511 (н).

$$\sqrt{b+49-14\sqrt{b}} + \sqrt{b+49+14\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{b}-7)^2} + \sqrt{(\sqrt{b}+7)^2} =$$

$$= |\sqrt{b}-7| + |\sqrt{b}+7| = 7 - \sqrt{b} + \sqrt{b} + 7 = 17 \text{ при } 0 \leq b \leq 49 \text{ - не зависит от } b.$$

ГЛАВА III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

21. Определение квадратного уравнения.

Неполные квадратные уравнения

№ 512 (№504). Ответ: а) является; б) нет; в) является; г) нет; д) неполное квадратное уравнение; е) неполное квадратное уравнение

№ 513 (№505). Коэффициенты:

а) $a=5$; $b=-9$; $c=4$; б) $a=1$, $b=3$; $c=-10$; в) $a=-1$; $b=-8$; $c=1$;

г) $a=-4$; $b=5$; $c=0$; д) $a=6$; $b=0$; $c=-30$; е) $a=9$; $b=0$; $c=0$.

№506. (c). а) $(2x-1)(2x+1)=x(2x+3)$; $4x^2-1=2x^2+3x$; $2x^2-3x-1=0$;
 б) $(3x+2)^2=(x+2)(x-3)$; $(3x+2)^2=x^2-3x+2x-6$; $9x^2+12x+4=x^2-3x+2x-6$;
 $8x^2+13x+10=0$;

в) $(x+1)(x+2)=(2x-1)(x-2)$; $x^2+2x+x+2=2x^2-4x+2-x$;
 $x^2+3x+2-2x^2+5x-2=0$; $-x^2+8x=0$; $x^2-8x=0$;

г) $(x+3)(3x-2)=(4x+5)(2x-3)$; $(x+3)(3x-2)=8x^2-12x+10x-15$;
 $3x^2-2x+9x-6=8x^2-12x+10x-15$; $5x^2-9x-9=0$.

№507. (c). а) $4x^2-2x(3x+1)=5$; $4x^2-6x^2-2x=5$; $-2x^2-2x=5$; $2x^2+2x+5=0$;

б) $x^2+(1-x)(1-3x)=x$; $x^2+1-3x-x+3x^2=x$; $4x^2-5x+1=0$;

в) $-5x(x+6)=4(x-3)-10$; $-5x^2-30x=4x-12-10$;

$5x^2+30x+4x-12-10=0$; $5x^2+34x-22=0$;

г) $(x-8)(2x+3)=(3x-5)(x+4)$; $2x^2+3x-16x-24=3x^2+12x-5x-20$;
 $-2x^2-3x+16x+24+3x^2+12-5x-20=0$; $x^2+20x+4=0$.

№ 514 (№508). 1) $7x^2-12x=0$; 2) $2x^2-4=0$; 3) $x^2=0$.

№ 515 (№509). а) $4x^2-9=0$; $(2x-3)(2x+3)=0$;

1) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$; 2) $2x-3=0$; $2x=3$; $x=1\frac{1}{2}$; $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{2}$,

б) $-x^2+3=0$; $x^2=3$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$;

в) $-0,1x^2+10=0$; $0,1x^2=10$; $x^2=100$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{100}$; $x_{1,2}=\pm 10$;

г) $y^2-\frac{1}{9}=0$; $y^2=\frac{1}{9}$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}$; $y_{1,2}=\pm\frac{1}{3}$;

д) $6y^2+24=0$; $6y^2=-24$; $y^2=-4$; но квадрат числа не может быть меньше нуля, следовательно, корней нет;

е) $3m^2-1=0$; $3m^2=1$; $m^2=\frac{1}{3}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}}$; $m_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

№ 516 (н). а) $2x^2-17=0$; $2x^2=17$; $x^2=8,5$; $x\approx\pm 2,9$

б) $3t^2-7,2=0$; $t^2=2,4$; $t\approx\pm 1,5$

в) $-p^2+12,6=0$; $p^2=12,6$; $p\approx\pm 3,5$.

№ 517 (№510). а) $3x^2-4x=0$; $x(3x-4)=0$; $x=0$; $3x-4=0$;

$3x=4$; $x=1\frac{1}{3}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{3}$;

б) $-5x^2+6x=0$; $5x^2-6x=0$; $x(5x-6)=0$;

$x=0$ или $5x-6=0$; $5x=6$; $x=1\frac{1}{5}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{5}$;

в) $10x^2+7x=0$; $x(10x+7)=0$;

1) $x=0$; 2) $10x+7=0$; $10x=-7$; $x=-\frac{7}{10}$; $x=-0,7$; $x_1=0$ или $x_2=-0,7$;

г) $4a^2-3a=0$; $a(4a-3)=0$;

1) $a=0$; 2) $4a-3=0$. $4a=3$. $a=\frac{3}{4}$, $a_1=0$ или $a=\frac{3}{4}$

$$д) 6z^2 - z = 0; z(6z - 1) = 0;$$

$$1) z = 0; 2) 6z - 1 = 0; 6z = 1; z = \frac{1}{6}; z_1 = 0 \text{ или } z_2 = \frac{1}{6};$$

$$е) 2y + y^2 = 0; y(2 + y) = 0; 1) y = 0; 2) 2 + y = 0; y = -2; y_1 = 0 \text{ или } y_2 = -2.$$

$$\text{№ 518 (№511). а) } 2x^2 + 3x = 0; x(2x + 3) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) 2x + 3 = 0; 2x = -3; x = -1\frac{1}{2}; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = -1\frac{1}{2};$$

$$б) 3x^2 - 2 = 0; 3x^2 = 2; x^2 = \frac{2}{3}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{3}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$в) 5u^2 - 4u = 0; u(5u - 4) = 0; 1) u = 0; 2) 5u - 4 = 0; u = \frac{4}{5}; u_1 = 0 \text{ или } u_2 = \frac{4}{5};$$

$$г) 7a - 14a^2 = 0; 7a(1 - 2a) = 0;$$

$$1) a = 0; 2) 1 - 2a = 0; 2a = 1; a = \frac{1}{2}; a_1 = 0 \text{ или } a_2 = \frac{1}{2};$$

$$д) 1 - 4y^2 = 0; (1 - 2y)(1 + 2y) = 0;$$

$$1) 1 + 2y = 0; 2y = -1; y = -\frac{1}{2}; 2) 1 - 2y = 0; 2y = 1; y = \frac{1}{2}; y_1 = \frac{1}{2} \text{ или } y_2 = -\frac{1}{2};$$

$$е) 2x^2 - 6 = 0; 2(x^2 - 3) = 0; x^2 = 3; x_{1,2} = \pm \sqrt{3}.$$

№ 519. (н). Уравнение 2 не имеет корней.

№ 520. (н). При $a = -2$ — ответ 3.

$$\text{№ 521 (№512). а) } 4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7; 2x^2 - 4x = 0; 2x(x - 2) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) x - 2 = 0; x = 2; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 2;$$

$$б) -5y^2 + 8y + 8 = 8y + 3; -5y^2 + 5 = 0; 5(y^2 - 1) = 0; y^2 = 1; y_{1,2} = \pm 1;$$

$$в) 10 - 3x^2 = x^2 + 10 - x; 10 - 3x^2 - x^2 - 10 + x = 0;$$

$$-4x^2 + x = 0; 4x^2 - x = 0; x(4x - 1) = 0;$$

$$1) x = 0; 2) 4x - 1 = 0; 4x = 1; x = \frac{1}{4}; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = \frac{1}{4};$$

$$г) 1 - 2y + 3y^2 = y^2 - 2y + 1; 3y^2 - 2y + 1 - y^2 + 2y - 1 = 0; 2y^2 = 0; y = 0.$$

$$\text{№ 522 (№513). а) } (x + 3)(x - 4) = -12; x^2 - 4x + 3x - 12 = -12;$$

$$x^2 - x = 0; x(x - 1) = 0; x = 0; x - 1 = 0; x = 1; x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 1;$$

$$б) 1\frac{2}{3}x + (2x + 1)\left(\frac{1}{3}x - 1\right) = 0; 1\frac{2}{3}x + 2\frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{3}x - 1 = 0;$$

$$\frac{2}{3}x^2 - 1 = 0; x^2 - \frac{3}{2} = 0 \cdot \frac{3}{2}; x^2 = \frac{3}{2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$в) (с) (3x - 1)^2 - 1 = 0; (3x - 1 - 1)(3x - 1 + 1) = 0; (3x - 2)(3x + 0) = 0;$$

$$3x - 2 = 0; 3x = 2; x = \frac{2}{3}; 3x = 0; x = 0; x_1 = \frac{2}{3} \text{ или } x_2 = 0;$$

$$в) (г) 3x(2x + 3) = 2x(x + 4,5) + 2; 6x^2 + 9x = 2x^2 + 9x + 2; 4x^2 - 2 = 0; 2(2x^2 - 1) = 0;$$

$$2x^2 = 1; x^2 = \frac{1}{2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$д) (c) 18 - (x-5)(x-4) = -x^2; 18 - (x^2 - 4x - 5x + 20) = -x^2;$$

$$18 - x^2 + 4x + 5x - 20 + x^2 = 0; 9x - 2 = 0; 9x = 2; x = \frac{2}{9};$$

$$г) (e) (x-1)(x+1) = 2(x^2-3); x^2-1 = 2x^2-6; x^2-1-2x^2+6=0;$$

$$-x^2+5=0; x^2-5=0; x^2=5; x_{1,2} = \pm\sqrt{5}.$$

$$\text{№ 523 (№514). а) } x^2-5=(x+5)(2x-1); x^2-5=2x^2-x+10x-5;$$

$$x^2+9x=0; x(x+9)=0; x=0 \text{ или } x+9=0; x=-9; x_1=0 \text{ или } x_2=-9;$$

$$б) (c) (2x+3)(3x+1)=11x+30; 6x^2+2x+9x+3-11x-30=0;$$

$$6x^2-27=0; 3(2x^2-9)=0; 2x^2-9=0; 2x^2=9; x^2=\frac{9}{2}; x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{2}} = \pm\frac{3}{\sqrt{2}} = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$б) (в) 2x - (x+1)^2 = 3x^2 - 6; 2x - (x^2 + 2x + 1) = 3x^2 - 6;$$

$$3x^2 - 6 - 2x + x^2 + 2x + 1 = 0; 4x^2 - 5 = 0; 4x^2 = 5; x^2 = \frac{5}{4}; x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}; x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$в) (г) 6a^2 - (a+2)^2 = 4(a-4); 6a^2 - (a^2 + 4a + 4) = 4a - 16;$$

$$6a^2 - a^2 - 4a - 4 + 4a - 16 = 0; 5a^2 - 20 = 0; 5(a^2 - 4) = 0; a^2 - 4 = 0; a^2 = 4; a_{1,2} = \pm 2;$$

$$д) x(7-6x) = (1-3x)(1+2x); 7x - 6x^2 = 1 + 2x - 3x - 6x^2;$$

$$7x - 1 - 2x + 3x = 0; 8x - 1 = 0; 8x = 1; x = \frac{1}{8};$$

$$г) (e) (5y+2)(y-3) = -13(2+y); 5y^2 - 15y + 2y - 6 = -26 - 13y;$$

$$5y^2 - 13y - 6 + 26 + 13y = 0; 5y^2 + 20 = 0; 5(y^2 + 4) = 0;$$

$y^2 + 4 = 0; y^2 = -4;$ корней нет, поскольку квадрат действительного числа не может быть меньше нуля.

№ 524 (№515). Обозначим за n и $(n+1)$ — два последовательных целых числа. Их произведение по условию задачи 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Составим уравнение: $n(n+1) = 1,5n^2; n^2 + n - 1,5n^2 = 0;$

$$-0,5n^2 + n = 0; 0,5n^2 - n = 0; n(0,5n - 1) = 0; n_1 = 0; \text{(не подходит по условию задачи),}$$

$$0,5n - 1 = 0; 0,5n = 1; n = 1: 0,5; n = 2; n + 1 = 3. \quad \text{Ответ: 2 и 3.}$$

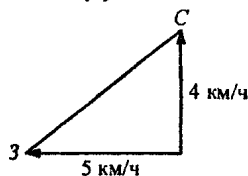
№ 525 (н). Пусть ширина корта a (м), тогда его длина $2a$ (м).

$$S = a \cdot 2a = 800; a^2 = 400; a = 20; 2a = 40. \quad \text{Ответ: 20 м и 40 м.}$$

№ 526 (№516). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S = a^2$ (см²). Тогда имеем: $S = S_{\text{тр}} + S_{\text{ост. части}}; S_{\text{кв}} = 59 + 85; S = 144$ см²; г.е

$a^2 = 144$ см²; $a = \pm\sqrt{144} = \pm 12; a_1 = 12; a_2 = -12$ — не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть отрицательным числом. Ответ: 12 см

№ 527 (н).



Через время t расстояние между туристами равно $\sqrt{(4t)^2 + (5t)^2} = 16,$

$$41t^2 = 256; t^2 = \frac{256}{41}; t = \frac{16}{\sqrt{41}} \approx 2,5 \text{ (ч)}. \quad \text{Ответ: } \approx 2,5 \text{ ч.}$$

№ 528 (н). $S = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2s}{g}$; $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} = \sqrt{16} = 4$. Ответ: ≈ 4 с.

№ 529 (н). Пусть длина участка равна x м, тогда его ширина равна $0,75x$ м.
 $S = x \cdot 0,75x = 0,75x^2 = 4800$; $x^2 = 6400$; $x = 80$; $0,75x = 60$;
 $p = 2 \cdot 80 + 2 \cdot 60 = 280$ (м). Ответ: 280 м.

№ 530 (н). Пусть длина экрана равна $4x$, а ширина $3x$.

Тогда $\sqrt{(4x)^2 + (3x)^2} = \sqrt{25x^2} = 5x = 25$; $x = 5$; $4x = 20$; $3x = 15$.

Ответ: 20 дюймов и 15 дюймов; 50,8 см и 38,1 см.

№517. (с). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}} = a^2$ (см²). По условию задачи, $S_{\text{кв}} - S_{\text{кр}} = 12$ (см²). Составим уравнение:

$a^2 - 12 = 36$; $a^2 = 48$. Откуда находим: $a_{1,2} = \pm\sqrt{48}$; $a_{1,2} = \pm\sqrt{16 \cdot 3}$; $a_1 = 4\sqrt{3}$;

$a_2 = -4\sqrt{3}$ – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля. Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

№518. (с). Площадь круга равна πr^2 , где r – радиус круга.

Из условия $S_{\text{кр}} = 1$ дм². Составляем уравнение: $\pi r^2 = 1$; $r^2 = \frac{1}{\pi}$;

$r_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1 \cdot \pi}{\pi \cdot \pi}} = \pm\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_2 = -\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ – не подходит, так как радиус

круга не может быть меньше нуля. Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ дм.

№519. (с). Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}} = a^2$, $S_{\text{кр}} = \pi r^2$. По условию задачи площади круга и квадрата равны, значит, можно составить уравнение: $a^2 = \pi r^2$;

откуда $a_{1,2} = \pm\sqrt{\pi r^2}$;

$a_1 = r\sqrt{\pi}$, $a_2 = -r\sqrt{\pi}$; – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля. Ответ: $r\sqrt{\pi}$ см.

Упражнения для повторения

№ 531 (№520). а) $y = (1 - \sqrt{2})x$; $y = kx$; $k = 1 - \sqrt{2} < 0$, следовательно, график

функции $y = (1 - \sqrt{2})x$ расположен во II и IV четвертях;

б) $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$; $y = kx$, $k = \sqrt{35} - 5,7$; $\sqrt{37} \approx 5,92$, следовательно, график

функции $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$ расположен в I и III координатных четвертях.

№ 532 (№521). $\frac{9 + 6x + x^2}{x + 3} + \sqrt{x} = \frac{(x + 3)^2}{x + 3} + \sqrt{x} = x + 3 + \sqrt{x}$.

Подставим $x = 0,36$: $x + 3 + \sqrt{x} = 0,36 + 3 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 3 + 0,6 = 3,96$.

Подставим $x = 49$: $x + 3 + \sqrt{x} = 49 + 3 + \sqrt{49} = 52 + 7 = 59$

№522. (с) а) $a^2 + b^2 > 0$ и $a^2 + b^2 + 1 > 0$, следовательно, $\frac{a^2 + b^2}{a^2 + b^2 + 1} > 0$;

б) $(a+b)^2 > 0$ и $(a-b)^2 + 1 > 0$, следовательно, $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2 + 1} > 0$.

20. (с) Решение квадратных уравнений выделением квадратного двучлена

№523. (с) а) $x^2 + 12x + 36 = 0$; $(x+6)^2 = 0$; $x+6=0$; $x=-6$;

б) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$; $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$; $x - \frac{1}{2} = 0$; $x = \frac{1}{2}$.

№524. (с) а) $x^2 - 8x + 15 = 0$; $x^2 - 8x + 16 = 16 - 15$; $(x-4)^2 = 1$; $x-4 = \pm 1$;

1) $x_1 = 4+1=5$; 2) $x_2 = 4-1=3$; $x_1=5$ или $x_2=3$;

б) $x^2 + 12x + 20 = 0$; $x^2 + 12x + 36 = 36 - 20$; $(x+6)^2 = 16$; $x+6 = \pm 4$;

1) $x+6=4$; $x=-2$; 2) $x+6=-4$; $x=-10$; $x_1=-2$ или $x_2=-10$;

в) $x^2 - 5x - 6 = 0$; $x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 6$;

$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25+24}{4}$; $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$; $x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2}$;

1) $x = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$; 2) $x = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = -1$; $x_1=6$ или $x_2=-1$;

г) $x^2 - 8x - 9 = 0$; $x^2 - 2 \cdot 4x + 16 - 16 - 9 = 0$; $x^2 - 8x + 16 = 16 + 9$; $(x-4)^2 = 25$;

$x-4 = \pm 5$; 1) $x=4+5=9$; 2) $x=4-5=-1$; $x_1=9$ или $x_2=-1$.

№525. (с) а) $x^2 - 4x + 3 = 0$; $x^2 - 4x = -3$; $x-2 \cdot 2x+4=4-3$; $x^2 - 4x + 4 = 1$;

$(x-2)^2 = 1$; $x-2 = \pm \sqrt{1}$;

1) $x-2=1$; $x=3$; 2) $x-2=-1$; $x=1$; $x_1=3$ или $x_2=1$;

б) $x^2 + 3x - 10 = 0$; $x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 10$;

$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$; $x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$; $x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}$; $x = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{10}{2} = 5$;

$x_1=2$ или $x_2=-5$;

в) $x^2 + 9x + 14 = 0$; $x^2 + 2 \cdot \frac{9}{2}x + \frac{81}{4} = \frac{81}{4} - 14$; $\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, $x + \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2}$,

1) $x + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$; $x = \frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -2$; 2) $x + \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}$; $x = -\frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -7$; $x_1=-2$ или $x_2=-7$;

г) $x^2 - 2x - 1 = 0$; $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$; $(x-1)^2 = 2$; $x-1 = \pm \sqrt{2}$;

1) $x-1 = -\sqrt{2}$; $x = -\sqrt{2} + 1$; 2) $x-1 = \sqrt{2}$; $x = \sqrt{2} + 1$,

$x_1 = -\sqrt{2} + 1$ или $x_2 = \sqrt{2} + 1$.

№526. (с) а) $x^2 - 6x + 8 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 3x + 9) - 9 + 8 = 0$; $(x-3)^2 = 1$; $x-3 = \pm 1$,

1) $x-3=1$; $x=4$; 2) $x-3=-1$; $x=2$; $x_1=4$ или $x_2=2$;

б) $x^2 + x - 6 = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - 6 = 0$;

$$x^2+x+\frac{1}{4}=6+\frac{1}{4}; \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}; x+\frac{1}{2}=\pm\frac{5}{2};$$

$$1) x+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}; x=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2; 2) x+\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}; x=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3; x_1=2 \text{ или } x_2=-3;$$

$$в) x^2+4x+3=0; x^2+4x+4-4+3=0; (x+2)^2=1; x+2=\pm 1;$$

$$1) x+2=1; x=-1; 2) x+2=-1; x=-3; x_1=-1 \text{ или } x_2=-3;$$

$$г) x^2+4x-2=0; x^2+4x+4-4-2=0; (x+2)^2=6; x+2=\pm\sqrt{6};$$

$$1) x=-2+\sqrt{6}; 2) x=-2-\sqrt{6}; x_1=-1+\sqrt{6} \text{ или } x_2=-2-\sqrt{6}.$$

$$\text{№527. (c. a) } 2x^2-9x+10=0; x^2-\frac{9}{2}x+\frac{10}{2}=0; x^2-\frac{9}{2}x-\frac{10}{2};$$

$$x^2-2x \cdot \frac{9}{4} + \frac{81}{16} = \frac{81}{16} - \frac{10}{2}; x^2-2x \cdot \frac{9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81-80}{16};$$

$$\left(x-\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}; x-\frac{9}{4} = \pm\sqrt{\frac{1}{16}};$$

$$1) x-\frac{9}{4}=\frac{1}{4}; x=\frac{9}{4}+\frac{1}{4}; x=\frac{10}{4}=2,5; 2) x-\frac{9}{4}=-\frac{1}{4}=2; x_1=2,5; x_2=2;$$

$$б) 5x^2+3x-8=0; x^2+\frac{3}{5}x-\frac{8}{5}=0; x^2+\frac{3}{5}x=\frac{8}{5};$$

$$x^2+2x \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2; \left(x+\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}; \left(x+\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100};$$

$$x+\frac{3}{10} = \pm\sqrt{\frac{169}{100}}; x+\frac{3}{10} = \pm\frac{13}{10};$$

$$1) x=\frac{13}{10}-\frac{3}{10}=1; 2) x=-\frac{13}{10}-\frac{3}{10}=-\frac{16}{10}; x=-1,6; x_1=1; x_2=-1,6.$$

$$\text{№528. (c. } 5x^2+14-3=0; x^2+\frac{14}{5}x-\frac{3}{5}=0; x^2+\frac{14}{5}x=\frac{3}{5};$$

$$x^2-2 \cdot \frac{14}{10}x + \left(\frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \left(\frac{14}{10}\right)^2; \left(x+\frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \frac{196}{100};$$

$$x+\frac{14}{10} = \pm\sqrt{\frac{256}{100}}; \left(x+\frac{14}{10}\right)^2 = \left(\frac{16}{10}\right)^2; x+\frac{14}{10} = \pm\frac{16}{10};$$

$$1) x=\frac{16}{10}-\frac{14}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}; 2) x=-\frac{16}{10}-\frac{14}{10}=-\frac{30}{10}=-3; x_1=\frac{1}{5}; x_2=-3.$$

Упражнения для повторения

$$\text{№529. (c. Ответ: } a^2+4; 5a^2+2; (a-4)^2+4.$$

$$\text{№530. (c. } \left(\frac{8}{8-c^2} + \frac{c}{c-2} - 1\right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2}\right) =$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8}{(2-c)(4+2c+c^2)} - \frac{c}{c-2} - 1 \right) \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\ & = \frac{8-c(4+2c+c^2)-(8-c^3)}{(2-c) \cdot (4+2c+c^2)} \cdot \frac{2c-(c+2)^2}{2(c+2)} = \\ & = \frac{8-4c-2c^2-c^3-8+c^3}{8-c^3} \cdot \frac{2c-c^2-4c-4}{2(c+2)} = \\ & = \frac{-4(4c+2c^2)}{8-c^3} \cdot \frac{-c^2-2c-4}{2(c+2)} = \frac{2c(2+c)}{(2-c)(4+2c+c^2)} \times \\ & \times \frac{(c^2+2c+4)}{2(c+2)} = \frac{2c(c+2)(c^2+2c+4)}{2(2-c)(c^2+2c+4)(c+2)} = \frac{c}{2-c}. \end{aligned}$$

№531. (c). а) $\frac{(3x-6)^2}{(2-x)^2} = \frac{3^2 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2} = 9$; б) $\frac{a^2+8a+16}{(2a+8)^2} = \frac{(a+4)^2}{2 \cdot 2(a+4)^2} = \frac{1}{4}$

№532. (c). $(\sqrt{10+5\sqrt{3}} + \sqrt{10-5\sqrt{3}})^2 = 10+5\sqrt{3} + 2\sqrt{(10+5\sqrt{3})(10-5\sqrt{3})} + 10-5\sqrt{3} = 20+2\sqrt{100-25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20+2\sqrt{100-25 \cdot 3} = 20+2\sqrt{25} = 20+2 \cdot 5 = 30$, $30 \in \mathbb{N}$, следовательно, $30 \in \mathbb{Q}$, что и требовалось доказать.

22. Формула корней квадратного уравнения.

№ 533 (№533). а) $2x^2+3x+1=0$; $D=9-4 \cdot 2 \cdot 1=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня; б) $2x^2+x+2=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 2=1-16=-15$; $D<0$, у уравнения нет корней; в) $9x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 9 \cdot 1=36-36=0$; $D=0$, уравнение имеет один корень; г) $x^2+5x-6=0$; $D=5^2-1 \cdot 1 \cdot (-6)=25+24=49$; $D>0$, уравнение имеет два корня.

№ 534 (№534).

а) $3x^2-7x+4=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 3 \cdot 4=49-48=1$, $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}; x_2 = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1,$$

б) $5x^2-8x+3=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 5 \cdot 3=64-60=4$; $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10}; x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{10}{10} = 1; x_2 = \frac{8-2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$

в) $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{13 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{13+1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; x_2 = \frac{13-1}{6} = \frac{12}{6} = 2,$$

г) $2y^2-9y+10=0$; $D=9^2-4 \cdot 2 \cdot 10=81-80=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4}; y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}; y_2 = \frac{9-1}{4} = 2,$$

д) $5y^2-6y+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 5 \cdot 1=36-20=16$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm 4}{10}; y_1 = \frac{6+4}{10} = 1; y_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

е) $4x^2+x-33=0$; $D=1^2-4 \cdot 4 \cdot (-33)=1+528=529$; $D>0$, уравнение имеет два кор-

$$\text{ня: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 23}{8}; x_1 = \frac{-1-23}{8} = \frac{-24}{8} = -3; x_2 = \frac{-1+23}{8} = \frac{22}{8} = 2,75;$$

ж) $y^2-10y-24=0$; $D=(-10)^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=100+96=196$; $D>0$, уравнение име-

$$\text{ет два корня: } y = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2}; y_1 = \frac{10+14}{2} = 12; y_2 = \frac{10-14}{2} = -2;$$

з) $p^2+p-90=0$; $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-90)=1+360=361$; $D>0$, уравнение имеет два

$$\text{корня: } p = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}; p_1 = \frac{-1-19}{2} = -10; p_2 = \frac{-1+19}{2} = 9.$$

№ 535 (№535). а) $14x^2-5x-1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 14 \cdot (-1)=25+56=81$; $D>0$.
уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 14} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{28}; x_1 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-9}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7};$$

б) $-y^2+3y+5=0$; $y^2-3y-5=0$;

$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-5)=9+20=29$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}, y_1 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}; y_2 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2};$$

в) $2x^2+x+67=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 67=1-536=-535$;

$D<0$, у уравнения нет корней;

г) $1-18p+81p^2=0$; $D_1=9^2-1 \cdot 81=0$; $D_1=0$ – один корень: $p = \frac{9 \pm \sqrt{0}}{81} = \frac{1}{9}$;

д) $-11y+y^2-152=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot (-152)=121+608=729$; $D>0$, уравнение

$$\text{имеет два корня: } y = \frac{11 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{11 \pm 27}{2}; y_1 = \frac{11-27}{2} = -8; y_2 = \frac{11+27}{2} = 19;$$

е) $18+3x^2-x=0$; $3x^2-x+18=0$; $D=(-1)^2-4 \cdot 3 \cdot 18=1-216=-215$,

$D<0$ – нет корней.

№ 536 (№536). а) $5x^2-11x+2=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 5 \cdot 2=121-40=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm 9}{10}; x_1 = \frac{11+9}{10} = 2; x_2 = \frac{11-9}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

б) $2p^2+7p-30=0$; $D=7^2-4 \cdot 2 \cdot (-30)=49+240=289$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 17}{4}; p_1 = \frac{-7+17}{4} = \frac{10}{4} = 2,5; p_2 = \frac{-7-17}{4} = \frac{-24}{4} = -6;$$

в) $9y^2-30y+25=0$; $D_1=15^2-9 \cdot 25=225-225=0$; $D_1=0$ – один корень:

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{2}{3};$$

г) $35x^2+2x-1=0$; $D_1=1^2-35 \cdot (-1)=1+35=36$; $D_1>0$, уравнение имеет два

$$\text{корня: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{35}, x_1 = \frac{-1-6}{35} = -\frac{7}{35} = -\frac{1}{5}; x_2 = \frac{-1+6}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

д) $2y^2 - y - 5 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 1 + 40 = 41$; $D > 0$, уравнение имеет два

$$\text{корня: } y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4};$$

е) $16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D_1 = 4^2 - 16 \cdot 1 = 0$; $D = 0$ — один корень: $x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}$.

№ 537 (№537). а) $x^2 - 11x + 31 = 1$; $x^2 - 11x + 30 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1$,

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{11 - 1}{2} = 5; x_2 = \frac{11 + 1}{2} = 6;$$

б) $x^2 - 5x - 3 = 2x - 5$; $x^2 - 7x + 2 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 49 - 8 = 41$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}; x_1 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2}; x_2 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2};$$

в) $7x + 1 = 3x^2 - 2x + 1$; $3x^2 - 9x = 0$; $3x(x - 3) = 0$;

1) $3x = 0$; $x = 0$; 2) $x - 3 = 0$; $x = 3$; $x_1 = 0$ или $x_2 = 3$;

г) $-2x^2 + 5x + 6 = 4x^2 + 5x$; $6x^2 - 6 = 0$; $6(x^2 - 1) = 0$; $x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$.

№ 538 (№538). а) $x^2 - 6x = 5x - 18$; $x^2 - 11x + 18 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{11 \pm 7}{2}; x_1 = \frac{11 - 7}{2} = 2; x_2 = \frac{11 + 7}{2} = 9;$$

б) $3x^2 - 4x + 3 = x^2 + x + 1$; $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9$;

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4}; x_1 = \frac{5 + 3}{4} = 2; x_2 = \frac{5 - 3}{4} = \frac{1}{2}.$$

№ 539 (№539). а) $3x^2 - 14x + 16 = 0$; $D_1 = 7^2 - 3 \cdot 16 = 1$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{7 + 1}{3} = 2\frac{2}{3}; x_2 = \frac{7 - 1}{3} = 2;$$

б) $5x^2 - 16x + 3 = 0$; $D_1 = 8^2 - 5 \cdot 3 = 49$;

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{49}}{5} = \frac{8 \pm 7}{5}; x_1 = \frac{8 + 7}{5} = 3; x_2 = \frac{8 - 7}{5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

в) $x^2 + 2x - 80 = 0$; $D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-80) = 81$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{1} = -1 \pm 9; x_1 = -1 - 9 = -10; x_2 = -1 + 9 = 8;$$

г) $x^2 - 22x - 23 = 0$; $D_1 = 11^2 - 1 \cdot (-23) = 144$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{144}}{1} = 11 \pm 12; x_1 = 11 + 12 = 23; x_2 = 11 - 12 = -1;$$

д) $4x^2 - 36x + 77 = 0$; $D_1 = 18^2 - 4 \cdot 77 = 16$;

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{18 \pm 4}{4}; x_1 = \frac{18 + 4}{4} = \frac{22}{4} = 5,5; x_2 = \frac{18 - 4}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5;$$

е) $15y^2 - 22y - 37 = 0$; $D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676$;

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}; y_1 = \frac{11 + 26}{15} = 2\frac{1}{15}; y_2 = \frac{11 - 26}{15} = -1;$$

ж) $7z^2 - 20z + 14 = 0$; $D_1 = 10^2 - 7 \cdot 14 = 2$; $z_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{7}$;

$$3) y^2 - 10y - 25 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-25) = 50; y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{50}}{1} = 5 \pm \sqrt{2 \cdot 25} = 5 \pm 5\sqrt{2}$$

$$\text{№ 540 (№540). а) } 8x^2 - 14x + 5 = 0; D_1 = 7^2 - 8 \cdot 5 = 9;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{7 \pm 3}{8}, x_1 = \frac{7+3}{8} = 1\frac{1}{4}; x_2 = \frac{7-3}{8} = \frac{1}{2};$$

$$б) 12x^2 + 16x - 3 = 0, D = 8^2 - 12 \cdot (-3) = 100;$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-8 \pm 10}{12}; x_1 = \frac{-8+10}{12} = \frac{1}{6}; x_2 = \frac{-8-10}{12} = -1\frac{1}{2};$$

$$в) 4x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0; x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$г) x^2 - 8x - 84 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-84) = 100;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{1} = 4 \pm 10, x_1 = 4+10=14; x_2 = 4-10=-6;$$

$$д) x^2 - 6x - 19 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-19) = 28; x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{28}}{1} = -3 \pm \sqrt{4 \cdot 7} = -3 \pm 2\sqrt{7},$$

$$е) 5x^2 + 26x - 24 = 0; D_1 = 13^2 - 5 \cdot (-24) = 289;$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; x_1 = \frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}; x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6;$$

$$ж) x^2 - 34x + 289 = 0; D_1 = 17^2 - 1 \cdot 289 = 0; x = \frac{17 \pm \sqrt{0}}{1} = 17;$$

$$з) 3x^2 + 32x + 80 = 0; D_1 = 16^2 - 3 \cdot 80 = 16;$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{-16 \pm 4}{3}; x_1 = \frac{-16+4}{3} = -4; x_2 = \frac{-16-4}{3} = -6\frac{2}{3}$$

$$\text{№ 541 (№541). а) } 2x^2 - 5x - 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4}, x_1 = \frac{5+7}{4} = 0,5; x_2 = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$б) 3x^2 - 8x + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 3 \cdot 5 = 1; x = \frac{4 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{4+1}{3} = 1\frac{2}{3}; x_2 = \frac{4-1}{3} = 1.$$

$$в) 5x^2 - 9x - 4 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 1;$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{10}, x_1 = \frac{-9+1}{10} = -0,8; x_2 = \frac{-9-1}{10} = -1;$$

$$г) 36y^2 - 12y + 1 = 0; D_1 = 6^2 - 36 \cdot 1 = 0; y = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$д) 3t^2 - 3t + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 - \text{корней нет};$$

$$е) x^2 + 9x - 22 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 169;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-9 \pm 13}{2}; x_1 = \frac{-9+13}{2} = 2; x_2 = \frac{-9-13}{2} = -11;$$

$$ж) y^2 - 12y + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 1 \cdot 32 = 4; y = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{1} = 6 \pm 2; y_1 = 6+2=8; y_2 = 6-2=4;$$

$$3) 100x^2 - 160x + 63 = 0; D_1 = 80^2 - 63 \cdot 100 = 100;$$

$$x = \frac{80 \pm \sqrt{100}}{100} = \frac{80 \pm 10}{100}; x_1 = \frac{80 - 10}{100} = \frac{70}{100} = 0,7; x_2 = \frac{80 + 10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9.$$

$$\text{№ 542 (№ 542). a) } 5x^2 = 9x + 2; 5x^2 - 9x - 2 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{5 \cdot 2} = \frac{9 \pm 11}{10}; x_1 = \frac{9 - 11}{10} = -0,2; x_2 = \frac{9 + 11}{10} = 2;$$

$$6) -x^2 = 5x - 14; x^2 + 5x - 14 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 81; x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 9}{2} = 2; x_2 = \frac{-5 - 9}{2} = -7;$$

$$в) 6x + 9 = x^2; x^2 - 6x - 9 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-9) = 18; x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{1} = 3 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$

$$г) z - 5 = z^2 - 25; z^2 - z - 20 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; z = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2}; z_1 = \frac{1 + 9}{2} = 5; z_2 = \frac{1 - 9}{2} = -4;$$

$$д) y^2 = 52y - 576; y^2 - 52y + 576 = 0; D_1 = 26^2 - 1 \cdot 576 = 100;$$

$$y = \frac{26 \pm \sqrt{100}}{1} = 26 \pm 10; y_1 = 26 + 10 = 36; y_2 = 26 - 10 = 16;$$

$$е) 15y^2 - 30 = 22y + 7; 15y^2 - 22y - 37 = 0; D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}; y_1 = \frac{11 - 26}{15} = -1; y_2 = \frac{11 + 26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$ж) 25p^2 = 10p - 1; 25p^2 - 10p + 1 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 25 = 0; p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5};$$

$$з) 299x^2 + 10x = 500 - 101x^2; 400x^2 + 100x - 500 = 0; 4x^2 + x - 5 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5) = 81; x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8}; x_1 = \frac{-1 + 9}{8} = 1; x_2 = \frac{-1 - 9}{8} = -1,25$$

$$\text{№ 543 (№ 543). a) } 25 = 26x - x^2; x^2 - 26x + 25 = 0; D_1 = 13^2 - 1 \cdot 25 = 144;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{144}}{1} = 13 \pm 12; x_1 = 13 + 12 = 25; x_2 = 13 - 12 = 1;$$

$$6) 3x^2 = 10 - 29x; 3x^2 + 29x - 10 = 0; D = 29^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 841 + 120 = 961;$$

$$x = \frac{-29 \pm \sqrt{961}}{3 \cdot 2} = \frac{-29 \pm 31}{6}; x_1 = \frac{-29 + 31}{6} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-29 - 31}{6} = -10;$$

$$в) y^2 = 4y + 96; y^2 - 4y - 96 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-96) = 100;$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{1} = 2 \pm 10; y_1 = 2 + 10 = 12; y_2 = 2 - 10 = -8;$$

$$г) 3p^2 + 3 = 10p; 3p^2 - 10p + 3 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 3 \cdot 3 = 16; p = \frac{5 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3}; p_1 = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3}; p_2 = \frac{5 + 4}{3} = 3;$$

$$д) x^2 - 20x = 20x + 100; x^2 - 40x - 100 = 0; D_1 = 20^2 - 1 \cdot (-100) = 500;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{500}}{1} = 20 \pm \sqrt{5 \cdot 100} = 20 \pm 10\sqrt{5};$$

$$e) 25x^2 - 13x = 10x^2 - 7; 15x^2 - 13x + 7 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 15 \cdot 7 = 169 - 420 = -251 < 0 - \text{у уравнения нет корней.}$$

$$\text{№ 544 (№544). а) } (2x-3)(5x+1) = 2x + \frac{2}{5}; 10x^2 + 2x - 15x - 3 - 2x - \frac{2}{5} = 0;$$

$$10x^2 - 15x - 3\frac{2}{5} = 0; 50x^2 - 75x - 17 = 0; D = 75^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-17) = 5625 + 3400 = 9025;$$

$$x = \frac{75 \pm \sqrt{9025}}{2 \cdot 50} = \frac{75 \pm 95}{100}; x_1 = \frac{75 - 95}{100} = -0,2; x_2 = \frac{75 + 95}{100} = \frac{170}{100} = 1,7;$$

$$б) (3x-1)(x+3) = x(1+6x); 3x^2 + 9x - x - 3 = x + 6x^2;$$

$$3x^2 - 7x + 3 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6};$$

$$в) (x-1)(x+1) = 2(5x-10\frac{1}{2}); x^2 - 1 = 10x - 2 \cdot \frac{21}{2};$$

$$x^2 - 1 = 10x - 21; x^2 - 10x + 20 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 20 = 5; x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5};$$

$$г) -x(x+7) = (x-2)(x+2); -x^2 - 7x = x^2 - 4; 2x^2 + 7x - 4 = 0;$$

$$D = 49 - 2 \cdot (-4) = 4 + 81 = 85; x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-7 - 9}{4} = -4.$$

$$\text{№ 545 (№545). а) } (x+4)^2 = 3x+40; x^2 + 8x + 16 - 3x - 40 = 0;$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 121;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2}; x_1 = \frac{-5 + 11}{2} = 3; x_2 = \frac{-5 - 11}{2} = -8;$$

$$б) (2x-3)^2 = 11x-19; 4x^2 - 12x + 9 - 11x + 19 = 0; 4x^2 - 23x + 28 = 0; D = 23^2 - 4 \cdot 4 \cdot 28 = 81;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{23 \pm 9}{8}; x_1 = \frac{23 - 9}{8} = 1,75; x_2 = \frac{23 + 9}{8} = 4;$$

$$в) (x+1)^2 = 7918 - 2x; x^2 + 2x + 1 + 2x - 7918 = 0;$$

$$x^2 + 4x - 7917 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-7917) = 4 + 7917 = 7921;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{7921}}{1} = -2 \pm 89; x_1 = -2 + 89 = 87; x_2 = -2 - 89 = -91;$$

$$г) (x+2)^2 = 3131 - 2x; x^2 + 4x + 4 - 3131 + 2x = 0;$$

$$x^2 + 6x - 3127 = 0; D_1 = 9 - 1 \cdot (-3127) = 9 + 3127 = 3136;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3136}}{1} = -3 \pm 56; x_1 = -3 + 56 = 53; x_2 = -3 - 56 = -59.$$

$$\text{№ 546 (№546). а) } 3(x+4)^2 = 10x+32; 3(x^2 + 8x + 16) = 10x + 32; 3x^2 + 14x + 16 = 0;$$

$$D_1 = 7^2 - 3 \cdot 16 = 1; x = \frac{-7 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{-7 + 1}{3} = -2; x_2 = \frac{-7 - 1}{3} = -\frac{8}{3};$$

$$б) 15x^2 + 17 = 15(x+1)^2; 15x^2 + 17 = 15(x^2 + 2x + 1);$$

$$15x^2+17=15x^2+30x+15; 30x-2=0; 2(15x+1)=0; 15x-1=0; x=\frac{1}{15};$$

$$b) (x+1)^2=(2x-1)^2; x^2+2x+1=4x^2-4x+1=0; 3x^2-6x=0; 3x(x-2)=0;$$

$$x_1=0; x_2=2;$$

$$r) (x-2)^2+48=(2-3x)^2; x^2-4x+4+48=4-12x+9x^2; 8x^2-8x-58=0;$$

$$x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25;$$

$$x=\frac{1 \pm \sqrt{25}}{1 \cdot 2} = \frac{1 \pm 5}{2}; x_1 = \frac{1-5}{2} = -2; x_2 = \frac{1+5}{2} = 3.$$

№ 547 (№547).

$$a) \frac{x^2-1}{2} - 11x = 11; x^2-1-22x=22; x^2-22x-23=0; D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144;$$

$$x=11 \pm \sqrt{144} = 11 \pm 12; x_1=11+12=23; x_2=11-12=-1;$$

$$b) \frac{x^2+x}{2} = \frac{8x-7}{3}; \frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-7}{3} = 0;$$

$$3x^2+3x-16x+14=0; 3x^2-13x+14=0; D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1;$$

$$x=\frac{13 \pm 1}{6}; x_1=\frac{13-1}{6}=2; x_2=\frac{13+1}{6}=2\frac{1}{3};$$

$$b) \frac{4x^2-1}{3} = x(10x-9); \frac{4x^2-1}{3} = 10x^2-9x;$$

$$10x^2-9x - \frac{4x^2-1}{3} = 0; 30x^2-27x-4x^2+1=0;$$

$$26x^2-27x+1=0; D=27^2-4 \cdot 26 \cdot 1=729-104=625=25^2;$$

$$x=\frac{27 \pm 25}{52}; x_1=\frac{27+25}{52}=1; x_2=\frac{27-25}{52}=\frac{1}{26};$$

$$r) \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}; \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4} = 0;$$

$$15x^2-8x-16x^2-15=0; x^2+8x+15=0; D_1=4^2-1 \cdot 15=1;$$

$$x=\frac{-4 \pm 1}{1}; x_1=-4+1=-3; x_2=-4-1=-5.$$

№ 548' (№548).

$$a) 5x^2-x-1=0; D=1^2-4 \cdot 5 \cdot (-1)=21; x=\frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10} \approx \frac{1 \pm 4,58}{10};$$

$$x_1 \approx \frac{1+4,58}{10} = \frac{5,58}{10} = 0,558 \approx 0,56; x_2 \approx \frac{1-4,58}{10} = -\frac{3,58}{10} = -0,358 \approx -0,36$$

$$b) 2x^2+7x+4=0; D=7^2-4 \cdot 2 \cdot 4=17; x=\frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4} \approx \frac{-7 \pm 4,12}{4};$$

$$x_1 \approx \frac{-7-4,12}{4} = -\frac{11,12}{4} = -2,78; x_2 \approx \frac{-7+4,12}{4} = \frac{-2,88}{4} = -0,72;$$

$$b) 3(y^2-2)-y=0; 3y^2-y-6=0; D=1^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=1+72=73;$$

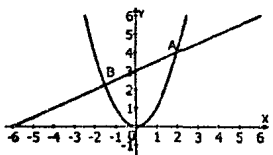
$$y = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{3 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \approx \frac{1 \pm 8,54}{6};$$

$$y_1 \approx \frac{1 + 8,54}{6} = \frac{9,54}{6} = 1,59; y_2 \approx \frac{1 - 8,54}{6} = -\frac{7,54}{6} \approx -1,26;$$

$$r) y^2 + 8(y-1) = 3; y^2 + 8y - 8 - 3 = 0; y^2 + 8y - 11 = 0; D_1 = 16 - 1 \cdot (-11) = 27;$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{27}}{1} \approx -4 \pm 5,20; y_1 \approx -4 - 5,20 = -9,20; y_2 \approx -4 + 5,20 = 1,20$$

№ 549 (623).



$$x^2 = 0,5x + 3;$$

1) строим графики:

$$y = x^2 \text{ и } y = 0,5x + 3; \text{ находим } x_1 = -1,5; x_2 = 2.$$

$$2) x^2 - 0,5x - 3 = 0;$$

$$D = (-0,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 0,25 + 12 =$$

$$= 12,25 = 3,5^2; x = \frac{0,5 \pm 3,5}{2}; x_1 = 2; x_2 = -1,5;$$

№ 550 (№549). а) $x^2 - 8x + 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 9 = 7; x = 4 \pm \sqrt{7} \approx 4 \pm 2,65;$
 $x_1 \approx 4 + 2,65 = 6,65; x_2 \approx 4 - 2,65 = 1,35;$

б) $2y^2 - 8y + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6; y = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2} \approx \frac{4 \pm 2,45}{2};$

$$y_1 \approx \frac{4 + 2,45}{2} = \frac{6,45}{2} \approx 3,22; y_2 \approx \frac{4 - 2,45}{2} = \frac{1,55}{2} \approx 0,78.$$

№ 551 (№550). а) $0,7x^2 = 1,3x + 2; 0,7x^2 - 1,3x - 2 = 0;$

$$D = 1,3^2 - 4 \cdot 0,7 \cdot (-2) = 1,69 + 5,6 = 7,29;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{7,29}}{2 \cdot 0,7} = \frac{1,3 \pm 2,7}{1,4}; x_1 = \frac{1,3 + 2,7}{1,4} = \frac{4}{1,4} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7};$$

$$x_2 = \frac{1,3 - 2,7}{1,4} = \frac{-1,4}{1,4} = -1;$$

б) $7 = 0,4y + 0,2y^2; 0,2y^2 + 0,4y - 7 = 0; D_1 = 0,2^2 - 0,2 \cdot (-7) = 1,44;$

$$y = \frac{-0,2 \pm \sqrt{1,44}}{0,2} = \frac{-0,2 \pm 1,2}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{-0,2 + 1,2}{0,2} = \frac{1}{0,2} = 5; y_2 = \frac{-0,2 - 1,2}{0,2} = \frac{-1,4}{0,2} = -7;$$

в) $x^2 - 1,6x - 0,36 = 0; D_1 = 0,8^2 - 1 \cdot (-0,36) = 1;$

$$x = \frac{0,8 \pm \sqrt{1}}{1} = 0,8 \pm 1; x_1 = 0,8 + 1 = 1,8; x_2 = 0,8 - 1 = -0,2;$$

г) $z^2 - 2z + 2,91 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot 2,91 = -1,91; D < 0$ — у уравнения нет корней;

д) $0,2y^2 - 10y + 125 = 0; D_1 = 5^2 - 0,2 \cdot 125 = 0; y = \frac{5 \pm 0}{0,2} = 5 \cdot \frac{10}{2} = 25;$

$$e) \frac{1}{3}x^2 + 2x - 9 = 0; D_1 = 1^2 - \frac{1}{3} \cdot (-9) = 4; x = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{1}{3}} = -3 \pm 6;$$

$$x_1 = -3 + 6 = 3; x_2 = -3 - 6 = -9.$$

$$\text{№ 552 (№ 551). a) } \frac{1}{7}x^2 = 2x - 7; x^2 - 14x + 49 = 0; D_1 = 7^2 - 1 \cdot 49 = 0; x = 7;$$

$$b) x^2 + 1,2 = 2,6x; x^2 - 2,6x + 1,2 = 0; D_1 = 1,3^2 - 1 \cdot 1,2 = 1,69 - 1,2 = 0,49;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{0,49}}{1} = 1,3 \pm 0,7; x_1 = 1,3 + 0,7 = 2; x_2 = 1,3 - 0,7 = 0,6;$$

$$b) 4x^2 = 7x + 7,5; 4x^2 - 7x - 7,5 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7,5) = 49 + 120 = 169;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4 \cdot 2} = \frac{7 \pm 13}{8}; x_1 = \frac{7 - 13}{8} = -0,75; x_2 = \frac{7 + 13}{8} = 2,5.$$

$$\text{№ 553 (№ 552). a) } 3a + 0,6 = 9a^2 + 0,36;$$

$$9a^2 - 3a - 0,24 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-0,24) = 9 + 8,64 = 17,64;$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17,64}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm 4,2}{18}; a_1 = \frac{3 + 4,2}{18} = \frac{2}{5}; a_2 = \frac{3 - 4,2}{18} = \frac{-1,2}{18} = -\frac{1}{15};$$

$$b) 0,4a + 1,2 = 0,16a^2 + 1,44; 0,16a^2 - 0,4a - 1,2 + 1,44 = 0;$$

$$0,04a^2 - 0,1a + 0,06 = 0; D = 0,1^2 - 4 \cdot 0,04 \cdot 0,06 = 0,01 - 0,0096 = 0,0004;$$

$$a = \frac{0,1 \pm \sqrt{0,0004}}{2 \cdot 0,04} = \frac{0,1 \pm 0,02}{0,08}; a_1 = \frac{0,1 + 0,02}{0,08} = \frac{0,12}{0,08} = 1,5;$$

$$a_2 = \frac{0,1 - 0,02}{0,08} = \frac{0,08}{0,08} = 1.$$

$$\text{№ 554. (н). a) } x^2 - 5x + 6 = 0; D = 25 - 4 \cdot 6 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}; x_1 = 2, x_2 = 3; 6x^2 - 5x + 1 = 0;$$

$$D = 25 = 4 \cdot 6 = 1; x = \frac{5 \pm 1}{12}; x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$$

$$b) 2x^2 - 13x + 6 = 0; D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 121;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{4}; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 6; 6x^2 - 13x + 2 = 0;$$

$$D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 121; x = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{12}; x_1 = \frac{1}{6}; x_2 = 2.$$

$$\text{Корни уравнения } ax^2 + bx + c = 0: x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\text{Корни уравнения } cx^2 + bx + a = 0: x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}.$$

Эти корни образуют две пары взаимно обратных чисел:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = 1, \quad \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} \cdot \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 1$$

№ 555. (н). $x^2 - ax + a - 4 = 0$

$D = a^2 - 4(a - 4) = a^2 - 4a + 16 = (a - 4)^2 + 12 > 0$ при любых значениях a .
Поэтому данное уравнение всегда имеет 2 различных корня.

Упражнения для повторения

№ 556 (№553).

$$\begin{aligned} \text{а) (с)} \quad & \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + 4}{2(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{4x + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x-1}. \end{aligned}$$

Подставим $x = -0,5$: $\frac{2}{x-1} = \frac{2}{-0,5-1} = \frac{2}{-1,5} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$;

$$\text{а) (б)} \quad \frac{a - \frac{2a-1}{a}}{\frac{1-a}{3a}} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \cdot \frac{1-a}{3a} = \frac{(a^2 - 2a + 1)3a}{a(1-a)} = \frac{3(1-a)^2}{1-a} = 3(1-a)$$

Подставим $a = -1,5$: $3 \cdot (1-a) = 3 \cdot (1 - (-1,5)) = 3 \cdot (1 + 1,5) = 3 \cdot 2,5 = 7,5$.

№ 557 (№554).

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & (\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{7} - \frac{2\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \\ & = \frac{7\sqrt{3}}{7} + \frac{7\sqrt{2}}{7} - \frac{2 \cdot 7\sqrt{5}}{7} + 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{75} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \\ & + \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} = 5 - 5\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = 2 + 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

№ 558 (№555). а) Приравняем правые части обоих уравнений: $7x - 1 = 2x$;

$$7x - 2x - 1 = 0; 5x - 1 = 0; 5x = 1; x = \frac{1}{5}; y = 2x = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$$\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) - \text{искомая точка.}$$

б) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$3x - 11 = 4; 3x = 4 + 11; 3x = 15; x = 5; y = 4; (5; 4) - \text{искомая точка.}$$

23. Решение задач с помощью квадратных уравнений

№ 559 (№556). Пусть n и $(n+6)$ – данные натуральные числа.

По условию, произведение этих чисел равно 187. Составим уравнение:
 $n(n+6) = 187; n^2 + 6n - 187 = 0;$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-187) = 9 + 187 = 196; n = \frac{-3 \pm \sqrt{196}}{1} = -3 \pm 14;$$

$$n_1 = -3 - 14 = -17 \text{ (не подходит, поскольку не натуральное);}$$

$$n_2 = -3 + 14 = 11; \text{ тогда } n+6 = 11+6 = 17. \quad \text{Ответ: } 11, 17.$$

№557. (е). Пусть x и $(x-2)$ – данные числа.

По условию, их произведение равно 120. Составим уравнение:

$$x(x-2)=120; x^2-2x=120; x^2-2x-120=0;$$

$$D_1=1^2-1 \cdot (-120)=1+120=121; x=\frac{1 \pm \sqrt{121}}{1}=1 \pm 11;$$

$$1) x_1=1+11=12, x-2=10; \quad 2) x_2=1-11=-10, x-2=-12.$$

Обе пары чисел удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 1) 12 и 10; 2) -10 и -12.

№ 560 (№558). Пусть x см и $(x+4)$ см соответственно – ширина и длина прямоугольника. По условию задачи площадь $S=60$ см². Составляем уравнение: $x(x+4)=60; x^2+4x-60=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-60)=64; x=\frac{-2 \pm \sqrt{64}}{1}=-2 \pm 8;$$

$$x_1=-2+8=6; x_2=-2-8=-10 - \text{не подходит.}$$

Значит $x+4=10$; периметр $P=2 \cdot (6+10)=32$ (см). Ответ: 32 см.

№ 561 (№559). Пусть x м и $(x+10)$ м – ширина и длина участка. Площадь участка по условию задачи равна 1200 м². Составляем уравнение: $x(x+10)=1200; x^2+10x-1200=0; D_1=5^2-1 \cdot (-1200)=1225;$

$$x=-5 \pm \sqrt{1225}=-5 \pm 35; x_1=-5-35=-40 - \text{не подходит,}$$

$x_2=-5+35=30$. Значит $x+10=40$, а длина изгороди, т.е. периметр участка $P=2 \cdot (30+40)=140$ м. Ответ: 140 м.

№ 562 (№560). Пусть a м и b м – длина и ширина прямоугольника. Периметр прямоугольника по условию равен 62 м, а его площадь – 210 м². Так как $P=2(a+b)$, $S=ab$, то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 62=2(a+b), \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} 31=a+b, \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ 210=(31-b)b; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=31-b, \\ 31b-b^2-210=0; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ b^2-31b+210=0; \end{cases}$$

Решим второе уравнение: $D=31^2-4 \cdot 1 \cdot 210=961-840=121;$

$$b=\frac{31 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{31 \pm 11}{2}; b_1=\frac{31+11}{2}=21; \text{ значит, } a_1=31-b_1=10;$$

$$b_2=\frac{31-11}{2}=10; \text{ значит } a_2=31-b_2=21. \quad \text{Ответ: 21 м, 10 м.}$$

№ 563 (№561). Пусть катеты данного треугольника равны a см и b см. Сумма катетов по условию равна 23 см, т.е. $a+b=23$, а площадь треугольника равна 60 см², т.е. $\frac{1}{2}ab=60$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a+b=23, \\ ab=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ (23-b)b=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ b^2-23b+120=0; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение:

$$D=23^2-4 \cdot 1 \cdot 120=529-480=49; b=\frac{23 \pm \sqrt{49}}{2}=\frac{23 \pm 7}{2};$$

$b_1=15$; значит $a_1=23-b_1=8$; $b_2=8$; значит $a_2=23-b_2=15$. Ответ: 8 см и 15 см

№ 564 (№562). Пусть n и $(n+1)$ – данные натуральные числа. Произведение этих чисел по условию больше их суммы на 109. Составляем уравнение: $n(n+1)-109=n+(n+1)$; $n^2+n-109=n+n+1$; $n^2-n-110=0$;

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-110)=441; n=\frac{1 \pm \sqrt{441}}{2}=\frac{1 \pm 21}{2}; n_1=\frac{1+21}{2}=11;$$

$$n_2=\frac{1-21}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к. не натуральное. Значит, } n=11, n+1=12.$$

Ответ: 11, 12.

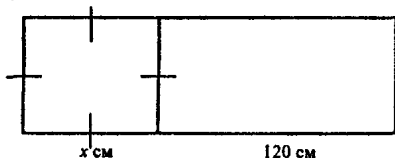
№563 (с). Пусть x см и $(x+3)$ см – ширина и длина оставшейся части листа, тогда длина стороны квадрата будет равна $(x+3)$ см. Площадь прямоугольной части листа по условию задачи равна 70 см^2 . Составляем уравнение: $x(x+3)=70$; $x^2+3x-70=0$;

$$D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=289; x=\frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2}=\frac{-3 \pm 17}{2};$$

$$x_1=\frac{-3+17}{2}=7; \text{ значит, } x+3=10; x_2=\frac{-3-17}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к. дли-}$$

на не может быть отрицательной. Ответ: 10 см.

№ 565 (№564). Пусть x см и $(x+120)$ см – сторона квадрата и длина доски прямоугольной формы.

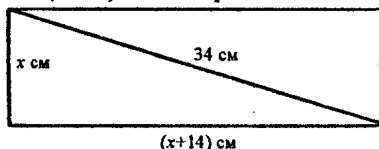


Площадь доски прямоугольной формы по условию задачи равна 4500 см^2 . Составляем уравнение: $x(x+120)=4500$; $x^2+120x-4500=0$;

$$D_1=60^2-1 \cdot (-4500)=3600+4500=8100; x=\frac{-60 \pm \sqrt{8100}}{1}=-60 \pm 90;$$

$$x_1=-60+90=30; x_2=-60-90=-150 \text{ – не подходит, т.к. } -150 < 0. \text{ Ответ: 30 см.}$$

№565. (с). Пусть x см и $(x+14)$ см – ширина и длина прямоугольника.



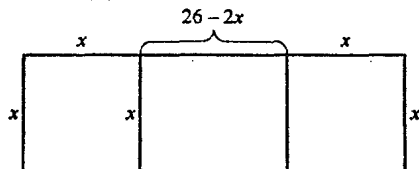
Вспользуемся теоремой Пифагора: $x^2+(x+14)^2=34^2$;
 $x^2+x^2+28x+196=1156$; $2x^2+28x-960=0$; $x^2+14x-480=0$;

$$D_1=7^2-1 \cdot (-480)=49+480=529; x=\frac{-7 \pm \sqrt{529}}{1}=-7 \pm 23;$$

$$x_1=-7-23=-30 \text{ – не подходит; } x_2=-7+23=16; \text{ значит, } x+14=30.$$

Ответ: 16 см и 30 см.

№ 566 (н).



$$S = (26 - 2x)x = 80; 26x - 2x^2 = 80; 2x^2 - 26x + 80 = 0;$$

$$x^2 - 13x + 40 = 0; D = 169 - 4 \cdot 40 = 9; x = \frac{13 \pm 3}{2}; x_1 = 5; x_2 = 8.$$

Ответ: 5 см или 8 см.

№ 567 (№566). Обозначим за x см – длину гипотенузы, тогда $(x-3)$ см и $(x-6)$ см – длины катетов. Составляем уравнение, исходя из теоремы Пифагора: $x^2 = (x-3)^2 + (x-6)^2$; $x^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 12x + 36$; $x^2 - 18x + 45 = 0$;

$$D_1 = 9^2 - 1 \cdot 45 = 81 - 45 = 36; x = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6; x_1 = 15; x_2 = 3 - \text{не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

№ 568 (№567). Обозначим за x и $(x+8)$ количество рядов и количество мест в ряду. По условию в кинотеатре 884 места. Составим уравнение: $x(x+8) = 884$; $x^2 + 8x - 884 = 0$; $D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-884) = 16 + 884 = 900 = 30^2$;

$$x = -4 \pm 30; x_1 = -4 + 30 = 26; x_2 = -4 - 30 = -34 - \text{не подходит. Ответ: 26.}$$

№ 569 (н). Пусть обезьян x штук. Тогда $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$.

$$\frac{1}{64}x^2 - x + 12 = 0; D = 1 - 4 \cdot \frac{12}{64} = 0,25; x = \frac{1 \pm 0,25}{2 \cdot \frac{1}{64}}; x_1 = 16; x_2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48 обезьян.

№ 570 (н). Обезьян – x штук. Тогда $\left(\frac{1}{5}x - 3\right)^2 + 1 = x$;

$$\frac{1}{25}x^2 - \frac{6}{5}x + 9 + 1 = x; \frac{1}{25}x^2 - \frac{11}{5}x + 10 = 0;$$

$$x^2 - 55x + 250 = 0; D = 55^2 - 4 \cdot 250 = 2025 = 45^2;$$

$$x = \frac{55 \pm 45}{2}; x_1 = 5; x_2 = 50; x = 5 \text{ не подходит, так как } \frac{1}{5}x - 3 = -2 < 0.$$

Ответ: 50 обезьян.

№ 571 (н). $\frac{n(n-3)}{2} = n + 25$; $n^2 - 3n = 2n + 50$; $n^2 - 5n - 50 = 0$;

$$D = 25 + 4 \cdot 50 = 225; n = \frac{5 \pm 15}{2} = n = 10. \quad \text{Ответ: в десятиугольнике.}$$

№ 572 (н). Если было n команд, то общее количество сыгранных матчей

$$\text{равно } 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = 36;$$

$$n^2 - n = 72; n^2 - n - 72 = 0; D = 1 + 4 \cdot 72 = 289; n = \frac{1 \pm 17}{2}; n = 9.$$

Ответ: 9 команд.

$$\text{№ 573 (н). } \frac{n(n-1)}{2} = 45; n^2 - n = 90; n^2 - n - 90 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 90 = 361; n = \frac{1 \pm 19}{2}; n = 10. \quad \text{Ответ: 10 команд.}$$

$$\text{№ 574 (н). Площадь основания коробки равна } (60 - 2x)(40 - 2x) = 800;$$

$$2400 - 120x - 80x + 4x^2 = 800; 4x^2 - 200x + 1600 = 0;$$

$$x^2 - 50x + 400 = 0; D = 50^2 - 4 \cdot 400 = 900;$$

$$x = \frac{50 \pm 30}{2}; x_1 = 40; x_2 = 10. x = 40 \text{ не подходит, так как } 40 - 2x = -40 <$$

0 Поэтому $x = 10$. Ответ: 10 см.

№ 575 (№568). Пусть n , $(n+1)$ и $(n+2)$ – данные целые числа. Сумма их квадратов по условию задачи равна 869. Составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 869; n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 869; 3n^2 + 6n - 864 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 288 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-288) = 289; n = -1 \pm \sqrt{289} = -1 \pm 17;$$

$$n_1 = -1 - 17 = -18; \text{ значит } n+1 = -17; n+2 = -16;$$

$$n_2 = -1 + 17 = 16; \text{ значит } n+1 = 17; n+2 = 18.$$

Ответ: -18, -17, -16; или 16, 17, 18.

Упражнения для повторения

$$\text{№ 576 (№569). а) } \frac{8a^3 - 27}{9 - 12a + 4a^2} = \frac{(2a-3)(4a^2 + 6a + 9)}{(2a-3)^2} = \frac{4a^2 + 6a + 9}{2a-3};$$

$$\text{б) } \frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x} = \frac{x(a-2) - 4(a-2)}{3(a-2) - x(a-2)} = \frac{(a-2)(x-4)}{(a-2)(3-x)} = \frac{x-4}{3-x}.$$

№ 577 (№570).

$$\text{а) } \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - b}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{b})}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1};$$

подставляем $a=5$ и $b=2$ и находим:

$$\frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2} + 2 \cdot 2 + 1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{2\sqrt{5 \cdot 2} + \sqrt{5 \cdot 5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{5})} = 1,$$

$$\text{б) } \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x - 2\sqrt{xy} + y + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1};$$

подставляем $x=4$ и $y=6$ и находим:

$$\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{4 \cdot 6} + 6}{4 + \sqrt{4 \cdot 6} + 1} = \frac{10 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2(5 + 2\sqrt{6})}{5 + 2\sqrt{6}} = 2.$$

$$\text{№ 578 (№571). а) } \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0; x(x-3) - 3x = 0; x^2 - 6x = 0; x(x-6) = 0;$$

$$1) x_1 = 0; 2) x - 6 = 0; x_2 = 6; \text{ б) } \frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2; 12 \left(\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} \right) = \frac{2}{i} \cdot 12.$$

$$\frac{12x(x+1)}{3} + \frac{12(8+x)}{4} = 24;$$

$$4x(x+1)+3(8+x)=24; 4x^2+4x+24+3x=24; 4x^2+7x=0; x(4x+7)=0;$$

$$x_1=0; 4x_2+7=0; 4x_2=-7; x_2=-\frac{7}{4}=-1\frac{3}{4}.$$

№ 579 (№572). Искомая точка должна удовлетворять следующим двум

уравнениям: 1) $y=0; 13x-2,6=y; 13x=2,6; x=\frac{2,6}{13}=0,2; (0,2;0);$

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:
2) $x=0; y=13 \cdot 0-2,6; y=-2,6; (0; -2,6).$ Ответ: $(0,2;0); (0; -2,6).$

24. Теорема Виета

№ 580 (№573). а) $x^2-37x+27=0; D=37^2-4 \cdot 1 \cdot 27=1369-108=1261;$

$D>0$, значит, уравнение имеет два корня; $x_1+x_2=37; x_1 \cdot x_2=27;$

б) $y^2+41y-371=0; y_1+y_2=-41; y_1 \cdot y_2=-371;$

в) $x^2-210x=0; x_1+x_2=210; x_1 \cdot x_2=0;$

г) $y^2-19=0; y_1+y_2=0; y_1 \cdot y_2=-19;$

д) $2x^2-9x-10=0; \frac{2x^2}{2}-\frac{9}{2}x-\frac{10}{2}=0; x_1+x_2=\frac{9}{2}; x_1 \cdot x_2=-5;$

е) $5x^2+12x+7=0; x^2+\frac{12}{5}x+\frac{7}{5}=0; x_1+x_2=-\frac{12}{5}=-2,4; x_1 \cdot x_2=1,4;$

ж) $-z^2+z=0; z^2-z=0; z_1+z_2=1; z_1 \cdot z_2=0;$

з) $3x^2-10=0; x^2-\frac{10}{3}=0; x_1+x_2=0; x_1 \cdot x_2=-\frac{10}{3}.$

№ 581 (№574).

а) $x^2-2x-9=0; D_1=1^2-1 \cdot (-9)=10; x=1 \pm \sqrt{10}; x_1=1-\sqrt{10}; x_2=1+\sqrt{10}.$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=1-\sqrt{10}+1+\sqrt{10}=2; x_1 \cdot x_2=(1-\sqrt{10})(1+\sqrt{10})=1-10=-9;$$

б) $3x^2-4x-4=0; x^2-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}=0;$

$$D=\left(\frac{4}{3}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{16}{9}+\frac{16}{3}=\frac{16+48}{9}=\frac{64}{9}; x=\frac{\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{64}{9}}}{2}=\frac{\frac{4}{3} \pm \frac{8}{3}}{2};$$

$$x_1=\frac{\frac{4}{3}+\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3}=\frac{4}{2}=2; x_2=\frac{\frac{4}{3}-\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}.$$

Произведем проверку: $x_1+x_2=2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}; x_1 \cdot x_2=2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3};$

в) $2x^2+7x-6=0; x^2+\frac{7}{2}x-3=0;$

$$D=\left(\frac{7}{2}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=\frac{49}{4}+\frac{12}{1}=\frac{49+48}{4}=\frac{97}{4}; x=\frac{-\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{97}{4}}}{2}=\frac{-\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{97}}{2}}{2};$$

$$x_1 = \frac{\frac{7 + \sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4}; x_2 = \frac{\frac{7 - \sqrt{97}}{2}}{2} = \frac{-7 - \sqrt{97}}{4}$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-7 + \sqrt{97}}{4} + \frac{-7 - \sqrt{97}}{4} = \frac{-7}{4} + \frac{\sqrt{97}}{4} - \frac{7}{4} - \frac{\sqrt{97}}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-7 + \sqrt{97}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-7 - \sqrt{97}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{97} + 7}{4} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{97} - 7}{4} \right) =$$

$$= - \frac{(\sqrt{97})^2 - 7^2}{16} = - \frac{97 - 49}{16} = - \frac{48}{16} = -3;$$

$$r) 2x^2 + 9x + 8 = 0; x^2 + \frac{9}{2}x + 4 = 0; D = \left(\frac{9}{2} \right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = \frac{81}{4} - 16 = \frac{81 - 64}{4} = \frac{17}{4},$$

$$x = \frac{-\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}; x_1 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{-9 - \sqrt{17}}{4}$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{4} + \frac{-9 - \sqrt{17}}{4} = \frac{-9 + \sqrt{17} - 9 - \sqrt{17}}{4} = \frac{-18}{4} = -\frac{9}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-9 + \sqrt{17}}{4} \right) \cdot \left(\frac{-9 - \sqrt{17}}{4} \right) = - \left(\frac{\sqrt{17} + 9}{4} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{17} - 9}{4} \right) = - \frac{(\sqrt{17})^2 - 9^2}{16} = - \frac{17 - 81}{16} = 4.$$

№ 582 (№575). а) $x^2 - 15x - 16 = 0; D = 15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 225 + 64 = 289;$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{15 \pm 17}{2}; x_1 = \frac{15 + 17}{2} = 16; x_2 = \frac{15 - 17}{2} = -1.$$

Произведем проверку: $x_1 + x_2 = 16 + (-1) = 15; x_1 \cdot x_2 = 16 \cdot (-1) = -16,$

б) $x^2 - 6x - 11 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-11) = 20; x = 3 \pm \sqrt{20} = 3 \pm 2\sqrt{5};$

$$x_1 = 3 + 2\sqrt{5}; x_2 = 3 - 2\sqrt{5}.$$

Произведем проверку: $x_1 + x_2 = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6;$

$$x_1 \cdot x_2 = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 3^2 - (2\sqrt{5})^2 = 9 - 20 = -11;$$

в) $12x^2 - 4x - 1 = 0;$

$$x^2 - \frac{4}{12}x - \frac{1}{12} = 0; x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{12} = 0; D = \left(\frac{1}{3} \right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{12} \right) = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9},$$

$$x = \frac{\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}}{2} = \frac{\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}}{2}; x_1 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{3}}{2} = \frac{-\frac{1}{3}}{2} = -\frac{1}{6}$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}; x_1 \cdot x_2=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{12};$$

$$r) x^2-6=0; (x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})=0;$$

$$1) x_1-\sqrt{6}=0; x_1=\sqrt{6}; 2) x_2+\sqrt{6}=0; x_2=-\sqrt{6}.$$

Произведем проверку: $x_1+x_2=\sqrt{6}-\sqrt{6}=0$; $x_1 \cdot x_2=\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6})=-6$;

$$д) 5x^2-18x=0; x(5x-18)=0; 1) x_1=0; 2) 5x-18=0; 5x=18; x_2=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}.$$

Произведем проверку: $x_1+x_2=0+3\frac{3}{5}=3\frac{3}{5}$; $x_1 \cdot x_2=0 \cdot 3\frac{3}{5}=0$;

$$е) 2x^2-41=0; x^2-\frac{41}{2}=0; \left(x-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=0;$$

$$1) x-\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_1=\sqrt{\frac{41}{2}}; 2) x+\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_2=-\sqrt{\frac{41}{2}}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\sqrt{\frac{41}{2}}-\sqrt{\frac{41}{2}}=0; x_1 \cdot x_2=\sqrt{\frac{41}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=-\frac{41}{2}.$$

№ 583 (№576). а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2-9x+20=0$, тогда $x_1+x_2=9$; $x_1 \cdot x_2=20$, откуда $x_1=4$; $x_2=5$.

б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+11x-12=0$, тогда $x_1+x_2=-11$, $x_1 \cdot x_2=-12$, откуда подберем $x_1=1$; $x_2=-12$.

в) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+x-56=0$, тогда $x_1+x_2=-1$; $x_1 \cdot x_2=-56$, откуда подберем $x_1=7$; $x_2=-8$.

г) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2-19x+88=0$, тогда $x_1+x_2=19$; $x_1 \cdot x_2=88$, откуда подберем $x_1=11$; $x_2=8$.

№ 584 (№577). а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+16x+63=0$, тогда $x_1+x_2=-16$; $x_1 \cdot x_2=63$, откуда $x_1=-7$; $x_2=-9$.

б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+2x-48=0$, тогда $x_1+x_2=-2$; $x_1 \cdot x_2=-48$, откуда подберем $x_1=6$; $x_2=-8$.

№ 585 (№578). Поскольку $x_1=7$, то (по теореме Виета):

$$x_1 \cdot x_2=-35, 7 \cdot x_2=-35; x_2=-5. x_1+x_2=7+(-5)=2; p=-2. \text{ Ответ: } x_2=-5, p=-2.$$

№ 586 (№579). Поскольку $x_1=12,5$, то (по теореме Виета): $x_1+x_2=13$; $x_1 \cdot x_2=q$; $12,5+x_2=13$; $x_2=13-12,5=0,5$; $q=12,5 \cdot 0,5=6,25$.

Ответ: $x_2=0,5$, $q=6,25$.

$$\text{№ 587 (№580). } 5x^2+bx+24=0; x^2+\frac{1}{5}bx+\frac{24}{5}=0.$$

$$\text{Поскольку } x_1=8; \text{ то } x_1 \cdot x_2=\frac{24}{5}; 8 \cdot x_2=\frac{24}{5}; x_2=\frac{24}{5} \cdot \frac{1}{8}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5};$$

$$x_1 + x_2 = 8 + \frac{3}{5} = 8\frac{3}{5}; 8\frac{3}{5} = \frac{1}{5}b; \frac{43}{5} = \frac{1}{5}b; \text{откуда } b = \frac{43}{5} : \frac{1}{5} = \frac{43 \cdot 5}{5 \cdot 1} = 43.$$

Ответ: $x_2 = \frac{3}{5}; b = -43.$

№ 588 (№581). $10x^2 - 33x + c = 0; x^2 - \frac{33}{10}x + \frac{c}{10} = 0; x^2 - 3,3x + 0,1c = 0;$

поскольку $x_1 = 5,3$, то $x_1 + x_2 = 3,3; x_1 \cdot x_2 = 0,1c;$
 $5,3 + x_2 = 3,3; x_2 = 3,3 - 5,3; x_2 = -2; 5,3 \cdot (-2) = -10,6 = 0,1c; c = -106.$

Ответ: $x_2 = -2; c = -106.$

№ 589 (№582). Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения
 По условию задачи $x_1 - x_2 = 2$, а по теореме Виета получим: $x_1 + x_2 = 12.$

Затем получим систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 12. \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим: $2x_1 = 14$, откуда $x_1 = 7$. Вычтем первое уравнение из второго, получим: $2x_2 = 10$, откуда $x_2 = 5$. Значит, $q = x_1 \cdot x_2 = 7 \cdot 5 = 35.$ Ответ: 35.

№ 590 (№583). Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения.

Тогда имеем систему:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1. \end{cases}$$

Находим: $2x_1 = 5, 2x_2 = -7$, т.е. $x_1 = 2,5; x_2 = -3,5.$

Значит, $c = x_1 \cdot x_2 = 2,5 \cdot (-3,5) = -8,75.$ Ответ: $-8,75.$

№ 591. (н). $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 12$

$$x_1 - x_2 = \frac{12}{x_1 + x_2} = \frac{12}{-2} = -6 \text{ 4; } \begin{cases} x_1 - x_2 = -6 \\ x_1 + x_2 = -2 \end{cases}; x_1 = -4; x_2 = 2; q = x_1 x_2 = -8.$$

№ 592. (н). $x_1^2 + x_2^2 = 65$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3^2 - 2a = 9 - 2a = 65 \Rightarrow a = -28.$$

№ 593 (№584). а) $3x^2 + 113x - 7 = 0; x^2 + \frac{113}{3}x - \frac{7}{3} = 0; D > 0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3} < 0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

б) $5x^2 - 291x - 16 = 0; x^2 - \frac{291}{5}x - \frac{16}{5} = 0; D > 0$, по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2 = -\frac{16}{5} < 0$,

следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

№ 594 (№585). а) имеет два корня противоположных знаков;

б) имеет два положительных корня; в) не имеет корней;

г) имеет два положительных корня; д) не имеет корней;

е) имеет два корня противоположных знаков.

№ 595 (№586). а) имеет два положительных корня;

б) имеет два корня противоположных знаков;

в) имеет два положительных корня;

г) имеет два корня противоположных знаков;

д) имеет два положительных корня;

е) имеет два корня противоположных знаков.

Упражнения для повторения

№ 596 (№587).

а) $(3x+1)^2=3x+1$; $9x^2+6x+1=3x+1$; $9x^2+3x=0$; $3x(3x+1)=0$; $x(3x+1)=0$;

$$x_1=0; 3x_2+1=0; 3x_2=-1; x_2=-\frac{1}{3};$$

б) $(3x+1)^2=3(x+1)$; $9x^2+6x+1=3x+3$; $9x^2+3x-2=0$; $D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-2)=81$;

$$x=\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{-3 \pm 9}{18}; x_1=\frac{-3+9}{18} = \frac{1}{3}; x_2=\frac{-3-9}{18} = -\frac{2}{3};$$

в) $(3x+1)^2=(2x-5)^2$; $9x^2+6x+1=4x^2-20x+25$; $5x^2+26x-24=0$;

$$D_1=13^2-5 \cdot (-24)=169+120=289;$$

$$x=\frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; x_1=\frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}; x_2=\frac{-13-17}{5} = -6;$$

г) $(3x+4)^2=4(x+3)$; $9x^2+24x+16=4x+12$; $9x^2+20x+4=0$;

$$D_1=10^2-4 \cdot 9=64;$$

$$x=\frac{-10 \pm \sqrt{64}}{9} = \frac{-10 \pm 8}{9}; x_1=\frac{-10+8}{9} = -\frac{2}{9}; x_2=\frac{-10-8}{9} = -2;$$

д) $4(x+3)^2=2x+6$; $4(x+3)^2=(2x+6)(2x+6)$;

$$4(x+3)^2=2 \cdot 2(x+3)^2; 4(x+3)^2=4(x+3)^2 \text{ при любом } x;$$

е) $(6x+3)^2=(x-4)^2$; $36x^2+36x+9=x^2-8x+16$; $35x^2+44x-7=0$;

$$D_1=22^2-35 \cdot (-7)=484+245=729;$$

$$x=\frac{-22 \pm \sqrt{729}}{35} = \frac{-22 \pm 27}{35}; x_1=\frac{-22+27}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

$$x_2=\frac{-22-27}{35} = -\frac{49}{35} = -1\frac{2}{5}.$$

№ 597 (№588). Обозначим за $(8x)$ м – первый катет треугольника, $(15x)$

м – второй катет. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(8x)^2+(15x)^2=6,8^2; 64x^2+225x^2=46,24; 289x^2=46,24; x^2=\frac{46,24}{289}=0,16; x=\pm\sqrt{0,16},$$

$$x_1=\sqrt{0,16}=0,4; \text{ тогда } 8x=8 \cdot 0,4=3,2 \text{ м – длина первого катета,}$$

$$15x=15 \cdot 0,4=6 \text{ м – длина второго катета.}$$

$x_2=-\sqrt{0,16}=-0,4$ не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля. Площадь прямоугольного треугольника равна половине

$$\text{произведения длин его катетов: } S=\frac{3,2 \cdot 6}{2} = \frac{19,2}{2} = 9,6 \text{ (м}^2\text{)}. \text{ Ответ: } 9,6 \text{ м}^2$$

№ 598 (№589). Обозначим за $(12x)$ см – длину неизвестного катета,

$(13x)$ см – длину гипотенузы. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$(13x)^2 = (12x)^2 + 15^2$; $169x^2 = 144x^2 + 225$; $25x^2 = 225$; $x^2 = 9$; $x = \pm\sqrt{9}$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$ - не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля.
 $13x = 3 \cdot 13 = 39$ см - длина гипотенузы, $12x = 3 \cdot 12 = 36$ см - длина искомого катета. Найдем периметр: $P = 15 + 39 + 36 = 90$ см. Ответ: 90 см.

№ 599. (н).

Пусть одна сторона равна x (см), тогда другая сторона равна $(x + 14)$ (см).

$$34 = \sqrt{x^2 + (x + 14)^2}; x^2 + x^2 + 28x + 196 = 1156; 2x^2 + 28x - 960 = 0;$$

$$x^2 + 14x - 480 = 0; D = 196 + 4 \cdot 480 = 2106 = 46^2; x = \frac{-14 \pm 46}{2}$$

$x > 0$, поэтому $x = 16$ (см), $x + 14 = 30$ (см).

§ 9. Дробные рациональные уравнения

25. Решение дробных рациональных уравнений

№ 600 (№590).

$$а) \frac{y^2}{y+3} = \frac{y}{y+3}; \frac{y^2}{y+3} - \frac{y}{y+3} = 0; \frac{y^2 - y}{y+3} = 0; y^2 - y = 0; y(y-1) = 0;$$

$y_1 = 0$; $y_2 - 1 = 0$; $y_2 = 1$. Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$б) \frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{5x - 6}{x^2 - 4}; \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{5x - 6}{x^2 - 4} = 0; \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = 0; x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3; x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 3$.

$$в) \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}; \frac{2x^2}{x-2} - \frac{-7x+6}{2-x} = 0; \frac{2x^2}{x-2} - \frac{7x-6}{x-2} = 0; 2x^2 - 7x + 6 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{7 + 1}{4} = 2; x_2 = \frac{7 - 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 1\frac{1}{2}$.

$$г) \frac{y^2 - 6y}{y-5} = \frac{5}{5-y}; \frac{y^2 - 6y}{y-5} - \frac{5}{5-y} = 0; \frac{y^2 - 6y}{y-5} + \frac{5}{y-5} = 0;$$

$$\frac{y^2 - 6y + 5}{y-5} = 0; y^2 - 6y + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4; y = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2;$$

$y_1 = 3 + 2 = 5$; $y_2 = 3 - 2 = 1$. $y = 5$ не подходит, т.к. при $y = 5$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y = 1$

$$д) \frac{2x-2}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}; \frac{2x-2}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0; \frac{(2x-1)(x-1) - (3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)} = 0$$

$$\frac{2x^2 - 2x - x + 1 - (3x^2 + 21x + 4x + 28)}{(x+7)(x-1)} = 0,$$

$$2x^2 - 3x + 1 - 3x^2 - 25x - 28 = 0; -x^2 - 28x - 27 = 0; x^2 + 28x + 27 = 0;$$

$$D_1 = 14^2 - 1 \cdot 27 = 196 - 27 = 169; x = -14 \pm \sqrt{169} = -14 \pm 13;$$

$$x_1 = -14 - 13 = -27; x_2 = -14 + 13 = -1.$$

Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$е) \frac{2y+3}{2y-1} = \frac{y-5}{y+3}; \frac{2y+3}{2y-1} - \frac{y-5}{y+3} = 0; (2y+3)(y+3) - (2y-1)(y-5) = 0;$$

$$2y^2 + 6y + 3y + 9 - (2y^2 - 10y - y + 5) = 0; 2y^2 + 9y + 9 - 2y^2 + 11y - 5 = 0;$$

$$20y + 4 = 0; 4(5y+1) = 0; 5y+1 = 0; 5y = -1; y = -\frac{1}{5}; y = -\frac{1}{5} \text{ является корнем урав-}$$

нения, т.к. при $y = -\frac{1}{5}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$ж) \frac{5y+1}{y+1} = \frac{y+2}{y}; \frac{5y+1}{y+1} - \frac{y+2}{y} = 0; y(5y+1) - (y+1)(y+2) = 0;$$

$$5y^2 + y - (y^2 + 2y + 2) = 0; 5y^2 + y - y^2 - 3y - 2 = 0; 4y^2 - 2y - 2 = 0; 2y^2 - y - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}; y_1 = \frac{1+3}{4} = 1; y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

При $y_1 = 1$ и $y_2 = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$з) \frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}; \frac{1+3x}{1-2x} - \frac{5-3x}{1+2x} = 0; \frac{(1+2x)(1+3x) - (1-2x)(5-3x)}{1-4x^2} = 0,$$

$$1+3x+2x+6x^2 - (5-3x-10x+6x^2) = 0; 18x-4=0; 2(9x-2)=0; 9x=2; x = \frac{2}{9}.$$

$x = \frac{2}{9}$ является корнем уравнения, т.к. при $x = \frac{2}{9}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$и) \frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x-1}{3-2x} = 0; \frac{x-1}{2x+3} + \frac{2x-1}{2x-3} = 0; \frac{(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3)}{4x^2-9} = 0,$$

$$(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3) = 0; 6x^2 - x = 0; x(6x-1) = 0; x_1 = 0; 6x_2 - 1 = 0;$$

$$6x_2 = 1; x_2 = \frac{1}{6}. \text{ При } x=0 \text{ и } x = \frac{1}{6} \text{ общий знаменатель дробей не обращается}$$

в ноль, поэтому $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{1}{6}$ являются корнями уравнения.

№ 601 (№ 591).

$$а) \frac{2x-5}{x+5} - 4 = 0; \frac{2x-5-4(x+5)}{x+5} = 0; 2x-5-4x-20 = 0; -2x-25 = 0;$$

$$2x+25=0; 2x=-25; x=-\frac{25}{2}=-12\frac{1}{2}; x=-12\frac{1}{2}; x=-12\frac{1}{2} \text{ является корнем}$$

уравнения. т.к. при $x=-12\frac{1}{2}$ знаменатель не обращается в ноль.

$$б) \frac{12}{7-x} = x \cdot \frac{12}{7-x} - \frac{x}{1} = 0; \frac{12-x(7-x)}{7-x} = 0; 12-7x+x^2=0;$$

$$x^2-7x+12=0; D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 12=1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{7-1}{2} = 3; x_2 = \frac{7+1}{2} = 4;$$

$x_1=3$ и $x_2=4$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$в) \frac{x^2-4}{4} = \frac{3+2x}{2}; \frac{x^2-4}{4} - \frac{3+2x}{2} = 0; x^2-4-6-4x=0; x^2-4x-10=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-10)=4+10=14; x_{1,2}=2 \pm \sqrt{14};$$

$$г) \frac{10}{2x-3} = x-1; \frac{10}{2x-3} - \frac{x-1}{1} = 0; \frac{10-(2x-3)(x-1)}{2x-3} = 0;$$

$$10-(2x-3)(x-1)=0; 10-(2x^2-2x-3x+3)=0; 2x^2-5x-7=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 2 \cdot (-7)=25+56=81;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 9}{4}; x_1 = \frac{5+9}{4} = 3\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-9}{4} = -1.$$

При $x_1=3\frac{1}{2}$ и $x_2=-1$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{8}{x} = 3x+2; \frac{8-x(3x+2)}{x} = 0;$$

$$8-x(3x+2)=0; 3x^2+2x-8=0; D_1=1^2-3 \cdot (-8)=1+24=25;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{3} = \frac{-1 \pm 5}{3}; x_1 = \frac{-1+5}{3} = 1\frac{1}{3}; x_2 = \frac{-1-5}{3} = -2;$$

При $x_1=1\frac{1}{3}$ и $x_2=-2$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$е) \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}; \frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0; \frac{3(x^2+4x)-2x(x+2)}{3(x+2)} = 0;$$

$$3(x^2+4x)-2x(x+2)=0; x^2+8x=0; x(x+8)=0; x_1=0; x_2=-8;$$

$x_1=0$ и $x_2=-8$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$ж) \frac{2x^2-5x+3}{10x-5} = 0; 2x^2-5x+3=0; D=(-5)^2-4 \cdot 2 \cdot 3=25-24=1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{5+1}{4} = 1\frac{1}{2}; x_2 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$x_1=1\frac{1}{2}$ и $x_2=1$ являются корнями уравнения, поскольку при $x=1\frac{1}{2}$ и $x=1$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$3) \frac{4x^3-9x}{x+1,5} = 0; 4x^3-9x=0; x(4x^2-9)=0; x(2x-3)(2x+3)=0; r_1=0;$$

$x_2=\frac{3}{2}$; $x_3=-\frac{3}{2}$; $x=-\frac{3}{2}$ не подходит, так как при этом значении знаменатель дроби обращается в ноль; значит, уравнение имеет два корня: $x_1=0$, $x_2=\frac{3}{2}$, т.к. при $x=0$ и $x=\frac{3}{2}$ знаменатель дроби не обращается в ноль.

№ 602 (№592).

$$а) \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{7x}{x^2+1}; \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{7x}{x^2+1} = 0; \frac{x^2-7}{x^2+1} = 0; x^2-7x=0; x(x-7)=0;$$

$x_1=0$; $x_2=7$. Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1 > 0$ при всех x

$$б) \frac{y^2}{y^2-6y} = \frac{4(3-2y)}{y(6-y)}; \frac{y^2}{y^2-6y} - \frac{4(3-2y)}{y(6-y)} = 0; \frac{y^2}{y^2-6y} + \frac{4(3-2y)}{y(y-6)} = 0;$$

$$y^2+4(3-2y)=0; y^2+12-8y=0; y^2-8y+12=0; D_1=(-4)^2-1 \cdot 12=16-12;$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{1} = 4 \pm 2; y_1=4+2=6; y_2=4-2=2.$$

$y_1=6$ не подходит, т.к. при $y=6$ знаменатель обращается в ноль, а при $y=4$ знаменатель в ноль не обращается, один корень $y=4$.

$$в) \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}; \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+3}{x-4} = 0;$$

$$(x-4)(x-2)-(x+2)(x+3)=0; x^2-2x-4x+8-x^2-3x-3x-6=0; 11x=2; x=\frac{2}{11}$$

$x=\frac{2}{11}$ является корнем уравнения, поскольку при $x=\frac{2}{11}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$г) \frac{8y-5}{y} = \frac{9y}{y+2}; \frac{8y-5}{y} - \frac{9y}{y+2} = 0; (8y-5)(y+2)-y \cdot 9y=0;$$

$$8y^2+16y-5y-10-9y^2=0; y^2-11y+10=0; D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=81;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2}; y_1 = \frac{11-9}{2} = 1; y_2 = \frac{11+9}{2} = 10.$$

При $y=1$ и $y=10$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2; \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0; x^2+3-2(x^2+1)=0;$$

$$-x^2+1=0; x^2-1=0; (x-1)(x+1)=0; 1) x-1=0; x_1=1; 2) x+1=0; x_2=-1$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1 > 0$ при всех x .

$$е) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}; \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0; 3x-(x^2+2)=0; x^2-3x+2=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=9-8=1; x=\frac{3 \pm 1}{2}; x_1=\frac{3-1}{2}=1; x_2=\frac{3+1}{2}=2.$$

При $x=1$ и $x=2$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{ж) } x+2=\frac{15}{4x+1}, \frac{x+2}{1} - \frac{15}{4x+1}=0; (x+2)(4x+1)-15=0; 4x^2+9x-13=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 4 \cdot (-13)=81+208=289;$$

$$x=\frac{-9 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 4}=\frac{-9 \pm 17}{8}; x_1=\frac{-9-17}{8}=-\frac{26}{8}=-3,25; x_2=\frac{-9+17}{8}=1.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=1$ и $x=3,25$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{з) } \frac{x^2-5}{x-1}=\frac{7x+10}{9}; \frac{x^2-5}{x-1}-\frac{7x+10}{9}=0; 9(x^2-5)-(x-1)(7x+10)=0;$$

$$9x^2-45-(7x^2+10x-7x-10)=0; 2x^2-3x-35=0;$$

$$D=(-3)^2-4 \cdot 2 \cdot (-35)=9+280=289;$$

$$x=\frac{3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2}=\frac{3 \pm 17}{4}; x_1=\frac{3+17}{4}=5; x_2=\frac{3-17}{4}=-\frac{14}{4}=-3,5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=5$ и $x=-3,5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{№ 603 (№ 593). а) } \frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}=1; \frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}-1=0;$$

$$(3x+1)(x-2)-(x-1)(x+2)-(x+2)(x-2)=0; 3x^2-6x+x-2-x^2-2x+x+2-x^2+4=0;$$

$$x^2-6+4=0; D_1=(-3)^2-1 \cdot 4=5; x_{1,2}=3 \pm \sqrt{5}.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=3 \pm \sqrt{5}$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{б) } \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}=5; \frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}-5=0;$$

$$2(y-1)(y-3)+(y+3)^2-5(y^2-9)=0; 2(y^2-y-3y+3)+y^2+6y+9-5y^2+45=0;$$

$$-2y^2-2y+60=0; y^2+y-30=0; D=1^2-4 \cdot (-30)=1+120=121;$$

$$y=\frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{-1 \pm 11}{2}; y_1=\frac{-1-11}{2}=-6; y_2=\frac{-1+11}{2}=5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $y=-6$ и $y=5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{в) } \frac{4}{9y^2-1}-\frac{4}{3y+1}=\frac{5}{1-3y}; \frac{4}{(3y-1)(3y+1)}-\frac{4}{3y+1}+\frac{5}{3y-1}=0;$$

$$\frac{4-4(3y-1)+5(3y+1)}{9y^2-1}=0; 4-12y+4+15y+5=0; 3y+13=0; 3y=-13;$$

$y=-\frac{13}{3}=-4\frac{1}{3}$ является корнем уравнения, т.к. при этом значении у общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{г) } \frac{4}{x+3} - \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x-3} - 1; \frac{4}{x+3} + \frac{5}{x-3} - \frac{1}{x-3} + 1 = 0,$$

$$4(x-3) + 5(x+3) - (x+3) + x^2 - 9 = 0; x^2 + 8x - 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-9) = 25;$$

$$x = -4 \pm \sqrt{25} = -4 \pm 5; x_1 = -4 + 5 = 1; x_2 = -4 - 5 = -9.$$

При $x_1 = 1$ и $x_2 = -9$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{д) } 3 + \frac{4}{x-1} = \frac{5-x}{x^2-x}; 3 + \frac{4}{x-1} - \frac{5-x}{x(x-1)} = 0; \frac{3(x-1) + 4x - (5-x)}{x(x-1)} = 0,$$

$$3x - 3 + 4x - 5 + x = 0; 8x = 8; x = 1.$$

При $x = 1$ $x - 1 = 0$, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$\text{е) } \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} = \frac{3y+4}{y^2-2y}; \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} - \frac{3y+4}{y(y-2)} = 0;$$

$$(y-2)(3y-2) - y - 3y - 4 = 0; 3y^2 - 2y - 6y + 4 - y - 3y - 4 = 0; 3y^2 - 12y = 0;$$

$y^2 - 4y = 0; y(y-4) = 0; y_1 = 0; y_2 = 4$. При $y = 0$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y = 4$, т.к. при $y = 4$ знаменатель в ноль не обращается.

№ 604 (№ 594).

$$\text{а) } 1) \frac{2x-1}{x+6} = 5; \frac{2x-1}{x+6} - 5 = 0; \frac{2x-1-5(x+6)}{x+6} = 0; 2x-1-5x-30=0;$$

$$-3x-31=0; 3x=-31; x=-\frac{31}{3} = -10\frac{1}{3};$$

$$2) \frac{2x-1}{x+6} = -3; \frac{2x-1}{x+6} + 3 = 0; 2x-1+3x+18=0; 5x=-17; x=-\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5},$$

$$3) \frac{2x-1}{x+6} = 0; 2x-1=0; x=\frac{1}{2};$$

$$4) \frac{2x-1}{x+6} = 2; \frac{2x-1}{x+6} - 2 = 0; 2x-1-2(x+6)=0; 2x-1-2x-12=0; -13 \neq 0.$$

Эта функция не равна 2 ни при каких x .

$$\text{б) } 1) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -10; \frac{x^2+x-2}{x+3} + 10 = 0;$$

$$x^2+x-2+10x+30=0; x^2+11x+28=0; D=11^2-4 \cdot 1 \cdot 28=9;$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-11 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{-11+3}{2} = -4; x_2 = \frac{-11-3}{2} = -7;$$

$$2) \frac{x^2+x-2}{x+3} = 0; x^2+x-2=0; D=1-4 \cdot 1 \cdot (-2)=9;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1; x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2;$$

$$3) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -5; \frac{x^2+x-2}{x+3} + 5 = 0; x^2+x-2+5x+15=0; x^2+6x+13=0;$$

$D=3^2-1 \cdot 13=9-13=-4 < 0$. Эта функция не равна -5 ни при каких x

$$\text{№ 605 (№595). a) } \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2, \quad \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-6}{x+5} - 2 = 0,$$

$$(x+5)(x-4) + (x-5)(x-6) - 2(x^2 - 25) = 0;$$

$$x^2 - 4x + 5x - 20 + x^2 - 6x - 5x + 30 - 2x^2 + 50 = 0; -10x + 60 = 0; x - 6 = 0; x = 6;$$

$$b) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}; \quad \frac{1}{x-2} - 1 - \frac{1}{x-2} + \frac{6-x}{3(x^2-4)} = 0,$$

$$\frac{2}{x-2} + \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0; \quad \frac{6-x-2(3x+6)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$6-x-6x-12-3x^2+12=0; 3x^2+7x-6=0; D=7^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm 11}{6}; x_1 = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{-7-11}{6} = -3;$$

$$b) \frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}, \quad \frac{7y-3}{y(1-y)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{(7y-3)}{y(y-1)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$7y+3-y+5=0; -8y+8=0; -8(y-1)=0; y-1=0; y=1.$$

При $y=1$ общий знаменатель обращается в ноль, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$r) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}; \quad \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} - \frac{10}{y} = 0,$$

$$3y(y+2) + 7y(y-2) - 10(y^2-4) = 0; 3y^2+6y+7y^2-14y-10y^2+40=0;$$

$$-8y+40=0; y-5=0; y=5;$$

$$d) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}; \quad \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{10}{3} = 0;$$

$$\frac{3(x+3)^2 + 3(x-3)^2 - 10x^2 + 90}{3(x^2-9)} = 0;$$

$$3x^2+18x+27+3x^2-18x+27-10x^2+90=0; -4x^2+144=0; x^2-36=0;$$

$$(x-6)(x+6)=0; x_1=6; x_2=-6;$$

$$e) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}; \quad \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} - \frac{26}{3} = 0;$$

$$3(x+2)(5x+7) - 3(x-2)(2x+21) - 26(x^2-4) = 0;$$

$$15x^2+21+30x+42-6x^2-63x+12x+126-26x^2+104=0;$$

$$-17x^2+272=0; x^2-16=0; (x-4)(x+4)=0; x_1=4; x_2=-4.$$

№ 606 (№596).

$$a) \frac{3y+9}{3y-1} + \frac{2y-13}{2y+5} = 2; \quad \frac{(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1)}{(3y-1)(2y+5)} - 2 = 0;$$

$$(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1) - 2(3y-1)(2y+5) = 0;$$

$$6y^2+18y+15y+45+6y^2-39y-2y+13-12y^2-30y+4y+10=0;$$

$$-34y+68=0; y-2=0; y=2;$$

$$b) \frac{5y+13}{5y+4} - \frac{4-6y}{3y-1} = 3; \quad \frac{(3y-1)(5y+13) - (5y+4)(4-6y)}{(5y+4)(3y-1)} - 3 = 0;$$

$$\begin{aligned}(3y-1)(5y+13)-(5y+4)(4-6y)-3(3y-1)(5y+4)&=0; \\ 15y^2+39y-5y-13-(20y-30y^2+16-24y)-(9y-3)(5y+4)&=0; \\ 15y^2+39y-5y-13-20y+30y^2-16+24y-45y^2-36y+15y+12&=0; \\ 17y-17=0; y-1=0; y=1;\end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{y+1}{y-5} + \frac{10}{y+5} = \frac{y+1}{y-5} \cdot \frac{10}{y+5};$$

$$\begin{aligned}(y+5)(y+1)+10y-50=10y+10; y^2+y+5y+5+10y-50-10y-10&=0; \\ y^2+6y-55=0; D_1=3^2-1 \cdot (-55)=9+55=64; y=-3 \pm \sqrt{64} &= -3 \pm 8, \\ y_1=-3+8=5; y_2=-3-8=-11.\end{aligned}$$

Поскольку при $y=5$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=-11$ удовлетворяет условию задачи.

$$\text{г) } \frac{6}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{6}{y-4} \cdot \frac{y}{y+2}; \frac{6(y+2) - y(y-4)}{(y-4)(y+2)} = \frac{6y}{(y-4)(y+2)},$$

$$6(y+2)-y(y-4)=6y; 6y+12-y^2+4y=6y; y^2-4y-12=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-12)=16; y=2 \pm \sqrt{16} = 2 \pm 4; y_1=2+4=6; y_2=2-4=-2.$$

Поскольку при $y=-2$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=6$ удовлетворяет условию задачи.

$$\text{№ 607 (№597). а) } \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}; \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} - \frac{1}{y} = 0;$$

$$\frac{5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3)}{y(y-2)(y-3)} = 0; 5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3) = 0;$$

$$5y^2-15y-4y^2+8y-y^2+3y+2y-6=0; -2y-6=0; y+3=0; y=-3;$$

$$\text{б) } \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x+3}; \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x+3} = 0;$$

$$\frac{(x+2)(x+3) + 2(x+1)(x+3) - 3 \cdot 2(x+1)(x+2)}{2(x+1)(x+2)(x+3)} = 0;$$

$$(x+2)(x+3) + (2x+2)(x+3) - (6x+6)(x+2) = 0;$$

$$x^2+3x+2x+6+2x^2+6x+2x+6-6x^2-12x-6x-12=0; -3x^2-5x=0; x(3x+5)=0;$$

$$x_1=0; x_2=-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}; \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x-2)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{x(x-2)+x+2-8}{x(x-2)(x+2)} = 0; x^2-2x+x+2-8=0; x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25,$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}; x_1 = \frac{1+5}{2} = 3; x_2 = \frac{1-5}{2} = -2.$$

$x=-2$ не подходит, т.к. при $x=-2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому уравнение имеет один корень $x=3$

$$\text{г) } \frac{10}{y^3-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y}; \frac{10}{y(y-1)(y+1)} - \frac{1}{y(y-1)} - \frac{1}{y+1} = 0;$$

$$\frac{10 - (y+1) - y(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = 0; 10 - y - 1 - y^2 + y = 0; y^2 - 9 = 0; (y-3)(y+3) = 0; y_1 = 3; y_2 = -3;$$

$$д) 1 + \frac{45}{x^2 - 8x + 16} = \frac{14}{x-4}, 1 + \frac{45}{(x-4)^2} - \frac{14}{x-4} = 0; (x-4)^2 + 45 - 14(x-4) = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 + 45 - 14x + 56 = 0; x^2 - 22x + 117 = 0; D_1 = 11^2 - 1 \cdot 117 = 121 - 117 = 4;$$

$$x = 11 \pm \sqrt{4} = 11 \pm 2; x_1 = 11 - 2 = 9; x_2 = 11 + 2 = 13;$$

$$е) \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3; \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3(1-2x+x^2)} - 3 = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 5(x-1) - 4 \cdot (x-1)^2}{3(x-1)^2} = 0;$$

$$15(x-1) - 4 \cdot 9(x^2 - 2x + 1) = 0; 15x - 15 - 4 \cdot 9x^2 + 18x - 9 = 0; 9x^2 - 33x + 28 = 0;$$

$$D = 33^2 - 4 \cdot 9 \cdot 28 = 1089 - 1008 = 81;$$

$$x = \frac{33 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{33 \pm 9}{18}; x_1 = \frac{33 + 9}{18} = \frac{42}{18} = 2\frac{1}{3}; x_2 = \frac{33 - 9}{18} = \frac{24}{18} = 1\frac{1}{3}.$$

№ 608 (№ 598).

$$а) \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}; \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5} = 0;$$

$$10 + x(x-5) = 3(x+1); 10 + x^2 - 5x = 3x + 3; x^2 - 8x + 7 = 0;$$

$$D = (-4)^2 - 7 \cdot 1 = 16 - 7 = 9; x = 4 \pm \sqrt{9} = 4 \pm 3; x_1 = 4 - 3 = 1; x_2 = 4 + 3 = 7;$$

$$б) \frac{17}{(x-3)(x+4)} - \frac{1}{x-3} = \frac{x}{x+4}; 17 - x - 4 - x(x-3) = 0; 17 - x - 4 - x^2 + 3x = 0;$$

$$x^2 - 2x - 13 = 0; D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-13) = 1 + 13 = 14; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{14};$$

$$в) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{4(x-1)^2 - (x+1)^2 + (x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2} = 0; 4(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1) + x^2 - 1 = 0;$$

$$4x^2 - 10x + 2 = 0; 2x^2 - 5x + 1 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17; x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4};$$

$$г) \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1}; \frac{4}{(3x-1)(3x+1)} + \frac{1}{x(3x-1)} - \frac{4}{(3x-1)^2} = 0;$$

$$\frac{4x(3x-1) + (3x+1)(3x-1) - 4x(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)} = 0; 4x(3x-1) + 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x = 0;$$

$$9x^2 - 8x - 1 = 0; D_1 = (-4)^2 - 9 \cdot (-1) = 16 + 9;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{25}}{9} = \frac{4 \pm 5}{9}; x_1 = \frac{4 + 5}{9} = 1; x_2 = \frac{4 - 5}{9} = -\frac{1}{9}.$$

$$№ 609 (№ 599). а) \frac{21}{x+1} = \frac{16}{x-2} - \frac{6}{x}; \frac{21}{x+1} - \frac{16}{x-2} + \frac{6}{x} = 0;$$

$$\frac{21x(x-2)-16x(x+1)+6(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)}=0;$$

$$21x^2-42x-16x^2-16x+6(x^2-2x+x-2)=0; 11x^2-64x-12=0;$$

$$D_1=(-32)^2-11 \cdot (-12)=1024+132=1156;$$

$$x=\frac{32 \pm \sqrt{1156}}{11}=\frac{32 \pm 34}{11}; x_1=\frac{32-34}{11}=-\frac{2}{11}; x_2=\frac{32+34}{11}=\frac{66}{11}=6$$

$$б) \frac{2}{y^2-3y}-\frac{1}{y-3}=\frac{5}{y^3-9y}; \frac{2}{y(y-3)}-\frac{1}{y-3}-\frac{5}{y(y-3)(y+3)}=0$$

$$\frac{2(y+3)-y(y+3)-5}{y(y-3)(y+3)}=0; 2y+6-y^2-3y-5=0; y^2+y-1=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-1)=5; y_{1,2}=\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$$

$$в) \frac{18}{4x+4x+1}-\frac{1}{2x^2-x}=\frac{6}{4x^2-1}; \frac{18}{(2x+1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}-\frac{6}{(2x-1)(2x-1)}=0$$

$$\frac{18x(2x-1)-(2x+1)^2-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)}=0; 36x^2-18x-(4x^2+4x+1)-12x^2-6x=0;$$

$$20x^2-28x-1=0; D=(-14)^2-20 \cdot (-1)=196+20=216;$$

$$x=\frac{14 \pm \sqrt{216}}{20}=\frac{14 \pm 6\sqrt{6}}{20}; x=\frac{2(7 \pm 3\sqrt{6})}{20}=\frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}.$$

$$\text{№ 610 (н). а) } 1+\frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}}=1\frac{7}{24}; \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}}=1\frac{7}{24};$$

$$3+\frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}=\frac{24}{7}; \frac{1}{2+\frac{1}{5-x^2}}=\frac{3}{7}; 2+\frac{1}{5-x^2}=\frac{7}{3};$$

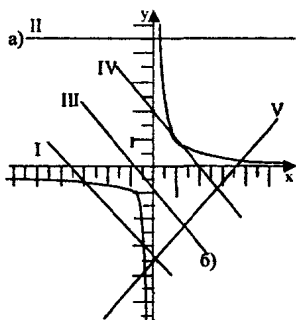
$$\frac{1}{5-x^2}=\frac{1}{3}; 5-x^2=3; x^2=2; x=\pm\sqrt{2};$$

$$б) 1-\frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}}=1\frac{3}{5}; \frac{1}{2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}}=1\frac{3}{5}; 2+\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}=1\frac{5}{2};$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{10-x^2}}=\frac{1}{2}; 1+\frac{1}{10-x^2}=2; \frac{1}{10-x^2}=1; 10-x^2=1; x^2=9; x=\pm 3$$

$$\text{№ 612 (626). } \frac{1}{x}=ax+b; \text{строим графики: } y=\frac{1}{x} \text{ и } y=ax+b.$$

Из рисунка определяем, что
 для I прямой: у уравнения два корня;
 для II прямой: у уравнения один корень;
 для III прямой: у уравнения нет корней;
 для IV прямой: у уравнения один корень;
 для V прямой: у уравнения два корня.



Упражнения для повторения

№ 613 (№600). $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$.

Подставим $x=3+\sqrt{5}$, $y=3-\sqrt{5}$; получаем:

$$(3+\sqrt{5}-(3-\sqrt{5}))^2 = (3+\sqrt{5}-3+\sqrt{5})^2 = \\ = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20. \text{ Ответ: } 20.$$

№ 614 (№601). 1) $A(1,5; 7,25)$; $7,25 = (1,5)^2 + 2 \cdot 1,5 + 5$; $7,25 = 2,25 + 3 + 5 = 10,25$; $7,25 \neq 10,25$; следовательно, точка A не принадлежит графику данной функции.

2) $B(-3, 2; 9)$; $9 = (-3, 2)^2 + 2 \cdot (-3, 2) + 5$; $9 = 10,24 - 6,4 + 5 = 8,84$;

$9 \neq 8,84$; следовательно, точка B не принадлежит графику данной функции.

3) $C(\sqrt{3}-1; 7)$; $7 = (\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1) + 5$;

$7 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2 + 2\sqrt{3} - 2 + 5$; $7 = 3 + 1 + 5 - 2$; $7 = 7$, следовательно, точка C принадлежит графику данной функции.

№ 615 (№602). а)
$$\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \sqrt{x} = \\ = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}) - \sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \\ = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{y};$$

б)
$$\sqrt{x} - \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \\ \sqrt{x} - \frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \\ \sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{y}.$$

№ 616 (№603).

а) $a^2 + b^2 > 0$ при $a > 0$, $3ab < 0$, т.к. $a > 0$, $b > 0$, следовательно, $\frac{3ab}{a^2 + b^2} < 0$.

б) При $a < 0$ и $b < 0$, $a+b < 0$ и $5a^3b^2 < 0$, следовательно, $\frac{5a^3b^2}{a+b} > 0$.

26. Решение задач с помощью рациональных уравнений

№ 617 (№604). Обозначим за x и $(x+3)$ – числитель и знаменатель дроби, тогда $(x+7)$ и $(x+8)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность

дробей составляет $\frac{1}{2}$. Составляем уравнение:

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}; 2(x+3)(x+7) - 2x(x+8) = (x+8)(x+3);$$

$$2x^2 + 14x + 6x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 3x - 8x - 24 = 0; x^2 + 7x - 18 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-7 \pm 11}{2}; x_1 = \frac{-7 + 11}{2} = 2; x_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9$$

1) При $x = -9$: $\frac{x}{x+3} = \frac{-9}{-9+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ – не подходит;

2) При $x = 2$: $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5}$. Ответ: $\frac{2}{5}$.

№605. (с). Обозначим за x и $(x-5)$ – знаменатель и числитель дроби, тогда $(x-7)$ и $(x+16)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность

дробей составляет $\frac{1}{3}$. Составляем уравнение: $\frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} = \frac{1}{3}$

$$\frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} - \frac{1}{3} = 0;$$

$$3(x+16)(x-5) - 3x(x-7) - x(x+16); 3x^2 - 15x + 48x - 240 - 3x^2 + 21x - x^2 - 16x = 0;$$

$$x^2 - 38x + 240 = 0; D_1 = (-19)^2 - 1 \cdot 240 = 361 - 240 = 121;$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{1} = 19 \pm 11; x_1 = 19 + 11 = 30; x_2 = 19 - 11 = 8.$$

1) При $x = 30$: $\frac{x-5}{x} = \frac{30-5}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ – не подходит;

2) При $x = 8$: $\frac{x-5}{x} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$. Ответ: $\frac{3}{8}$.

№ 618 (№606). Обозначим за x км/ч и $(x+20)$ км/ч – скорость первого и

второго автомобилей, тогда $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч – время, затраченное первым ав-

томобилем на путь из города в село, $\left(\frac{120}{x+20}\right)$ ч – время, затраченное на

этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0; x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500; x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50,$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит); } x_2 = -10 + 50 = 40; \text{ тогда } x + 20 = 60$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№607. (с). Обозначим за x км/ч и $(x-32)$ км/ч – скорости мотоциклиста и

велосипедиста, тогда $\left(\frac{45}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{45}{x-32}\right)$ ч – время, затраченное мото-

циклистом и велосипедистом на путь из A в B . Мотоциклист был в пути на 1 ч 36 мин меньше: $1\text{ч } 36\text{ мин} = 1\frac{3}{5}\text{ч} = \frac{8}{5}\text{ч}$. Составляем уравнение:

$$\frac{45}{x-32} - \frac{45}{x} = \frac{8}{5}; 5 \cdot 45x - 5 \cdot 45(x-32) = 8x(x-32);$$

$$225x - 225x + 7200 - 8x^2 + 256x = 0; x^2 - 32x - 900 = 0;$$

$$D_1 = 16^2 - 1(-900) = 256 + 900 = 1156; x = 16 \pm \sqrt{1156} = 16 \pm 34;$$

$$x_1 = 16 - 34 = -18 \text{ (не подходит)}; x_2 = 16 + 34 = 50; \text{отсюда } x - 32 = 18.$$

Ответ: 18 км/ч.

№ 619 (№ 608). Обозначим за x км/ч и $(x+2)$ км/ч – скорость первого и второго лыжника, тогда $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{20}{x+2}\right)$ ч – время, затраченное пер-

вым автомобилем на путь из города в село, ч – время, затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0; x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1(-2400) = 100 + 2400 = 2500; x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50;$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит)}; x_2 = -10 + 50 = 40; \text{тогда } x + 20 = 60.$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№ 620 (№ 609). Обозначим x км/ч и $(x-10)$ км/ч – скорости первого и второго автомобилей. Первый автомобиль затратил на весь путь

$\left(\frac{560}{x}\right)$ ч, второй – $\left(\frac{560}{x-10}\right)$. Поскольку первый автомобиль приезжает

на час раньше второго, то $\frac{560}{x-10} - \frac{560}{x} = 1; 560 - 560(x-10) = x(x-10);$

$$x^2 - 10x - 5600 = 0; D_1 = (-5)^2 + 1 \cdot (-5600) = 25 - 5600 = -5575; x = 5 \pm 75;$$

$$x_1 = 5 - 75 = -70 \text{ не подходит, значит } x_2 = 5 + 75 = 80, x - 10 = 70.$$

Ответ: скорости первого и второго автомобиля равны 80 км/ч и 70 км/ч, соответственно.

№ 621 (№ 610). Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч – скорость поезда по расписанию и фактическую скорость поезда, тогда $\left(\frac{720}{x}\right)$ ч и

$\left(\frac{720}{x+10}\right)$ ч – время на данном участке пути по расписанию и фактическое время на этом участке.

Запишем уравнение: $\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1; 720(x+10) - 720x = x(x+10);$

$$x^2 - 10x - 7200 = 0; D_1 = 5^2 + 7200 = 7225 = 85^2; x = -5 \pm 85;$$

$x = -5 - 85 = -90$ не подходит, значит $x = -5 + 85 = 80$

Ответ: скорость поезда по расписанию равна 80 км/ч.

№ 622. (н). Пусть площадь поля с пшеницей равна x (га) Урожайность

пшеницы в прошлом году $-\frac{192}{x}$. Тогда $\frac{192}{x} = \frac{192}{x-0,4} - 2$,

$$\frac{192}{x} = \frac{192 - 2x + 0,8}{x - 0,4}; 192x - 76,8 = 191,8x - 2x^2;$$

$$2x^2 - 0,8x - 76,8 = 0; D = 0,64 + 4 \cdot 2 \cdot 76,8 = 615,04 = 24,8^2;$$

$$x_{1,2} = \frac{0,8 \pm 24,8}{4} \Rightarrow x = 6,4; \frac{192}{x} = 30 \text{ у/га.}$$

Ответ: 30 центнеров с гектара.

№ 623. (н). Пусть x (р) – стоимость билета лотереи "Надежда"

Тогда $\frac{240}{x} = \frac{240}{x-5} - 4 = \frac{250 - 4x}{x-5}$; $240x - 1200 = 260x - 4x^2$,

$$4x^2 - 20x - 1200 = 0; x^2 - 5x - 300 = 0;$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 300 = 1225 = 35^2; x = \frac{5 \pm 35}{2}; x_1 = 20; x_2 = -15$$

Итак, $x = 20$ (р).

Ответ: 20 рублей.

№ 624. (н). Пусть цена акций на данный момент $-x$ (р).

Тогда $\frac{110000}{x} = \frac{110000}{x+50} + 20$; $\frac{110000}{x} = \frac{110000 + 20x}{x+50}$,

$$110000x + 5500000 = 111000x + 20x^2; 20x^2 + 1000x - 5500000 = 0;$$

$$x^2 + 50x - 275000 = 0; D = 50^2 + 4 \cdot 275000 = 11025000 = 1050^2$$

$$x = \frac{-50 \pm 1050}{2} \Rightarrow x = 500. \frac{110000}{500} = 220 \text{ акций приобрел предприниматель.}$$

Ответ: 220 акций.

№ 625. (н). Пусть пообедало x человек. Тогда $\frac{175}{x} = \frac{175}{x-2} - 10$,

$$\frac{35}{x} = \frac{35}{x-2} - 2 = \frac{39-2x}{x-2}; 35x - 70 = 39x - 26x^2; 2x^2 - 4x - 40 = 0;$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0; D = 4 + 4 \cdot 35 = 144 = 12^2; x = \frac{2 \pm 12}{2} \Rightarrow x = 7$$

Ответ: 7 человек.

№ 626. (н). Пусть в отделе x сотрудников. Тогда $\frac{7200}{x} = \frac{7200}{x-3} + 200$,

$$\frac{36}{x} = \frac{36}{x-3} + 1 = \frac{33+x}{x-3}; 36x - 108 = 33x + x^2; x^2 - 3x - 108 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 108 = 441; x = \frac{3 \pm 21}{2}; x = 12. \quad \text{Ответ: 12 сотрудников}$$

№ 627 (№ 611). Обозначим за x км/ч и $(x - 2)$ скорость движения лодки по озеру и скорость лодки против течения реки. Тогда турист затратил $\left(\frac{15}{x}\right)$ ч на передвижение по озеру и $\left(\frac{6}{x-1}\right)$ — на передвижение по реке.

Поскольку по озеру он двигался на час больше, то: $\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1$,

$$15(x-2) - 6x = x(x-2); x^2 - 11x + 30 = 0; D = 121 - 120 = 1;$$

$$x = \frac{11 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{11-1}{2} = 5; x_2 = \frac{11+1}{2} = 6.$$

Ответ: скорость лодки по озеру равна 5 км/ч или 6 км/ч.

№ 628 (№ 612). Обозначим за x км/ч и $(x + 15)$ км/ч — скорость течения реки и скорость лодки по течению; $(15 - x)$ км/ч — скорость лодки против течения. По течению лодка двигалась $\left(\frac{35}{x+15}\right)$ ч, а против течения

— $\left(\frac{25}{15-x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{35}{x+15} = \frac{25}{15-x}$;

$$35(15-x) = 25(x+15); 525 - 35x = 25x + 175; x = 2,5.$$

Ответ: скорость течения реки равна 2,5 км/ч.

№ 629 (№ 613). Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда скорость катера против течения равна $(20 - x)$ км/ч, по течению — $(x + 20)$ км/ч. Весь путь катер проплыл за 3 часа. Тогда: $\frac{22}{x+20} + \frac{36}{20-x} = 3$;

$$22(20-x) + 36(x+20) = 3(20-x)(20+x);$$

$$440 + 720 - 22x + 36x - 1200 + 3x^2 = 0; 3x^2 + 14x - 40 = 0;$$

$$D_1 = 49 + 3 \cdot 40 = 169 = 13^2;$$

$$x = \frac{-7 \pm 13}{3}; x = \frac{-7-13}{3} = -\frac{20}{3} \text{ не подходит, значит } x = \frac{-7+13}{3} = 2$$

Ответ: скорость течения равна 2 км/ч.

№ 614. (с). Пусть весь объем работы равен 1, производительности штукатуров обозначим за n_1 и n_2 , время выполнения работы каждым из штукатуров — t_1 ч и t_2 ч. Тогда $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 - t_2 = 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0$; $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$;

$$t_2 = \frac{7 \pm 13}{2}; t = \frac{7-13}{2} = -3 \text{ не подходит, значит } t = \frac{7+13}{2} = 10, \text{ следова-}$$

тельно, $t_1 = 15$. Ответ: первый выполнил бы все работы за 15 ч. а второй — за 10 ч.

№ 615. (с). Пусть весь объем работы равен 1, производительности труда у рабочих равны n_1 и n_2 , время выполнения всей работы первым рабочим равно t_1 ч, вторым — t_2 ч; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{(t_2 + 10)t_2}{2t_2 + 10} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ t_2^2 - 14t_2 - 120 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $D_1 = 49 + 120 = 169 = 13^2$; $t_2 = 7 \pm 13$
 $t_2 = 7 - 13 = -6$ не подходит, значит $t_2 = 7 + 13 = 20$, следовательно, $t_1 = 30$
 Ответ: первый сделал бы всю работу за 30 дней, а второй — за 20 дней.

№ 617. (с). Обозначим за x км/ч и $(x + 4)$ км/ч — скорости первого и второго поезда. Весь путь поезда прошли за $\left(\frac{360}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{360}{x+4}\right)$ ч, соответственно. Учитывая, что первый поезд вышел на час раньше второго,

записываем уравнение: $\frac{360}{x+4} = \frac{360}{x} - 1$;

$$x^2 - 4x - 1440 = 0; D_1 = 4 + 1440 = 1444 = 38^2; x = -2 \pm 38;$$

$$x = -2 - 38 = -40 \text{ не подходит, значит } x = -2 + 38 = 36, x + 4 = 40$$

Ответ: скорость первого поезда равна 36 км/ч, второго — 40 км/ч

№ 630. (н). Пусть первоначальная масса раствора x грамм.

$$\text{Тогда } \frac{30}{x} = \frac{30}{x+100} + 0,01 = \frac{31 + 0,01x}{x+100}; 30x + 3000 = 31x + 0,01x^2,$$

$$0,01x^2 + x - 3000 = 0; D = 1 + 4 \cdot 0,01 \cdot 3000 = 121; x = \frac{-1 \pm 11}{0,02}; x = 500$$

Ответ: 500 г

№ 631. (н). Пусть в сплаве было x грамм серебра.

$$\text{Тогда } \frac{40}{x+40} = \frac{90}{x+90} - 0,2 = \frac{72 - 0,2x}{x+90}.$$

$$40x + 3600 = 72x + 2880 - 0,2x^2 - 8x; 0,2x^2 - 24x + 720 = 0;$$

$$x^2 - 120x + 3600 = 0; (x - 60)^2 = 0; x = 60. \text{ Ответ: } 60 \text{ грамм.}$$

№ 632 (№ 616). Пусть весь объем работы равен 1. Производительности труда у бригад равны n_1 и n_2 , t_1 и t_2 — время выполнения всей работы

каждой бригадой в отдельности; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$. Запишем систему

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 - 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

$$\text{Решим последнее уравнение: } D = 49 + 120 = 169 = 13^2; t_2 = \frac{7 \pm 13}{2},$$

$t_2 = -3$ не подходит, значит $t_2 = \frac{7+13}{2} = 10$, следовательно, $t_1 = 15$.

Ответ: первая бригада сделала бы всю работы за 15 дней, а вторая — за 10 дней.

№ 633 (н). Пусть мощность первого автомата x деталей в час, второго — y деталей в час. За 2 часа 55 минут два автомата изготовят $2\frac{11}{12}(x+y)$ деталей. Первый автомат изготовил это количество деталей за $\frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x}$ часов, второй — за $\frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{y}$ часов.

$$\frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x} = \frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{y} + 2; \quad 2\frac{11}{12} + 2\frac{11}{12}\frac{y}{x} = 2\frac{11}{12} + 2\frac{11}{12}\frac{x}{y} + 2;$$

Пусть $\frac{x}{y} = t$, тогда $2\frac{11}{12}t + 2 = \frac{2\frac{11}{12}}{t}$; $2\frac{11}{12}t^2 + 2t = 2\frac{11}{12}$;

$$2\frac{11}{12}t^2 + 2t - 2\frac{11}{12} = 0; \quad D = 4 + 4\left(2\frac{11}{12}\right)^2 = \frac{5476}{144} = \left(\frac{74}{12}\right)^2 = \left(\frac{37}{6}\right)^2;$$

$$t = \frac{-2 \pm \frac{37}{6}}{2 \cdot 2\frac{11}{12}}; \quad t = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}; \quad \frac{2\frac{11}{12}(x+y)}{x} = 2\frac{11}{12} + \frac{2\frac{11}{12}}{t} = \frac{35}{12} + \frac{35}{12} \cdot \frac{7}{5} = 7.$$

Ответ: за 7 часов.

№ 634. (н). Пусть первоначальная скорость велосипедиста v км/ч.

$$\text{Тогда } \frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v+5}} = 12; \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{v+5} = \frac{1}{6}; \quad \frac{2v+5}{v^2+5v} = \frac{1}{6};$$

$$12v + 30 = v^2 + 5v; \quad v^2 - 7v - 30 = 0; \quad D = 49 + 4 \cdot 30 = 169 = 13^2;$$

$$v = \frac{7 \pm 13}{2} \Rightarrow v = 10 \text{ км/ч.} \quad \text{Ответ: 10 км/ч.}$$

№ 635. (н). Пусть скорость мотоциклиста на первой половине пути равна v км/ч. Тогда

$$\frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v-20}} = 37,5; \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{v-20} = \frac{4}{75}; \quad \frac{2v-20}{v^2-20v} = \frac{4}{75};$$

$$150v - 1500 = 4v^2 - 80v; \quad 4v^2 - 230v + 1500 = 0; \quad 2v^2 - 115v + 750 = 0;$$

$$D = 115^2 - 4 \cdot 2 \cdot 750 = 7225 = 85^2; \quad v = \frac{115 \pm 85}{4}; \quad v = 50 \text{ или } v = 7,5.$$

Так как $v-20 > 0$, то $v = 50$ (км/ч). Ответ: 50 км/ч.

Упражнения для повторения

№ 636 (№618). а)
$$\frac{1}{11+2\sqrt{30}} + \frac{1}{11-2\sqrt{30}} = \frac{11-2\sqrt{30}+11+2\sqrt{30}}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} =$$

$$= \frac{22}{11^2 - (2\sqrt{30})^2} = \frac{22}{121-120} = 22. \text{ Тождество доказано.}$$

б)
$$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4}{(\sqrt{5})^2 - 4} = 18. \text{ Тождество доказано.}$$

№ 637 (№619). а) Подставим $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$:

$$\frac{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}} = \frac{5^2 - (2\sqrt{6})^2}{10} = \frac{25-24}{10} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

б) Подставим $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$:
$$\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{3})^2 + (\sqrt{11}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{11+2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3} + 3 + 11-2\sqrt{11} \cdot \sqrt{3} + 3}{(\sqrt{11})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{28}{8} = 3,5.$$

№ 638 (№620). Обозначим за x_1 и x_2 — 0 корни данного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1+x_2=10$, а по условию $x_1-x_2=6$. Получаем систему

уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = 10, \end{cases} \text{ откуда } x_1=8, x_2=2.$$

По теореме Виета: $q=x_1x_2=8 \cdot 2=16$. Ответ: 16.

№ 639 (№621). а) По условию задачи: $x_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$; $x_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

по теореме Виета: $x_1+x_2=-b$; $x_1 \cdot x_2=c$;

$$b = -\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\sqrt{3};$$

$$c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

Искомое уравнение: $x^2 - \sqrt{3}x + \frac{1}{2} = 0$.

б) По условию задачи: $x_1=2-\sqrt{3}$; $x_2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$;

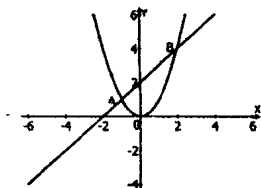
по теореме Виета: $b = -(x_1+x_2) = -\left(2-\sqrt{3} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}\right) =$

$$= -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1}\right) =$$

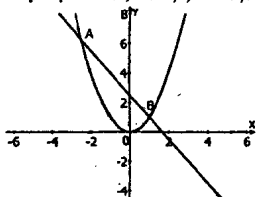
$$= -(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = -4; c = x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 1.$$

Искомое уравнение: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

№622 (с). а) $x^2 = x + 2$; строим графики: $y = x^2$; $y = x + 2$; $x_1 = -1$; $x_2 = 2$;



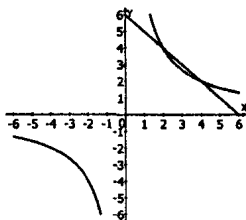
б) $x^2 + 1,5x - 2,5 = 0$; строим графики: $y = x^2$; $y = -1,5x + 2,5$; $x_1 = -2,5$; $x_2 = 1$.



№624 (с).

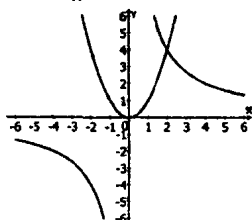
а) $\frac{8}{x} = -x + 6$; строим графики

$y = \frac{8}{x}$ и $y = -x + 6$; находим: $x_1 = 2$; $x_2 = 4$;



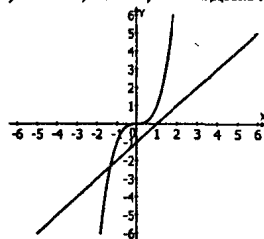
б) $\frac{8}{x} = x^2$; строим графики

$y = x^2$ и $y = \frac{8}{x}$; находим: $x = 2$.

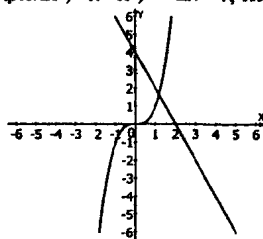


№627 (с).

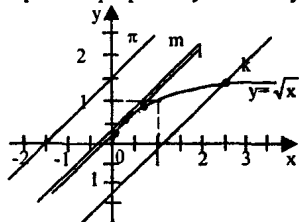
а) $x^3 - x + 1 = 0$; строим графики $y = x^3$ и $y = x - 1$; находим $x \approx -1,3$;



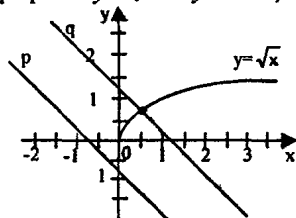
б) $x^3 + 2x - 4 = 0$; $x^3 = -2x + 4$; строим графики $y = x^3$ и $y = -2x + 4$; находим $x \approx 1,2$



№628 (с). а) $\sqrt{x} = x+b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = x+b$;



б) $\sqrt{x} = -x+b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = -x+b$;



Из рисунков находим ответ:

а) При $b < 0$: у уравнения один корень – прямая k ; при $b \geq 0$: у уравнения два корня – прямая l ; один корень – прямая m ; нет корней – прямая π

б) При $b < 0$: нет корней – прямая p ; при $b \geq 0$: у уравнения один корень – прямая q .

27. Уравнения с параметром

№ 640. (н). $bx + 2x = 3b + 6$; $x(b + 2) = 3(b + 2)$

Если $b = -2$, то x – любое действительное число. Если $b \neq -2$, то $x = 3$.

№ 641. (н). а) $py - p - 1 = 0$; $py = p + 1$ При $p \neq 0$ $y = \frac{p+1}{p}$.

При $p = 0$ нет решений.

б) $py - 3y - 4p + 12 = 0$; $y(p - 3) = 4(p - 3)$

При $p \neq 3$ $y = 4$, при $p = 3$ y – любое число.

№ 642. (н). $ax - 2x = a^3 - 2a^2 - 9a + 18$;

$x(a - 2) = a^2(a - 2) - 9(a - 2) = (a - 2)(a^2 - 9)$;

При $a = 2$ x – любое число, при $a \neq 2$ $x = a^2 - 9$.

№ 643. (н). $D = 16 - 8b$. Таким образом, $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8b}}{4}$ при $b \leq 2$, $x = 1$

при $b = 2$, нет корней при $b > 2$.

№ 644. (н). а) $D = 25a^2 - 4 \cdot 4a^2 = 9a^2$; $x = \frac{5a \pm 3a}{2}$; $x_1 = 4a$, $x_2 = a$

б) $D = 100a^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3a^2 = 64a^2$; $x = \frac{10a \pm 8a}{6}$; $x_1 = 3a$; $x_2 = \frac{1}{3}a$.

№ 645. (н). а) $D = t^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 0$; $t^2 = 36$; $t = \pm 6$;

б) $D = t^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 = 0$; $t^2 = 400$; $t = \pm 20$; в) $D = 36 - 4t = 0$; $t = 9$;

$$\Gamma) D = 1 + 4 \cdot 2t = 0; t = -\frac{1}{8}.$$

№ 646. (н).

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = a^2 - 2(a-3) = a^2 - 2a + 6 = (a-1)^2 + 5$$

$x_1^2 + x_2^2$ принимает наименьшее значение, равное 5, при $a = 1$.

№ 647. (н). При $a \neq 1$: $D = 4a^2 - 4(a-1)(a+1) = 4$;

$$x = \frac{-2a \pm 2}{2(a-1)}; x_1 = -\frac{a+1}{a-1}, x_2 = -1. \text{ При } a = 1, x = -1.$$

№ 648. (н). $D = (4k+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (2k^2+k-3) = 16k^2+8k+1-16k^2-8k+24=25$;

$$x = \frac{4k+1 \pm 5}{2}; x_1 = 2k-2; x_2 = 2k+3.$$

№ 649. (н). $x_1 + x_2 = 2b - 1 = 7; b = 4$.

Дополнительные упражнения к главе III

К параграфу 8

№633. (с). а) $(x-3)(x^2+3x+9)=x(x-8)(x+9); x^3-27=x(x^2+9x-8x-72);$

$x^3-27=x^3+9x^2-8x^2-72x; x^2-72x+27=0$ – квадратное уравнение;

б) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0; (y^3-343)-y(y^2-7y+8y-56)=0;$

$y^2-56y+343=0$ – квадратное уравнение;

в) $(2x-1)(2x+1)+(x-3)^2=17; 4x^2-1+x^2-6x+9-17=0;$

$5x^2-6x-9=0$ – квадратное уравнение;

г) $(4x+1)^2=2x(x-6)-1=0; 16x^2+8x+1-2x^2+12x-1=0; 14x^2+20x=0;$

$7x^2+10x=0$ – квадратное уравнение.

№634. (с). а) $y^2-36=0; (y-6)(y+6)=0; y_1=6; y_2=-6;$

$$\text{б) } \frac{1}{3}y^2 - \frac{8}{27} = 0; 3\left(\frac{1}{3}y^2\right) = 3\left(\frac{8}{27}\right); y^2 = \frac{8}{9}; y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{в) } -0,2y^2+45=0; 0,2y^2=45; y^2 = \frac{45 \cdot 10}{2} = 225; y_{1,2} = \pm\sqrt{225} = \pm 15;$$

$$\text{г) } -\frac{3}{7}y^2+2\frac{1}{3}=0; \frac{3}{7}y^2 = \frac{7}{3}; y^2 = \frac{49}{9}; y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{49}{9}} = \pm\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

№635. (с). а) $8x^2-3x=0; x(8x-3)=0; x_1=0; 8x_2=3; x_2=\frac{3}{8};$

$$\text{б) } -2x^2+5x=0; x(2x-5)=0; x_1=0; 2x_2=5; x_2=\frac{5}{2};$$

в) $x^3+x=0; x(x^2+1)=0;$

1) $x_1=0$; 2) $x^2+1=0$ – решений не имеет, т.к. $D=-4<0$;

г) $2x^3-50x=0; 2x(x^2-25)=0; 1) x_1=0; 2) x=25; x_{2,3} = \pm 5.$

№ 650 (№636). а) $(x+2)^2+(x-3)^2=13; x^2+4x+4+x^2-6x+9-13=0;$

$2x^2-2x=0; x(x-1)=0; x_1=0; x_2=1;$

б) $(3x-5)^2-(2x+1)^2=24; 9x^2-30x+25-4x^2-4x-1-24=0; 5x^2-34x=0;$

$x(5x-34)=0; 1) x_1=0; 2) 5x=34; x_2=6,8;$

$$в) (x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25); x^3-64+28=x^3-25x^2; 25x^2-36=0; x^2-\frac{36}{25}=0;$$

$$x^2=\frac{36}{25}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{36}{25}}; x_{1,2}=\pm\frac{6}{5}=\pm 1\frac{1}{5};$$

$$г) (2x+1)(4x^2-2x+1)-1=1, 6x^2(5x-2); 8x^3+1-1=8x^3-3, 2x^2; 3, 2x^2=0; x=0.$$

№ 651 (№ 637). а) $x^2=a$; 1) если $a \geq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$;

2) если $a < 0$, то уравнение не имеет корней;

$$б) x^2=a^2; x_{1,2}=\pm\sqrt{a^2}=\pm|a|=\pm a;$$

$$в) x^2+4b=0; x^2=-4b; 1) если $b \leq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{-2b}$;$$

2) если $b > 0$, то уравнение не имеет корней;

г) $x^2+9b^2=0; x^2=-9b^2$. Если $b \neq 0$, то уравнение не имеет корней, так как $x^2 \geq 0$ при всех x , $a-b^2 < 0$. Если $b=0$, то у уравнений один корень $x=0$.

$$\text{№ 638. (с). а) } x^2-16x+48=0; x^2-2 \cdot 8x+64-64+48=0; (x-8)^2=16; x-8=\pm\sqrt{16}=\pm 4;$$

$$1) x-8=4; x_1=12; 2) x-8=-4; x_2=4;$$

$$б) x^2+12x+27=0; x^2+2 \cdot 6x+36=36-27; (x+6)^2=0; x+6=\pm\sqrt{9}=\pm 3;$$

$$1) x+6=3; x_1=-3; 2) x+6=-3; x_2=-9;$$

$$в) x^2+10x-39=0; x^2+2 \cdot 5x+25=25+39; (x+5)^2=64; x+5=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x+5=8; x_1=3; 2) x+5=-8; x_2=-13;$$

$$г) x^2-6x-55=0; x^2-2 \cdot 3x+9=9+55; (x-3)^2=64; x-3=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x-3=8; x_1=11; 2) x-3=-8; x_2=-5;$$

$$д) x^2+7x-18=0; x^2+2 \cdot \frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=18+\left(\frac{7}{2}\right)^2;$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{121}{4}; x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{121}{4}}=\pm\frac{11}{2};$$

$$1) x+\frac{7}{2}=\frac{-11}{2}; x_1=\frac{-11}{2}-\frac{7}{2}; x_1=-9; 2) x+\frac{7}{2}=\frac{11}{2}; x_2=\frac{11}{2}-\frac{7}{2}=2;$$

$$е) x^2-11x+28=0; x^2-2 \cdot \frac{11}{2}x+\left(\frac{11}{2}\right)^2=\left(\frac{11}{2}\right)^2-28;$$

$$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2=\frac{9}{4}; x-\frac{11}{2}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2};$$

$$1) x-\frac{11}{2}=\frac{-3}{2}; x_1=\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}; x_1=4; 2) x-\frac{11}{2}=\frac{3}{2}; x_2=\frac{11}{2}+\frac{3}{2}; x_2=7;$$

$$ж) 2x^2-5x+2=0; x^2-\frac{5}{2}x+1=0;$$

$$x^2-2 \cdot \frac{5}{4}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2-1; \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}; x-\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4};$$

$$1) x - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}; x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_1 = 2; 2) x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}; x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_2 = \frac{1}{2};$$

$$3) 3x^2 - x - 70 = 0; x^2 - \frac{x}{3} - \frac{70}{3} = 0; x^2 - 2 \cdot \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{70}{3};$$

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{841}{36}; x - \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{841}{36}};$$

$$1) x - \frac{1}{6} = \frac{-29}{6}; x_1 = \frac{-28}{6} = -4\frac{2}{3}; 2) x - \frac{1}{6} = \frac{29}{6}; x_2 = 5.$$

№ 652 (№639).

а) $a^2 + 4a + 11 = (a^2 + 4a + 4) - 4 + 11 = (a+2)^2 + 7 > 0$ при всех значениях a ;

б) $\frac{x^2 - 2x + 7}{19} = \frac{(x^2 - 2x + 1) + 6}{19} = \frac{(x-1)^2}{19} > 0$ при всех значениях x ;

в) $m^2 - 4m + 51 = (m^2 - 4m + 4) - 4 + 51 = (m-2)^2 + 47 > 0$ при всех значениях m ;

г) $\frac{p^2 - 6p + 18}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 6p + 9 + 9}{p^2 + 1} = \frac{(p-3)^2 + 9}{p^2 + 1} > 0$, т.к. $(p-3)^2 + 9 > 0$ при

всех значениях p .

№ 653 (№640). а) $x^2 - 8x + 27 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 27 = (x-4)^2 + 11$;

$(x-4)^2 \geq 0$, следовательно, $(x-4)^2 + 11 \geq 11$ и $(x-4)^2 + 11 = 11$ при $x=4$.

б) $a^2 - 4a + 20 = (a^2 - 4a + 4) + 16 = (a-2)^2 + 16$;

$(a-2)^2 \geq 0$, следовательно, $(a-2)^2 + 16 \geq 16$ и $(a-2)^2 + 16 = 16$ при $a=2$.

№ 654 (№641). а) $4x^2 + 7x + 3 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1$;

$$x = \frac{-7 \pm 1}{8}; x_1 = \frac{-7+1}{8} = -\frac{3}{4}; x_2 = \frac{-7-1}{8} = -1;$$

б) $x^2 + x - 56 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{-1+15}{2} = 7; x_2 = \frac{-1-15}{2} = -8;$$

в) $x^2 - x - 56 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225$;

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{1+15}{2} = 8; x_2 = \frac{1-15}{2} = -7;$$

г) $5x^2 - 18x + 16 = 0$; $D_1 = (-9)^2 - 5 \cdot 16 = 81 - 80 = 1$;

$$x = \frac{9 \pm 1}{5}; x_1 = \frac{9-1}{5} = 1\frac{3}{5}; x_2 = \frac{9+1}{5} = 2;$$

д) $8x^2 + x - 75 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-75) = 1 + 2400 = 2401$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 8} = \frac{-1 \pm 49}{16}; x_1 = \frac{-1+49}{16} = 3; x_2 = \frac{-1-49}{16} = -\frac{50}{16} = -3\frac{1}{8};$$

е) $3x^2 - 11x - 14 = 0$; $D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 121 + 168 = 289$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 17}{6}; x_1 = \frac{11+17}{6} = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3}; x_2 = \frac{11-17}{6} = -1;$$

ж) $3x^2 + 11x - 34 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-34) = 121 + 408 = 529$;

$$x = \frac{-11 \pm 23}{6}; x_1 = \frac{-11 + 23}{6} = 2; x_2 = \frac{-11 - 23}{6} = -\frac{34}{6} = -5\frac{2}{3};$$

$$3) x^2 - x - 1 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5; x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№ 655 (№642). а) $(5x+3)^2 = 5(x+3); 25x^2 + 30x + 9 = 5x + 15; 25x^2 + 25x - 6 = 0;$
 $D = 25^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-6) = 625 + 600 = 1225;$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 25} = \frac{-25 \pm 35}{50} = \frac{-5 \pm 7}{10}; x_1 = \frac{-5 + 7}{10} = \frac{1}{5}; x_2 = \frac{-5 - 7}{10} = -1\frac{1}{5};$$

б) $(3x+10)^2 = 3(x+10); 9x^2 + 60x + 100 = 3x + 30; 9x^2 + 57x + 70 = 0;$

$$D = 57^2 - 4 \cdot 9 \cdot 70 = 3249 - 2520 = 729; x = \frac{-57 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 9} = \frac{-57 \pm 27}{18} = \frac{-19 \pm 9}{6};$$

$$x_1 = \frac{-19 + 9}{6} = -1\frac{2}{3}; x_2 = \frac{-19 - 9}{6} = -4\frac{2}{3};$$

в) $(3x-8)^2 = 3x^2 - 8x; (3x-8)^2 - 3x + 8x = 0; (3x-8)^2 - x(3x-8) = 0;$
 $(3x-8)(3x-8-x) = 0; (3x-8)(2x-8) = 0; 2(3x-8)(x-4) = 0;$

1) $3x-8=0; 3x=8; x_1=2\frac{2}{3}; 2) x-4=0; x_2=4;$

г) $(4x+5)^2 = 5x^2 + 4x; 16x^2 + 40x + 25 = 5x^2 + 4x; 11x^2 + 36x + 25 = 0;$
 $D_1 = 18^2 - 11 \cdot 25 = 324 - 275 = 49;$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{49}}{11} = \frac{-18 \pm 7}{11}; x_1 = \frac{-18 - 7}{11} = \frac{-25}{11} = -2\frac{3}{11}; x_2 = \frac{-18 + 7}{11} = -1;$$

д) $(5x+3)^2 = 5x+3; (5x+3)^2 - (5x+3) = 0; (5x+3)(5x+3-1) = 0; (5x+3)(5x+2) = 0;$

1) $5x+3=0; 5x=-3; x_1=-\frac{3}{5}; 2) 5x+2=0; 5x=-2; x_2=-\frac{2}{5};$

е) $(5x+3)^2 = (3x+5)^2; 25x^2 + 30x + 9 = 9x^2 + 30x + 25; 16x^2 - 16 = 0; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1;$

ж) $(4x+5)^2 = 4(x+5)^2; 16x^2 + 40x + 25 = 4(x^2 + 10x + 25);$

$$16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 12x^2 - 75 = 0; 4x^2 - 25 = 0; (2x-5)(2x+5) = 0;$$

1) $2x-5=0; 2x=5; x_1=\frac{5}{2}=2,5; 2) 2x+5=0; 2x=-5; x_2=-\frac{5}{2}=-2,5;$

з) $(2x+10)^2 = 4(x+5)^2; 4x^2 + 40x + 100 = 4(x^2 + 10x + 25);$

$$4x^2 + 40x + 100 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 0 = 0; x - \text{любое действительное число.}$$

№ 656 (№643). а) $x^2 - 2x - 5 = 0; D = (-1)^2 - 1 \cdot (-5) = 6; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6}.$

Произведем проверку:

$$(1 + \sqrt{6})^2 - 2(1 + \sqrt{6}) - 5 = 1 + 2\sqrt{6} + 6 - 2 - 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

$$(1 - \sqrt{6})^2 - 2(1 - \sqrt{6}) - 5 = 1 - 2\sqrt{6} + 6 - 2 + 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

б) $x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 1 \cdot 1 = 3; x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}.$

Произведем проверку:

$$(-2 + \sqrt{3})^2 + 4(-2 + \sqrt{3}) + 1 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 8 - 8 = 0;$$

$$(-2 - \sqrt{3})^2 + 4(-2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 1 = 0;$$

$$в) 3y^2 - 4y - 2 = 0; D_1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) = 10; y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 3 \left(\frac{2 + \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 + \sqrt{10}}{3} - 2 &= 3 \frac{4 + 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 + 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ &= \frac{14}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = 0; \\ 3 \left(\frac{2 - \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 - \sqrt{10}}{3} - 2 &= 3 \frac{4 - 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ &= \frac{14 - 4\sqrt{10}}{3} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = 0. \end{aligned}$$

$$г) 5y^2 - 7y + 1 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 29; y_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 5 \left(\frac{7 + \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 + \sqrt{29}}{10} + 1 &= 5 \frac{49 + 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ &= \frac{78 + 14\sqrt{29}}{20} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \frac{39 + 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0; \\ 5 \left(\frac{7 - \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 - \sqrt{29}}{10} + 1 &= 5 \frac{49 - 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ &= \frac{39 - 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0. \end{aligned}$$

$$д) 2y^2 + 11y + 10 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 121 - 80 = 41; y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$\begin{aligned} 2 \left(\frac{-11 + \sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11 + \sqrt{41}}{4} + 10 &= \frac{162 - 22\sqrt{41}}{8} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \\ &= \frac{81 - 11\sqrt{41}}{4} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \frac{81}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0; \\ 2 \left(\frac{-11 - \sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11 - \sqrt{41}}{4} + 10 &= \frac{162 + 22\sqrt{41}}{8} - \frac{121 + 11\sqrt{41}}{4} + 10 = \\ &= \frac{81 + 11\sqrt{41}}{4} - \frac{121 + 11\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{81}{4} + \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0; \end{aligned}$$

$$e) 4x^2 - 9x - 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 + 32 = 113; x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{8}.$$

Произведем проверку:

$$4 \left(\frac{9 + \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 + \sqrt{113}}{8} - 2 = 4 \frac{81 + 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 + 9\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= \frac{97 + 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 + 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$4 \left(\frac{9 - \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 - \sqrt{113}}{8} - 2 = 4 \frac{81 - 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= \frac{97 - 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0.$$

№ 657 (№644). а) $x^2 - 2x - 2 = 0; D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3; x = 1 \pm \sqrt{3} \approx 1 \pm 1,73;$

$x_1 \approx 1 + 1,73 = 2,73; x_2 \approx 1 - 1,73 = -0,73;$

б) $x^2 + 5x + 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 25 - 12 = 13;$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \approx \frac{-5 \pm 3,61}{2}; x_1 \approx \frac{-5 + 3,61}{2} = -\frac{1,39}{2} = -0,695 \approx -0,70;$$

$$x_2 \approx \frac{-5 - 3,61}{2} = \frac{-8,61}{2} = -4,305 \approx -4,30;$$

в) $3x^2 - 7x + 3 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{3 \cdot 2} \approx \frac{7 \pm 3,61}{6};$

$$x_1 \approx \frac{7 - 3,61}{6} = \frac{3,39}{6} \approx 0,57; x_2 \approx \frac{7 + 3,61}{6} = \frac{10,61}{6} \approx 1,77;$$

г) $5x^2 + 31x + 20 = 0; D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 961 - 400 = 561;$

$$x = \frac{-31 \pm \sqrt{561}}{5 \cdot 2} \approx \frac{-31 \pm 23,69}{10}; x_1 \approx \frac{-31 + 23,69}{10} = -\frac{7,31}{10} \approx -0,73;$$

$$x_2 \approx \frac{-31 - 23,69}{10} = -\frac{54,69}{10} \approx -5,47.$$

№ 658 (№648). а) $a^2 + 7a + 6 = a + 1; a^2 + 6a + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4;$

$a = -3 \pm \sqrt{4} = -3 \pm 2; a_1 = -3 + 2 = -1; a_2 = -3 - 2 = -5;$

б) $3x^2 - x + 1 = 2x^2 + 5x - 4; x^2 - 6x + 5 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 4;$

$x = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2; x_1 = 3 + 2 = 5; x_2 = 3 - 2 = 1.$

№ 659 (№645). Один из корней уравнения равен 1 по условию задачи.

$$ax^2 - 3x - 5 = 0; \frac{ax^2}{a} - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0; x^2 - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0.$$

Обозначим за x_2 - корень уравнения, который может быть не равным 1. Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 + x_2 = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 - \frac{5}{a} = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \frac{a-5}{a} = \frac{3}{a}; \quad \frac{a-5-3}{a} = 0; \quad a-8=0; \quad a=8.$$

Ответ: 8.

№646. $ax^2 - (a+c)x + c = 0$; $D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2$;

$$x = \frac{a+c \pm \sqrt{a^2+c^2-2ac}}{2a} = \frac{a+c \pm |a-c|}{2a} = \frac{a+c \pm (a-c)}{2a}; \quad x_1 = \frac{a+c+a-c}{2a} = 1$$

Таким образом, один из корней уравнения равен 1, что и требовалось доказать.

№647. (с). $cx^2 + bx + a = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$; $ax^2 + bx + c = 0$;

$$D = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} =$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \frac{4ac}{2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = \frac{2a}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \text{ т.е. соответ}$$

ствующие корни первого и второго уравнений взаимно обратны, ч.т.д. Для другой пары корней доказательство проводится аналогичным образом.

№ 660 (№ 649). Обозначим эти числа как n , $(n+1)$, $(n+2)$, $(n+3)$ и $(n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n+3)^2 + (n+4)^2;$$

$$3n^2 + 6n + 5 = 2n + 14n + 25; \quad n^2 - 8n - 20 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 20 = 36 = 6^2; \quad n = 4 \pm 6; \quad n_1 = -2; \quad n_2 = 10.$$

Ответ: -2, -1, 0, 1, 2, или 10, 11, 12, 13, 14.

№ 661 (№ 650). Обозначим эти числа как $2n$, $(2n+2)$ и $(2n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$(2n)^2 + (2n+2)^2 = (2n+4)^2; \quad 4n^2 + 4n^2 + 8n^2 - 4 = 4n^2 + 16n + 16;$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0; \quad (n+1)(n-3) = 0; \quad n_1 = -1; \quad n_2 = 3; \quad 2n_1 = 2, \quad 2n_2 = 6.$$

Ответ: -2, 0, 2, или 6, 8, 10.

№ 651. (с). Обозначим за x м и $(x+5)$ м ширину и длину данного прямоугольника. Его площадь: $S = x(x+5) = 1800 \text{ м}^2$.

Запишем уравнение: $x(x+5) = 1800$; $x^2 + 5x - 1800 = 0$;

$$D = 5^2 + 4 \cdot 1800 = 7225 = 85^2; \quad x = \frac{-5 \pm 85}{2};$$

$$x_1 = 40; \quad x_2 = -45 \text{ — не подходит}; \quad x_1 = 40; \quad x_1 + 5 = 45.$$

Ответ: ширина площади равна 40 м, длина — 45 м.

№ 662 (№ 652). Обозначим эти числа как n и $(n+1)$.

Запишем уравнение: $(2n+1)^2 = n^2 + (n+1)^2 + 112$; $2n^2 + 2n - 112 = 0$;

$$n^2 + n - 56 = 0; \quad D = 1 + 56 \cdot 4 = 225 = 15^2; \quad n_{1,2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$n_1 = 7; \quad n_2 = -8 \text{ — не подходит}; \quad n = 7; \quad n + 1 = 8.$$

Ответ: 7 и 8

№ 663 (№ 653). Обозначим за a см и b см длину и ширину прямоугольника, т.е. стороны второго и первого квадратов. Сумма площадей квадратов $S_1 + S_2 = 116$ см², периметр прямоугольника равен 28 см.

$$P = 2(a + b) = 28, \text{ значит, } a + b = 14;$$

$$S_1 = b^2; S_2 = a^2; a^2 + b^2 = 116, \text{ значит, } a^2 + (14 - a)^2 = 116;$$

$$2a^2 - 28a + 116; a^2 - 14a + 40 = 0; D_1 = 49 - 40 = 9 = 3^2; a = 7 \pm 3;$$

$$a_1 = 7 + 3 = 10, \text{ тогда } b_1 = 14 - 10 = 4;$$

$$a_2 = 7 - 3 = 4, \text{ тогда } b_2 = 14 - 4 = 10.$$

Ответ: стороны прямоугольника равны 4 см и 10 см.

№ 664 (№ 654). Обозначим искомую ширину как l .

В этом случае длина листа равна $(12 + 2l)$ см, а ширина — $(18 + 2l)$ см.

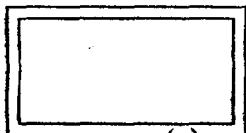
Общая площадь фотокарточки вместе с рамкой равна 280 см².

$$\text{Получаем: } (12 + 2l)(18 + 2l) = 280; (6 + l)(9 + l) = 70;$$

$$l^2 + 15l - 16 = 0; (l - 1)(l + 16) = 0; l_1 = 1; l_2 = -16 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: ширина рамки равна 1 см.

№ 665. (н).



Пусть ширина бордюра равна x (м).

$$\text{Тогда } 4,5 \cdot 2,5 - (4,5 - 2x)(2,5 - 2x) = 3,25;$$

$$11,25 - 11,25 + 9x + 5x - 4x^2 = 3,25; 4x^2 - 14x + 3,25 = 0;$$

$$D = 196 - 4 \cdot 4 \cdot 3,25 = 144; x = \frac{14 \pm 12}{8}; x = 0,25 \text{ или } x = 3,25.$$

Т.к. $4,5 - 2x > 0$, то $x = 0,25$ (м). Ответ: 0,25 м.

№ 666. (н). Пусть стоимость лошади x . Тогда $\frac{x - 24}{x} = 0,01x$;

$$0,01x^2 - x + 24 = 0; D = 1 - 4 \cdot 0,01 \cdot 24 = 0,04; x = \frac{1 \pm 0,2}{0,02}; x_1 = 40; x_2 = 60.$$

Ответ: 40 пистолетов или 60 пистолетов.

№ 655. (с). Если n — общее число команд, то каждая команда сыграла $(n -$

1) матч. Тогда всего сыграно $\frac{n(n - 1)}{2}$ матчей. Составим уравнение:

$$\frac{n(n - 1)}{2} = 36; n^2 - n - 72 = 0; D = 1 + 72 \cdot 4 = 289 = 17^2; n = \frac{1 \pm 17}{2};$$

$n_1 = 9; n_2 = -8$ — не подходит. Ответ: 9 команд.

№ 656. (с). Если всего было n участников, то каждый участник сыграл

$(n - 1)$ партию, т.е. всего было сыграно $\frac{n(n - 1)}{2}$ партий.

$$\text{Составим уравнение: } \frac{n(n - 1)}{2} = 45; n^2 - n - 90 = 0;$$

$$D = 1 + 360 = 361 = 19^2; n = \frac{1 \pm 19}{2}; n_1 = 10; n_2 = -9 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: 10 участников.

№ 667 (№ 657). Обозначим за $2a$ м и a м длину и ширину ящика. Площадь дна ящика равна $2a^2$ м²; суммарная площадь поверхности боковых стенок равна $0,5(4a + 2a) м^2 = 3a м^2$.

Запишем уравнение: $2a^2 + 1,08 = 3a$; $2a^2 - 3a + 1,08 = 0$;

$$D = 3^2 - 8 \cdot 1,08 = 0,36 = (0,6)^2; a = \frac{3 \pm 0,6}{4}; a_1 = 0,9; a_2 = 0,6.$$

Объем ящика $V = 2a \cdot a \cdot 0,5 = a^2$;

1) $a = 0,9$; $V = 0,81$; 2) $a = 0,6$; $V = 0,36$.

Ответ: $0,81$ м³ или $0,36$ м³.

№ 668 (№ 658). Обозначим за $1,5a$ см и a см длину и ширину листа. Поскольку сторона вырезанного квадрата равна 8 см, объем коробки V равен: $8 \cdot (a - 16)(1,5a - 16) см^3$.

Запишем уравнение: $8(a - 16)(1,5a - 16) = 6080$; $3a^2 - 800 - 1008 = 0$;

$$D_1 = 40^2 + 3 \cdot 1008 = 1600 + 3024 = 4624 = 68^2;$$

$$a = \frac{40 \pm 68}{3}; a_1 = -\frac{28}{3} \text{ — не подходит}; a_2 = \frac{40 + 68}{3} = \frac{108}{3} = 36; 1,5a_2 = 54$$

Ответ: ширина листа равна 36 см, длина листа равна 54 см.

№ 669. (н). $(n + 1)^3 - n^3 = 919$; $n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 919$;

$$3n^2 + 3n - 918 = 0; n^2 + n - 306 = 0; D = 114 \cdot 306 = 1225;$$

$$n = \frac{-1 \pm 35}{2}; n = 17, n + 1 = 18. \quad \text{Ответ: } 17 \text{ и } 18.$$

№ 670. (н). $(2n + 3)^3 - (2n + 1)^3 = 866$;

$$8n^3 + 36n^2 + 54n + 27 - 8n^3 - 12n^2 - 6n - 1 = 866; 24n^2 + 48n - 840 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 35 = 0; D = 4 + 4 \cdot 35 = 144; n = \frac{-2 \pm 12}{2}; n = 5;$$

$$(2n + 1) = 11, (2n + 3) = 13.$$

№ 671 (№ 659).

$$a) x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0; D = (-5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 2;$$

$$x = \frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}; x_1 = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}; x_2 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Произведем проверку: } 1) x_1 + x_2 = 5\sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = 12; 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6(\sqrt{2})^2 = 12;$$

$$б) x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0; D_1 = (\sqrt{3})^2 - 1 \cdot (-72) = 75;$$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{75} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 25} = -\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3};$$

$$x_1 = -\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}; x_2 = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

$$\text{Произведем проверку: } 1) x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}; -6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = -72; (-6\sqrt{3}) \cdot 4\sqrt{3} = -24(\sqrt{3})^2 = -72;$$

$$в) y^2 - 6y + 7 = 0; D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 7 = 2; y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

$$\text{Произведем проверку: } 1) y_1 + y_2 = 6; 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6;$$

$$2) y_1 \cdot y_2 = 7; (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - (\sqrt{2})^2 = 7.$$

$$r) p^2 - 10p + 7 = 0; D_1 = (-5)^2 - 1 \cdot 7 = 18; p_{1,2} = 5 \pm \sqrt{18} = 5 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 5 \pm 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $p_1 + p_2 = 10; 5 + 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} = 10.$

$$2) p_1 \cdot p_2 = 7; (5 + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2}) = 25 - 9(\sqrt{2})^2 = 25 - 18 = 7.$$

$$\text{№ 672 (№ 660). а) } 2x^2 + bx - 10 = 0; x_1 = 5;$$

$$x^2 + \frac{b}{2}x - 5 = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = -5;$$

$$x_2 = -1; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = 4 = -\frac{b}{2}; b = -8;$$

$$\text{б) } 3x^2 + bx + 24 = 0; x_1 = 3; x^2 + \frac{b}{3}x + 8 = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = 8;$$

$$x_2 = \frac{8}{3}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = -\frac{b}{3} = 3 + \frac{8}{3}; -\frac{b}{3} = \frac{17}{3}; b = -17;$$

$$\text{в) } (b-1)x^2 - (b+1)x = 72; x_1 = 3;$$

$$x^2 - \frac{b+1}{b-1}x - \frac{72}{b-1} = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = -\frac{72}{b-1};$$

$$x_2 = -\frac{24}{b-1}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = \frac{b+1}{b-1} = 3 - \frac{24}{b-1};$$

$$3b - 3 - 24 = b + 1; b = 14; x_2 = -\frac{24}{13}; \text{ г) } (b-5)x^2 - (b-2)x + b = 0; x_1 = \frac{1}{2};$$

$$x^2 - \frac{b-2}{b-5}x + \frac{b}{b-5} = 0; \text{ по теореме Виета: } x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{b-5};$$

$$x_2 = \frac{2b}{b-5}; \text{ по теореме Виета: } x_1 + x_2 = \frac{b-2}{b-5} = \frac{1}{2} + \frac{2b}{b-5};$$

$$b - 5 + 4b = 2b - 4; b = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - 5} = -\frac{1}{7}.$$

$$\text{№ 673 (№ 661). } 7x^2 + bx - 23 = 0; x^2 + = 0;$$

1) Докажем, что у этого уравнения два корня:

$$D = \frac{b^2}{49} - \frac{(-23) \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{23 \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{92}{7} > 0 \text{ для всех } b,$$

значит, уравнение имеет два различных корня x_1 и x_2 .

$$2) \text{ По теореме Виета } x_1 \cdot x_2 = -\frac{23}{7}, \text{ то есть,}$$

x_1 и x_2 противоположных знаков, ч.т.д.

$$\text{№ 674 (№ 662). } 12x^2 + 70x + a^2 + 1 = 0.$$

Предположим, что $x_1 > 0$ и x_1 — корень этого уравнения. Тогда $12x_1^2 > 0;$
 $70x_1 > 0, a^2 + 1 > 0$ при всех a . Но в правой части равенства стоит 0, сле-

довательно, получено противоречие, следовательно, у этого уравнения нет положительных корней при любых a , что и требовалось доказать.

№ 675. (н). Пусть $a + b + c = 0 \Rightarrow b = -(a + c)$.

Тогда $D = b^2 - 4ac = a^2 + 2ac + c^2 - 4ac = (a - c)^2$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{a + c \pm (a - c)}{2a}; x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}.$$

а) $2x^2 - 41x + 39 = 0; x_1 = 1; x_2 = \frac{39}{2};$

б) $17x^2 + 243x - 260 = 0; x_1 = 1; x_2 = -\frac{260}{17}.$

№ 676 (№ 663). $3x^2 + bx + 10 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}; \text{ по условию, } x_1 - x_2 = 4 \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$$

$$x_1 = x_2 + \frac{13}{3}; 2x_2 + \frac{13}{3} = -\frac{b}{3}; x_2 = -\frac{b + 13}{6};$$

$$x_1 = \frac{13}{3} - \frac{b + 13}{6} = \frac{26 - b - 13}{6} = \frac{13 - b}{6}; -\frac{(13 - b)(13 + b)}{36} = \frac{10}{3};$$

$$b^2 - 169 = 120; b^2 = 289; b = \pm 17$$

№ 677 (№ 664). $5x^2 - 12x + c = 0$; по условию задачи: $x_1 = 3x_2$;

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = \frac{12}{5}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{5};$

$$3x_2 + x_2 = \frac{12}{5}; x_2 = \frac{3}{5}; x_1 = \frac{9}{5}; \frac{c}{5} = x_1 x_2; \frac{c}{5} = \frac{27}{25}; c = \frac{27}{5}. \quad \text{Ответ: } \frac{27}{5}.$$

№ 678 (№ 665). $4x^2 + bx - 27 = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{27}{4},$

по условию задачи: $\frac{x_1}{x_2} = -3; x_1 = -3x_2; -3x_2^2 = -\frac{27}{4}; x_2^2 = \frac{9}{4};$

1) $x_2 = \frac{3}{2}; x_1 = -\frac{9}{2};$ 2) $x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 = \frac{9}{2};$

$$b = -4(x_1 + x_2); b_1 = -4\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2}\right) = 12; b_2 = -4\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = -12.$$

Ответ: $b = 12$ или $b = -12$.

№ 666. (с). $5x^2 + 13x - 6 = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{13}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{6}{5};$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{169}{25} + \frac{12}{5} = \frac{169 + 60}{25} = \frac{229}{25} = \frac{916}{100} = 9,16$$

Ответ: 9,16.

№ 679. (н). $(x_1 - x_2)^2 = 81; x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = 81; (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 81;$
 $p^2 - 4 \cdot 90 = 81; p^2 = 441; p = \pm 21.$

№ 680 (№667). $2x^2 - 5x + c = 0$; по теореме Виета: $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2}$;

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = \frac{5}{2}(x_1 - x_2) = 0,25; x_1 - x_2 = 0,1;$$

$2x_1 = 2,6$; $x_1 = 1,3$; $x_2 = 1,2$; $c = 2x_1x_2 = 2 \cdot 1,3 \cdot 1,2 = 3,12$. Ответ: 3,12.

№ 681 (№668). $4x^2 + bx + c = 0$; по условию: $x_1 = 0,5$, $x_2 = c$;

по теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{4}$;

$4x_1x_2 = c$; $2c = c$; $c = 0$; $4x^2 + bx = 0$; $x(4x + b) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 0,5$; $4x_2 + b = 0$; $2 + b = 0$; $b = -2$.

Ответ: $b = -2$, $c = 0$.

№ 682 (№669). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -b$, $x_1 \cdot x_2 = c$;

по условию: $x_1 = b$, $x_2 = c$, откуда: $bc = c$; $bc - c = 0$;

$c(b - 1) = 0$; $c \neq 0$, $b = 1$; $b + c = -b$; $1 + c = -1$; $c = -2$. Ответ: $b = 1$, $c = -2$.

№ 683 (№670). Пусть x_1 и x_2 — корни данного уравнения. По теореме

Виета получаем: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q$.

№ 684. (н). $x_1^2 + x_2^2 = 153$; $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 153$; $15^2 - 2q = 153$;

$2q = 225 - 153 = 72$; $q = 36$.

№ 685. (н). $(x_1 - x_2)^2 = 144$; $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 144$;

$p^2 - 4 \cdot 405 = 144$; $p^2 = 1704$; $p = \pm 42$.

№ 686 (№671). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{k}{3}$;

по условию задачи: $x_2 = -\frac{2}{3}x_1$.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x_2 = -\frac{2}{3}x_1, \end{cases} \quad x_1 - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}; \frac{x_1}{3} = \frac{2}{3};$$

$x_1 = -2$; $x_2 = \frac{4}{3}$; $k = 3x_1x_2 = 3 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = (-2) \cdot 4 = -8$. Ответ: -8 .

№ 687 (№672). По теореме Виета: $x_1 + x_2 = 8$, $x_1 \cdot x_2 = k$;

по условию задачи: $3x_1 + 4x_2 = 29$;

$24 - 3x_2 + 4x_2 = 29$; $x_2 = 5$, следовательно, $x_1 = 3$; $k = x_1 \cdot x_2 = 15$. Ответ: 15.

№ 688. (н). а) $x^2 + 3px + 9q = 0$; б) $x^2 + (p + 4)x + (q + 2p + 4) = 0$.

№ 689. (н). $x^2 - \frac{p^2 - 2q}{q}x + 1 = 0$.

К параграфу 9

№ 690 (№673).

а) $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4$; $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} - 4 = 0$; $\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$(x-1)(x+1) + 120 - 24x + 24 = 0$; $x^2 - 24x + 143 = 0$; $D_1 = (-12)^2 - 1 \cdot 143 = 1$;

$x = 12 \pm \sqrt{1} = 12 \pm 1$; $x_1 = 12 - 1 = 11$; $x_2 = 12 + 1 = 13$;

б) $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} = 2$; $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} - 2 = 0$; $\frac{(x+15)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$$(x+2)(x+15)-4 \cdot 21-8(x+2)=0; x^2+9x-70=0;$$

$$D=9^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=81+280=361;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-9 \pm 19}{2}; x_1 = \frac{-9+19}{2} = 5; x_2 = \frac{-9-19}{2} = -14;$$

$$в) \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1; \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} - 1 = 0; 12(x+1)-8(x-1)-(x-1)(x+1)=0;$$

$$12x+12-8x+8-x^2+1=0; x^2-4x-21=0; D_1=(-2)^2-1 \cdot (-21)=4+21=25;$$

$$x=2 \pm \sqrt{25} = 2 \pm 5; x_1=2-5=-3; x_2=2+5=7;$$

$$г) \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} = 3; \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} - 3 = 0; 16(1-x)+30(x-3)-3(x-3)(1-x)=0;$$

$$16+14x-90-3x+3x^2+9-9x=0; 3x^2+2x-65=0;$$

$$D_1=1^2-3 \cdot (-65)=1+195=196;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{196}}{3} = \frac{-1 \pm 14}{3}; x_1 = \frac{-1+14}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}; x_2 = \frac{-1-14}{3} = -5;$$

$$д) \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2}; \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{28}{(1-x)(1+x)} = 0;$$

$$3(1+x)+1-x-28=0; 2(x-12)=0; x=12;$$

$$е) \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}; \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} - \frac{20}{x^2-4} = 0;$$

$5(x+2)-3(x-2)-20=0; 2x-4=0; x-2=0; x=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней;

$$ж) \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} = \frac{29}{(x+1)(x-2)}; \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} - \frac{29}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$(x-2)(x+2)+(x+1)(x+3)-29=0; x^2-4+x^2+3x+x+3-29=0;$$

$$2(x^2+2x-15)=0; x^2+2x-15=0; D_1=1^2-1 \cdot (-15)=16;$$

$$x=-1 \pm \sqrt{16} = -1 \pm 4; x_1=-1+4=3; x_2=-1-4=-5;$$

$$з) \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)}; \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x+3)(x-1)} = 0;$$

$(x-1)(x+2)-(x+1)(x+3)-4=0; -3(x+3)=0; x=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней.

$$\text{№ 691 (№674). а) } y = \frac{2x-5}{x+3} = 0; 2x-5=0; 2x=5; x = \frac{5}{2} = 2,5.$$

$$\text{Искомая точка } -(2,5;0). \text{ б) } y = \frac{(x-4)(3x-15)}{x-9} = 0; (3x-15)(x-4)=0;$$

$$1) 3(x-5)=0; x-5=0; x_1=5; 2) x-4=0; x_2=4. \text{ Искомые точки } -(5;0) \text{ и } (4;0).$$

в) $y = \frac{x^2-5x+6}{x-2} = 0; x-5x+6=0; (x-2)(x-3)=0; x_1=3; x_2=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомая точка $-(3;0);$

$$r) y = \frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x-3} = 0; x^3 - 7x^2 + 12x = 0; x(x^2 - 7x + 12) = 0;$$

1) $x_1=0$; 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$; $(x-4)(x-3) = 0$; $x_1=4$; $x_2=3$ не подходит, так как при $x=3$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомые точки $-(0;0)$ и $(4;0)$.

$$\text{№ 692 (№675). a) } y = \frac{5x-7}{x^2+1}; 1) \frac{5x-7}{x^2+1} = -6; \frac{5x-7}{x^2+1} + 6 = 0;$$

$$5x - 7 + 6x^2 + 6 = 0; 6x^2 + 5x - 1 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25 + 24 = 49;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 7}{12}; x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}; x_2 = \frac{-5-7}{12} = -1;$$

$$2) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0; 5x-7=0; x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,8; \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{4}{5} = 0; 5(5x-7) - 4(x^2+1) = 0;$$

$$4x^2 - 25x + 39 = 0; D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 39 = 625 - 624 = 1;$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 1}{8}; x_1 = \frac{25-1}{8} = \frac{24}{8} = 3; x_2 = \frac{25+1}{8} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4};$$

$$4) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,56; \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{14}{25} = 0;$$

$$25(5x-7) - 14(x^2+1) = 0; -14x^2 + 125x - 189 = 0; 14x^2 - 125x + 189 = 0;$$

$$D = 125^2 - 4 \cdot 14 \cdot 189 = 12625 - 10584 = 5041;$$

$$x = \frac{125 \pm \sqrt{5041}}{2 \cdot 14} = \frac{125 \pm 71}{28}; x_1 = \frac{125+71}{28} = \frac{196}{28} = 7; x_2 = \frac{125-71}{28} = \frac{27}{14} = 1\frac{13}{14};$$

$$6) y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4}; 1) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 1,5; \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - \frac{3}{2} = 0;$$

$$2x^2 - 4x + 12 - 3(x+4) = 0; 2x^2 - 7x = 0; x(2x-7) = 0; x_1=0; x_2 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 3; \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - 3 = 0; x^2 - 2x + 6 - 3(x+4) = 0; x^2 - 5x - 6 = 0;$$

$$(x+1)(x-6) = 0; x_1=-1; x_2=6;$$

$$3) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 7; \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - 7 = 0; x^2 - 2x + 6 - 7x - 28 = 0; x^2 - 9x - 22 = 0;$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 81 + 88 = 169;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{9 \pm 13}{2}; x_1 = \frac{9+13}{2} = 11; x_2 = \frac{9-13}{2} = -2$$

$$\text{№ 693 (№676). a) } 2x+3 = \frac{34}{x-5};$$

$$(2x+3)(x-5) - 34 = 0; 2x(x-5) + 3(x-5) - 34 = 0; 2x^2 - 7x - 49 = 0;$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-49) = 49 + 392 = 441;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{441}}{4} = \frac{7 \pm 21}{4}; x_1 = \frac{7+21}{4} = 7; y_1 = 2 \cdot 7 + 3 = 17;$$

$$x_2 = \frac{7-21}{4} = -\frac{14}{4} = -3\frac{1}{2}; y_2 = 2 \cdot (-3,5) + 3 = -4.$$

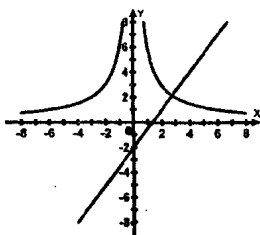
Искомые точки пересечения: (7;17) и (-3,5;-4).

$$б) \frac{x^2 - 5x}{x+3} = 2x; \frac{x^2 - 5x}{x+3} - 2x = 0; x^2 - 5x - 2x^2 - 6x = 0;$$

$$x^2 + 11x = 0; x(x+11) = 0; x_1 = 0; y_1 = 0; x_2 = -11; y_2 = 2 \cdot (-11) = -22.$$

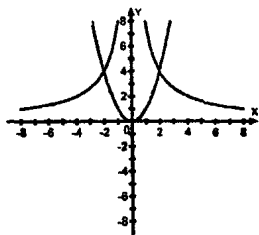
Искомые точки пересечения: (0;0) и (-11;-22).

№ 694 (н). а)



$$x \approx 2,7$$

б)



$$x = \pm 2$$

$$\text{№ 695 (№677). а) } \frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{1-4x^2} = 0;$$

$$\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{(1-2x)(1+2x)} = 0; 7(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 - 56 = 0;$$

$$7(4x^2 + 4x + 1) - 3(2x-1)^2 - 56 = 0; 7(4x^2 + 4x + 1) - 3(4x^2 - 4x + 1) - 56 = 0;$$

$$16x^2 + 40x - 52 = 0; 4x^2 + 10x - 13 = 0; D_1 = 5^2 - 4 \cdot (-13) = 77; x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{77}}{4};$$

$$б) \frac{y}{y^2 - 9} - \frac{1}{y^2 + 3y} + \frac{3}{6y + 2y^2} = 0; \frac{y}{(y-3)(y+3)} - \frac{1}{y(y+3)} + \frac{3}{2y(3+y)} = 0,$$

$$2y^2 - 2(y-3) + 3(y-3) = 0; 2y^2 + y - 3 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}; y_1 = \frac{-1+5}{4} = 1; y_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{2y-1}{14y^2 + 7y} + \frac{8}{12y^2 - 3} = \frac{2y+1}{6y^2 - 3y}; \frac{2y-1}{7y(2y+1)} + \frac{8}{3(4y^2 - 1)} - \frac{2y+1}{3y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{3(2y-1)^2 + 56y - 7(2y+1)^2}{3 \cdot 7y(4y^2 - 1)} = 0; 3(4y^2 - 4y + 1) + 56y - 7(4y^2 + 4y + 1) = 0;$$

$$12y^2 - 12y + 3 + 56y - 28y^2 - 28y - 7 = 0; 16y^2 - 16y + 4 = 0;$$

$$4y^2 - 4y + 1 = 0; (2y-1)^2 = 0; 2y-1 = 0; y = \frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y = \frac{1}{2} \text{ общий}$$

знаменатель дробей обращается в ноль, значит, корней нет;

$$\text{r) } \frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{9-6x+x^2} = \frac{3}{2x^2+6x}; \frac{3}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{(3-x)^2} - \frac{3}{2x(x+3)} = 0,$$

$$\frac{3 \cdot 2x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)} = 0; 6x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x^2-6x+9) = 0;$$

$$6x^2 - 18x - 2x^2 - 6x - 3x^2 + 18x - 27 = 0; 6x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 6x - 27 = 0; x^2 - 6x - 27 = 0;$$

$$D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot (-27) = 36; x = 3 \pm \sqrt{36} = 3 \pm 6; x_1 = 3 + 6 = 9;$$

$x_2 = 3 - 6 = -3$ не подходит, так как при $x = -3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x = 9$;

$$\text{д) } \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)} - \frac{1}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} = 0;$$

$$9x+12-x+4-x^2-4x-16=0; -x^2+4x+12+4-16=0; x^2-4x=0; x(x-4)=0; x_1=0;$$

$x_2=4$ не подходит, так как при $x=4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=0$;

$$\text{е) } \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1};$$

$$\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} - \frac{1}{2y+1} - \frac{y+3}{4y^2-2y+1} = 0;$$

$$3 - (4y^2-2y+1) - (2y+1)(y+3) = 0; 3 - 4y^2 + 2y - 1 - 2y^2 - 6y - y - 3 = 0;$$

$$6y^2 + 5y + 1 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 1;$$

$$y = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 1}{12}; y_1 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}; y_2 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \text{ не под-}$$

ходит, так как при $y = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель дробей обращается в ноль,

значит, только один корень $y = -\frac{1}{3}$;

$$\text{ж) } \frac{32}{x^3-2x^2-x+2} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x+1}; \frac{32}{(x-2)(x^2-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0,$$

$$\frac{32}{(x-2)(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0; 32 + x + 1 - (x-2)(x-1) = 0;$$

$$x^2 - 4x - 31 = 0; D_1 = (-2)^2 - 1 \cdot (-31) = 35; x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{35};$$

$$\text{з) } \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0;$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} = 0; \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x-4)(x^2+3)} = 0,$$

$$2(x^2+3)+3(x-4)+6=0; 2x^2+3x=0; x(2x+3)=0; x_1=0; 2x_2+3=0; x_2=-\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$$

$$\text{№ 696 (№ 678). а) } \frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{3x^2-2},$$

$$\frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{(x\sqrt{3}-\sqrt{2})(x\sqrt{3}+\sqrt{2})};$$

$$(x\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (x\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 + 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 + 3x^2 - 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 1}{6}; x_1 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{5+1}{6} = 1;$$

$$6) \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} = \frac{9y}{1-5y^2}; \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} - \frac{9y}{(1-y\sqrt{5})(1+y\sqrt{5})} = 0;$$

$$(1-y\sqrt{5})^2 + (1+y\sqrt{5})^2 - 9y = 0; 1-2y\sqrt{5} + 5y^2 + 1+2y\sqrt{5} + 5y^2 - 9y = 0;$$

$$10y^2 - 9y + 2 = 0; D = (-9)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 1;$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 10} = \frac{9 \pm 1}{20}; y_1 = \frac{9-1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; y_2 = \frac{9+1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{№ 697 (№ 679). a) } \frac{6}{y+1} + \frac{y}{y-2} = \frac{6}{y+1} \cdot \frac{y}{y-2};$$

$$\frac{6(y-2) + y(y+1)}{(y+1)(y-2)} = \frac{6y}{(y+1)(y-2)}; \frac{6y-12+y^2+y-6y}{(y+1)(y-2)} = 0;$$

$$y^2 + y - 12 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49;$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}; y_1 = \frac{-1-7}{2} = -4; y_2 = \frac{-1+7}{2} = 3;$$

$$6) \frac{2}{y-3} + \frac{6}{y+3} = \frac{2}{y-3} \cdot \frac{6}{y+3}; \frac{2(y+3) + 6(y-3)}{(y-3)(y+3)} - \frac{2(y+3)}{6(y-3)} = 0;$$

$$\frac{6(2y+6+6y-18) - 2(y+3)^2}{6(y-3)(y+3)} = 0; \frac{12y+36+36y-108-2(y^2+6y+9)}{6(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$48y - 72 - 2y^2 - 12y - 18 = 0; -2y^2 + 36y - 90 = 0; y^2 - 18y + 45 = 0;$$

$$D_1 = (-9)^2 - 1 \cdot 45 = 36; y = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6; y_1 = 9 + 6 = 15;$$

$y_2 = 9 - 6 = 3$ не подходит, так как при $y = 3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 15$

$$в) \frac{y+12}{y-4} - \frac{y}{y+4} = \frac{y+12}{y-4} \cdot \frac{y}{y+4}; \frac{(y+4)(y+12) - y(y-4)}{(y-4)(y+4)} = \frac{y(y+12)}{(y-4)(y+4)};$$

$$\frac{(y+4)(y+12) - y(y-4) - y(y+12)}{(y-4)(y+4)} = 0; y^2 + 12y + 4y + 48 - y^2 - 12y = 0;$$

$$D = (-4)^2 - 1 \cdot (-48) = 64; y = 4 \pm \sqrt{64} = 4 \pm 8; y_1 = 4 + 8 = 12;$$

$y_2 = 4 - 8 = -4$ не подходит, так как при $y = -4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 12$

№ 680. (с). Обозначим за x км/ч и $(x - 100)$ км/ч скорости первого и второго самолетов. Тогда первый самолет затратил $\left(\frac{1800}{x}\right)$ ч, второй —

$$\left(\frac{1800}{x-100}\right) \text{ ч. } 36 \text{ мин} = \frac{3}{5} \text{ ч. Запишем уравнение: } \frac{1800}{x-100} - \frac{1800}{x} = \frac{3}{5},$$

$$1800 \cdot 5x - 1800 \cdot (5x - 500) = 3x(x - 100); x^2 - 100x - 300000 = 0;$$

$$D_1 = (50)^2 + 300000 = 550^2; x = 50 \pm 550;$$

$$x = 50 - 550 = -500 \text{ не подходит, значит, } x = 50 + 550 = 600; x - 100 = 500$$

Ответ: скорость первого самолета равна 600 км/ч, второго — 500 км/ч.

№ 681. (с). Обозначим первоначальную скорость поезда за x км/ч. Тогда после ее увеличения скорость будет $(x+12)$ км/ч. Первую половину пути

$$\text{поезд прошел за } \left(\frac{60}{x}\right) \text{ ч, вторую — за } \left(\frac{60}{x+12}\right) \text{ ч. } 10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ ч.}$$

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{120}{x} = \frac{60}{x} + \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6};$$

$$360(x+12) - 360x = x(x+12); 360x + 4320 - 360x = x^2 + 12x;$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0; D_1 = 36 + 4320 = 4356 = 66^2; x = -6 \pm 66;$$

$$x = -6 - 66 = -72 \text{ не подходит, значит, } x = -6 + 66 = 60.$$

Ответ: первоначально поезд двигался со скоростью 60 км/ч.

№ 698 (№ 682). Обозначим за x км/ч — скорость поезда, $(x+15)$ км/ч скорость поезда после ее увеличения. Первый участок пути поезд прошел

$$\text{за } \left(\frac{150}{x}\right) \text{ ч, второй — за } \left(\frac{450}{x+15}\right) \text{ ч. Весь путь поезд прошел за } \frac{600}{x} \text{ ч.}$$

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{150}{x} + \frac{3}{2} + \frac{450}{x+15} = \frac{600}{x};$$

$$300(x+15) + 3x(x+15) + 900x = 1200(x+15); x^2 + 15x - 4500 = 0;$$

$$D = 15^2 + 4 \cdot 4500 = 18225 = 135^2;$$

$$x = \frac{-15 \pm 135}{2}; x = \frac{-15 - 135}{2} = -75 \text{ не подходит, значит, } x = \frac{-15 + 135}{2} = 60$$

Тогда всего поезд был в пути $\frac{600}{60} = 10$ (ч). Ответ: 10 часов.

№ 699 (№ 683). Введем следующие обозначения.

$(x - 1)$ км/ч — скорость на первом переходе, x км/ч — скорость на втором переходе, $(x - 2)$ км/ч — скорость на третьем переходе.

$$\text{Тогда первый переход был пройден за } \left(\frac{12,5}{x-1}\right) \text{ ч, второй — за } \left(\frac{18}{x}\right) \text{ ч}$$

$$\text{третий — за } \left(\frac{14}{x-2}\right) \text{ ч. Запишем уравнение, учитывая данные задачи}$$

$$\frac{14}{x-2} = \frac{18}{x} + \frac{1}{2}; 28x = 36x - 72 + x^2 - 2x; x^2 + 6x - 72 = 0; D = 9 + 72 = 81$$

$$x = -3 \pm 9; x = -3 - 9 = -12 \text{ не подходит, значит, } x = -3 + 9 = 6.$$

$x - 1 = 5; x - 2 = 4; \frac{12,5}{x-1} = 2,5; \frac{18}{x} = 3; \frac{14}{x-2} = 3,5$. Ответ: первый переход прошли за 2,5 часа, второй за 3 часа, третий за 3,5 часа.

№ 700 (№ 684). Обозначим за x км/ч скорость автомобиля на первых двух участках пути, $(x + 10)$ км/ч — его скорость на третьем участке.

От А до В автомобиль доехал за $\left(\frac{240}{x}\right)$ ч, первую половину пути от В

до А он проехал за $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{120}{x+10}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} + \frac{120}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{240}{x};$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0; D_1 = 25 + 3000 = 55^2; x = -5 \pm 55;$$

$x = -5 - 55 = -60$ не подходит, значит; $x = -5 + 55 = 50$. Ответ: 50 км/ч.

№ 701 (№ 685). Обозначим скорость поезда на участке от А до В за x км/ч, тогда на первом участке обратного пути, равном 160 км, он шел со скоростью x км/ч, на втором — со скоростью $(x - 20)$ км/ч. На путь от А

до В он потратил $\left(\frac{400}{x}\right)$ ч, на первую часть обратного пути — $\left(\frac{160}{x}\right)$ ч,

на вторую его часть — $\left(\frac{240}{x-20}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{400}{x} + \frac{160}{x} + \frac{240}{x-20} = 11;$$

$$560(x-20) + 240x = 11x(x-20); 11x^2 - 1020x + 11200 = 0;$$

$$D_1 = (-510)^2 + 11 \cdot 11200 = 260100 - 123200 = 136900 = 370^2;$$

$$x = \frac{510 \pm 370}{11}. \text{ При } x = \frac{510 - 370}{11} = \frac{140}{11}, x - 20 < 0, \text{ т.е. не подходит по}$$

смыслу задачи, значит $x = \frac{510 + 370}{11} = 80$; $x - 20 = 60$. Ответ: 60 км/ч.

№ 686. (с). Если x км/ч — скорость течения реки, то

$(x + 55)$ км/ч — скорость теплохода по течению,

$(x - 55)$ км/ч — его скорость против течения.

На весь путь теплоход потратит $5\frac{1}{2}$ ч, из них он плыл по течению

$\left(\frac{150}{x+55}\right)$ ч, против течения — $\left(\frac{150}{x-55}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{150}{55+x} + \frac{150}{55-x} = 5\frac{1}{2};$$

$$300(55-x) + 300(55+x) = 11(55^2 - x^2); x^2 - 25 = 0 \quad x = \pm 5;$$

$x = -5$ не подходит, значит $x = 5$.

Ответ: 5 км/ч.

№ 702 (№ 687). Если x км/ч — скорость течения, то против течения лодка плыла со скоростью $(12 - x)$ км/ч, на лодке турист плыл $\left(\frac{25}{12-x}\right)$ ч, на плоту — $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{25}{x} - \frac{25}{12-x} = 10$,

$$25(12-x) - 25x = 10x(12-x); x^2 - 17x + 30 = 0;$$

$$D = (-17)^2 - 4 \cdot 30 = 169 = 13^2; x = \frac{17 \pm 13}{2}; \text{ при } x = \frac{17+13}{2} = 15,$$

$12 - x < 0$, т.е. $x = 15$ не подходит, значит, $x = \frac{17-13}{2} = 2$. Ответ: 2 км/ч.

№ 703 (№ 688). Если x км/ч — скорость течения в притоке, то $(x - 1)$ — скорость течения в реке; лодка плыла вверх по реке $\left(\frac{35}{10-(x-1)}\right)$ ч,

по притоку $\left(\frac{18}{10-x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{35}{11-x} + \frac{18}{10-x} = 8$;

$$35(10-x) + 18(11-x) = 8(10-x)(11-x); 8x^2 - 115x + 332 = 0;$$

$$D = (-115)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 332 = 13225 - 10624 = 2601;$$

$$x = \frac{115 \pm \sqrt{2601}}{16} = \frac{115 \pm 51}{16}; \text{ если } x = \frac{115+51}{16} = \frac{166}{16} > 10, \text{ т.е. } 10-x < 0,$$

значит, $x = \frac{166}{16}$ не подходит, т.е. $\frac{115-51}{16} = 4$; $x - 1 = 3$

Ответ: скорость течения в реке равна 3 км/ч.

№ 704 (№ 689). Если x км/ч — скорость плота, то $(x + 12)$ км/ч — скорость катера; катер плыл $\left(\frac{20}{x+12}\right)$ ч, плот — $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч. Запишем уравнение

$$\frac{20}{x+12} - 5\frac{1}{3} = \frac{20}{x}; 3 \cdot 20x + 16x(x+12) = 60(x+12); x^2 + 12x - 45 = 0;$$

$$D_1 = 36 + 45 = 81 = 9^2; x = -6 \pm 9;$$

$x = -6 - 9 = -15$ не подходит, значит, $x = -6 + 9 = 3$. Ответ: 3 км/ч.

№ 705 (№ 690). Обозначим за x км/ч скорость течения. Скорость лодки в неподвижной воде равна $90 \text{ м/мин} = 5,4 \text{ км/ч}$.

На веслах рыболов плыл $\left(\frac{6}{5,4-x}\right)$ ч, без весел — $\left(\frac{6}{x}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{6}{5,4-x} - \frac{6}{x} = 4,5$; $12x + 12(5,4-x) = 9x(5,4-x)$;

$$x^2 - 5,4x + 7,2 = 0; D_1 = (-2,7)^2 - 72 = 0,09 = 0,3^2; x = 2,7 \pm 0,3; x_1 = 3; x_2 = 2,4$$

Ответ: 3 км/ч или 2,4 км/ч.

№ 706 (№ 691). Если x км/ч — скорость плота, то $\left(\frac{44-27}{x}\right)$ ч — время

его движения, $(12 - x)$ км/ч — скорость катера, $\left(\frac{27}{12 - x}\right)$ ч — время дви-

жения катера. Запишем уравнение: $\frac{27}{12 - x} + \frac{8}{3} = \frac{44 - 27}{x}$;

$$81x - 8x(12 - x) = 51(12 - x); \quad 2x^2 - 57x + 153 = 0;$$

$$D = (-57)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 153 = 2025 = 45^2; \quad x = \frac{57 \pm 45}{4}$$

при $x = \frac{57 + 45}{4} = 25,5$, $12 - x < 0$, т.е. $x = 25,5$ не подходит, значит,

$$x = \frac{57 - 45}{4} = 3.$$

Ответ: 3 км/ч.

№ 707 (№ 692). Обозначим за x км/ч и $(x + 10)$ км/ч — скорость теплохода до и после задержки в пути. До задержки он прошел $(1,5x)$ км, после — $(225 - 1,5x)$ км; после остановки он плыл $\left(\frac{225 - 1,5x}{x + 10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{225}{x} = \frac{225 - 1,5x}{x + 10} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$;

$$225x + 2250 = 225x + 0,5x^2 + 20x; \quad x^2 + 40x - 4500 = 0;$$

$D_1 = 400 + 4500 = 70^2$; $x = -20 \pm 70$; $x = -20 - 70 = -90$ не подходит. значит, $x = -20 + 70 = 50$ км/ч.

Ответ: 50 км/ч.

№ 708 (№ 693). Если скорость первого автомобиля равна x км/ч, то до остановки второй двигался со скоростью x км/ч, после — $(x + 5)$ км/ч.

Время движения первого — $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, время движения второго до оста-

новки — $\left(\frac{3}{4}\right)$ ч, после — $\left(\frac{220 - \frac{3}{4}x}{x + 5}\right)$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} = \frac{220 - \frac{3}{4}x}{x + 5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}; \quad 120x + 600 = 120x + x^2 + 5x; \quad x^2 + 20x - 2400 = 0;$$

$$D_1 = 100 + 2400 = 50^2; \quad x = -10 \pm 50;$$

$x = -10 - 50 = -60$ не подходит, значит $x = -10 + 50 = 40$.

Ответ: 40 км/ч.

№ 709 (№ 694). Обозначим за x км/ч и $(x + 10)$ км/ч скорость автобуса до и после ее увеличения, тогда от А до В он доехал за $\frac{400}{x}$ ч, от В до точки, где

он увеличил скорость, за 2 ч, от этой точки до А за $\left(\frac{400 - 2x}{x + 10}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{400}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{400 - 2x}{x + 10};$$

$$1200x + 12000 = x^2 + 70x + 1200x; x^2 + 70x - 12000 = 0;$$

$$D_1 = 35^2 + 12000 = 13225 = 115^2; x = -35 \pm 115;$$

$$x = -35 - 115 = -150 \text{ не подходит, значит, } x = -35 + 115 = 80;$$

$$\frac{400 - 2x}{x + 10} = \frac{400 - 160}{90} = 2\frac{2}{3}. \quad \text{Ответ: 2 часа 40 минут.}$$

№ 710 (№ 695). Обозначим за x км/ч скорость мотоциклиста до уменьшения скорости, $(x-10)$ км/ч — скорость после ее уменьшения. Первую

часть обратного пути он проехал за $\left(\frac{100}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{4x-100}{x-10}\right)$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{100}{x} + \frac{4x-100}{x-10} = 4\frac{1}{2};$$

$$200(x-10) + 8x^2 - 200x = 9x^2 - 90x; x^2 - 90x + 2000 = 0;$$

$$D_1 = 45^2 - 2000 = 25 = 5^2; x = 45 \pm 5; x_1 = 40; x_2 = 50;$$

$$4x_1 = 160; 4x_2 = 200. \quad \text{Ответ: 160 км или 200 км.}$$

№ 711 (№ 696). Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч — скорость первого и второго автомобилей. Расстояние между городами равно

$$5x + 5(x+10) = (10x + 50) \text{ км, } \frac{150}{x+10} \text{ ч — время движения второго автомо-}$$

биля до места встречи во втором случае.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{10x + 50 - 150}{x} - \frac{150}{x+10} = 4,5;$$

$$(10x-100)(x+10) - 150x = 4,5x(x+10),$$

$$10x^2 + 100x - 100x - 1000 - 150x = 4,5x^2 + 45x; 5,5x^2 - 195x - 1000 = 0,$$

$$D = 38025 + 22000 = 60025,$$

$$x = \frac{195 \pm \sqrt{60025}}{11}, x_1 = \frac{195 - 245}{11} = -\frac{50}{11}, \text{ (не подходит)}$$

$$x_2 = \frac{195 + 245}{11} = 40 = 40, \text{ тогда } 10x + 50 = 10 \cdot 40 + 50 = 450. \text{ Ответ: 450 км}$$

№ 712 (№ 697). Обозначим за x км/ч — скорость катера в стоячей воде, тогда $(x+2)$ км/ч — скорость катера по течению, $(x-2)$ км/ч — скорость катера против течения, расстояние между M и N равно $6(x+2)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{6(x+2)+40}{x+2} + \frac{6(x+2)-40}{x-2} = 9;$$

$$(6x-28)(x-2) + (6x-28)(x+2) = 9(x^2-4),$$

$$6x^2 - 12x - 28x + 56 + 6x^2 + 12x - 28x - 56 = 9x^2 - 36; 3x^2 - 56x + 36 = 0,$$

$$D = 28^2 - 3 \cdot 36 = 676, x = \frac{28 \pm \sqrt{676}}{3} = \frac{28 \pm 26}{3};$$

$$x_1 = \frac{28-26}{3} = \frac{2}{3} \text{ (не подходит, т.к. тогда } x-2 < 0); x_2 = \frac{28+26}{3} = 18$$

Ответ: 18 км/ч.

№ 713 (№ 698). Обозначим за x км/ч — первоначальную скорость мотоцикла, тогда $\frac{36}{x}$ ч — время, за которое мотоцикл проехал первую

часть обратного пути, $\frac{5x-36}{x+3}$ ч — время движения на втором участке

обратного пути. Запишем уравнение: $\frac{36}{x} + \frac{5x-36}{x+3} = 5 - \frac{1}{4}$,

$$4 \cdot 36(x+3) + 4x(5x-36) = 19x(x+3); 144x + 432 + 20x^2 - 144x = 19x^2 + 57x;$$
$$x^2 - 57x + 432 = 0, D = 57^2 - 4 \cdot 432 = 1521.$$

$$x = \frac{57 \pm \sqrt{1521}}{2} = \frac{57 \pm 39}{2}; x_1 = \frac{57 + 39}{2} = 48, x_2 = \frac{57 - 39}{2} = 9.$$

Ответ: 9 км/ч или 48 км/ч.

№ 714 (№ 699). Обозначим за x м — длину шага сына, тогда $x + 0,2$ м — длина шага отца, сын сделал $\frac{240}{x}$ шагов, отец сделал $\frac{240}{x+0,2}$ шагов.

Запишем уравнение: $\frac{240}{x} - \frac{240}{x+0,2} = 100$;

$$240(x+0,2) - 240x = 100x(x+0,2), 240x + 48 - 240x = 100x^2 + 20x,$$
$$100x^2 + 20x - 48 = 0, 25x^2 + 5x - 12 = 0, D = 25 + 1200 = 1225 = 35^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{50}, x_1 = \frac{-5 + 35}{50} = 0,6, \text{ тогда } x + 0,2 = 0,8,$$

$$x_2 = \frac{-5 - 35}{50} = -\frac{4}{5} \text{ (не подходит).} \quad \text{Ответ: } 0,6 \text{ м, } 0,8 \text{ м.}$$

№ 715 (№ 700). Обозначим за x количество костюмов, которое вторая бригада шила за день, тогда $(x + 10)$ костюмов в день шила первая бригада, $\frac{160}{x+10}$ дней шила костюмы первая бригада, $\frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x}$ дней шила

костюмы вторая бригада. Запишем уравнение: $\frac{160}{x+10} + 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x} - 2$;

$$160x - 4x(x+10) = 120(x+10), 160x + 4x^2 + 40x = 120x + 1200;$$

$$x^2 - 20x - 300 = 0, D_1 = 10^2 + 300 = 400 = 20^2; x = 10 \pm 20;$$

$$x = -30 \text{ (не подходит); } x_2 = 10. \quad \text{Ответ: } 10 \text{ костюмов.}$$

№ 716 (№ 701). Обозначим за x плановое количество пылесосов, которое в день должна изготавливать бригада, тогда бригада должна была выполнить план за $\frac{768}{x}$ дней; за первые 5 дней бригада изготовила $5x$ пы-

лесосов, $\frac{844 - 5x}{x+6}$ дней бригада изготовляла ежедневно на 6 пылесосов

больше нормы. Запишем уравнение: $5 + \frac{844 - 5x}{x+6} = \frac{768}{x} - 1$;

$$6x(x+6) + (844 - 5x)x = 768(x+6), 6x^2 + 36x + 844 - 5x^2 = 768x + 4608;$$

$$x^2 - 112x - 4608 = 0, D_1 = 56^2 - 4608 = 7744, x = -56 \pm \sqrt{7744} = -56 \pm 88,$$

$$x = -56 - 88 = -144 \text{ (не подходит), } x_2 = -56 + 88 = 32$$

Ответ: 32 пылесоса.

№ 717. (н). Пусть масса первого сплава — x кг, тогда масса второго сплава — $(60 - x)$ кг. $\frac{6}{x} = \frac{3,6}{60-x} + 0,15$; $\frac{6}{x} = \frac{12,6 - 0,15x}{60-x}$;

$$360 - 6x = 12,6x - 0,15x^2; 0,15x^2 - 18,6x + 360 = 0$$

$$D = 18,6^2 - 4 \cdot 0,15 \cdot 360 = 129,96 = 11,4^2; x = \frac{18,6 \pm 11,4}{0,3}$$

$x = 24$ или $x = 100$ (этого быть не может, т.к. $x < 60$).

Ответ: 24 кг и 36 кг.

№ 718. (н). Пусть первоначальная масса сплава равна x кг

$$\text{Тогда } \frac{6}{x} = \frac{6}{x+13} + 0,26; \frac{6}{x} = \frac{9,38 + 0,26x}{x+13};$$

$$6x + 78 = 9,38x + 0,26x^2; 0,26x^2 + 3,38x - 78 = 0;$$

$$D = 3,38^2 + 4 \cdot 0,26 \cdot 78 = 92,5444 = 9,62^2;$$

$$x = \frac{-3,38 \pm 9,62}{0,52}; x = 12.$$

Ответ: 12 кг.

№ 719 (№ 702). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое может вспахать все поле первый трактор, тогда второй трактор может вспахать поле за $(x + 5)$ дней; $\frac{1}{x}$ — произ-

водительность первого трактора, $\frac{1}{x+5}$ — производительность второго,

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}$ — их совместная производительность.

$$\text{Запишем уравнение: } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}\right) \cdot 4 = \frac{2}{3}; \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6};$$

$$6(x+5) + 6x = x(x+5), x^2 - 7x - 30 = 0.$$

По теореме, обратной теореме Виета: $x_1 = -3$ (не подходит),

$x_2 = 10$, тогда $x + 5 = 15$. Ответ: 10 дней, 15 дней.

№ 720 (№ 703). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое оба комбайна уберут поле, за $(x + 9)$ дня уберет поле первый комбайн, за $(x + 4)$ дней уберет поле второй ком-

байн. $\left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9}\right)$ — их совместная производительность.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x};$$

$$x(x+5) + x(x+4) = (x+4)(x+9); x^2 + 9x + x^2 + 4x = x^2 + 13x + 36, x^2 = 36,$$

$$x_1 = -6 \text{ (не подходит), } x_2 = 6; x_2 + 9 = 15; x_2 + 4 = 10$$

Ответ: 15 дней, 10 дней.

№ 721 (№ 704). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое бассейн наполнится через обе трубы, тогда за $(x + 9)$ ч бассейн наполнится через первую трубу, за $(x + 16)$ ч бассейн на-

полнится через вторую трубу, $\left(\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16}\right)$ — совместная производительность по наполнению бассейна двух труб. Запишем уравнение:

$$\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{x};$$

$$x(x+16) + x(x+9) = (x+9)(x+16); x^2 + 16x + x^2 + 9x = x^2 + 25x + 144; x^2 = 144;$$

$$x_1 = -12 \text{ (не подходит)}, x_2 = 12. \quad \text{Ответ: 12 часов.}$$

№ 705. (с). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x ч время, за которое выполняют всю работу обе машинистки, тогда за $2(x-1)$ ч выполнит всю работу первая машинистка, за $3 \cdot (x-1)$ ч — вторая, их совместная производительность равна $\left(\frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)}\right)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)} = \frac{1}{x};$$

$$3x + 2x = 6(x-1); x = 6; 2 \cdot (x-1) = 10; 3 \cdot (x-1) = 15.$$

Ответ: 10 часов, 15 часов.

№ 722 (№ 706). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое первый слесарь выполнит всю работу, тогда второй слесарь может выполнить всю работу за $(x-5)$ ч; совместная производительность двух слесарей равна $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{x} \cdot 1 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) \cdot 4 = 0,4; \quad \frac{5}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{5};$$

$$25(x-5) - 20x = 2x(x-5); 25x - 125 + 20x = 2x^2 - 10x,$$

$$2x^2 - 55x + 125 = 0; D = 55^2 - 4 \cdot 2 \cdot 125 = 2025,$$

$$x = \frac{55 \pm \sqrt{2025}}{4} = \frac{55 \pm 45}{4}; x_1 = \frac{55-45}{4} = 2,5 \text{ (не подходит, так как } x_1-5 < 0),$$

$$x_2 = \frac{55+45}{4} = 25; x_2 - 5 = 20. \quad \text{Ответ: 25 часов, 20 часов.}$$

№ 707. (с). Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x дней время, за которое первый рабочий сможет выполнить всю работу, тогда его производительность равна $\frac{1}{x}$, производительность второго рабоче-

$$\text{го равна } \frac{1}{12} - \frac{1}{x}. \text{ Запишем уравнение: } \frac{0,5}{\frac{1}{12}} + \frac{0,5}{\frac{1}{12} - \frac{1}{x}} = 25;$$

$$0,5x + \frac{0,5 \cdot 12x}{x-12} = 25; 0,5x^2 - 6x + 6x = 25x - 300; x^2 - 50x + 600 = 0;$$

$$D = 25^2 - 227 = 25; x = 25 \pm \sqrt{25} = 25 \pm 5; x_1 = 25 - 5 = 20; x_2 = 25 + 5 = 30$$

Ответ 20 дней или 30 дней

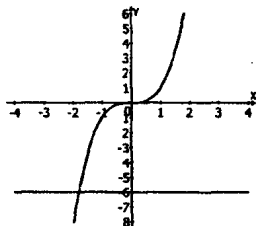
№ 708 (с).

а) $x^3 + 6 = 0$, $x^3 = -6$.

Строим графики функций

$y = -6$ и $y = x^3$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x \approx -1,8$, т.е. корень уравнения $x = -1,8$.

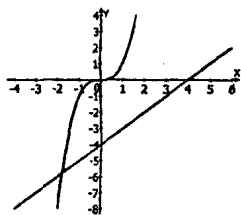
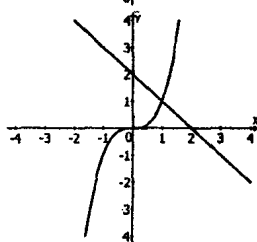


б) $x^3 + x - 2 = 0$, $x^3 = -x + 2$.

Строим графики функций

$y = x^3$ и $y = -x + 2$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x = 1$, это и есть корень данного уравнения.

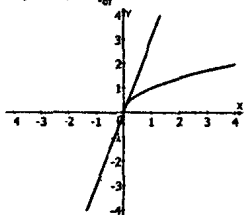


в) $x^3 - x + 4 = 0$, $x^3 = x - 4$.

Строим графики функций

$y = x^3$ и $y = -4$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x \approx -1,8$, это и есть корень данного уравнения.

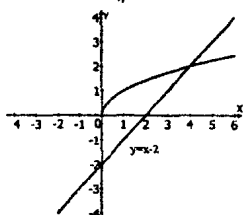


г) $\sqrt{x} = 3x$.

Строим графики функций

$y = 3x$ и $y = \sqrt{x}$

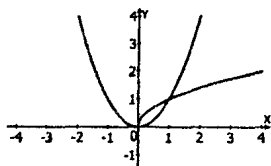
Точка пересечения имеет абсциссу $x = 0$, это и есть корень данного уравнения



д) $\sqrt{x} = x - 2$.

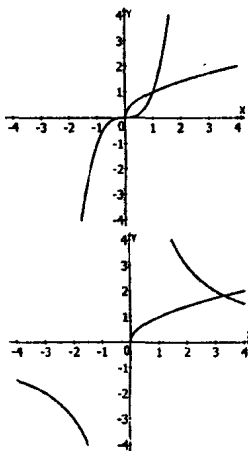
Строим графики функций $y = x - 2$ и $y = \sqrt{x}$

Точка пересечения имеет абсциссу $x = 4$, это и есть корень данного уравнения.



е) $\sqrt{x} = x^2$ Строим графики функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$

Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.

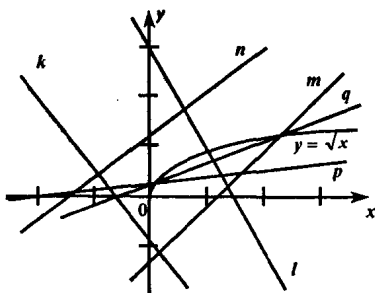


ж) $\sqrt{x} = x^3$. Строим графики функций $y = x^3$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.

з) $\sqrt{x} = \frac{6}{x}$. Строим графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 3,3$ — корень данного уравнения.

и) $\sqrt{x} = \frac{12}{x}$. Строим графики функций $y = \frac{12}{x}$ и $y = \sqrt{x}$. Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 5,2$ — корень данного уравнения.

№ 709 (с). Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = ax + b$ при различных a и b . Из рисунка определяем: если $a \leq 0, b < 0$ — нет решений (прямая k), если $a \leq 0, b \geq 0$ — 1 решение (прямая l), если $a > 0, b < 0$ — 1 решение (прямая m), если $a > 0, b \geq 0$ — нет решений (прямая n), либо 2 решения (прямая q), либо 1 решение (прямая p).



ГЛАВА IV. Неравенства

§ 10. Числовые неравенства и их свойства

28. Числовые неравенства

- № 710. (с). а) $p - q = -5$; $-5 < 0$, значит, $p < q$;
 б) $p - q = 8$; $8 > 0$, значит, $p > q$; в) $p - q = 0$; $0 = 0$, значит, $p = q$.
 № 724 (№ 711). а) $a - b = -0,001$; $0,001 < 0$, значит, $a < b$;
 б) $a - b = 0$; $0 = 0$, значит, $a = b$; в) $a - b = 4,3$; $4,3 > 0$, значит, $a > b$.
 № 725 (№ 712). а) нет, т.к. $3,72 > 0$; б) да, т.к. $-5 < 0$;
 в) нет, т.к. из $a < b$ следует, что $a - b = 0 < 0$, что неверно

$$\text{№ 726 (№ 713). } 3a(a+6) = 3a^2 + 18a;$$

$$(3a+6)(a+4) = 3a^2 + 12a + 6a + 24 = 3a^2 + 18a + 24;$$

$$3a^2 + 18a - (3a^2 + 18a + 24) = 3a^2 + 18a - 3a^2 - 18a - 24 = -24;$$

поскольку $-24 < 0$, то $3a(a+6) < (3a+6)(a+4)$ при всех значениях a , а, значит, и при $a = -5$, $a = 0$ и $a = 40$ тоже.

$$\text{№ 727 (№ 714). } 4b(b+1) = 4b^2 + 4b;$$

$$(2b+7)(2b-8) = 4b^2 - 16b + 14b - 56 = 4b^2 - 2b - 56;$$

$$4b^2 + 4b - (4b^2 - 2b - 56) = 4b^2 + 4b - 4b^2 + 2b + 56 = 6b + 56.$$

$$\text{Подставим } b = -3: 6b + 56 = 6 \cdot (-3) + 56 = -18 + 56 = 38 > 0.$$

$$\text{Подставим } b = -2: 6b + 56 = 6 \cdot (-2) + 56 = -12 + 56 = 44 > 0.$$

$$\text{Подставим } b = 10: 6b + 56 = 6 \cdot 10 + 56 = 60 + 56 = 116 > 0.$$

При всех этих значениях b значение первого выражения больше, чем второго. Однако, если $b=20$, то $6b+56=6 \cdot (20)+56=64$, т.е. значение первого выражения меньше, чем второго, т.е. нельзя утверждать, что значение первого выражения всегда больше, чем второго.

$$\text{№ 728 (№ 715). а) } 3(a+1) + a - 4(2+a) = 3a + 3 + a - 8 - 4a = -5 < 0,$$

значит, $3(a+1) + a < 4(2+a)$ при всех a ;

$$\text{б) } (7p-1)(7p+1) - 49p^2 = 49p^2 - 1 - 49p^2 = -1 < 0, \text{ значит, } (7p-1)(7p+1) < 49p^2 \text{ при}$$

всех p ;

$$\text{в) } (a-2)^2 - a(a-4) = a^2 - 4a + 4 - a^2 + 4a = 4 > 0, \text{ значит, } (a-2)^2 > a(a-4) \text{ при всех } a;$$

$$\text{г) } (2a+3)(2a+1) - 4a(a+2) = 4a^2 + 2a + 6a + 3 - 4a^2 - 8a = 3 > 0,$$

значит, $(2a+3)(2a+1) > 4a(a+2)$ при всех a .

$$\text{№ 729 (№ 716). а) } 2b^2 - 6b + 1 - 2b(b-3) = 2b^2 - 6b + 1 - 2b^2 + 6b = 1 > 0, \text{ значит,}$$

$$2b^2 - 6b + 1 > 2b(b-3); \text{ неравенство доказано.}$$

$$\text{б) } (c+2)(c+6) - (c+3)(c+5) = c^2 + 6c + 2c + 12 - c^2 - 5c - 3c - 15 = -3 < 0;$$

$$(c+2)(c+6) < (c+3)(c+5); \text{ неравенство доказано.}$$

$$\text{в) } p(p+7) - (7p-1) = p^2 + 7p - 7p + 1 = p^2 + 1 > 0;$$

$$p(p+7) > (7p-1); \text{ неравенство доказано.}$$

$$\text{г) } 8y(3y-10) - (5y-8)^2 = 24y^2 - 80y - (25y^2 - 80y + 64) =$$

$$= 24y^2 - 80y - 25y^2 + 80y - 64 = -y^2 - 64 = -(y^2 + 64) < 0, \text{ значит,}$$

$$-(y^2 + 64) < 0; 8y(3y-10) < (5y-8)^2; \text{ неравенство доказано.}$$

$$\text{№ 730 (№ 717).}$$

$$\text{а) } 4x(x+0,25) - (2x+3)(2x-3) = 4x^2 + x - (4x^2 - 9) = 4x^2 + x - 4x^2 + 9 = x + 9$$

$$\text{При } x = -10, x + 9 = -1, \text{ т.е. } 4x(x+0,25) < (2x+3)(2x-3),$$

значит, исходное неравенство верно не при любых x

$$\text{б) } (5x-1)(5x+1) - 25x^2 + 2 = 25x^2 - 1 - 25x^2 + 2 = -3 < 0 \text{ при любом } x,$$

значит, неравенство $(5x-1)(5x+1) < 25x^2 + 2$ верно при любом x

$$\text{в) } (3x+8)^2 - 3x(x+16) = 9x^2 + 48x + 64 - 3x^2 - 48x = 6x^2 + 64,$$

$$6x^2 + 64 > 0 \text{ при любом } x, \text{ значит, неравенство}$$

$$(3x+8)^2 > 3x(x+16) \text{ верно при любом } x.$$

$$\text{г) } (7+2x)(7-2x) - 49 + x(4x+1) = 49 - 4x^2 - 49 + 4x^2 + x = x,$$

$$\text{значит, неравенство } (7+2x)(7-2x) < 49 + x(4x+1) \text{ верно при } x < 0$$

и неверно при $x \geq 0$, т.е. оно верно не при любом значении x

$$\text{№ 731 (№ 718).}$$

$$\text{а) } a(a+b) - ab = a^2 + ab - ab = a^2 \geq 0 \text{ при всех } a, \text{ значит, } a(a+b) \geq ab.$$

$$\text{б) } m^2 - mn + n^2 - mn = m^2 + n^2 \geq 0 \text{ при всех } m \text{ и } n, \text{ значит, } m^2 - mn - n^2 \geq mn.$$

$$\text{в) } 2bc \cdot (b^2 + c^2) = 2bc \cdot b^2 - c^2 = -(b^2 - 2bc + c^2) = -(b-c)^2 \leq 0 \text{ при всех } b$$

$$\text{и } c, \text{ значит, } 2bc \leq (b^2 + c^2);$$

г) $a(a-b) - b(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = (a-b)^2 \geq 0$ при всех a и b , значит, $a(a-b) \geq b(a-b)$.

№ 732 (№ 719). а) $10a^2 - 5a + 1 - (a^2 + a) = 10a^2 - 5a + 1 - a^2 - a = 9a^2 - 6a + 1 = (3a - 1)^2 \geq 0$ при всех a , значит, $10a^2 - 5a + 1 \geq a^2 + a$ при всех a ;

б) $a^2 - a - (50a^2 - 15a + 1) = a^2 - a - 50a^2 + 15a - 1 = -49a^2 + 14a - 1 = -(7a - 1)^2 \leq 0$ при всех a , значит, $a^2 - a \leq 50a^2 - 15a + 1$ при всех a .

№ 733. (н). $\frac{a+2}{a} - 2 - \left(2 - \frac{a+2}{2}\right) = 1 + \frac{2}{a} - 2 - 2 + 1 + \frac{a}{2} = \frac{2}{a} + \frac{a}{2} - 2 =$
 $= \frac{a^2 - 4a + 4}{2a} = \frac{(a-2)^2}{2a} \geq 0$ при $a > 0$, поэтому $\frac{a+2}{a} - 2 \geq 2 - \frac{a+2}{2}$

№ 734 (№ 720). Обозначим за a и $\frac{1}{a}$ — положительное число и число, обратное ему. $a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a}$; так как $(a-1)^2 \geq 0$ и $a > 0$ по условию, значит, $\frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$, значит, $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

№ 735 (№ 721). а) $\frac{c^2+1}{2} - c = \frac{c^2+1-2c}{2} = \frac{(c-1)^2}{2} \geq 0$, значит, $\frac{c^2+1}{2} \geq c$,

б) $\frac{c}{c^2+1} - \frac{1}{2} = \frac{2c - c^2 - 1}{2(c^2+1)} = -\frac{(c-1)^2}{2(c^2+1)}$; $(c-1)^2 \geq 0$, $2(c^2+1) > 0$,

значит, $-\frac{(c-1)^2}{2(c^2+1)} \leq 0$ и $\frac{c}{c^2+1} \leq \frac{1}{2}$.

№ 736 (№ 722). а) $a^2 - 6a + 14 = (a^2 - 6a + 9) + 5 = (a-3)^2 + 5 > 0$;

б) $b^2 + 70 - 16b = b^2 - 16b + 70 = (b^2 - 16b + 46) + 6 = (b-8)^2 + 6 > 0$.

№ 723. (с) Пусть $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0.$$

№ 737. (н). Неравенство 3 не является верным при любом значении a , а именно при $a = 2$.

№ 738. (н) а) $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 = 9 + 2\sqrt{18}$; $(\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 = 9 + 2\sqrt{14}$;

$$(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 > (\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{6} + \sqrt{3} > \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

б) $(\sqrt{3} - 2)^2 = 7 + 4\sqrt{3}$; $(\sqrt{6} + 1)^2 = 7 + 2\sqrt{6}$;

$$(\sqrt{3} - 2)^2 > (\sqrt{6} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{3} - 2 > \sqrt{6} + 1.$$

в, $(\sqrt{5} - 2)^2 = 9 - 4\sqrt{5}$; $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 = 9 - 6\sqrt{2}$;

$$(\sqrt{5} - 2)^2 < (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{5} - 2 < \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$r) (\sqrt{10} - \sqrt{7})^2 = 17 - 2\sqrt{70}; (\sqrt{11} - \sqrt{6})^2 = 17 - 2\sqrt{66};$$

$$(\sqrt{10} - \sqrt{7})^2 < (\sqrt{11} - \sqrt{6})^2 \Rightarrow \sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{11} - \sqrt{6}.$$

$$\text{№ 739. (н)} \quad \frac{a^2 + b^2}{2} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} =$$

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 \geq 0, \text{ поэтому}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2, \text{ а значит } \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \text{ при } a \geq 0 \text{ и } b \geq 0.$$

$$\text{№ 740 (№ 724). } a^3 + b^3 - ab(a+b) = a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = (a^3 - a^2b) + (b^3 - ab^2) = \\ = a^2(a-b) - b^2(a-b) = (a-b)(a^2 - b^2) = (a-b)(a-b)(a+b) = \\ = (a-b)^2(a+b) > 0, \text{ поскольку } (a-b)^2 > 0 \text{ и } a+b > 0 (a \geq 0, b \geq 0 \text{ и } a \neq b) \text{ Значит, } a^3 + b^3 > ab(a+b).$$

$$\text{№ 741 (№ 725). После сложения получили четыре числа: } 0 + k = k; \\ 1 + k; 2 + k; 3 + k; k(3+k) - (1+k)(2+k) = 3k + k^2 - (2+k+2k+k^2) = \\ = 3k + k^2 - 2 - k - 2k - k^2 = -2 < 0, \text{ значит, } k(3+k) < (1+k)(2+k).$$

№ 742. (н) Если расстояние между поселком и станцией S км, то Коля потратил на путь $\frac{S}{5}$ часов, а Миша — $\frac{S}{2 \cdot 5,5} + \frac{S}{2 \cdot 4,5} = \frac{20S}{99}$, $\frac{S}{5} < \frac{20S}{99}$, поэтому Коля пришел первым.

Упражнения для повторения

№ 743 (№ 726). Подставляя $x = -\frac{1}{3}$, получаем:

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x + 2} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3}{-\frac{1}{3} + 2} = \frac{\frac{1}{9} + 2 + 3}{\frac{5}{3}} = \frac{\frac{46}{9}}{\frac{5}{3}} = \frac{46 \cdot 3}{9 \cdot 5} = \frac{46 \cdot 3}{5 \cdot 9} = \frac{46}{15} = 3 \frac{1}{15}$$

№ 744 (№ 727).

$$a) \frac{x^2 - 10x + 25}{35 - 7x} = \frac{(5-x)^2}{7(5-x)} = \frac{5-x}{7}; \quad б) \frac{4x^2 - 12x + 9}{(3-2x)^2} = \frac{(2x-3)^2}{(2x-3)^2} = 1.$$

$$\text{№ 745 (№ 728). а) } \frac{5}{x} = 2 - \frac{3}{x-2};$$

$$5(x-2) = 2x(x-2) - 3x; \quad 2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0;$$

$$2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0; \quad 2x^2 - 12x + 10 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0; \quad (x-1)(x-5) = 0; \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 5;$$

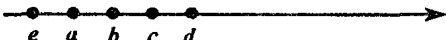
$$б) \frac{3}{2x-1} = 5x - 9; \quad 3 = (5x-9)(2x-1);$$


$$10x^2 - 5x - 18x + 9 - 3 = 0; \quad 10x^2 - 23x + 6 = 0;$$

$$D = (-23)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 6 = 529 - 240 = 289;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 10} = \frac{23 \pm 17}{20}; x_1 = \frac{23+17}{20} = \frac{40}{20} = 2; x_2 = \frac{23-17}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

29. Свойства числовых неравенств

№ 746 (№ 729). 

№ 747 (№ 730). 

Ответ: $p < n, p < q, m < q$.

№ 748 (№ 731). 1) $a < b < b + 1$, значит, $a < b + 1$;

2) $a - 3 < a < b$, значит, $a - 3 < b$;

3) $a - 5 < a < b < b + 1$, значит, $a - 5 < b + 2$;

4) $a + 4$ и $b - 1$ сравнить нельзя, так как $a + 4 > a$ и $b - 1 < b$.

№ 749 (№ 732). а) $a - 3 > b - 3$, значит, $(a - 3) + 3 > (b - 3) + 3$, т.е. $a > b$;

так как $b > 4$, то $a > 4$, т.е. a и b — положительные;

б) $a - 8 > b - 8$, значит, $(a - 8) + 8 > (b - 8) + 8$, т.е. $a > b$;

так как $a < -12$, то $b < -12$, т.е. a и b — отрицательные;

в) $7a > 7b$, значит, $(7a) > (7b)$, т.е. $a > b$;

так как $b > \frac{1}{2}$, то $a > \frac{1}{2}$, т.е. a и b — положительные;

г) $-2a > -2b$, значит, $(-2a) < (2b)$, т.е. $a < b$;

так как $b < -\frac{1}{3}$, то $a < -\frac{1}{3}$, т.е. a и b — отрицательные.

№ 750 (№ 733). а) 1) $18 + (-5) > -7 + (-5)$; $13 > -12$;

2) $18 + 2,7 > -7 + 2,7$; $20,7 > -4,3$; 3) $18 + 7 > -7 + 7$; $25 > 0$;

б) 1) $5 - 2 > -3 - 2$; $3 > -5$;

2) $5 - 12 > -3 - 12$; $-7 > -15$; 3) $5 - (-5) > -3 - (-5)$; $10 > 2$;

в) 1) $(-9) \cdot 2 < 21 \cdot 2$; $-18 < 42$;

2) $(-9) \cdot (-1) > 21 \cdot (-1)$; $9 > -21$, 3) $(-9) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) > 21 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; $3 > -7$,

г) 1) $15 \cdot 3 > (-6) \cdot 3$; $5 > -2$;

2) $15 : (-3) < (-6) : (-3)$; $-5 < 2$; 3) $15 : (-1) < (-6) : (-1)$; $-15 < 6$.

№ 751 (№ 734). а) $a + 4 < b + 4$; б) $a - 5 < b - 5$; в) $8a < 8b$; г) $3a < 3b$;

д) $-4,8a > -4,8b$; е) $-a > -b$.

№ 752 (№ 735). а) $-12,7a > -12,7b$; б) $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$; в) $0,07a < 0,07b$; г) $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$

№ 753 (№ 736). а) $5a < 2a$; $5a - 2a = 3a < 0$, значит, $a < 0$;

б) $7a > 3a$; $7a - 3a = 4a > 0$, значит, $a > 0$;

в) $-3a < 3a$; $-3a - 3a = -6a < 0$, значит, $a > 0$;

г) $-12a > -2a$; $-12a - (-2a) = -10a > 0$, значит, $a < 0$.

№ 754 (№ 737). Если $c > d$, то:

а) $-7c < -7d$ по Теореме 4, на странице 158, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число.

б) $\frac{c}{8} > \frac{d}{8}$ по Теореме 4, на странице 158, о делении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число.

в) $2c+11 > 2d+11$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

г) $0,01c - 0,7 > 0,01d - 0,7$ по Теореме 4, на странице 158, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3, на странице 158, о вычитании из обеих частей верного неравенства одного и того же числа.

д) $1-c < 1-d$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

е) $2 - \frac{c}{2} < 2 - \frac{d}{2}$ по Теореме 4 о делении обеих частей верного неравенства

на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

№ 755 (№ 738). Так как $a > b$, $d < b$, $c > a$ и $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$, то

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}, \frac{1}{d} > \frac{1}{b}, \frac{1}{c} < \frac{1}{a}, \text{ т.е. } \frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}.$$

№ 756. (н) $3a < 2a < a - \sqrt{3} < a(\sqrt{3} - \sqrt{2}) < -a\sqrt{7}$.

№ 757 (№ 739). а) $3 < a < 4$; $3 \cdot 5 < 5a < 4 \cdot 5$; $15 < 5a < 20$;

б) $3 < a < 4$; $-3 > -a > -4$; $-4 < -a < -3$;

в) $3 < a < 4$; $3 + 2 < a + 2 < 4 + 2$; $5 < a + 2 < 6$;

г) $3 < a < 4$; $-3 + 5 > -a + 5 > -4 + 5$; $1 < 5 - a < 2$;

д) $3 < a < 4$; $3 \cdot 0,2 + 3 < 0,2a + 3 < 4 \cdot 0,2 + 3$; $3,6 < 0,2a + 3 < 3,8$.

№ 758 (№ 740). Известно, что $5 < x < 8$; тогда:

а) $5 \cdot 6 < 6x < 6 \cdot 8$; $30 < 5x < 48$;

б) $-10 \cdot 5 > -10x > -10 \cdot 8$; $-80 < -10x < -50$;

в) $5 - 5 > x - 5 > 8 - 5$; $0 < x - 5 < 3$;

д) $3 \cdot 5 + 2 < 3x + 2 < 3 \cdot 8 + 2$; $17 < 3x + 2 < 26$.

№ 759 (№ 741). Исходя из того, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$, имеем:

а) $1,4 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 1,5 + 1$; $2,4 < \sqrt{2} + 1 < 2,5$;

б) $1,4 - 1 < \sqrt{2} - 1 < 1,5 - 1$; $0,4 < \sqrt{2} - 1 < 0,5$;

в) $-1,4 + 2 > 2 - \sqrt{2} > -1,5 + 2$; $0,5 < 2 - \sqrt{2} < 0,6$.

№ 760 (№ 742). Исходя из того, что $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, имеем:

а) $2,2 + 2 < \sqrt{5} + 2 < 2,3 + 2$; $4,2 < \sqrt{5} + 2 < 4,3$;

б) $-2,2 + 3 > 3 - \sqrt{5} > -2,3 + 3$; $0,7 < 3 - \sqrt{5} < 0,8$.

№ 761 (№ 743). Учитывая, что $5,1 \leq a \leq 5,2$, получаем:

а) $P = 4a$, значит, $4 \cdot 5,1 \leq 4a \leq 4 \cdot 5,2$, т.е. $20,4 \leq P \leq 20,8$;

б) $a = \frac{P}{4}$, значит, $\frac{15,6}{4} \leq \frac{P}{4} \leq \frac{15,8}{4}$, т.е. $3,9 \leq a \leq 3,95$.

№ 762 (№ 744). а) $5 < y$ и $y < 8$, значит, $\frac{1}{5} > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > \frac{1}{8}$, т.е. $\frac{1}{8} < \frac{1}{y} < \frac{1}{5}$;

б) $0,125 < y < 0,25$; $\frac{1}{8} < y < \frac{1}{4}$; значит, $8 > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > 4$, т.е. $4 < \frac{1}{y} < \frac{1}{8}$.

Упражнения для повторения

№ 763 (№ 745). Подставляя $x = \frac{1}{4}$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{16}$

Подставляя $x = -3$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = (-3)^2 - 4(-3) + 1 = 9 + 12 + 1 = 22$.

Подставляя $x = 2 - \sqrt{3}$ получаем:

$$x^2 - 4x + 1 = (2 - \sqrt{3})^2 - 4(2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 4 + 3 - 8 + 1 = 0.$$

№ 764 (№ 746). а) $\frac{8x^2 - 3}{5} - \frac{5 - 9x^2}{4} = 2$;

$$32x^2 - 12 - 25 + 45x^2 = 20 \cdot 2; 77x^2 = 77; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1.$$

б) $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$; $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{(x + 1)(x^2 - x + 1)}$;

$$2(x + 1) - x^2 + x - 1 = 2x - 1; -x^2 + x + 2 = 0; x^2 - x - 2 = 0;$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1(-2) = 1 + 8 = 9;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}; x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2; x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -\frac{2}{2} = -1; \text{ не подходит, т.к.}$$

при $x = -1$ знаменатель дроби обращается в ноль, значит, единственный корень уравнения — $x = 2$.

в) $\frac{10}{x^2 - 4} - \frac{3}{2x - 4} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{3}{2(x - 2)} = \frac{1}{2}$;

$$20 - 3(x + 2) = (x - 2)(x + 2); 20 - 3x - 6 = x^2 - 4; x^2 + 3x - 18 = 0;$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1(-18) = 9 + 72 = 81;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2}; x_1 = \frac{-3 + 9}{2} = 3; x_2 = \frac{-3 - 9}{2} = -6;$$

г) $x - \frac{x^2 - 17}{x - 3} = \frac{5}{x}$; $x^2(x - 3) - x(x^2 - 17) = 5(x - 3)$;

$$x^3 - 3x^2 - x^3 + 17x = 5x - 15; -3x^2 + 17x - 5x + 15 = 0;$$

$$-3x^2 + 12x + 15 = 0; x^2 - 4x - 5 = 0; D_1 = (-2)^2 - 1(-5) = 4 + 5 = 9;$$

$$x = 2 \pm \sqrt{9} = 2 \pm 3; x_1 = 2 + 3 = 5; x_2 = 2 - 3 = -1.$$

30. Сложение и умножение числовых неравенств

№ 765 (№ 747). а) $12 > -5$ (+) $9 > 7$ (=) $21 > 2$;

б) $-2,5 < -0,7$ (+) $-6,5 < -1,3$ (=) $-9 < -2$.

№ 766 (№ 748). а) $5 > 2$ (×) $4 > 3$ (=) $20 > 6$; б) $8 < 10$ (×) $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ (=) $2 < 5$

№ 767 (№ 749). а) Так как $a > 0$, $b > 0$, то перемножив почленно неравенства ($a > b$) и ($a > b$), получим: $a \cdot a > b \cdot b$, т.е. $a^2 > b^2$.

б) Так как $a^2 > b^2$, то вычитая из обеих частей верного неравенства $a^2 > b^2$ число b^2 , получим $a^2 - b^2 > 0$. Преобразуем левую часть неравенства: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Так как $b > 0$ и $a > 0$, то $a + b > 0$, значит, полученное произведение будет положительно только если $a - b > 0$, т.е. если $a > b$.

№ 768 (№ 750). а) $3 < a < 4$ (+) $4 < b < 5$ (\Rightarrow) $7 < a + b < 9$;

б) из $4 < b < 5$ следует, что $-5 < -b < -4$, тогда

$3 < a < 4$ (+) $-5 < -b < -4$ (\Rightarrow) $-2 < a - b < 0$;

в) $3 < a < 4$ (x) $4 < b < 5$ (\Rightarrow) $12 < ab < 20$;

г) из $4 < b < 5$ следует, что $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$, тогда

$3 < a < 4$ (x) $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$ (\Rightarrow) $\frac{3}{5} < \frac{a}{b} < 1$.

№ 769 (№ 751). а) $6 < x < 7$ (+) $10 < y < 12$ (\Rightarrow) $16 < x + y < 19$;

б) из $6 < x < 7$ следует, что $-7 < -x < -6$, тогда

$10 < y < 12$ (+) $-7 < -x < -6$ (\Rightarrow) $3 < y - x < 6$;

в) $6 < x < 7$ (x) $10 < y < 12$ (\Rightarrow) $60 < xy < 84$;

г) из $6 < x < 7$ следует, что $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$, тогда

$10 < y < 12$ (x) $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$ (\Rightarrow) $1\frac{3}{7} < \frac{y}{x} < 2$.

№ 770 (№ 752). а) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ (+) $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ (\Rightarrow) $3,1 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,3$;

б) из $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ следует, что $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$, тогда

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ (+) $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$ (\Rightarrow) $0,2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,4$.

№ 771 (№ 753). а) $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ (\Rightarrow) $4,6 < \sqrt{6} + \sqrt{5} < 4,8$;

б) из $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ следует, что $-2,2 > -\sqrt{5} > -2,3$, тогда

$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $-2,3 < -\sqrt{5} < -2,2$ (\Rightarrow) $0,1 < \sqrt{6} - \sqrt{5} < 0,3$.

№ 772 (№ 754). Если a — основание, а b — боковая сторона равнобедренного треугольника, то его периметр равен: $P = a + 2b$.

Если $41 \leq b \leq 43$, то умножив это неравенство на 2, получим:

$82 \leq 2b \leq 86$. Тогда сложим неравенства:

$26 \leq a \leq 28$ (+) $82 \leq 2b \leq 86$ (\Rightarrow) $108 \leq a + 2b \leq 114$.

Ответ: $108 \text{ мм} \leq P \leq 114 \text{ мм}$.

№ 773 (№ 755). а) Периметр прямоугольника со сторонами a и b равен: $P = 2a + 2b$. Если $5,4 < a < 5,5$ и $3,6 < b < 3,7$, то умножив на 2 каждое из этих неравенств получаем: $10,8 < 2a < 11$, $7,2 < 2b < 7,4$.

Тогда сложим неравенства:

$10,8 < 2a < 11$ (+) $7,2 < 2b < 7,4$ (\Rightarrow) $18 < 2a + 2b < 18,4$.

Ответ: $18 \text{ см} < P < 18,4 \text{ см}$.

б) Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна: $S = ab$.

Умножим исходные неравенства:

$5,4 < a < 5,5$ (x) $3,6 < b < 3,7$ (\Rightarrow) $19,44 < ab < 20,35$.

Ответ: $19,44 \text{ см}^2 < S < 20,35 \text{ см}^2$

№ 774 (№ 756). Если a и b — стороны прямоугольника, то его площадь равна: $S = ab$. Умножим исходные неравенства: $7,5 \leq a \leq 7,6$ (\times) $5,4 \leq b \leq 5,5$ ($=$) $40,5 \leq ab \leq 41,8$, т.е. площадь S комнаты прямоугольной формы не меньше $40,5 \text{ м}^2$, значит, это помещение подойдет.

№ 775 (№ 757). Обозначим за α и β — углы треугольника; найдем величину третьего угла: $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$. Тогда

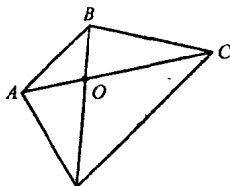
$58 \leq \alpha \leq 59$ ($+$) $102 \leq \beta \leq 103$ ($=$) $160 \leq \alpha + \beta \leq 162$; $-162 \leq -(\alpha + \beta) \leq -160$;
 $162 + 180 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq -160 + 180$, значит, $18 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq 20$.

Ответ: $18^\circ \leq \gamma \leq 20^\circ$.

№ 776 (н). а) $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ac} = 8abc$;

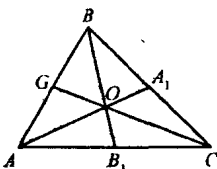
б)
$$\frac{(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)}{16} \geq \frac{2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc}}{16} = abc.$$

№ 777 (н).



По неравенству треугольника: $AB < AO + BO$; $CD < CO + DO$. Сложим эти 2 неравенства: $AB + CD < AO + BO + CO + DO = AC + BD$ - получили искомое.

№ 778 (н).



$$\left. \begin{array}{l} AO + B_1O > AB_1 \\ BO + C_1O > BC_1 \\ CO + A_1O > A_1C \end{array} \right\} \Rightarrow AO + A_1O + BO + B_1O + CO + C_1O > AB_1 + BC_1 + A_1C$$

$$AA_1 + BB_1 + CC_1 > \frac{AB + BC + AC}{2}$$

Упражнения для повторения

№ 779 (№ 758). Обозначим за a дм — длину стороны квадрата; $(a - 5)$ дм — ширина оставшейся части листа; площадь оставшейся части листа равна $(a(a - 5)) \text{ дм}^2$.

Запишем уравнение: $a(a - 5) = 6$; $a^2 - 5a - 6 = 0$;

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49; a = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}; a_1 = \frac{5+7}{2} = 6;$$

$$a_2 = \frac{5-7}{2} = -1 \text{ (не подходит).}$$

Ответ: $6 \times 6 \text{ дм}^2$.

№ 780 (№ 759).

$$\left(\frac{8x}{16-9x^2} + \frac{x}{3x-4}\right) : \left(1 - \frac{4-3x}{4+3x}\right) = \left(\frac{8x}{(4-3x)(4+3x)} - \frac{x}{4-3x}\right) : \left(\frac{4+3x-4+3x}{4-3x}\right) =$$
$$= \frac{8x-4x-3x^2}{(4-3x)(4+3x)} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x}{4+3x} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x(4+3x)}{6x(4+3x)} = \frac{1}{6}.$$

№ 781 (н). а) $9a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{9a \cdot \frac{1}{a}} = 6$ при $a > 0$;

б) $25b + \frac{1}{b} + 10 = \frac{25b^2 + 10b + 1}{b} = \frac{(5b+1)^2}{b} \leq 0$ при $b < 0$. поэтому

$25b + \frac{1}{b} \leq -10$ при $b < 0$.

31. Погрешность и точность приближения

№ 782(н) $17,26 \approx 17,3$, $|17,26 - 17,31| = 0,04$;

$12,034 \approx 12$, $|12,034 - 12| = 0,034$;

$8,654 \approx 8,7$, $|8,654 - 8,7| = 0,046$.

№ 783(н). а) $|9,87 - 10| = 0,13$; б) $|124 - 120| = 4$;

в) $|0,453 - 0,5| = 0,047$; г) $|0,198 - 0,21| = 0,002$.

№ 784(н) $\left|\frac{1}{7} - 0,14\right| = \left|\frac{1}{7} - \frac{7}{50}\right| = \left|\frac{50-49}{350}\right| = \frac{1}{350}$.

№ 785(н). а) $6,4 \leq y \leq 6,6$; б) $1,07 \leq y \leq 1,47$.

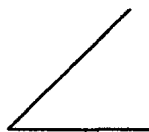
№ 786(н). $2^\circ\text{C} \leq t \leq 6^\circ\text{C}$.

№ 787(н). $0,03 \cdot 420 = 12,6$; $407,4(2) \leq a \leq 432,6(2)$.

№ 788(н). а) да; б) нет; в) да; г) нет.

№ 789(н). а) да; б) да; в) нет; г) нет.

№ 790(н).



Угол равен 45° с точностью 1°

№ 791(н) 18 мм — линейкой (с точностью 1 мм);

17,9 мм — штангенциркулем (с точностью 0,1 мм);

17,86 мм — микрометром (с точностью 0,01 мм).

№ 792(н) $2,525 \approx 2,5$. Относительная погрешность равна

№ 793(н) $\frac{|7,6 - 7,8|}{7,6} = 2,6\%$.

№ 794(н) $\frac{0,1}{510,2} = 0,02\%$.

№ 795(н) Первая погрешность равна $\frac{0,01}{0,15} \approx 7\%$.

Вторая погрешность равна $\frac{500}{384000} \approx 0,13\%$. Первое измерение точнее

Упражнения для повторения

№ 796(н) Ошибка: $7\sqrt{11} - 6\sqrt{12} > 0$.

№ 797(н) а) $6a(a+1) - (3a+1)(2a+1) - a = 6a^2 + 6a - 6a^2 - 5a - 1 - a = -1 < 0$

б) $(1p-1)(2p+1) + 3(p+1) - (4p+3)p = 4p^2 - 1 + 3p + 3 - 4p^2 - 3p = 2 > 0$

№ 798(н).
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 + x_2 = 16 \end{cases} \quad x_1 = 12; x_2 = -4; q = x_1 x_2 = 12 \cdot (-4) = -48.$$

§ 32. Пересечение и объединение множеств.

№ 799 (н). $X = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$Y = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$X \cup Y = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

$X \cap Y = \{11, 13, 17, 19\}$

№ 800 (н). $A = \{16, 25, 36, 49, 64, 81\}$; $B = \{16, 32, 48, 64, 80, 96\}$

$A \cap B = \{16, 64\}$; $A \cup B = \{16, 25, 32, 36, 48, 49, 64, 80, 81, 96\}$

№ 801 (н). а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{1, 2, 3, 6\}$; $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

$A \cap B = \{1, 2\}$; б) $A = \{\text{г, е, о, м, е, т, р, и, я}\}$; $B = \{\text{г, е, о, г, р, а, ф, и, я}\}$;

$A \cup B = \{\text{г, е, о, м, р, а, т, ф, и, я}\}$; $A \cap B = \{\text{г, е, о, р, и, я}\}$

№ 802 (н). а) $1 \in A \cap B$; $4 \notin A \cap B$; $64 \in A \cap B$;

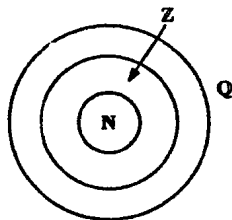
б) $16 \in A \cup B$; $27 \in A \cup B$; $64 \in A \cup B$.

№ 803 (н). а) отрезок BC ; б) отрезок AD .

№ 804 (н). а) множеством квадратов;

б) множеством прямоугольных равнобедренных треугольников.

№ 805 (н).



а) $N \cap Z = N$; $N \cup Z = Z$; б) $Z \cap Q = Z$; $Z \cup Q = Z$;

в) $Q \cap \{\text{иррациональные числа}\} = \emptyset$; $Q \cup \{\text{иррациональные числа}\} = \mathbb{R}$

№ 806 (н).



Их пересечение – множество чисел, кратных 12.



а) $A \cap B = \{\text{множество целых чисел, кратных } 12\}$;

$A \cup B = \{\text{множество целых чисел, кратных } 6\}$.

№ 808 (н). а) $X \cap Y = \emptyset$; б) $X \cup Y = \mathbb{Z}$;

в) $X \cap Y = \{\text{множество целых чисел, кратных } 15\}$;

$X \cup Y = \{\text{множество целых чисел, кратных } 5\}$.

№ 809 (н). Измерение выполнено с относительной точностью до

$$\frac{1}{16} \cdot 100\% = 6,25\%.$$

№ 810 (н). $1 - \frac{1}{2-x} = \frac{6-x}{3x^2-12} - \frac{1}{x-2}$; $\frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - \frac{2}{x-2} - 1 = 0$;

$$\frac{6-x-2 \cdot 3(x+2)-3(x^2-4)}{3(x-2)(x+2)} = 0; 6-x-6x-12-3x^2+12=0; (x \neq \pm 2) =$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0; D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 6 = 121; z = \frac{-7 \pm 11}{6}; x_1 = -3; x_2 = \frac{2}{3}.$$

№ 811 (н). Пусть урожайность гречихи в первом хозяйстве x ц/га, тогда во

втором хозяйстве $-(x-2)$ ц/га. Имеем: $\frac{180}{x} = \frac{160}{x-2} - 1$; $\frac{180}{x} - \frac{160}{x-2} + 1 = 0$;

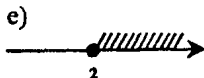
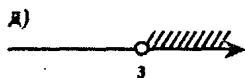
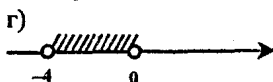
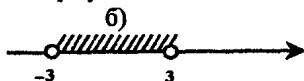
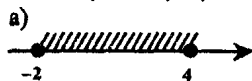
$$180(x-2) - 160x + x(x-2) = 0 (x \neq 0, x \neq 2); x^2 + 18x - 360 = 0;$$

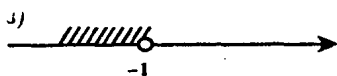
$$D = 324 + 4 \cdot 360 = 1764; x = \frac{-18 \pm 42}{2}; x = 12; x-2 = 10. \text{ Ответ: } 12 \text{ ц и } 10 \text{ ц.}$$

§ 11. Неравенства с одной переменной и их системы

33. Числовые промежутки

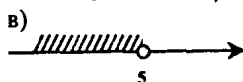
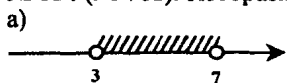
№ 812 (№ 761). 1) Изобразим графически:



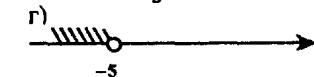
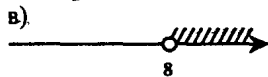
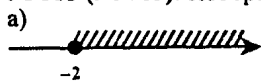


№ 813 (н). а) $[-2; 6]$; б) $[-1; +\infty)$; в) $(-1; 7)$; г) $(-\infty; 4]$.

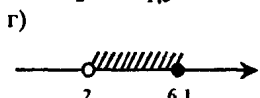
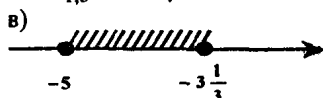
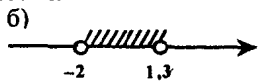
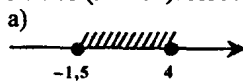
№ 814 (№ 762). Изобразим графически:



№ 815 (№ 763). Изобразим графически:



№ 816 (№ 764). Изобразим графически:



№ 817 (№ 765). а) Принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: $-3,5; -3,9$;

не принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: $-5; 6,5; -4,1$;

б) $-8; -5,5; -5; -6; 7,5$ принадлежат промежутку $[-8; -5]$;

-9 не принадлежит промежутку $[-8; -5]$.

№ 818 (№ 766). а) $-1,5; -1; 0; 3; 5,1; 6,5$; б) $5,1; 6,5$; в) $-1,6; -1,5; -1$.

№ 819 (№ 767). а) $\sqrt{2} \approx 1,41$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

б) $\sqrt{3} \approx 1,73$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

в) $\sqrt{5} \approx 2,24$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

г) $\sqrt{6} \approx 2,45$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$.

№ 820. (н) $\frac{6}{54}; \frac{7}{54}; \frac{8}{54}; \frac{9}{54}$.

№ 819 (№ 768). а) $2; 3; -1; -2,5$; б) $0,9; -0,7; -0,3$.

№ 821 (№ 769). а) $-3; -2; -1; 0; 1; 2$; б) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$.

№ 822 (№ 770). а) $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$; б) $-2; -1; 0; 1; 2$;

в) $-4; -3; -2; -1; 0; 1$; г) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$.

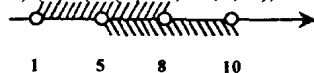
№ 823 (№ 771). а) -9 ; б) 16 ; в) 31 ; г) 7 .

№ 824 (№ 772). 1) принадлежит; 2) $1,99; 1,999$; 3) нет; 4) нет.

№ 825 (№ 773).

а) $(1; 8) \cap (5; 10) = (5; 8)$;

б) $[-4; 4] \cap [-6; 6] = [-4; 4]$;



$$в) (5; +\infty) \cap (7; +\infty) = (7; +\infty);$$



5 7

$$г) (-\infty; 10) \cap (-\infty; 6) = (-\infty; 6).$$



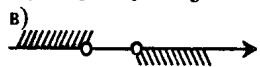
6 10

№ 826. (н) Пересечение интервалов: $(-3; 9) \cap (1; +\infty)$. Целые числа в пересечении: $-3; -2; -1; 0; -4$ числа. Правильный ответ -2 .

№ 827 (№ 774).



$-7 \quad -3 \quad 0 \quad 5$

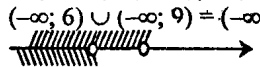


4 10

№ 828 (№ 775). а) $(-3; \infty) \cap (4; +\infty) = (-3; 4)$; б) $(-\infty; 2) \cap [0; +\infty) = [0; 2)$;
 $(-3; \infty) \cup (4; +\infty) = (-3; \infty)$; $(-\infty; 2) \cup [0; +\infty) = (-\infty; +\infty)$;



в) $(-\infty; 6) \cap (-\infty; 9) = (6; 9)$;
 $(-\infty; 6) \cup (-\infty; 9) = (-\infty; 9)$;



6 9

г) $[1; 5] \cap (0; 8) = [1; 5]$;
 $[1; 5] \cup (0; 8) = (0; 8)$.



0 1 5 8

Упражнения для повторения

№ 829 (№ 776). а) $1 + \frac{a-x}{x} = \frac{x+a-x}{x} = \frac{a}{x} : \frac{ax}{1} = \frac{a}{ax^2} = \frac{1}{x^2}$;

б) $\frac{a^2 - b^2}{2a^2b^2} - 1 = \frac{a^2 - b^2 - a^2}{a^2} : \frac{2a^2b^2}{1} = -\frac{b^2}{2a^2b^2a^2} = -\frac{1}{2a^4}$.

№ 830 (№ 777). $a^2 + 5 - 2a = a^2 - 2a + 5 = (a^2 - 2a + 1) + 4 = (a-1)^2 + 4 > 0$
 при всех a , значит, $a^2 + 5 > 2a$.

№ 831 (№ 778). Обозначим за x км/ч и $(x+5)$ км/ч — скорость первого и

второго поездов; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения первого поезда; $\left(\frac{120}{x+5}\right)$ ч

— время движения второго поезда; 20 мин $= \frac{1}{3}$ ч. Запишем уравнение:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = \frac{1}{3}; 360(x+5) - 360x = x(x+5); 360x + 1800 - 360x = x^2 + 5x;$$

$$x^2 + 5x - 1800 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (1800) = 25 + 7200 = 7225 = 85^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 85}{2}; x_1 = \frac{-5 - 85}{2} = \frac{-90}{2} = -45 \text{ (не подходит);}$$

$x_2 = \frac{-5 + 85}{2} = 40$; $x = 40$; $x + 5 = 45$. Ответ: 40 км/ч — скорость первого поезда; 45 км/ч — скорость второго поезда.

№ 832 (№ 779). $y = \frac{3x-1}{x-2} = -1$; $\frac{3x-1}{x-2} + 1 = 0$; $3x-1+x-2=0$; $4x=3$; $x = \frac{3}{4}$

34. Решение неравенств с одной переменной

№ 833 (№ 780). $5y > 2(y-1) + 6$;

$5y > 2y - 2 + 6$; $3y > 4$; $y > \frac{4}{3}$; $y > 1\frac{1}{3}$;



а) Да; б) нет; в) да; г) да.

№ 781. (с).

$12x + 4 < 7x - 1$; $5x < -5$; $x < -1$;

решениями данного неравенства являются числа: -2 ; $-1,5$



№ 834 (№ 782).

$2x < x + 7$; $x < 7$;

например, решениями данного неравенства будут числа: -10 ; 0 .

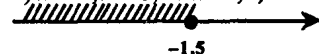


№ 835 (№ 783).

а) $x + 8 > 0$; $x > -8$;



в) $x + 1,5 \leq 0$; $x \leq -1,5$;



№ 836 (№ 784). а) $3x > 15$; $x > 5$; $(5; +\infty)$; б) $-4x < -16$, $x > 4$; $(4; +\infty)$;

в) $-x \geq -1$; $x \leq 1$; $(-\infty; 1]$; г) $11y \leq 33$; $y \leq 3$; $(-\infty; 3]$;

д) $12y < 1,8$; $y < 0,15$; $(-\infty; 0,15)$; е) $27b \geq 12$; $b \geq \frac{12}{27}$; $b \geq \frac{4}{9}$; $[\frac{4}{9}; +\infty)$;

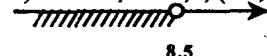
ж) $-6x > 1,5$; $-x > 0,25$; $x < -0,25$; $(-\infty; -0,25)$;

з) $15x \leq 0$; $x \leq 0$; $(-\infty; 0]$; и) $0,5y > -4$; $y > -8$; $(-8; +\infty)$;

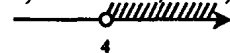
к) $2,5a > 0$; $a > 0$; $(0; +\infty)$; л) $x > 6$; $x > 18$; $(18; +\infty)$; м) $-\frac{1}{7}y < -1$; $y > 7$; $(7; +\infty)$.

№ 837 (№ 785).

а) $2x < 17$; $x < 8,5$; $(-\infty; 8,5)$;



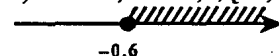
в) $-12x < -48$; $x > 4$; $(4; +\infty)$;



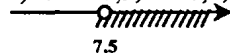
д) $30x > 40$; $x > \frac{4}{3}$;

$x > 1\frac{1}{3}$; $(1\frac{1}{3}; +\infty)$;

б) $5x \geq -3$; $x \geq -0,6$; $[-0,6; +\infty)$;

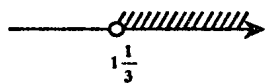


г) $-x < -7,5$; $x > 7,5$; $(7,5; +\infty)$;

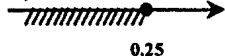


е) $-15x < 27$; $-x < -$;

$x >$; $x > 1,8$; $(1,8; +\infty)$;



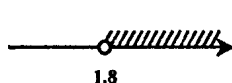
ж) $-4x \geq -1; x \leq 0,25; (-\infty; 0,25];$



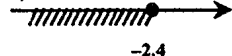
и) $\frac{1}{6}x < 2; x < 12; (-\infty; 12);$



л) $0,02x \geq -0,6; x \geq -30; [-30; +\infty);$



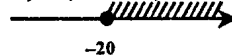
з) $10x \leq -24; x \leq -2,4; (-\infty; -2,4];$



к) $-\frac{1}{3}x < 0; x > 0; (0; +\infty);$



м) $-1,8x \leq 36; x \geq -20; [-20; +\infty).$



№ 838 (№ 786).

$5x + 1 > 11; 5x > 10; x > 2$; например, решениями данного неравенства будут числа: 9; 11; 13.

№ 839 (№ 787).

$3x - 2 < 6; 3x < 6 + 2; 3x < 8;$

$x < \frac{8}{3}; x < 2\frac{2}{3}; 2\frac{4}{7}$ является реше-

нием данного неравенства, а 4 и $2\frac{4}{5}$ — не являются его решениями.

№ 840 (№ 788). а) $7x - 2,4 < 0,4; 7x < 2,4 + 0,4; x < 0,4; (-\infty; 0,4);$

б) $1 - 5y > 3; 1 - 3 > 5y; y < -\frac{2}{5}; y < -0,4; (-\infty; -0,4);$

в) $2x - 17 \geq -27; 2x \geq -27 + 17; x \geq -5; [-5; +\infty);$

г) $2 - 3a \leq 1; -3a \leq 1 - 2; 3a \geq 1; a \geq \frac{1}{3}; \left[\frac{1}{3}; +\infty\right);$

д) $17 - x > 10 - 6x; -x + 6x > 10 - 17; 5x > -7; x > -\frac{7}{5}; x > -1\frac{2}{5}; \left(-1\frac{2}{5}; +\infty\right);$

е) $30 + 5x \leq 18 - 7x; 30 - 18 \leq -7x - 5x; -12x \geq 12; x \leq -1; (-\infty; -1];$

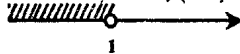
ж) $64 - 6y \geq 1 - y; 64 - 1 \geq -y + 6y; 5y \leq 63; y \leq 12,6; (-\infty; 12,6];$

з) $8 + 5y \leq 21 + 6y; 8 - 21 \leq 6y - 5y; -13 \leq y; y \geq -13; [-13; +\infty).$

№ 841 (№ 789).

а) $11x - 2 < 9; 11x < 9 + 2;$

$11x < 11; x < 1; (-\infty; 1);$



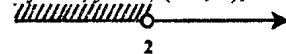
в) $17 - x \leq 11; 17 - 11 \leq x;$

$x \geq 6; [6; +\infty);$



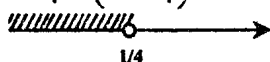
б) $2 - 3y > 4; 2 + 4 > 3y;$

$3y < 6; y < 2; (-\infty; 2);$



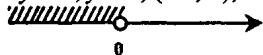
г) $2 - 12x > -1; 2 + 1 > 12x; 12x < 3;$

$x < \frac{1}{4}; \left(-\infty; \frac{1}{4}\right);$



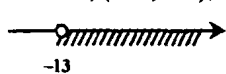
$$д) 3y - 1 > -1 + 6y; -1 + 1 > 6y - 3y;$$

$$3y < 0; y < 0; (-\infty; 0);$$



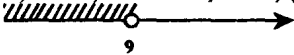
$$ж) 6b - 1 < 12 + 7b; 7b - 6b > -1 - 12;$$

$$b > -13; (-13; +\infty);$$



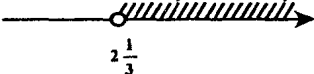
$$е) 0,2x - 2 < 7 - 0,8x;$$

$$0,2x + 0,8x < 7 + 2; x < 9; (-\infty; 9);$$



$$з) 16x - 34 > x + 1;$$

$$16x - x > 1 + 34; 15x > 35;$$



$$x > \frac{35}{15}; x > \frac{7}{3}; x > 2\frac{1}{3}; \left(2\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{№ 842 (№ 790). а) } 2x - 1 > 0; 2x > 1; x > \frac{1}{2};$$

$$б) 21 - 3y < 0; -3y < -21; 3y > 21; y > 7;$$

$$в) 5 - 3c > 80; -3c > 80 - 5; -3c > 75; c < -25.$$

$$\text{№ 843 (№ 791). а) } 2a - 1 < 7 - 1,2a; 2a + 1,2a < 7 + 1; 3,2a < 8; a < 2,5;$$

$$б) 1,5p - 1 > 1 + 1,1p; 1,5p - 1,1p > 1 + 1; 0,4p > 2; p > 5.$$

$$\text{№ 844 (№ 792). а) } 5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2); 5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6;$$

$$8x \leq -7; x \leq -\frac{7}{8}; \left(-\infty; -\frac{7}{8}\right];$$

$$б) 4(a+8) - 7(a-1) < 12; 4a+32-7a+7 < 12; -3a < -27; a > 9; (9; +\infty);$$

$$в) 4(b-1,5) - 1,2 \geq 6b - 1; 4b - 6 - 1,2 \geq 6b - 1; -6,2 \geq 2b; b \leq -3,1; (-\infty; -3,1];$$

$$г) 1,7 - 3(1-m) \leq -(m-1,9); 1,7 - 3 + 3m \leq -m + 1,9; 4m \leq 3,2; m \leq 0,8; (-\infty; 0,8];$$

$$д) 4x > 12(3x-1) - 16(x+1); 4x > 36x - 12 - 16x - 16; 4x > 20x - 28; 28 > 16x;$$

$$x < \frac{28}{16}; x < 1\frac{3}{4}; \left(-\infty; 1\frac{3}{4}\right);$$

$$е) a + 2 < 5(2a + 8) + 13(4 - a); a + 2 < 10a + 40 + 52 - 13a;$$

$$4a < 90; a < 22,5; (-\infty; 22,5);$$

$$ж) 6y - (y + 8) - 3(2 - y) \leq 2; 6y - y - 8 - 6 + 3y \leq 2; 8y \leq 16; y \leq 2; (-\infty; 2].$$

$$\text{№ 845 (№ 793). а) } 4(2 - 3x) - (5 - x) > 11 - x; 8 - 12x - 5 + x > 11 - x;$$

$$-10x > 8; x < -0,8; (-\infty; -0,8);$$

$$б) 2(3 - z) - 3(2 + z) \leq z; 6 - 2z - 3z - 6 \leq z; -6z \leq 0; z \geq 0; [0; +\infty);$$

$$в) 1 > 1,5(4 - 2a) + 0,5(2 - 6a); 1 > 6 - 3a + 1 - 3a; -6 > -6a; a > 1; (1; +\infty);$$

$$г) 2,5(2 - y) - 1,5(y - 4) \leq 3 - y; 5 - 2,5y - 1,5y + 6 \leq 3 - y;$$

$$-4y + 11 \leq 3 - y; 8 \leq 3y; y \geq \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}; \left[2\frac{2}{3}; +\infty\right);$$

$$д) x - 2 \geq 4,7(x - 2) - 2,7(x - 1); x - 2 \geq 4,7x - 9,4 - 2,7x + 2,7;$$

$$x - 2 \geq 2x - 6,7; x \leq 4,7; (-\infty; 4,7];$$

$$е) 3,2(a - 6) - 1,2a \leq 3(a - 8); 3,2a - 19,2 - 1,2a \leq 3a - 24;$$

$$2a - 3a \leq -24 + 19,2; a \geq 4,8; [4,8; +\infty).$$

$$\text{№ 846 (№ 794). а) } a(a - 4) - a^2 > 12 - 6a;$$

$$a^2 - 4a - a^2 > 12 - 6a;$$

$$-4a + 6a > 12; a > 6; (6; +\infty);$$

$$6) (2x-1)2x-5x < 4x^2-x;$$

$$4x^2-2x-5x < 4x^2-x; -6x < 0; x > 0; (0; +\infty);$$

$$в) 5y^2-5y(y+4) \geq 100; 5y^2-5y^2-20y \geq 100;$$

$$-20y \geq 100; -y \geq 5; y \leq -5; (-\infty; -5];$$

$$г) 6a(a-1)-2a(3a-2) < 6;$$

$$6a^2-6a-6a^2+4a < 6;$$

$$-2a < 6; a > -3; (-3; +\infty).$$

$$\text{№ 847 (№ 795). а) } 0,2x^2-0,2(x-6)(x+6) > 3,6x;$$

$$0,2x^2-0,2(x^2-36) > 3,6x;$$

$$0,2x^2-0,2x^2+7,2 > 3,6x; x < 2; (-\infty; 2);$$

$$б) (2x-5)^2-0,5x < (2x-1)(2x+1)-15;$$

$$4x^2-20x+25-0,5x < 4x^2-1-15; -20,5x < -41; x > 2; (2; +\infty);$$

$$в) (12x-1)(3x+1) < 1+(6x+2)^2; 36x^2+12x-3x-1 < 1+36x^2+24x+4;$$

$$9x-1 < 24x+5; 15x > -6; x > -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5};$$

$$\left(-\frac{2}{5}; +\infty\right);$$

$$г) (4y-1)^2 > (2y+3)(8y-1); 16y^2-8y+1 > 16y^2-2y+24y-3;$$

$$-30y > -4; y < \frac{2}{15}; \left(-\infty; \frac{2}{15}\right).$$

$$\text{№ 848 (№ 796). а) } 4b(1-3b)-(b-12b^2) < 43; 4b-12b^2-b+12b^2 < 43;$$

$$4b-b < 43; 3b < 43; b < \frac{43}{3} = 14\frac{1}{3}; \left(-\infty; 14\frac{1}{3}\right);$$

$$б) 3y^2-2y-3y(y-6) \geq -2; 3y^2-2y-3y^2+18y \geq -2;$$

$$16y \geq -2; y \geq -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8}; \left[-\frac{1}{8}; +\infty\right);$$

$$в) 2p(5p+2)-p(10p+3) \leq 14; 10p^2+4p-10p^2-3p \leq 14; p \leq 14, (-\infty; 14];$$

$$г) a(a-1)-(a^2+a) < 34; a^2-a-a^2-a < 34;$$

$$-2a < 34; -a < 17; a > -17; (-17, +\infty).$$

$$\text{№ 849 (№ 797). а) } \frac{2x}{5} > 1; x > \frac{5}{2}; x > 2,5; (2,5; +\infty);$$

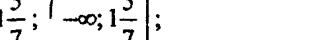
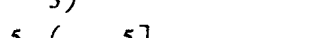
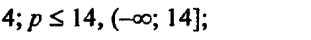
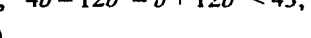
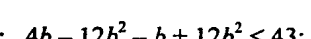
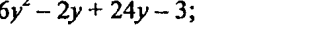
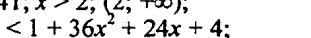
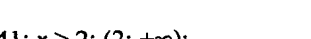
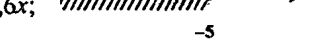
$$б) \frac{x}{3} < 2; x < 6; (-\infty; 6); в) \frac{6x}{7} \geq 0; x \geq 0; [0; +\infty);$$

$$г) \frac{3x-1}{4} > 2; 3x-1 > 8; 3x > 9; x > 3; (3; +\infty);$$

$$д) 2 > \frac{6-x}{5}; 10 > 6-x; 4 > -x; x > -4; (-4; +\infty);$$

$$е) \frac{2+3x}{18} < 0; 2+3x < 0; 3x < -2; x < -\frac{2}{3}; \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right);$$

$$ж) \frac{12-7x}{42} \geq 0; 12-7x \geq 0; 7x \geq 12; x \leq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}; \left(-\infty; 1\frac{5}{7}\right];$$



$$з) \frac{1}{3}(x+15) > 4; \frac{1}{3}x + 5 > 4; \frac{1}{3}x > -1; x > -3; (-3; +\infty);$$

$$и) 6 \leq \frac{2}{7}(x+4); 6 \leq \frac{2}{7}x + \frac{8}{7}; -\frac{2}{7}x \leq \frac{8}{7} - 6;$$

$$-2x \leq 8 - 42; -2x \leq -34; x \geq 17; [17; +\infty).$$

$$\text{№ 850 (№ 798). а) } \frac{9x}{5} \geq 0; x \geq 0; [0; +\infty); б) 1 < \frac{3x}{4}; x > \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}; \left(1\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$в) \frac{5+6x}{2} > 3; 5+6x > 6; 6x > 1; x > \frac{1}{6}; \left(\frac{1}{6}; +\infty\right);$$

$$г) \frac{4x-11}{4} \leq 0; 4x-11 \leq 0; 4x \leq 11; x \leq \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}; \left(-\infty; 2\frac{3}{4}\right];$$

$$д) \frac{1}{7}x \geq 14; [14; +\infty);$$

$$е) \frac{2}{11}(x-4) < 3; \frac{2}{11}x - \frac{2 \cdot 4}{11} < 3; 2x-8 < 33; 2x < 41; x < 20,5; (-\infty; 20,5).$$

$$\text{№ 851 (№ 799). а) } \frac{7-2y}{6} > \frac{3y-7}{12}; \frac{7-2y}{6} - \frac{3y-7}{12} > 0;$$

$$14-4y-3y+7 > 0; -7y > -21; y < 3;$$

$$б) \frac{4,5-2y}{5} < \frac{2-3y}{10}; 2(4,5-2y) < 2-3y; 9-4y < 2-3y; y > 7;$$

$$в) 5y-1 > \frac{3y-1}{4}; 20y-4 > 3y-1; 17y > 3; y > \frac{3}{17};$$

$$г) \frac{5-2y}{12} < 1-6y; 5-2y < 12-72y; 5-12 < -72y+2y; 70y < 7; y < \frac{7}{70} = 0,1$$

$$\text{№ 852 (№ 800). а) } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 5; 3x+2x < 30; 5x < 30; x < 6; (-\infty; 6);$$

$$б) \frac{3y}{2} - \frac{y}{3} \geq 2; 9y-2y \geq 12; 7y \geq 12; y \geq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}; \left[1\frac{5}{7}; +\infty\right);$$

$$в) \frac{x}{4} - \frac{x}{2} > -3; x-2x > -12; x < 12; (-\infty; 12);$$

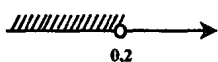
$$г) y + \frac{y}{2} > 3; 2y+y > 6; 3y > 6; y > 2; (2; +\infty);$$

$$д) \frac{2x}{5} - x \leq 1; 2x-5x \leq 5; -3x \leq 5; x \geq -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}; \left[-1\frac{2}{3}; +\infty\right);$$

$$е) \frac{3x}{4} - 2x < 0; 3x-8x < 0; -5x < 0; x > 0; (0; +\infty).$$

№ 853 (№ 801). а) $\frac{13x-1}{2} < 4x; 13x-1 < 8x; 13x-8x < 1; 5x < 1,$

$x < \frac{1}{5} = 0,2; (-\infty; 0,2);$



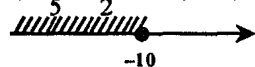
б) $\frac{5-2a}{4} \geq 2a; 5-2a \geq 8a; 5 \geq 8a+2a; 5 \geq 10a; a \leq \frac{5}{10} = 0,5; (-\infty; 0,5].$



в) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} \leq 2; 5x-4x \leq 40; x \leq 40; (-\infty; 40];$



г) $\frac{2y}{5} - \frac{y}{2} \geq 1; 4y-5y \geq 10; -y \geq 10; y \leq -10; (-\infty; -10].$



№ 854 (№ 802). а) $\frac{3+x}{4} + \frac{2-x}{3} < 0; 9+3x+8-4x < 0; x > 17; (17; +\infty);$

б) $\frac{4-y}{5} - 5y \geq 0; 4-y-25y \geq 0; -26y \geq -4; y \leq \frac{4}{26} = \frac{2}{13}; \left(-\infty; \frac{2}{13}\right];$

в) $y - \frac{2y-1}{4} \geq 1; 4y-2y+1 \geq 4; 2y \geq 3; y \geq 1,5; [1,5; +\infty);$

г) $x - \frac{x-3}{5} + \frac{2x-1}{10} \leq 4; 10x-2x+6+2x-1 \leq 40; 10x \leq 35; x \leq 3,5; (-\infty; 3,5];$

д) $\frac{y-1}{2} - 1 + \frac{2y-1}{6} > y; 3y-3-3+2y-1-6y > 0; y < -10; (-\infty; -10);$

е) $p - \frac{p-1}{2} - \frac{p+3}{4} > 2;$

$4p-2(p-1)-(p+3) > 8; 4p-2p+2-p-3 > 8; p > 9; (9; +\infty).$

№ 855 (№ 803). а) $\frac{2a-1}{2} - \frac{3a-3}{5} > a; 10a-5-6a+6 > 10a; 4a+1 > 10a;$

$1 > 6a; a < \frac{1}{6}; \left(-\infty; \frac{1}{6}\right);$

б) $x - \frac{2x+3}{2} \leq \frac{x-1}{4}; 4x-4x-6 \leq x-1; -6 \leq x-1; x \geq -5; [-5; +\infty);$

в) $\frac{5x-1}{5} + \frac{x+1}{2} \leq x; 10x-2+5x+5 \leq 10x; 5x+3 \leq 0; 5x \leq -3; x \leq -\frac{3}{5}; \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right].$

г) $\frac{y-1}{2} - \frac{2y+3}{8} - y > 2; 4y-4-2y-3-8y > 16; -6y > 23;$

$y < -\frac{23}{6} = -3\frac{5}{6}; \left(-\infty; -3\frac{5}{6}\right).$

№ 856 (№ 804). а) $\frac{2a-1}{4} + \frac{a-1}{3} > 0$;

$3(2a-1) + 4(a-1) > 0$; $6a-3+4a-4 > 0$; $10a > 7$; $a > 0,7$.

б) $\frac{3b-1}{2} - \frac{1+5b}{4} < 0$; $2(3b-1) - (1+5b) < 0$; $6b-2-2-5b < 0$; $b < 3$

№ 857 (№ 805). а) $31(2x+1) - 12x > 50x$; $62x+31-12x > 50x$; $50x+31 > 50x$; $0 < 31$; значит, x — любое действительное число;

б) $x+4 - \frac{x}{3} < \frac{2x}{3}$; $3x+12-x < 2x$; $12 < 0$,

но $12 > 0$, значит, неравенство не имеет решений;

в) $3x+7 > 5(x+2) - (2x+1)$; $3x+7 > 5x+10-2x-1$; $3x+7 > 3x+9$; $7 > 9$,
но $7 < 9$, значит, неравенство не имеет решений;

г) $\frac{12x-1}{3} < 4x-3$; $12x-1 < 12x-9$; $-1 < -9$,

но $-1 > -9$, значит, неравенство не имеет решений.

№ 806. (с). а) $y = -1,5x + 7,5 = 0$; $1,5x = 7,5$; $x = 5$; б) $y = -1,5x + 7,5 > 0$;
 $-1,5x > -7,5$; $x < 5$; в) $y = -1,5x + 7,5 < 0$; $-1,5x < -7,5$; $x > 5$.

№ 858 (№ 807). 1) $y = 2x + 13 > 0$; $2x > -13$; $x > -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$;

2) $y = 2x + 13 < 0$; $2x < -13$; $x < -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$.

№ 859 (№ 808). Выражение такого типа имеет смысл, когда корень можно извлечь корректно, так что найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно. а) $2x-4 \geq 0$; $2x \geq 4$; $x \geq 2$; б) $4-6a \geq 0$; $-6a \geq -4$; $a \leq \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

в) $\frac{1+3a}{25} \geq 0$; $1+3a \geq 0$; $a \geq -\frac{1}{3}$;

г) $\frac{7-5a}{8} \geq 0$; $7-5a \geq 0$; $-5a \geq -7$; $a \leq \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$;

д) $-3(1-5x) \geq 0$; $1-5x \leq 0$; $1 \leq 5x$; $x \geq \frac{1}{5}$; е) $-(6-x) \geq 0$; $6-x \leq 0$; $x \geq 6$.

№ 860. (н). а) $\begin{cases} 7-14x \geq 0 \\ x+8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq -8 \end{cases} : x \in (-\infty; -8) \cup \left(-8; \frac{1}{2}\right]$;

б) $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ \sqrt{4-x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ \sqrt{4-x} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 4-x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \neq 3 \end{cases} : x \in (-\infty; 3) \cup (3; 4]$.

№ 861 (№ 809). а) $1,6-(3-2y) < 5$; $1,6-3+2y < 5$; $2y < 5+3-1,6$; $2y < 6,4$;
 $y < 3,2$; наибольшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 3;

б) $8(6-y) < 24,2-7y$; $48-8y < 24,2-7y$; $48-24,2 < -7y+8y$; $23,8 < y$;
 $y > 23,8$; наименьшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 24;

№ 862 (№ 810). а) $(2 - 2n) - (5n - 27) > 0$; $2 - 2n - 5n + 27 > 0$;

$-7n > -29$; $n < \frac{29}{7}$; $n < 4\frac{1}{7}$; при $n = 1; 2; 3; 4$;

б) $(-27,1 + 3n) + (7,1 + 5n) < 0$; $-27,1 + 3n + 7,1 + 5n < 0$;

$8n < 20$; $n < \frac{20}{8}$; $n < \frac{5}{2}$; $n < 2,5$; при $n = 1; 2$.

$a \neq -5$ (если $a = -5$, то 1 корень).

№ 863. (н). $D = 4^2 - 4(a + 5) \cdot (-20) - 16 + 80(a + 5) = 80a + 416 < 0$

$a < -\frac{416}{80}$; $a < -5,2$; $a \neq 4$ (если $a = 4$, то 1 корень).

№ 864. (н). $D = 16^2 - 4(k - 4) \cdot (-24) = 256 + 96(k - 4) = 96k - 128 > 0$;

$96k > 128$; $k > \frac{128}{96}$; $k > \frac{4}{3}$. Таким образом, $k \in \left(\frac{4}{3}; 4\right) \cup (4; +\infty)$

№ 865 (№ 811). Обозначим за a см — длину неизвестной стороны прямоугольника. Периметр прямоугольника равен $2(6 + a)$ см. Периметр квадрата равен 16 см. Запишем неравенство: $2(6 + a) < 16$; $2a < 4$; $a < 2$

Ответ: длина другой стороны прямоугольника должна быть меньше 2 см.

№ 866 (№ 812). Обозначим за c дм высоту параллелепипеда, a дм и b дм — длина и ширина его основания. Объем параллелепипеда $V = abc$. Объем куба равен 9^3 (дм³). Объем параллелепипеда должен быть меньше, чем объем куба. Составляем неравенство: $12 \cdot 5 \cdot c < 9^3$; $60c < 729$; $c < 12,15$

Ответ: высота параллелепипеда должна быть меньше 12,15 дм.

№ 813. (с). Обозначим за s км — расстояние, на которое могут отъехать

туристы. Тогда $ч$ и $\left(\frac{s}{20}\right) ч$ — время, затраченное на путь по течению и против течения реки. По условию суммарное время не превосходит 3 ч. Составляем неравенство:

$$\frac{s}{20} + \frac{s}{16} \leq 3; 4s + 5s \leq 240; 9s \leq 240; s \leq \frac{240}{9} = 26\frac{2}{3}.$$

Ответ: туристы могут отъехать на расстояние не более $26\frac{2}{3}$ км.

№ 867. (н). k — количество книг. $48k + 140 < 56k + 90$; $8k > 50$; $k > 6,25$.

Таким образом, наименьшее число книг, при котором заказ выгоднее делать в первой мастерской, равно 7.

№ 868. (н). $7 + 1,05S < 800$; $1,05S < 793$; $S < \frac{793 \cdot 20}{21} = 755\frac{5}{21}$; $S = 755$ (р).

№ 869. (н). $\frac{S}{20} + \frac{S}{16} \leq 3$; $\frac{9S}{80} \leq 3$; $S \leq \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$ (км).

Упражнения для повторения

№ 870 (№ 814). Подставляя $x = 1 - \sqrt{3}$ — получаем:

$$\frac{x^2 + x - 5}{x - 1} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2 + 1 - \sqrt{3} - 5}{1 - \sqrt{3} - 1} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 - \sqrt{3} - 5}{-\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = 3$$

№ 871 (№ 815).

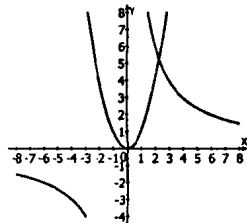
$$a) \frac{x^2 - 4}{6} - \frac{x}{2} = \frac{x - 4}{3}; x^2 - 4 - 3x = 2(x - 4); x^2 - 4 - 3x - 2x + 8 = 0;$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0; (x - 2)(x + 4) = 0; x_1 = 1; x_2 = 4;$$

$$б) \frac{2x^2 - 1}{2} - x + \frac{1}{2} = 0; 2x^2 - 1 - 2x + 1 = 0; 2x^2 - 2x = 0; 2x(x - 1) = 0;$$

$$1) 2x = 0; x_1 = 0; 2) x - 1 = 0; x_2 = 1.$$

№ 872 (№ 816). Построим график функций $y = \frac{12}{x}$; $y = x^2$:



Из графика получаем, что $x \approx 2,3$.

№ 873 (№ 817).

Обозначим за x км/ч — скорость данной лодки в стоячей воде, тогда ее скорость по течению реки равна $(x + 3)$ км/ч; ее скорость против течения реки $(x - 3)$ км/ч; $\left(\frac{30}{x + 3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла по тече-

нию реки, $\left(\frac{30}{x - 3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла против течения

реки; 5 ч 20 мин $= 5\frac{1}{3}$ ч. Запишем уравнение: $\frac{30}{x + 3} + \frac{30}{x - 3} = 5\frac{1}{3}$;

$$\frac{30}{x + 3} + \frac{30}{x - 3} = \frac{16}{3}; 90(x - 3) + 90(x + 3) = 16(x + 3)(x - 3);$$

$$90x - 270 + 90x + 270 = 16(x^2 - 9); 180x = 16x^2 - 144; 4x^2 - 45x - 36 = 0;$$

$$D = (-45)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-36) = 2025 + 576 = 2601 = 51^2; x = \frac{45 \pm 51}{8};$$

$$x_1 = \frac{45 - 51}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \text{ (не подходит); } x_2 = \frac{45 + 51}{8} = \frac{96}{8} = 12. \text{ Ответ: } 12 \text{ км/ч.}$$

35. Решение систем неравенств с одной переменной

№ 874 (№ 818).

$$a) \begin{cases} 6x - 1 > x, \\ 4x - 32 < 3x; \end{cases} \text{ Подставим } x = 3: \begin{cases} 6 \cdot 3 - 1 > 3 \\ 4 \cdot 3 - 32 < 3 \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 14 > 0, \\ -27 < 0; \end{cases}$$

число 3 является решением данной системы неравенств.

$$б) \begin{cases} 7x < 5x + 7, \\ 3x - 1 > 5 - x; \end{cases} \text{ Подставим } x = 3: \begin{cases} 7 \cdot 3 < 5 \cdot 3 + 7, \\ 3 \cdot 3 - 1 > 5 - 3; \end{cases} \begin{cases} 0 < 1, \\ 8 > 2; \end{cases}$$

число 3 является решением данной системы неравенств.

$$в) \begin{cases} 5x + 4 < 20, \\ 3 - 2x > -1; \end{cases} \quad \text{Подставим } x = 3: \begin{cases} 5 \cdot 3 + 4 < 20, \\ 3 - 2 \cdot 3 > -1; \end{cases} \begin{cases} 19 < 20, \\ -3 > -1; \end{cases}$$

но $-3 < -1$, значит, число 3 не является решением данной системы неравенств.

$$\text{№ 875 (№ 819).} \begin{cases} 3x - 22 < 0, \\ 2x - 1 > 3; \end{cases} \begin{cases} 3x < 22, \\ 2x > 3 + 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{22}{3}, \\ 2x > 4; \end{cases} \begin{cases} x < 7\frac{1}{3}, \\ x > 2. \end{cases}$$

-2 и 0 не принадлежат $\left(2; 7\frac{1}{3}\right)$, значит, только числа 5 и 6 являются решением этой системы неравенств.

$$\text{№ 876 (№ 820). а) } \begin{cases} x > 17, \\ x > 12; \end{cases} \quad x > 17; (17; +\infty); \quad б) \begin{cases} x < 1, \\ x < 5; \end{cases} \quad x < 1; (-\infty; 1);$$

$$в) \begin{cases} x > 0, \\ x < 6; \end{cases} \quad 0 < x < 6; (0; 6); \quad г) \begin{cases} x < -3,5, \\ x > 8; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$$

$$д) \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 3; \end{cases} \quad -1 \leq x \leq 3; (-1; 3); \quad е) \begin{cases} x > 8, \\ x \leq 20; \end{cases} \quad 8 < x \leq 20; (8; 20].$$

№ 877 (№ 821).

$$а) \begin{cases} 2x - 12 > 0, \\ 3x < 9; \end{cases} \begin{cases} 2x > 12, \\ 3x < 9; \end{cases} \begin{cases} x > 6, \\ x < 3; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$$

$$б) \begin{cases} 4y < -4, \\ 5 - y > 0; \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ -y > -5; \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ y < 5; \end{cases} \quad (-\infty; -1);$$

$$в) \begin{cases} 3x - 10 < 0, \\ 2x > 0; \end{cases} \begin{cases} 3x < 10, \\ x > 0; \end{cases} \begin{cases} x < 3\frac{1}{3}, \\ x > 0; \end{cases} \quad \left(0; 3\frac{1}{3}\right);$$

$$г) \begin{cases} 6y \geq 42, \\ 4y + 12 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} y \geq 7, \\ 4y \leq -12; \end{cases} \begin{cases} y \geq 7, \\ y \leq -3; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений}.$$

$$\text{№ 878 (№ 822). а) } \begin{cases} x - 0,8 > 0, \\ -5x < 10; \end{cases} \begin{cases} x > 0,8, \\ x > -2; \end{cases} \quad x > 0,8; (0,8; +\infty);$$

в частности, решениями системы являются числа 5; 7; 10;

$$б) \begin{cases} 2 - x \leq 0, \\ x - 4 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \leq -2, \\ x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 4; \end{cases} \quad [2; 4];$$

в частности, решениями системы являются числа 2,5; 3; 3,7;

$$в) \begin{cases} 1 > 3x, \\ 5x - 1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ 5x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{5}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right);$$

в частности, решениями системы являются числа 0,25; 0,29; 0,31,

$$\text{в) } \begin{cases} 10x < 2, \\ x > 0,1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0,2, \\ x > 0,1; \end{cases} \quad (0,1; 0,2),$$

в частности, решениями системы являются числа 0.13; 0.14; 0.17

$$\text{№ 879 (№ 823). а) } \begin{cases} 0,4x - 1 \leq 0, \\ 2,3 \geq 4,6; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq 2; \end{cases} \quad [2; 2,5];$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,7x - 2,1 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 0,7 < 2,1, \\ x > \frac{3}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3, \\ x > 1\frac{1}{2}; \end{cases} \quad \left(1\frac{1}{2}; 3\right);$$

$$\text{в) } \begin{cases} 0,3x > 4, \\ 0,2x + 1 < 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{40}{3}, \\ 0,2x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 13\frac{1}{3}, \\ x < 25; \end{cases} \quad \left(13\frac{1}{3}; 25\right);$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{5}{6}x - 10 \leq 0, \\ 3x \leq \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5}{6}x \leq 10, \\ x \leq \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 12, \\ x \leq \frac{4}{9}; \end{cases} \quad \left(-\infty; \frac{4}{9}\right).$$

№ 880 (№ 824).

$$\text{а) } \begin{cases} 0,6x + 7,2 > 0, \\ 5,2 \geq 2,6x; \end{cases} \quad \begin{cases} 0,6x > -7,2, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -\frac{72}{6} \\ x \leq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12, \\ x \leq 2; \end{cases} \quad (-12; 2];$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,5x + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 1,5x \leq 4,5, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 9; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений};$$

$$\text{в) } \begin{cases} 0,2x < 3, \\ \frac{1}{6}x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 15, \\ x > 0; \end{cases} \quad (0; 15);$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2x - 6,5 < 0, \\ \frac{1}{3}x < -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 6,5, \\ x < -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3,25, \\ x < -3; \end{cases} \quad (-\infty; -3).$$

$$\text{№ 881 (№ 825). а) } \begin{cases} 2x - 1 < 1,4 - x, \\ 3x - 2 > x - 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < 2,4, \\ 2x > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0,8, \\ x > -1; \end{cases} \quad (-1; 0,8);$$

$$\text{б) } \begin{cases} 5x + 6 \leq x, \\ 3x + 12 \leq x + 17; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \leq -6, \\ 2x \leq 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -1,5, \\ x \leq 2,5; \end{cases} \quad (-\infty; -1,5];$$

$$\text{в) } \begin{cases} 17x - 2 > 12x - 1, \\ 3 - 9x < 1 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} 5x > 1, \\ 8x > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x > \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{4}; +\infty\right);$$

$$\text{г) } \begin{cases} 25 - 6x \leq 4 + x, \\ 3x + 7,7 > 1 + 4x; \end{cases} \quad \begin{cases} 21 \leq 7x, \\ -x > -6,7; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 3, \\ x < 6,7; \end{cases} \quad [3; 6,7).$$

№ 882 (№ 826).

$$а) \begin{cases} 57-7x > 3x-2, \\ 22x-1 < 2x+47; \end{cases} \begin{cases} 57+1 > 3x+7x, \\ 22x-2x < 47+1; \end{cases} \begin{cases} 59 > 10x, \\ 20x < 48; \end{cases} \begin{cases} x < 5,9, \\ x < 2,4; \end{cases} (-\infty; 2,4);$$

$$б) \begin{cases} 1-12y < 3y+1, \\ 2-6y > 4+4y; \end{cases} \begin{cases} 0 < 3y+12y, \\ 2-4 > 4y+6y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0, \\ 10y < -2; \end{cases} \begin{cases} y > 0, \\ y < -0,2; \end{cases} \text{ система не имеет решений;}$$

$$в) \begin{cases} 102-73z > 2z+2, \\ 81+11z \geq 1+z; \end{cases} \begin{cases} 100 > 75z, \\ 10z \geq -80; \end{cases} \begin{cases} z < \frac{4}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \begin{cases} z < 1\frac{1}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \left[-8; 1\frac{1}{3}\right);$$

$$г) \begin{cases} 6+6,2x \geq 12-1,8x, \\ 2-x \geq 3,5-2x; \end{cases} \begin{cases} 6,2x+1,8x \geq 12-6; \\ -x+2x \geq 3,5-2; \end{cases} \begin{cases} 8x \geq 6, \\ x \geq 1,5; \end{cases} \begin{cases} 0,75; \\ x \geq 1,5; \end{cases} [1,5; +\infty).$$

№ 883 (№ 827). а) $\sqrt{3-2x} + \sqrt{1-x}$; найдем, когда подкоренные выра-

$$\text{жения неотрицательны: } \begin{cases} 3-2x \geq 0, \\ 1-x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3 \geq 2x, \\ 1 \geq x; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1\frac{1}{2}, \\ x \leq 1; \end{cases} (-\infty; 1];$$

б) $\sqrt{x} - \sqrt{3x-1}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрицатель-

$$\text{ны: } \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x-1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq \frac{1}{3}; \end{cases} \left[\frac{1}{3}; +\infty\right);$$

в) $\sqrt{6-x} - \sqrt{3x-9}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрица-

$$\text{тельны: } \begin{cases} 6-x \geq 0, \\ 3x-9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -6, \\ 3x \geq 9; \end{cases} \begin{cases} x \leq 6, \\ x \geq 3; \end{cases} [3; 6];$$

г) $\sqrt{2x+2} + \sqrt{6-4x}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрица-

$$\text{тельны: } \begin{cases} 2x+2 \geq 0, \\ 6-4x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ -4x \geq -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 1,5; \end{cases} [-1; 1,5].$$

№ 884. (н).

$$а) \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \\ \sqrt{x+6} \neq \sqrt{2x-5} \end{cases} \begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq 2,5 \\ x+6 \neq 2x-5 \end{cases} \begin{cases} x \geq 2,5 \\ x \neq 11 \end{cases} x \in [2,5; 11) \cup (11; +\infty),$$

$$б) \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ \sqrt{2x-1} \neq \sqrt{x+1} \end{cases} \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq -1 \\ 2x-1 \neq x+1 \end{cases} \begin{cases} x \geq 0,5 \\ x \neq 2 \end{cases} x \in [0,5; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$№ 885 (№ 828). а) \begin{cases} 5(x-2)-x > 2, \\ 1-3(x-1) < -2; \end{cases} \begin{cases} 5x-10-x > 2, \\ 1-3x+3 < -2; \end{cases} \begin{cases} 4x > 12, \\ -3x < -6; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x > 2; \end{cases} (3; +\infty);$$

$$6) \begin{cases} 2y - (y - 4) < 6, \\ y > 3(2y - 1) + 18; \end{cases} \begin{cases} 2y - y + 4 < 6, \\ y > 6y - 3 + 18; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ -15 > 5y; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ y < -3; \end{cases} \quad (-\infty; -3)$$

$$B) \begin{cases} 7x + 3 \geq 5(x - 4) + 1, \\ 4x + 1 \leq 43 - 3(7 + x); \end{cases} \begin{cases} 7x + 3 \geq 5x - 20 + 1, \\ 4x + 1 \leq 43 - 21 - 3x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq -22, \\ 7x \leq 21; \end{cases} \begin{cases} x \geq -11, \\ x \leq 3; \end{cases} \quad [-11; 3];$$

$$r) \begin{cases} 3(2 - 3p) - 2(3 - 2p) > p, \\ 6 < p^2 - p(p - 8); \end{cases} \begin{cases} 6 - 9p - 6 + 4p > p, \\ 6 < p^2 - p^2 + 8p; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6p > 0, \\ 8p > 6; \end{cases} \begin{cases} p < 0, \\ p > \frac{3}{4}; \end{cases} \quad \text{система не имеет решений.}$$

$$\text{№ 886 (№ 829). a) } \begin{cases} 2(x - 1) - 3(x - 2) < x, \\ 6x - 3 < 17 - (x - 5); \end{cases} \begin{cases} 2x - 2 - 3x + 6 < x, \\ 6x - 3 < 17 - x + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < -4, \\ 7x < 25; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < \frac{25}{7}; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < 3\frac{4}{7}; \end{cases} \quad \left(2; 3\frac{4}{7}\right);$$

$$6) \begin{cases} 3,3 - 3(1,2 - 5x) > 0,6(10x + 1), \\ 1,6 - 4,5(4x - 1) < 2x + 26,1; \end{cases} \begin{cases} 3,3 - 3,6 + 15x > 6x + 0,6, \\ 1,6 - 18x + 4,5 < 2x + 26,1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x > 0,9, \\ -20x < 20; \end{cases} \begin{cases} x > 0,1, \\ x > -1; \end{cases} \quad (0,1; +\infty);$$

$$B) \begin{cases} 5,8(1 - a) - 1,8(6 - a) < 5, \\ 8 - 4(2 - 5a) > -(5a + 6); \end{cases} \begin{cases} 5,8 - 5,8a - 10,8 + 1,8a < 5, \\ 8 - 8 + 20a > -5a - 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4a < 10, \\ 25a > -6; \end{cases} \begin{cases} a > -2,5, \\ a > -0,24; \end{cases} \quad (-0,24; +\infty);$$

$$r) \begin{cases} x(x - 1) - (x^2 - 10) < 1 - 6x, \\ 3,5 - (x - 1,5) < 6 - 4x; \end{cases} \begin{cases} x^2 - x - x^2 + 10 < 1 - 6x, \\ 3,5 - x + 1,5 < 6 - 4x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x < -9, \\ 3x < 1; \end{cases} \begin{cases} x < -1,8, \\ x < \frac{1}{3}. \end{cases} \quad (-\infty; -1,8).$$

$$\text{№ 887 (№ 830). a) } \begin{cases} 3 - 2a < 13, \\ 5a < 17; \end{cases} \begin{cases} -2a < 10, \\ a < \frac{17}{5}; \end{cases} \begin{cases} a > -5, \\ a < 3\frac{2}{5}; \end{cases} \quad \left(-5; 3\frac{2}{5}\right);$$

целочисленными решениями системы являются: -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;

$$6) \begin{cases} 12 - 6x \leq 0, \\ 3x + 1 \leq 25 - x; \end{cases} \begin{cases} -6x \leq -12, \\ 3x + x \leq 25 - 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 6; \end{cases} \quad [2; 6];$$

целочисленными решениями системы являются: 2; 3; 4; 5; 6;

$$в) \begin{cases} 2-6y < 14, \\ 1 < 21-5y; \end{cases} \begin{cases} -6y < 12, \\ 5y < 20; \end{cases} \begin{cases} y > -2, \\ y < 4; \end{cases} \quad (-2; 4);$$

целочисленными решениями системы являются: $-1; 0; 1; 2; 3$,

$$г) \begin{cases} 3-4x < 15, \\ 1-2x > 0; \end{cases} \begin{cases} -4x < 12, \\ -2x > -1; \end{cases} \begin{cases} x > -3, \\ x < 0,5; \end{cases} \quad (-3; 0,5);$$

целочисленными решениями системы являются: $-2; -1; 0$.

$$\text{№ 888 (№ 831). а) } \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2-y \geq 4; \end{cases} \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2-4 \geq y; \end{cases} \begin{cases} y \geq 0, \\ y \leq 3,2; \end{cases} \quad [0; 3,2];$$

целочисленными решениями системы являются: $0; 1; 2; 3$;

$$б) \begin{cases} 12a-37 > 0, \\ 6a \leq 42; \end{cases} \begin{cases} 12a > 37, \\ a \leq 7; \end{cases} \begin{cases} a > \frac{37}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \begin{cases} a > 3\frac{1}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad \left(3\frac{1}{12}; 7\right),$$

целочисленными решениями системы являются: $4; 5; 6; 7$;

$$в) \begin{cases} 6-4b > 0, \\ 3b-1 > 0; \end{cases} \begin{cases} -4b > -6, \\ 3b > 1; \end{cases} \begin{cases} b < 1,5, \\ b > \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{3}; 2\right);$$

целочисленным решением системы является: 1 ;

$$г) \begin{cases} 3-18x < 0, \\ 0,2-0,1x > 0; \end{cases} \begin{cases} -18x < -3, \\ -0,1x > -0,2; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{6}, \\ x < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{6}; 2\right);$$

целочисленным решением системы является: 1 .

$$\text{№ 889 (№ 832) а) } \begin{cases} 2,5a-0,5(8-a) < a+1,6, \\ 1,5(2a-1)-2a < a+2,9; \end{cases} \begin{cases} 2,5a-4+0,5a < a+1,6, \\ 3a-1,5-2a < a+2,9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a < 5,6, \\ a-a < 2,9+1,5; \end{cases} \begin{cases} a < 2,8, \\ 0 < 4,4; \end{cases} \quad (-\infty; 2,8);$$

$$б) \begin{cases} 0,7(5a+1)-0,5(1+a) < 3a, \\ 2a-(a-1,7) > 6,7; \end{cases} \begin{cases} 3,5a+0,7-0,5-0,5a < 3a, \\ 2a-a+1,7 > 6,7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a+0,2-3a < 0, \\ a > 5; \end{cases} \begin{cases} 0,2 < 0, \\ a > 5; \end{cases} \quad 0,2 > 0, \text{ значит, система не имеет решений.}$$

$$\text{№ 890 (№ 833). а) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} < 7, \\ 1 - \frac{x}{6} > 0; \end{cases} \begin{cases} 4x+3x < 7 \cdot 12, \\ 6-x > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x < 84, \\ x < 6; \end{cases} \begin{cases} x < 12, \\ x < 6; \end{cases} \quad (-\infty; 6);$$

$$б) \begin{cases} y - \frac{y-1}{2} > 1, \\ \frac{y}{3} < 5; \end{cases} \begin{cases} 2y - (y-1) > 2, \\ y < 15; \end{cases} \begin{cases} y > 1, \\ y < 15; \end{cases} \quad (1; 15);$$

$$в) \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - x \leq 2, \\ 2x - \frac{x}{3} \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-1-2x \leq 4, \\ 6x-x \geq 1 \cdot 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ 5x \geq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq \frac{3}{5}; \end{cases} \quad \left[\frac{3}{5}; 5 \right];$$

$$г) \begin{cases} 2p - \frac{p-2}{5} > 4, \\ \frac{p}{2} - \frac{p}{8} \leq 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 10p - (p-2) > 20, \\ 4p - p \leq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} 9p > 18, \\ 3p \leq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} p > 2, \\ p \leq 16; \end{cases} \quad (2; 16].$$

№ 891 (№ 834).

$$а) \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} < 2, \\ \frac{13x-1}{2} > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x-1) - 2(x-3) < 2 \cdot 6, \\ 13x-1 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9, \\ 13x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9, \\ x > \frac{1}{13}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{13}; 9 \right);$$

$$б) \begin{cases} \frac{3x+1}{2} < -1, \\ \frac{x}{2} - 1 < x; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+1 < -2, \\ x-2 < 2x; \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1, \\ x > -2; \end{cases} \quad (-2; -1);$$

$$в) \begin{cases} 4 - \frac{y-1}{3} \geq y, \\ \frac{7y-1}{8} \geq 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 12 - y + 1 \geq 3y, \\ 7y - 1 \geq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} -y - 3y \geq -13, \\ 7y \geq 49; \end{cases} \quad \begin{cases} -4y \geq -13, \\ y \geq 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{13}{4}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3\frac{1}{3}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad 3\frac{1}{3} < 7; \text{ значит, система не имеет решений;}$$

$$г) \begin{cases} \frac{5a+8}{3} - a \geq 2a, \\ 1 - \frac{6-15a}{4} \geq a; \end{cases} \quad \begin{cases} 5a+8-3a \geq 6a, \\ 4-6+15a \geq 4a; \end{cases} \quad \begin{cases} 4a \leq 8, \\ 11a \geq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 2, \\ a \geq \frac{2}{11}; \end{cases} \quad \left[\frac{2}{11}; 2 \right].$$

№ 892 (№ 835). а) $-3 < 2x - 1 < 3$; заменим двойное неравенство на систему

$$\begin{cases} 2x-1 < 3, \\ 2x-1 > -3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 4, \\ 2x > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x > -1; \end{cases} \quad (-1; 2);$$

б) $-12 < 5 - x < 17$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5-x < 17, \\ 5-x > -12; \end{cases} \quad \begin{cases} -x < 12, \\ -x > -17; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12, \\ x < 17; \end{cases} \quad (12; 17);$$

в) $2 < 6 - 2y < 5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 6-2y < 5, \\ 6-2y > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < -1, \\ -2y > -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y > 1, \\ 2y < 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y > \frac{1}{2}, \\ y < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}; 2 \right);$$

г) $-1 < 5y + 4 < 19$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5y + 4 < 19, \\ 5y + 4 > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y < 15, \\ 5y > -5; \end{cases} \quad \begin{cases} y < 3, \\ y > -1; \end{cases} \quad (-1; 3).$$

№ 893 (№ 836). а) $-6,5 \leq \frac{7x+6}{2} \leq 20,5$, заменим двойное неравенство на

$$\text{систему: } \begin{cases} \frac{7x+6}{2} \leq 20,5, \\ \frac{7x+6}{2} \geq -6,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+6 \leq 41, \\ 7x+6 \geq -13; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x \leq 35, \\ 7x \geq -19; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -\frac{19}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -2\frac{5}{7}; \end{cases} \quad \left[-2\frac{5}{7}; 5\right]; \text{ в частности, решениями неравенства будут: } -1,5, 0, 3,$$

б) $-1 \leq \frac{4-a}{3} \leq 5$; заменим двойное неравенство на систему

$$\begin{cases} \frac{4-a}{3} \leq 5, \\ \frac{4-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4-a \leq 15, \\ 4-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq -11, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad [-11; 7];$$

в частности, решениями неравенства будут: $-10; -5,5; 3$,

в) $-2 \leq \frac{3x-1}{8} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{8} \leq 0, \\ \frac{3x-1}{8} \geq -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-1 \leq 0, \\ 3x-1 \geq -16; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \leq 1, \\ 3x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{3}, \\ x \geq -5; \end{cases} \quad \left[-5; \frac{1}{3}\right],$$

в частности, решениями неравенства будут: $-4,5; -0,1; \frac{1}{6}$,

г) $-2,5 \leq \frac{1-3y}{2} \leq 1,5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{1-3y}{2} \leq 1,5, \\ \frac{1-3y}{2} \geq -2,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 1-3y \leq 3, \\ 1-3y \geq -5; \end{cases} \quad \begin{cases} -3y \leq 2, \\ -3y \geq -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-a \leq 3, \\ 6-a \geq -3; \end{cases} \quad \left[-\frac{2}{3}; 2\right],$$

в частности, решениями неравенства будут: $-\frac{1}{3}; 0; 1,5$

№ 894 (№ 837).

а) $-1 \leq 15x + 14 < 44$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 15x + 14 < 44, \\ 15x + 14 \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 15x < 30, \\ 15x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad [-1; 2);$$

б) $-1 \leq \frac{b-a}{3} \leq 1$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{b-a}{3} \leq 1, \\ \frac{b-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-a \leq 3, \\ 6-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 3, \\ a \leq 9; \end{cases} \quad [3; 9];$$

в) $-1,2 < 1 - 2y < 2,4$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 1-2y < 2,4, \\ |1-2y| > -1,2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < 1,4, \\ -2y > -2,2; \end{cases} \quad \begin{cases} y > -0,7, \\ y < 1,1; \end{cases} \quad (-0,7; 1,1);$$

г) $-2 < \frac{4x-1}{3} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{4x-1}{3} \leq 0, \\ \frac{4x-1}{3} > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x-1 \leq 0, \\ 4x-1 > -6; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x \leq 1, \\ 4x > -5; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -\frac{5}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -1\frac{1}{4}; \end{cases} \quad \left(-1\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right).$$

№ 895 (№ 838). а) $\begin{cases} 3y-5 > -1, \\ 3y-5 < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 3y > 4, \\ 3y < 6; \end{cases} \quad \begin{cases} y > \frac{4}{3}, \\ y < 2; \end{cases} \quad \begin{cases} y > 1\frac{1}{3}, \\ y < 2; \end{cases}$

т.е. значения двучлена $3y - 5$ принадлежат $(-1; 1)$ при $1\frac{1}{3} < y < 2$;

б) $\begin{cases} \frac{5-2b}{4} \geq -2, \\ \frac{5-2b}{4} \leq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5-2b \geq -8, \\ 5-2b \leq 4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2b \leq 13, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b \leq \frac{13}{2}, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b \leq 6\frac{1}{2}, \\ b \geq \frac{1}{2}; \end{cases}$

т.е. значения дроби $\frac{5-2b}{4}$ принадлежат $[-2; 1]$ при $\frac{1}{2} \leq b \leq 6\frac{1}{2}$.

№ 896. (н). $D = 4a^2 - 4(a^2 - 4) = 16$; $x = \frac{2a \pm 8}{2}$

$$x_1 = a - 4; x_2 = a + 4; \quad \begin{cases} -6 < a - 4 < 6 \\ -6 < a + 4 < 6 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 < a < 10 \\ -10 < a < 2 \end{cases} \quad a \in (-2; 2).$$

№ 897. (н). $D = 36b^2 - 4(9b^2 - 16) = 64$; $x = \frac{6b \pm 8}{2}$; $x_1 = 3b - 4$; $x_2 = 3b + 4$

$$\begin{cases} 3b - 4 < 0 \\ 3b + 4 < 0 \end{cases} \quad b \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right).$$

№ 898 (№ 839). а) $\begin{cases} x > 8, \\ x > 7, \\ x > -4; \end{cases} \quad -4 < 7 < 8. \text{ значит. } x > 8;$

$$б) \begin{cases} y < -1, \\ y < -5, \\ y < 4; \end{cases} \quad -5 < -1 < 4, \text{ значит, } x < -5;$$

$$в) \begin{cases} m > 9, \\ m > 10, \\ m < 12; \end{cases} \quad 9 < 10 < 12, \text{ значит, } 10 < m < 12;$$

$$г) \begin{cases} q < 6, \\ q < 5, \\ q < 1; \end{cases} \quad 1 < 5 < 6, \text{ значит } q < 1.$$

$$\text{№ 899 (№ 840). а) } \begin{cases} x - 4 < 8, \\ 2x + 5 < 13, \\ 3 - x > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 12, \\ x < 4, \\ x < 2; \end{cases} \quad (-\infty; 2);$$

$$б) \begin{cases} 2x - 1 < x + 3, \\ 5x - 1 > 6 - 2x, \\ x - 5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ 7x > 7, \\ x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ x > 1, \\ x < 5; \end{cases} \quad (1; 4).$$

$$\text{№ 900 (№ 841). а) } \begin{cases} 3 - 2a < 13, \\ a - 1 > 0, \\ 5a - 35 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -2a < 10, \\ a > 1, \\ 5a < 35; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -5, \\ a > 1, \\ a < 7; \end{cases} \quad (1; 7);$$

$$б) \begin{cases} 6 - 4a < 2, \\ 6 - a > 2, \\ 3a - 1 < 8; \end{cases} \quad \begin{cases} -4a < -4, \\ a < 4, \\ 3a < 9; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 1, \\ a < 4, \\ a < 3; \end{cases} \quad (1; 3).$$

Упражнения для повторения

№ 901 (№ 842). Найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно:

$$а) 12 - 25x \geq 0; -25x \geq -12; x \leq 0,48; б) 5x - 11 > 0; 5x > 11; x > \frac{11}{5} = 2,2;$$

$$в) 3x - 2 \neq 0; 3x \neq 2; x \neq \frac{2}{3}.$$

$$\text{№ 902 (№ 843). } \frac{9n^2 + 12n + 12}{n} = 9n + 12 + \frac{12}{n}; n \text{ — натуральное число,}$$

значит, чтобы полученная сумма была натуральным числом, надо, чтобы число $\frac{12}{n}$ было натуральным. Число $\frac{12}{n}$ является натуральным, если n равно: 1; 2; 3; 4; 6; 12. Ответ: 1; 2; 3; 4; 6; 12

$$\text{№ 903 (№ 844). а) } S = \frac{1}{2}ah; h = S : \frac{1}{2}a = \frac{2S}{a};$$

$$б) \frac{s}{p} = 0,5m; \frac{p}{s} = \frac{1}{0,5m}; p = \frac{s}{0,5m} = \frac{2s}{m};$$

$$в) s = \frac{at^2}{2}; t^2 = S : \frac{a}{2} = \frac{2S}{a}; t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

№ 904 (№ 845). Обозначим за x км/ч — скорость велосипедиста по ровной местности, тогда $(x - 5)$ км/ч — его скорость при подъеме в гору.

$\left(\frac{20}{x-5}\right)$ ч — время, ушедшее на дорогу в гору, $\left(\frac{60}{x}\right)$ ч — время, ушедшее на дорогу по ровной местности.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{20}{x-5} + \frac{60}{x} = 6; 20x + 60x - 300 = 6x^2 - 30x;$$

$$6x^2 - 30x - 80x + 300 = 0; 3x^2 - 55x + 150 = 0;$$

$$D = (-55)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 150 = 3025 - 1800 = 1225 = 35^2; x = \frac{55 \pm 35}{6};$$

$$x_1 = \frac{55 + 35}{6} = \frac{90}{6} = 15; x_2 = \frac{55 - 35}{6} = \frac{20}{6} = 3\frac{1}{3} \quad (\text{не подходит, так как } x - 5 < 0).$$

Ответ: скорость по ровной местности 15 км/ч, в гору — 10 км/ч

§ 36. Доказательство неравенств

№ 905 (н). а) $a^2 + b^2 + 4 - 2(a + b + 1) = (a - 1)^2 + (b - 1)^2 \geq 0;$

б) $4a^2 + b^2 - 4(a + b - 2) = (2a - 1)^2 + (b - 2)^2 + 3 > 0.$

№ 906 (н). а) $\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{x^3 + y^3 - xy^2 - x^2y}{x^2y^2} =$

$$= \frac{(x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy(x + y)}{x^2y^2} = \frac{(x + y)(x - y)^2}{x^2y^2} \geq 0 \quad \text{при } x > 0, y > 0;$$

б) $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} - x - y = \frac{x^3 + y^3 - x^2y - yx^2}{xy} = \frac{(x + y)(x - y)^2}{xy} \geq 0, \text{ при } x > 0, y > 0$

№ 907 (н). а) $(a + b)(ab + 16) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{16ab} = 16ab > 8ab \quad \text{при } a > 0, b > 0$

б) $(a^2 + 4b)(4b + 25) \geq 2\sqrt{a^2 \cdot 4b} \cdot 2\sqrt{4b \cdot 25} = 80ab > 60ab \quad \text{при } a > 0; b > 0$

№ 908 (н). а) $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} = \frac{a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + a^2c + ac^2}{abc} \geq$

$$\geq \frac{2\sqrt{a^2b^2c^2} + 2\sqrt{a^2b^2c^2} + 2\sqrt{a^2b^2c^2}}{abc} = 6;$$

б) $(1+a)(1+b)(1+c) > 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} \cdot 2\sqrt{c} = 8\sqrt{abc} = 8\sqrt{9} = 24 \quad \text{при } a > 0, b > 0, c > 0.$

№ 909 (н). $\frac{a^3}{2} + \frac{b^3}{2} \geq 2\sqrt{\frac{a^3}{2} \cdot \frac{b^3}{2}} = ab\sqrt{ab};$

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 \leq (\sqrt{ab})^3 = ab\sqrt{ab} \leq \frac{a^3}{2} + \frac{b^3}{2}.$$

№ 910 (н). Сравним квадраты левой и правой частей:

$$(a+c)(b+d) \vee ab+cd+2\sqrt{abcd} \quad ab+cd+ad+bc > ab+cd+2\sqrt{abcd}$$

поэтому $\sqrt{(a+c)(b+d)} > \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, если $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$

$$\text{№ 911 (н). } \frac{3}{a+b+c} = \frac{1}{(a+b)+c} + \frac{1}{a+(b+c)} + \frac{1}{(a+c)+b} < \frac{1}{a+b} -$$

$$+ \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}, \text{ если } a > 0, b > 0, c > 0.$$

$$\text{№ 912 (н). } \sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} + \sqrt{4z+1} \leq \sqrt{4x^2+4x+1} + \sqrt{4y+4y^2-1} +$$

$$+ \sqrt{4z^2+4z+1} = |2x+1| + |2y+1| + |2z+1| = 2x+1+y+1+2z-1 =$$

$$= 3 + 2(x+y+z) = 5 \text{ (модули раскрываются со знаком плюс, так как}$$

ОДЗ данного неравенства: $x \geq -\frac{1}{4}, y \geq -\frac{1}{4}, z \geq -\frac{1}{4}$).

$$\text{№ 913 (н). } \sqrt{a+1} - \sqrt{a-1} = \frac{2}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}}; \text{ Докажем, что}$$

$$\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} < 2\sqrt{a}. \text{ Возведем обе части неравенства в квадрат:}$$

$$a+1+a-1+2\sqrt{a^2-1} < 4a; \quad 2\sqrt{a^2-1} < 2a; \quad \sqrt{a^2-1} < a = \sqrt{a^2} \quad \text{— верно,}$$

$$\text{поэтому } \sqrt{a+1} - \sqrt{a-1} = \frac{2}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}} > \frac{2}{2\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}.$$

№ 914 (н). Пусть расчетная скорость велосипедиста равна v км/ч, расстояние от поселка до города s км. Если бы он ехал с этой скоростью, то

затратил бы на путь $\left(\frac{2s}{v} + \frac{1}{2}\right)$ часа. А в действительности он затратил

$$\frac{s}{v-2} + \frac{s}{v+2} + \frac{1}{2} = \frac{2sv}{v^2-4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2sv}{v^2-4} > \frac{2sv}{v^2} = \frac{2s}{v}, \text{ поэтому}$$

$$\frac{2sv}{v^2-4} + \frac{1}{2} > \frac{2s}{v} + \frac{1}{2}, \text{ то есть велосипедист не успеет к намеченному сроку.}$$

Дополнительные упражнения к главе IV

К параграфу 10

$$\text{№846. (с). а) } m-n = (-2,7)^{15} = -(2,7)^{15} < 0 \Rightarrow m < n;$$

$$\text{б) } m-n = (-3,1)^{36} = (3,1)^{36} > 0 \Rightarrow m > n;$$

$$\text{№ 915 (№847). а) } (6y-1)(y+2) < (3y+4)(2y+1);$$

$$6y^2 + 11y - 2 < 6y^2 + 11y + 4; \quad 6 > 0;$$

$$\text{б) } (3y-1)(2y+1) > (2y-1)(2+3y); \quad 6y^2 + y - 1 > 6y^2 + y - 2; \quad 1 > 0$$

$$\text{№848. (с). а) } (a-8)^2 > 0 \text{ неверно } a=8 \quad (a-8)^2=0; \text{ б) } a^2+1 > 0 \text{ верно,}$$

$$\text{в) } -a^2-2 < 0 \text{ верно; г) } -a^2 < 0 \text{ неверно } a=0 \quad -a^2=0; \text{ д) } (5-a)^2 \geq 0 \text{ верно;}$$

$$\text{е) } -(a-3)^2 \leq 0 \text{ верно.}$$

$$\text{№ 916 (№849). а) } (x+1)^2 \geq 4x; \quad x^2+2x+1 \geq 4x; \quad (x-1)^2 > 0;$$

$$\text{б) } (3b+1)^2 > 6b; \quad 9b^2+6b+1 > 6b; \quad 9b^2+1 > 0;$$

$$\text{в) } 4(x+2) < (x+3)^2 - 2x; \quad 4x+8 < x^2+6x+9-2x; \quad x^2+1 > 0;$$

$$\text{г) } 1 + (m+2)^2 > 3(2m-1); m^2 + 4m + 4 + 1 > 6m - 3; \\ m^2 - 2m + 7 + 1 > 0; (m-1)^2 + 7 > 0.$$

$$\text{№ 917. (н). а) } \sqrt{7} + 2\sqrt{5} \sqrt{2 + \sqrt{35}}; (\sqrt{7} + 2\sqrt{5})^2 \sqrt{(2 + \sqrt{35})^2};$$

$$27 + 4\sqrt{35} < 39 + 4\sqrt{35} \text{ — исходное неравенство верно.}$$

$$\text{б) } 4\sqrt{6} + 2\sqrt{2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}; (4\sqrt{6} + 2)^2 \sqrt{(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})^2};$$

$$100 + 16\sqrt{6} > 44 + 16\sqrt{6} \text{ — исходное неравенство верно.}$$

$$\text{№ 918 (№850). а) } a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a+b); a^2 + b^2 + 2 - 2a - 2b \geq 0;$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0; \text{ б) } a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a+b+c);$$

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 \geq 0; (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \geq 0.$$

№ 919 (№851).

$$\left(\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3}\right) \left(1 + \frac{3}{a}\right) = \frac{a^2 - 6a + 9 - a^2 - 6a - 9}{a^2 - 9} \cdot \frac{a+3}{a} = -\frac{12a}{(a-3)a} = -\frac{12}{a-3}.$$

$$\text{Т.к. } a > 3, \text{ то } -\frac{12}{a-3} < 0.$$

$$\text{№ 920 (№852). } \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} : \left(\frac{1}{y^2-y} + \frac{y-3}{y^2-1}\right) = \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} \cdot \frac{(y^2-1)y}{(y+1+y^2-3y)} = \\ = \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2y^2-2}{(y-1)^2} = \frac{y^2+3-2y-2}{y-1} = \frac{(y-1)^2}{y-1} = y-1; \text{ т.к. } y > 1, \text{ то } y > 0.$$

№ 921 (№853). Пусть скорость катера — x км/ч, а течения — y км/ч,

$$\text{тогда } \frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} \sqrt{\frac{40}{x}}; 20(x-y)x + 20(x+y)x \sqrt{40(x^2-y^2)};$$

$$x^2 - yx + x^2 + yx \sqrt{2(x^2-y^2)}; 2x^2 \sqrt{2x^2-2y^2}.$$

Ответ: быстрее будет пройти 20 км по течению и 20 км против.

$$\text{№ 922. (н). Время, затраченное Смирновым: } 2 \cdot \frac{S}{15}.$$

$$\text{Время, затраченное Антоновым: } \frac{S}{16} + \frac{S}{14} = \frac{15S}{112}.$$

$$\frac{2S}{15} < \frac{15S}{112}, \text{ поэтому Смирнов вернулся в поселок раньше.}$$

№ 923 (№854). Пусть a, b, c — стороны треугольника, тогда,

$$P = \frac{1}{2}(a+b+c) \sqrt{a}; b+c-a > 0, \text{ а т.к. сторона треугольника меньше}$$

$$\text{суммы 2-х противоположных сторон, то } \frac{1}{2}P > a; \frac{1}{2}P > b; \frac{1}{2}P > c$$

№ 924 (№855). Пусть стороны прямоугольника равны a и b , тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 40 \\ a \cdot b \sqrt{100} \end{cases}; a=20-b; 20b-b^2 \sqrt{100}; 0 \sqrt{b^2-20b+100}; 0 \sqrt{(b-10)^2} \geq 0. \text{ Итого} \\ ab \leq 100.$$

№ 925 (№856). а) (с) $x^2 + 2x + 2 > 0$; $(x + 1)^2 + 1 > 0$;

б) (с) $y^2 - 6y + 10 > 0$; $(y - 3)^2 + 1 > 0$;

а) (в) $a^2 + ab + b^2 \geq 0$; $(a + b)^2 - ab \geq 0$; $(a + b)^2 \geq ab$ (известное неравенство);

б) (г) $a^2 - ab + b^2 \geq 0$; $(a - b)^2 + ab \geq 0$;

$(a - b)^2 \geq -ab$ (известное неравенство).

№ 926 (№857). $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$; $\frac{(a + b)^2}{ab} \geq 4$,

т.к. $a > 0$ $b > 0$, то $a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$; $(a - b)^2 \geq 0$.

№ 927. (н). а) $ac + \frac{b}{c} \geq 2\sqrt{ac \cdot \frac{b}{c}} = 2\sqrt{ab}$;

б) $\left(1 + \frac{a^2}{bc} \right) \left(1 + \frac{b^2}{ac} \right) \left(1 + \frac{c^2}{ab} \right) \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{bc}} \cdot 2\sqrt{\frac{b^2}{ac}} \cdot \sqrt{\frac{c^2}{ab}} = 8$.

№ 928. (н). $a = \frac{bc}{d}$. №858. (с). т.к. $a > b > c > d$, то $a > c$ и $b > d$.

№859. (с). $a + 5 > a + 1 > a - 7$, т.к. $5 > 1 > -7$.

№860. (с). а) $a + 5 > b + 3$; $a - b > 0 > -2$; б) $1 - a < 2 - b$; $-1 < 0 < a - b$

№861. (с). а) $5a > 4b$; $a + 4(a - b) > 0$, т.к. $a - b > 0$;

б) $17a > 12b$; $5a + 12(a - b) > 0$; в) $-4a < -2b$; $2a + 2(a - b) > 0$;

г) $-5a < -1,2b$; $3,8a + 1,2(a - b) > 0$.

№862. (с). а) $a + c \leq b + c$; $a \leq b + c$; $a \leq b$;

б) $ac \leq bc$, т.к. $c > 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$;

в) $ac \geq bc$, т.к. $c < 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$.

№863. (с). если $a > b$, то: $a - 1 > b - 1$; $a > b$ верно;

$1 - a > 1 - b$; $a - b < 0$ неверно; $5 - a < 5 - b$ $a - b > 0$ верно.

№ 929 (№864). а) $-0,5y$; $12(-0,5) \geq 0,5y \geq (-0,5)16$; $-6 \geq -0,5y \geq -8$,

б) $42 - 2y$; $-2 \cdot 12 + 42 \geq 42 - 2y \geq 42 - 2 \cdot 16$; $18 \geq 42 - 2y \geq 10$;

в) $\frac{1}{y} + 2$; $\frac{1}{12} + 2 \leq \frac{1}{y} + 2 \leq \frac{1}{16} + 2$; $2 \cdot \frac{1}{12} \leq \frac{1}{y} + 2 \leq 2 \cdot \frac{1}{16}$.

№ 930 (№865). а) $a + 2b$; $0 - 3 \cdot 2 < a + 2b < 1 - 2 \cdot 2$; $-6 < a + 2b < -3$;

б) $\frac{1}{2}a - b$; $\frac{7}{2} - 14 < \frac{1}{2}a - b < \frac{10}{2} - 15$; $-10,5 < \frac{1}{2}a - b < -10$.

№ 931 (№866). $\frac{10,4}{2} \leq \text{ср. линия} \leq \frac{10,5}{2}$; $5,2 \leq \text{ср. линия} < 5,25$.

№867. (с). а) $a + c \leq b + d$; $a - b \leq d - c$;

б) $ac \leq bd$; слева стоят два числа, которые соответственно меньше двух чисел справа, т.е. $ac \leq bd$.

№ 932 (№868). т.к. ср. линия $= \frac{1}{2}(a + c)$, то

$\frac{1}{2}(6,2 + 3,4) \leq \frac{1}{2}(a + c) \leq \frac{1}{2}(6,3 + 3,5)$; $4,8 \leq \frac{1}{2}(a + c) \leq 4,9$

К параграфу 11

№869. (с). а) -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; б) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; в) 5; 6; 7; 8; г) -3; -2; -1; 0; 1; 2.

№870. (с). а) нет; б) да: -3.

№871. (с). а) 2,5; б) -3,2; в) 3,55; г) -0,15.

№ 933 (№872). $40,9 \in [8; 41]$; $40,95 \in [8; 41]$; наибольшего не существует; наименьшее 8.

№ 934 (№873). $7,01 \in (7; 17]$; $7,005 \in (7; 17]$; наименьшего нет, наибольшее 17

№ 935 (№874). а) наибольшее: 37; наименьшее: 12;

б) наименьшее: 8; наибольшего не существует;

в) нет ни наибольшего, ни наименьшего;

г) наименьшее: 3; наибольшего не существует.

№ 936 (№875). а) Да; б) Нет (0; 11); в) Да; г) Да.

№ 937 (№876). а) $\mathbb{Z} \cap (0; +\infty) = \mathbb{N}$; $\mathbb{Z} \cup (0; +\infty) = -1; -2; -3 \dots$ и $(0; +\infty)$;

б) $R \cap Q = 0$; $R \cup Q = (-\infty; +\infty)$.

№ 938. (н). Да, является: $\sqrt{19} < 5$; $\sqrt{19} < \sqrt{22} < 5 = \sqrt{25}$.

№ 939. (н). Да, является: $\sqrt{11} > 3$; $\sqrt{11} > \sqrt{10} > 3 = \sqrt{9}$.

№877. (с). $4,99 < 5$; является $4,99 < 4,999 < 5$.

№878. (с). $3,01 > 3$; является $3,01 > 3,00001 > 3$.

№ 940 (№879).

а) $0,01(1-3x) > 0,02x+3,01$; $0,01-0,03x-0,02x > 3,01$; $0,05x < -3$; $x < -60$;

б) $12(1-12x) + 100x > 36 - 49x$; $-144x + 100x + 49x > 36 - 12$;

$5x > 24$; $x > 4,8$;

в) $(0,6y-1)-0,2(3y+1) < 5y-4$; $0,6y-0,6y-1-0,2 < 5y-4$; $2,8 < 5y$; $y > 0,56$;

г) $\frac{2}{3}(6x+4) - \frac{1}{6}(12x-5) \leq 4 - 6x$; $4x + \frac{8}{3} - 2x + \frac{5}{6} \leq 4 - 6x$;

$8x \leq 4 - 3,5$; $x \leq \frac{1}{16}$;

д) $(3a+1)(a-1)-3a^2 > 6a+7$; $3a^2 - 2a - 1 - 3a^2 - 6a > 7$; $8a < -8$ $a < -1$;

е) $15x^2 - (5x^2 - 2)(3x + 1) < 7x - 8$; $15x^2 - 15x^2 + x + 2 - 7x < -8$; $6x > 10$; $x > \frac{5}{3}$

№ 941 (№880). а) $\frac{a-1}{4} - 1 > \frac{a+1}{3} + 8$; $3a - 15 > 4a + 100$; $a < -115$;

б) $\frac{3a-1}{2} - \frac{a-1}{4} > 0$; $6a - 2 - a + 1 > 0$; $5a > 1$; $a > 0,2$;

в) $\frac{1-2a}{4} - 2 < \frac{1-5a}{8}$; $2 - 4a - 16 < 1 - 5a$ $a < 15$;

г) $\frac{5a}{6} - \frac{3a-1}{3} + \frac{2a-1}{2} < 1$; $5a - 6a + 2 + 6a - 3 - 6 < 0$; $5a < 7$ $a < 1,4$.

№ 942 (№881).

а) $\frac{x-0,5}{4} + \frac{x-0,25}{4} + \frac{x-0,125}{8} < 0$; $2x - 1 + 2x - \frac{1}{2} + x - \frac{1}{8} < 0$;

$$5x < 1\frac{5}{8}; x < \frac{13}{40}; \text{б) } \frac{5-x}{3} - \frac{1-x}{2} > 1; 10 - 2x - 3 + 3x - 6 > 0; x > -1.$$

№ 943 (№882). а) $3(5 - 4x) + 2(14 + x) > 0; 15 - 12x + 28 + 2x > 0; 10x < 43;$
 $x < 4,3; x = 1; 2; 3; 4;$

б) $(x + 1)(x - 1) - (x^2 - 3x) \leq 14; x^2 - 1 - x^2 + 3x \leq 14;$
 $x \leq 5; x = 1; 2; 3; 4; 5.$

№ 944 (№883). а) $\frac{3x-8}{12} > \frac{x-1}{4}; 3x - 8 > 3x - 3;$

$5 < 0$ неверно, таких значений x нет;

б) $\frac{x+1}{3} < \frac{2x+3}{6}, 2x + 2 < 2x + 3; 1 > 0$ верно при любом x .

№ 945 (№884). а) $2(4y - 1) - 5y < 3y + 5; 8y - 2 - 5y < 3y + 5;$
 $-2 < 5$ верно при любых $y;$

б) $6(1 - y) - 8(3y + 1) + 30y > -5; 6 - 6y - 24y - 8 + 30y > -5;$
 $-2 > -5$ верно при любых $y.$

№ 946 (№885). а) $3x = 9a; x = 3a$ при $a > 0;$ б) $x + 2 = a; x = a - 2 > 0; a > 2;$

в) $x - 8 = 3a + 1; x = 3a + 9 > 0; a > -3;$ г) $2x - 3 = a + 4; x = \frac{1}{2}a + \frac{7}{2} > 0; a > -7$

№ 947 (№886). а) $10x = 3b; x = 0,3b < 0; b < 0;$

б) $x - 4 = b; x = b + 4 < 0; b < -4;$ в) $3x - 1 = b + 2; x = \frac{1}{3}b + 1 < 0; b < -3;$

г) $3x - 3 = 5b - 2; x = \frac{5}{3}b + \frac{1}{3} < 0; b < -\frac{1}{5}.$

№ 948 (№887). а) $|2m - 16| = 2m - 16;$

1) $m \geq 8; 0 = 0$ верно при всех $m.$ 2) $m < 8 \quad 4m = 32 \quad m = 8.$

Ответ: $m \geq 8.$ б) $\frac{|12-6m|}{12-6m} = 1; \text{ОДЗ: } m \neq 2;$

1) $m < 2; 1 = 1$ верно при любых $m.$ 2) $m > 2; -1 = 1$ неверно. Ответ: $m < 2.$

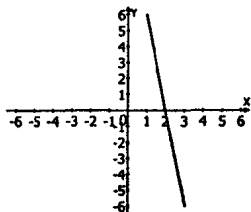
в) $|m + 6| = -m - 6; 1) m \geq -6; 2m = -12; m = -6; 2) m < -6; 0 = 0$ верно при

любых $m.$ Ответ: $m \leq 6.$ г) $\frac{|10m-35|}{10m-35} = -1; \text{ОДЗ: } m \neq 3,5;$

1) $m > 3,5; 1 = -1,$ решений нет; 2) $m < 3,5; -1 = -1$ верно при любых $m.$

Ответ: $m < 3,5.$

№ 949 (№888). $y = -6x + 12; y < 0$ при $x > 2; y > 0$ при $x < 2.$



№ 950 (№889). Составим уравнение в целых числах, где m — железные (кол-во); n — медные (кол-во);

$$\begin{cases} 500m + 200n = 4000 \\ m + n = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 12 - m \\ 500m + 2400 - 200m = 4000 \end{cases}$$

$300m = 1600$; $m = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$, но m — натуральное, т.е. $m = 5$ (не более).

№ 951 (№890). Пусть скорость 2-го туриста x км/ч, тогда $\frac{24}{4} = \frac{24}{x} + 2$;

$$4 = \frac{24}{x}; x = 6 \text{ км/ч.} \quad \text{Ответ: более 6 км/ч.}$$

№ 952 (№891). Пусть x км/ч — скорость мотоциклиста, тогда

$$\frac{60}{x} = \frac{40}{12}; x = \frac{60 \cdot 12}{40} = 18. \quad \text{Ответ: более 18 км/ч.}$$

№ 953. (с). Если боковая сторона равна a (см), то $P = 20 + 2a \leq 46$; $2a \leq 26$; $a \leq 13$. Неравенство треугольника: $a + a \geq 20$, $a \geq 10$. Поэтому $a = 10, 11, 12$ или 13 см.

№892. (с). $\begin{cases} x > 3 \\ x < a \end{cases} \quad 3 < x < a$, т.е. если $a \leq 3$, то решений нет

$$\text{№893. (с). а) } \begin{cases} 4x > 1 \\ 5x > 0 \\ x > 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x > 0, \text{ т.е. } x > 9; \text{ б) } \\ x > 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ -x > -1 \\ 4x < 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \quad \text{т.о. } x < 0$$

$$\text{в) } \begin{cases} -x < 3 \\ 2x > 10 \\ x < -10 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3 \\ x > 5 \\ x < -10 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x > -9 \\ x < -2 \\ -2x > 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3 \\ x < -2 \\ x < -5 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

$$\text{№894. (с). а) } \begin{cases} x^2 + 1 < 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } x^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 4 > 2x - 1 \\ 5x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -4 > -1 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет, т.к. } -4 < -1$$

$$\text{в) } \begin{cases} 6x < 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{очевидно, что решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x + 5 > 0 \\ 3x + 5 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x < \frac{5}{3} \end{cases} \quad \text{аналогично предыдущей задаче}$$

$$\text{№ 954 (№895). а) } \begin{cases} 0,3x-1 < x+0,4 \\ 2-3x < 5x+1 \end{cases} \begin{cases} 0,7x > -1,4 \\ 8x > 1 \end{cases} \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{1}{8} \end{cases} \quad x > \frac{1}{8}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2,5x-0,12 > 0,6x+0,07 \\ 1-2x > -x-4 \end{cases} \begin{cases} 1,9x > 0,19 \\ x < 5 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{10} \\ x < 5 \end{cases} \quad x \in \left(\frac{1}{10}; 5\right)$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x+1,4 < \frac{3x-7}{5} \\ 2x > 3-\frac{2x}{5} \end{cases} \begin{cases} 1,4x < -2,8 \\ 2,4 > 3 \end{cases} \begin{cases} x < -2 \\ x > 1\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3(x-2)(x+2)-3x^2 < x \\ 5x-4 > 4-5x \end{cases} \begin{cases} 3x^2-12-3x^2-x < 0 \\ 10x > 8 \end{cases} \begin{cases} x > -12 \\ x > 0,8 \end{cases} \quad x > 0,8$$

$$\text{д) } \begin{cases} (x-4)(5x-1)-5x^2 > x+1 \\ 3x-0,4 < 2x-0,6 \end{cases} \begin{cases} 5x^2-21x+4-5x^2-x-1 > 0 \\ x < -0,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x < 3 \\ x < -0,2 \end{cases} \quad x < -0,2$$

$$\text{е) } \begin{cases} 1+\frac{1+x}{3} > \frac{2x-1}{6}-2 \\ 3x-\frac{x}{4} > 4 \end{cases} \begin{cases} 18+2+2x > 2x-1 \\ 11x > 16 \end{cases} \quad x > \frac{16}{11}$$

$$\text{№ 955 (№896). а) } \begin{cases} 6x(x-1)-3x(2x-1) < x \\ 0,5x-3,7 < 0,2x-0,7 \end{cases} \begin{cases} 6x^2-6x-6x^2+3x-x < 0 \\ 0,3x < 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 10 \\ -4x < 0 \end{cases} \quad x \in (0; 10), \text{ т.е. } x = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,7x-3(0,2x+1) \leq 0,5x+1 \\ 0,3(1-x)+0,8x \geq x+5,3 \end{cases} \begin{cases} 0,7x-0,6x-3 \leq 0,5x+1 \\ 0,3-0,3x+0,8x \geq x+5,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4x \geq -4 \\ 0,5x \leq -5 \end{cases} \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq -10 \end{cases} \quad \text{Итого } x = -10.$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{1}{3}(3x-2)+\frac{1}{6}(12x+1) > 0 \\ \frac{1}{7}(14x-21)+\frac{2}{9}(9x-6) < 0 \end{cases} \begin{cases} 6x-4+12x+1 > 0 \\ 2x-3+2x-\frac{4}{3} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18x > 3 \\ 4x < 4\frac{1}{3} \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ x < 1\frac{1}{12} \end{cases} \quad \text{т.е. } x = 1$$

$$r) \begin{cases} 0,2(5x-1) + \frac{1}{3}(3x+1) < x+5,8 \\ 8x-7 - \frac{1}{6}(6x-2) > x \end{cases} \quad \begin{cases} x-0,2+x+\frac{1}{3}-x < 5,8 \\ 8x-7-x+\frac{1}{3}-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ 6x > 6\frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ x > 1\frac{1}{9} \end{cases} \quad \text{т.е. } x = 2; 3; 4; 5.$$

№ 956 (№897). а) $-9 < 3x < 18; -3 < x < 6;$

б) $1 < \frac{2x-1}{2} < 2; 2 < 2x-1 < 4; \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2};$

в) $3 \leq 5x-1 \leq 4; 4 \leq 5x \leq 5; \frac{4}{5} \leq x \leq 1;$

г) $0 \leq \frac{1-x}{3} \leq 1; 0 \leq 1-x \leq 3; -1 \leq -x \leq 2; -2 \geq x \geq 1.$

№ 957 (№898). а) $-1 < 2x-4 < 5; 3 < 2x < 9; x \in (1,5; 4,5);$

б) $0 \leq \frac{x-5}{2} \leq 5; 0 \leq x-5 \leq 10; x \in [5; 15];$

в) $-1 < -\frac{1}{3}x + 8 < 1; -9 < -\frac{1}{3}x < -7; x \in (21; 27);$

г) $-6 \leq -2,5x + 6 \leq -2; -12 - 2,5x \leq -8; x \in [20; 30].$

№ 958 (№ 899).

а) $\begin{cases} 3(y-1) - 4(y+8) < 5(y+5) \\ 1,2(1+5y) - 0,2 < 5(1-3y) - 3y \end{cases} \quad \begin{cases} 3y-4y-5y < 25+3+32 \\ 6y+15y+3y < 5+0,2-1,2 \end{cases}$

$$\begin{cases} -6y < 60 \\ 24y < 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y > -10 \\ y < \frac{1}{6} \end{cases} \quad \text{но } y > 0, \text{ т.о. } x \in \left(0; \frac{1}{6}\right);$$

б) $\begin{cases} 15(y-4) - 14(y-3) < y(y-9) - y^2 \\ \frac{5-y}{3} - y > 14 - \frac{2-y}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} 15y-14y-y^2+y^2+9y < 60-42 \\ 10-2y-6y > 84-2+y \end{cases}$

$$\begin{cases} 10y < 18 \\ 9y < -72 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 1,8 \\ y < -8 \end{cases} \quad \text{положительных решений нет}$$

в) $\begin{cases} (2y-1)(3y+2) - 6y(y-4) < 48 \\ \frac{y-1}{8} - \frac{6y+1}{4} - 1 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 6y^2+y-6y^2+24y < 48+2 \\ y-1-12y-2-8 < 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 25y < 50 \\ 11y > -11 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases} \quad \text{но т.к. } y > 0, \text{ то } y \in (0; 2)$$

$$\text{№ 959 (№900). а) } \begin{cases} \frac{5y-1}{6} - \frac{2y-1}{2} > 0 \\ 1 - \frac{y+4}{3} < 0 \end{cases} \begin{cases} 5y-1-6y+3 > 0 \\ 3-y-4 < 0 \end{cases} \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$$

но т.к. $y < 0$, то $y \in (-1; 0)$

$$\text{б) } \begin{cases} (y+6)(5-y) + y(y-1) > 0 \\ 0,3y(10y+20) - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases} \begin{cases} 30 - y - y^2 + y^2 - y > 0 \\ 3y^2 + 6y - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y < 30 \\ 6y > -30 \end{cases} \begin{cases} y < 15 \\ y > -5 \end{cases} \text{ но т.к. } y < 0, \text{ то } y \in (-5; 0)$$

№901. (с). Примем весь путь за s , а скорость поезда на 2-й половине за x , тогда максимальная скорость на 2-м участке:

$$\frac{1}{2 \cdot 60} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{72}; 36x + 2160 = 60x; 24x = 2160; x = 90. \text{ Ответ: } x \in (60; 90].$$

$$\text{№ 960. (н). } D = 16a^2 - 4(4a^2 - 25) = 100; x = \frac{4a \pm 10}{2}; x_1 = 2a - 5; x_2 = 2a + 5.$$

$$\begin{cases} 2a - 5 > 2 \\ 2a + 5 > 2 \end{cases} \begin{cases} a > \frac{7}{2} \\ a > -\frac{3}{2} \end{cases} a \in (3,5; +\infty).$$

$$\text{№ 961. (н). } D = (2b - 2)^2 - 4(b^2 - 2b) = 4; x = \frac{2b - 2 \pm 2}{2}; x_1 = b; x_2 = b - 2.$$

$$\begin{cases} -5 < b < 5 \\ -5 < b - 2 < 5 \end{cases} \begin{cases} -5 < b < 5 \\ -3 < b < 7 \end{cases} b \in (-3; 5).$$

№ 962 (№902). Примем скорость туристов за x км/день, тогда:

$$\begin{cases} (x+5)6 > 90 \\ (x-5)8 < 90 \end{cases} \begin{cases} 6x > 60 \\ 8x < 130 \end{cases} \begin{cases} x > 10 \\ x < 16,25 \end{cases}$$

т.о. скорость их более 10 км/день и менее 16,25 км/день.

$$\text{№ 963. (н). } \frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{v}} \leq 72; \frac{1}{60} + \frac{1}{v} \geq \frac{1}{36}; \frac{1}{v} \geq \frac{1}{36} - \frac{1}{60} = \frac{1}{90};$$

$v \leq 90$, также по условию $v > 60$. Итак, $v \in (60; 90]$.

ГЛАВА V. Степень с целым показателем

§ 12. Степень с целым показателем и ее свойства

37. Определение степени с целым отрицательным показателем

$$\text{№ 964 (№ 903). а) } 10^{-6} = \frac{1}{10^6}; \text{ б) } 9^{-2} = \frac{1}{9^2}; \text{ в) } a^{-1} = \frac{1}{a}; \text{ г) } x^{-20} = \frac{1}{x^{20}};$$

$$\text{д) } (ab)^{-3} = \frac{1}{(ab)^3}; \text{ е) } (a+b)^{-4} = \frac{1}{(a+b)^4}.$$

№ 965 (№ 904).

а) $\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$; б) $\frac{1}{6^7} = 6^{-7}$; в) $\frac{1}{x^7} = x^{-7}$; г) $\frac{1}{y^{10}} = y^{-10}$; д) $\frac{1}{7} = 7^{-1}$.

№ 966 (№ 905). а) $8 = 2^3$; $4 = 2^2$; $2 = 2^1$; $1 = 2^0$; $\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$;

б) $\frac{1}{125} = 5^{-3}$; $\frac{1}{25} = 5^{-2}$; $\frac{1}{5} = 5^{-1}$; $1 = 5^0$; $5 = 5^1$; $25 = 5^2$; $125 = 5^3$.

№ 967 (№ 906). а) $\frac{1}{81} = 3^{-4}$; $\frac{1}{27} = 3^{-3}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$;

$1 = 3^0$; $3 = 3^1$; $9 = 3^2$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$; б) $100 = 10^2$; $10 = 10^1$; $1 = 10^0$; $0,1 = 10^{-1}$;
 $0,01 = 10^{-2}$; $0,001 = 10^{-3}$; $0,0001 = 10^{-4}$.

№ 968 (№ 907). а) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$; б) $(-3)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$;

в) $(-1)^{-9} = \left(-\frac{1}{1}\right)^9 = -\left(\frac{1}{1}\right)^9 = -1$; г) $(-1)^{-20} = \left(-\frac{1}{1}\right)^{20} = 1^{20} = 1$;

д) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7^2 = 49$; е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8}$;

ж) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$; з) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$;

и) $0,01^{-2} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-2} = 100^2 = 10000$; к) $1,125^{-1} = \left(1\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-1} = \frac{8}{9}$.

№ 969 (№ 908). а) $-10^{-4} = -\frac{1}{10^4}$; б) $-0,2^{-3} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -5^3 = -125$;

в) $(-0,8)^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$;

г) $(-0,5)^{-5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -32$;

д) $-(-0,2)^{-3} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$; е) $-(-3)^{-2} = -\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$

№ 970 (№ 909). а) $(-4)^{-3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$; б) $2,5^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5}$;

в) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$;

д) $-0,4^{-4} = -\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = -\left(\frac{5}{2}\right)^4 = -\frac{625}{16} = -39\frac{1}{16}$;

$$\text{e)} -\left(2\frac{1}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{4}{25}.$$

$$\text{№ 971 (№ 910). а) } 9^{-5} = \frac{1}{9^5} > 0; \text{ б) } 2,6^{-4} = \left(\frac{13}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{13}\right)^4 = \frac{5^4}{13^4} = \frac{625}{28561} > 0;$$

$$\text{в) } (-7,1)^{-6} = \left(-7\frac{1}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{71}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{10}{71}\right)^6 = \left(\frac{10}{71}\right)^6 = \frac{10^6}{71^6} > 0;$$

$$\text{г) } (-3,9)^{-3} = \left(-3\frac{9}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{39}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{10}{39}\right)^3 = -\frac{10^3}{39^3} < 0.$$

№ 972 (№ 911). а) Верно; б) верно; в) верно.

№ 973 (№ 912).

$$\text{а) } (-7)^{-2} = \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = -\left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}; \text{ б) } 8^{-1} = \frac{1}{8}; \text{ в) } 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}; \text{ г) } (-9)^0 = 1.$$

№ 974 (№ 913).

$$\text{а) } -x^p = -(-1)^{-2} = -(1)^2 = -1; \text{ б) } -x^p = -(0,5)^{-2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -(2)^2 = -4;$$

$$\text{в) } -x^p = -2^{-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}; \text{ г) } -x^p = -(0,5)^{-5} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -(2)^5 = -32.$$

$$\text{№ 975 (№ 914). а) } x^n = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}; x^{-n} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9};$$

$$\text{б) } x^n = (-1,5)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8};$$

$$x^{-n} = (-1,5)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}.$$

№ 976 (№ 915).

$$\text{а) } 8 \cdot 4^{-3} = 8 \cdot \frac{1}{4^3} = 8 \cdot \frac{1}{64} = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}; \text{ б) } -2 \cdot 10^{-5} = -2 \cdot \frac{1}{10^5} = -\frac{2}{10^5} = -\frac{1}{5 \cdot 10^4} = -\frac{1}{50000};$$

$$\text{в) } 18 \cdot (-9)^{-1} = 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -\frac{18}{9} = -2; \text{ г) } 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = 10 \cdot (-5) = -50;$$

$$\text{д) } 3^{-2} + 4^{-1} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36}; \text{ е) } 2^{-3} - (-2)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16};$$

$$\text{ж) } 0,5^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 2^2 + 3 = 4;$$

$$\text{з) } 0,3^0 + 0,1^{-4} = 1 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 1 + 10^4 = 10001;$$

$$\text{и) } (-2, 1)^0 - (-0, 2)^{-3} = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = 1 + 5^3 = 126.$$

№ 977 (№ 916).

$$\text{а) } 6 \cdot 12^{-1} = 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \text{ б) } -4 \cdot 8^{-2} = -4 \cdot \frac{1}{8^2} = -4 \cdot \frac{1}{64} = -\frac{4}{64} = -\frac{1}{16};$$

$$\text{в) } 6^{-1} - 3^{-2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{1}{18};$$

$$\text{г) } 1, 3^0 - 1, 3^{-1} = 1 - \left(1 \frac{3}{10}\right)^{-1} = 1 - \left(\frac{13}{10}\right)^{-1} = 1 - \frac{10}{13} = \frac{3}{13};$$

$$\text{д) } 12 - \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 12 - 6 = 6; \text{ е) } 25 + 0, 1^{-2} = 25 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 25 + 10^2 = 125.$$

$$\text{№ 978 (№ 917). а) } 3x^{-5} = 3\left(\frac{1}{x}\right)^5 = \frac{3}{x^5}; \text{ б) } x^{-4}y = \left(\frac{1}{x^4}\right)^4 y = \frac{y}{x^4};$$

$$\text{в) } 5ab^{-7} = 5a\left(\frac{1}{b}\right)^7 = \frac{5a}{b^7}; \text{ г) } 5(ab)^{-7} = 5\left(\frac{1}{ab}\right)^7 = \frac{5}{a^7b^7};$$

$$\text{д) } x^{-1}c^{-3} = \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{1}{c}\right)^3 = \frac{1}{xc^3}; \text{ е) } -9yz^{-8} = -9y\left(\frac{1}{z}\right)^8 = -\frac{9y}{z^8};$$

$$\text{ж) } 2(x+y)^{-4} = 2 \frac{1}{(x+y)^4} = \frac{2}{(x+y)^4};$$

$$\text{з) } 10x^{-1}(x-y)^{-3} = 10 \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{(x-y)^3} = \frac{10}{x(x-y)^3}.$$

$$\text{№ 979 (№ 918). а) } \frac{3}{b^2} = 3b^{-2}; \text{ б) } \frac{x}{y} = xy^{-1}; \text{ в) } \frac{2a^8}{c^5} = 2a^8c^{-5}; \text{ г) } \frac{a^5}{7b^3} = a^5 \cdot 7^{-1}b^{-3},$$

$$\text{д) } \frac{1}{x^2y^3} = x^{-2}y^{-3}; \text{ е) } \frac{(a+b)^2}{b^4c^4} = (a+b)^2b^{-4}c^{-4};$$

$$\text{ж) } \frac{2a}{(a-2)^2} = 2a(a-2)^{-2}; \text{ з) } \frac{(c+b)^2}{2(a-b)^4} = 2^{-1}(c+b)^2 \cdot (a-b)^{-4}.$$

$$\text{№ 980 (№ 919). а) } a^{-2} + b^{-2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2}{a^2b^2} + \frac{b^2}{a^2b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2};$$

$$\text{б) } xy^{-1} + xy^{-2} = \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2} = \frac{xy + x}{y^2};$$

$$\text{в) } (a + b^{-1})(a^{-1} - b) = \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - b\right) = \frac{(ab+1)}{b} \cdot \frac{(1-ab)}{a} = \frac{1-a^2b^2}{ab};$$

$$\text{г) } (x-2y^{-1})(x^{-1}+2y) = \left(x - \frac{2}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 2y\right) = \left(\frac{xy-2}{y}\right)\left(\frac{1+2xy}{x}\right) = \frac{(xy-2)(1+2xy)}{xy}$$

№ 981 (№ 920). а) $(a^{-1} + b^{-1})(a + b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a+b}\right) = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}$;

б) $(a-b)^{-2}(a^2 - b^2) = \frac{1}{(a-b)^2} \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = \frac{(b^2 - a^2)}{a^2 b^2} \cdot \frac{1}{(b-a)^2} =$
 $= \frac{(b-a)(b+a)}{a^2 b^2 (b-a)^2} = \frac{a+b}{a^2 b^2 (b-a)}$.

№ 982. (н). $y = (x-2)^{-1} = \frac{1}{x-2}$. $y > 0$ при $x > 2$; $y < 0$ при $x < 2$.

Упражнения для повторения

№ 983 (н). $\frac{(n-7)^2}{n} = \frac{n^2 - 14n + 49}{n} = n - 14 + \frac{49}{n}$

Это выражение принимает натуральные выражения при $n=1$; 49.

№ 984 (н). а) $8 = \frac{k}{1,5} \Rightarrow k = 12$; б) $-25 = \frac{k}{0,04} \Rightarrow k = -1$.

№ 921. (с). а) $8,175 \approx 8,2$; абсолютная погрешность равна: $|8,2 - 8,175| = |0,025| = 0,025$; б) $0,4361 \approx 0,4$; абсолютная погрешность равна: $|0,4 - 0,4361| = |-0,0361| = 0,0361$; в) $52,25 \approx 52,3$; абсолютная погрешность равна: $|52,3 - 52,25| = |0,05| = 0,05$.

№ 922. (с). Обозначим за x км/ч — скорость туриста по проселочной дороге, $1,4x$ км/ч — его скорость при движении по шоссе; $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч — время, которое турист двигался по проселочной дороге; $\left(\frac{28}{1,4x}\right)$ ч — его

время движения по шоссе; 3 ч 36 мин $= 3\frac{3}{5}$ ч. Составляем уравнение:

$$\frac{28}{1,4x} + \frac{25}{x} = 3\frac{3}{5}; \quad \frac{20}{x} + \frac{25}{x} = \frac{18}{5}; \quad 100 + 125 = 18x; \quad 18x = 225; \quad x = 12,5.$$

Ответ: 12,5 км/ч.

№ 923. (с). а) $(2x-1)(2x+1) - 4x(x+6) < x-6$; $4x^2 - 1 - 4x^2 - 24x < x-6$;
 $-25x < -5$; $-5x < -1$; $x > \frac{1}{5}$;

б) $(6x-1)^2 - 12x(5+3x) < 8,2$; $36x^2 - 12x + 1 - 60x - 36x^2 < 8,2$;
 $-72x < 7,2$; $x > -0,1$.

№ 924. (с). $-5x - 10,15 < 0$; $5x > -10,15$; $x > -2,03$;

т.е. функция $y = -5x - 10,15$ принимает отрицательные значения на промежутке $(-2,03; +\infty)$.

38. Свойства степени с целым показателем

№ 985 (№ 925). а) $3^{-4} \cdot 3^6 = 3^{-4+6} = 9$; б) $2^4 \cdot 2^{-3} = 2^{4-3} = 2$;

в) $10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6} = 10^{8-5-6} = 10^{-3} = \frac{1}{1000}$;

$$\text{г)} 2^{10} : 2^{12} = 2^{10-12} = 2^{-2} = \frac{1}{4}; \text{д)} 5^3 : 5^{-3} = 5^{3-(-3)} = 5^6 = 1;$$

$$\text{е)} 3^{-4} : 3 = 3^{-4-1} = 3^{-5} = \frac{1}{243}; \text{ж)} (2^{-4})^{-1} = 2^{(-4)(-1)} = 2^4 = 16;$$

$$\text{з)} (5^2)^{-2} \cdot 5^3 = 5^{-4} \cdot 5^3 = 5^{-4+3} = \frac{1}{5}; \text{и)} 3^{-4} \cdot (3^{-2})^{-4} = 3^{-4} \cdot 3^8 = 3^{-4+8} = 81.$$

$$\text{№ 986 (№ 926). а)} 5^{-15} \cdot 5^{16} = 5^{-15+16} = 5; \text{б)} \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4+3} = 3;$$

$$\text{в)} 4^{-8} : 4^{-9} = 4^1 = 4; \text{г)} \left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-4} = 3 = 5^2 = 25;$$

$$\text{д)} (2^{-2})^{-3} = 2^{(-2)(-3)} = 2^6 = 64; \text{е)} (0,1^{-3})^{-1} = 0,1^3 = 0,001.$$

№ 987 (№ 927). Пусть a — произвольное число, отличное от нуля.

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{ значит, } a^n \cdot a^{-n} = a^n \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^n = 1, \text{ ч.т.д.}$$

№ 988 (№ 928). Пусть a и b — произвольные числа, отличные от нуля.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}, \text{ значит, } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ ч.т.д.}$$

$$\text{№ 989 (№ 929). а)} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27; \text{б)} \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^1 = 1\frac{1}{3};$$

$$\text{в)} 0,01^{-2} = \left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^{-2} = 10^4 = 10000; \text{г)} \left(1\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625};$$

$$\text{д)} 0,002^{-1} = \left(\frac{2}{1000}\right)^{-1} = \left(\frac{1000}{2}\right)^1 = 500;$$

$$\text{е)} \left(-1\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\left(\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}.$$

№ 930. (с). Пусть a и b — произвольные положительные числа, $a > b$.

$$a^{-1} - b^{-1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}. \text{ Так как } a > 0, b > 0, b-a < 0 \text{ и } ab > 0, \text{ то } a^{-1} - b^{-1} < 0, \text{ т.е. } a^{-1} < b^{-1}, \text{ ч.т.д.}$$

$$\text{№ 990 (№ 931). а)} 27 \cdot 3^{-4} = 3^3 \cdot 3^{-4} = \frac{1}{3};$$

$$\text{б)} (3^{-1})^5 \cdot 81^2 = 3^{-5} \cdot (3^4)^2 = 3^{-5} \cdot 3^8 = 3^3 = 27;$$

$$\text{в)} 9^{-2} : 3^{-6} = (3^2)^{-2} : 3^{-6} = 3^{-4} : 3^{-6} = 3^{-4-(-6)} = 3^2 = 9;$$

$$\text{г)} 81^3 : (9^{-2})^{-3} = (3^4)^3 : ((3^2)^{-2})^{-3} = 3^{12} : 3^{12} = 3^{12-12} = 3^0 = 1.$$

$$\text{№ 991 (№ 932). а)} \frac{1}{16} \cdot 2^{10} = 2^{-4} \cdot 2^{10} = 2^6 = 64; \text{б)} 32 \cdot (2^{-4})^2 = 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$\text{в)} 8^{-1} \cdot 4^3 = 2^{-3} \cdot 2^6 = 2^3 = 8; \text{г)} 4^5 \cdot 16^{-2} = 2^{10} \cdot 2^{-8} = 2^2 = 4.$$

№ 992 (№ 933). m — целое число: а) $5^m \cdot 5^{m+1} \cdot 5^{1-m} = 5^{m+m+1+1-m} = 5^{m+2}$;
 б) $(5^m)^2 \cdot (5^{-3})^m = 5^{2m} \cdot 5^{m(-3)} = 5^{2m} \cdot 5^{-3m} = 5^{2m-3m} = 5^{-m}$;

в) $625 : 5^{4m-2} = \frac{5^4}{1} : \frac{5^{4m}}{5^2} = \frac{5^4 \cdot 5^2}{5^{4m}} = \frac{5^6}{5^{4m}} = 5^{6-4m}$.

№ 993 (№ 934). а) $8^{-2} \cdot 4^3 = (2^3)^{-2} \cdot (2^2)^3 = 2^{3(-2)} \cdot 2^{2 \cdot 3} = 2^{-6} \cdot 2^6 = 1$;

б) $9^{-6} \cdot 27^5 = (3^2)^{-6} \cdot (3^3)^5 = 3^{-12} \cdot 3^{15} = 27$;

в) $10^0 : 10^{-3} = 1 : 10^{-3} = 10^3 = 1000$;

г) $125^{-4} : 25^{-5} = (5^3)^{-4} : (5^2)^{-5} = 5^{-12} : 5^{-10} = 5^{-12} \cdot 5^{10} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$;

д) $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}} = \frac{2^{-21}}{(2^2)^{-5} \cdot (2^2)^{-6}} = \frac{2^{-21}}{2^{-10} \cdot 2^{-12}} = 2^{-21+22} = 2$;

е) $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}} = \frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}} = \frac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$;

ж) $\frac{3^{-10} \cdot 9^8}{(-3)^2} = \frac{3^{-10} \cdot (3^2)^8}{3^2} = \frac{3^{-10} \cdot 3^{16}}{3^2} = \frac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$;

з) $\frac{5^{-5} \cdot 25^{10}}{125^3} = \frac{5^{-5} \cdot (5^2)^{10}}{(5^3)^3} = \frac{5^{-5} \cdot 5^{20}}{5^9} = \frac{5^{15}}{5^9} = 5^6 = 15625$.

№ 994 (№ 935). а) $125^{-1} \cdot 25^2 = \frac{25^2}{125} = \frac{(5^2)^2}{5^3} = \frac{5^4}{5^3} = 5$;

б) $16^{-3} \cdot 4^6 = \frac{4^6}{(4^2)^3} = 1$; в) $(6^2)^6 : 6^{14} = \frac{6^{12}}{6^{14}} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$;

г) $12^0 : (12^{-1})^2 = 1 : \left(\frac{1}{12}\right)^2 = 1 : \frac{1}{144} = 1 \cdot 144 = 144$;

д) $\frac{(2^3)^5 \cdot (2^{-6})^2}{4^2} = \frac{2^{15} \cdot 2^{-12}}{(2^2)^2} = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}$; е) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2} = \frac{3^{-6} \cdot (3^2)^4}{3^6} = \frac{3^2}{3^6} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

№ 995. (н). а) $\frac{25^m}{5^{2m-1}} = \frac{5^{2m}}{5^{2m-1}} = 5$;

б) $\frac{6^m}{2^{m-1} \cdot 3^{m+1}} = \frac{6^m}{2^{m-1} \cdot 3^{m-1} \cdot 3^2} = \frac{6^m}{6^{m-1} \cdot 9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

№ 996 (№ 936). 1) $x^{-3} \cdot x^{-7} = x^{-3-7} = x^{-10}$; 2) $x^7 \cdot x^{-17} = x^{7-17} = x^{-10}$;

3) $x^{-40} \cdot x^{30} = x^{-40+30} = x^{-10}$.

№ 997 (№ 937). а) $(a^4)^3 = a^{12}$; б) $a^{12} = a^{(-6)(-2)} = (a^{-6})^{-2}$

№ 998 (№ 938). а) $x^{10} : x^{12} = x^{10} \cdot x^{-12} = x^{10-12} = x^{-2}$; б) $x^0 : x^{-5} = 1 \cdot x^5 = x^5$;

в) $x^{n-1} : x^{-8} = x^{n-1-(-8)} = x^{7+n}$; г) $x^6 : x^{n+2} = x^{6-(n+2)} = x^{6-n-2} = x^{4-n}$.

№ 999 (№ 939). а) $1,5ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b = 9a^{-1}b^{-2} = \frac{9a^{-1}}{b^2} = \frac{9}{ab^2}$;

б) $\frac{3}{4} m^{-2} n^4 \cdot 8m^3 n^{-2} = \frac{8 \cdot 3}{4} mn^2 = 6mn^2$;

$$в) 0,6c^2d^4 \cdot \frac{1}{3}c^{-2}d^4 = \frac{1}{5}c^0d^8 = \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{5}; \text{ г) } 3,2x^{-1}y^{-5} \cdot \frac{5}{8}xy = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot x^0y^{-4} = \frac{2}{y^4},$$

$$д) \frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} \cdot \frac{1}{6}p^2q^{-5} = \frac{1}{12}pq^{-8} = \frac{p}{12} \cdot \frac{1}{q^8} = \frac{8}{12q^8};$$

$$е) 3\frac{1}{3}a^5b^{-18} \cdot 0,6a^{-1}b^{20} = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}a^4b^2 = 2a^4b^2.$$

№ 1000 (№ 940). а) $0,2a^2b^4 \cdot 5a^3b^{-3} = ab$; подставим $a = -0,125$, $b = 8$
 $ab = (-0,125) \cdot 8 = -1$; б) $\frac{1}{27}a^{-1}b^{-5} \cdot 81a^2b^4 = 3ab^{-1} = \frac{3a}{b}$; подставим

$$a = \frac{1}{7}, b = \frac{1}{14}: \frac{3a}{b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{1}{14}}; \frac{1}{14} = 3 \cdot 2 = 6.$$

№ 1001 (№ 941). а) $1,6x^{-1}y^{12} \cdot 5x^3y^{-11} = 8x^2y$;

подставим $x = -0,2$, $y = 0,7$: $8x^2y = 8 \cdot (-0,2)^2 \cdot 0,7 = 8 \cdot 0,04 \cdot 0,7 = 0,224$;

б) $\frac{5}{6}x^{-3}y^3 \cdot 30x^3y^{-4} = 25x^0y^{-1} = \frac{25}{y}$;

подставим $x = 127$, $y = \frac{1}{5}$: $\frac{25}{y} = \frac{25}{\frac{1}{5}} = \frac{25}{1} \cdot 5 = 125$

№ 1002 (№ 942). а) $(a^{-1}b^{-1})^2 = a^{(-1)(-2)}b^{(-1)(-2)} = a^2b^2$; б) $(x^3y^{-1})^2 = x^6 \cdot y^{(-1)2} = x^6y^{-2}$;

в) $(0,5a^{-3}b^5)^{-12} = 0,5^{-12}a^{36}b^{-60} = (2^{-1})^{-12}a^{36}b^{-60} = 2^{12}a^{36}b^{-60}$;

г) $(-2m^5n^{-3})^2 = 4m^{10} \cdot n^{(-3)2} = 4m^{10}n^{-6}$; д) $\left(\frac{1}{3}p^{-2}q^2\right)^{-3} = (3^{-1})^{-3}p^6q^{-6} = 12p^6q^{-6}$;

е) $(-0,5x^{-3}y^4)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3(x^{-3})^3(y^4)^3 = (-2^{-1})^3x^{-9}y^{12} = -2^{-3}x^{-9}y^{12} = -0,125x^{-9}y^{12}$.

№ 1003 (№ 943).

а) $(6a^{-5}b)^{-1} = 6^{-1}a^5b^{-1} = \frac{1}{6}a^5b^{-1}$; б) $\left(\frac{3}{4}a^{-1}b^{-3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2a^2b^6 = \frac{16}{9}a^2b^6$;

в) $\left(\frac{7}{8}p^{-6}q\right)^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^{(-6)(-1)}q^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^6q^{-1}$;

г) $(-0,3x^{-5}y^4)^{-2} = \left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}x^{10}y^{-8} = \frac{100}{9}x^{10}y^{-8}$.

№ 1004 (№ 944). а) $0,0001x^{-4} = 10^{-4}x^{-4} = (10x)^{-4}$; б) $32y^{-5} = 2^5(y^{-1})^5$;

в) $0,0081a^8b^{-12} = (0,3a^2b^{-3})^4$; г) $10^n x^{-2n} y^{3n} = (10x^{-2}y^3)^n$.

№ 1005 (№ 945). а) $\frac{12x^{-5}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{38x^{-9}} = \frac{12x^{-5}y}{38x^{-9}y^{-6}} = \frac{1}{3}x^4y^7$;

б) $\frac{63a^2}{2b^{-5}} \cdot \frac{18b^2}{7a} = 9 \cdot 9 a^2 a^{-1} b^5 b^2 = 81ab^7$;

$$b) \frac{5x^{-1}y^3}{3} \cdot \frac{9x^6}{y^{-2}} = 5 \cdot 3x^{-1}x^6y^3y^2 = 15x^5y^3y^2 = 25x^5y^5;$$

$$r) \frac{16p^{-1}q^{32}}{5} \cdot \frac{25p^6}{64q^{-8}} = \frac{5}{4} p^{-1}p^6q^2q^8 = \frac{5}{4} p^5q^{10}.$$

$$\text{№ 1006 (№ 946). a) } \frac{13x^{-2}}{y} \cdot \frac{y^{12}}{39x^{-3}} = \frac{1}{3} y^{12} y^{-1} x^{-2} x^{-3} = \frac{1}{3} xy^{11};$$

$$b) \frac{5a^5}{b^{-7}} \cdot \frac{7b^{-3}}{25a} = \frac{7}{5} a^4 b^{-3} b^7 = \frac{7}{5} a^4 b^4; \text{ в) } \frac{p}{3c^{-2}} \cdot \frac{15c}{p^{-2}} = \frac{15}{3} pp^2 cc^2 = 5p^3 c^3;$$

$$r) \frac{26x^{17}}{y^{-8}} \cdot \frac{y}{13x^{25}} = 2x^{17} x^{-25} y y^8 = 2y^9 x^{-8}.$$

$$\text{№ 1007 (№ 947). a) } (0,25x^{-4}y^{-3})^2 \cdot \left(\frac{x^{-3}}{4y^2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 x^{-8} y^{-6} x^9 y^6 \cdot 4^3 = 4x;$$

$$b) \left(\frac{a^{-3}b^4}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{a^{-2}b^3}\right)^{-3} = \frac{a^{-3}b^4}{9} \cdot \left(\frac{a^{-2}b^3}{3}\right)^3 = \frac{a^{-3}b^4 \cdot a^{-6}b^9}{9 \cdot 3^3} = \frac{a^{-9}b^{13}}{3^5} = \frac{a^{-9}b^{13}}{243};$$

$$\text{в) } \left(\frac{c^{-4}}{10a^5b^2}\right)^{-2} \cdot (5a^5bc^2)^{-2} = \left(\frac{10a^5b^2}{c^{-4}}\right) \cdot \left(\frac{1}{5a^5bc^2}\right)^2 = \frac{100a^{10}b^4}{c^{-8} \cdot 25a^6b^2c^4} =$$

$$= \frac{4a^4b^2}{c^{-4}} = 4a^4b^2c^4;$$

$$r) \left(\frac{x^2y^{-3}}{6z}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2y^{-2}}{9z}\right)^2 = \left(\frac{6z}{x^2y^{-3}}\right)^3 \cdot \frac{x^4y^{-4}}{81z^2} = \frac{6^3 z^3 \cdot x^4 y^{-4}}{x^6 y^{-9} \cdot 81 z^2} = \frac{8}{3} z x^{-2} y^5$$

№ 1008 (№ 948).

$$a) \left(\frac{2x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 12xy^5 = \left(\frac{3y^{-2}}{2x^{-1}}\right)^2 \cdot 12xy^5 = \frac{9y^{-4}}{4x^{-2}} \cdot \frac{12xy^5}{1} = \frac{9 \cdot 12}{4} \cdot y \cdot x^3 = 27x^3y;$$

$$b) 4a^7b^{-1} \cdot \left(\frac{ab}{5}\right)^{-1} = \frac{4a^7b^{-1}}{1} \cdot \frac{5}{ab} = 20a^6b^{-2};$$

$$\text{в) } (2a^{-2}b^4)^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-6} = \frac{4a^{-4}b^8 \cdot b^6}{a^6} = 4a^{-10}b^{14};$$

$$r) \left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-2} \cdot (x^{-1}y)^3 = \frac{y^3}{2x^2} \cdot x^{-3}y^3 = \frac{1}{2} y^6 x^{-3} x^{-2} = \frac{1}{2} x^{-5} y^6.$$

$$\text{№ 1009. (н). } x_1^{-1} + x_2^{-1} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{6}{n}}{\frac{8}{n}} = 6; \frac{6}{n} = 6 \Rightarrow n = 1.$$

Упражнения для повторения

№ 949. (с). а) Приближенное значение длины отрезка AB равно 7 см. Найдем абсолютную погрешность: $|7,2 - 7| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{7} \approx 0,029 = 2,9\%$.

б) Приближенное значение длины отрезка MN равно 0 см.

Найдем абсолютную погрешность: $|0,2 - 0| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{0,2} = 1 = 100\%$.

№ 950. (с). Обозначим за x км/ч и $(1,5x)$ км/ч — скорость туристов на подъеме и спуске; тогда на подъеме они затратили $\frac{9}{x}$ ч, а на спуске —

$\frac{9}{1,5x}$ ч. По условию суммарное время равно 5 ч. Запишем уравнение:

$$\frac{9}{x} + \frac{9}{1,5x} = 5; \quad \frac{9}{x} + \frac{6}{x} = 5; \quad \frac{15}{x} = 5; \quad x = 3. \quad \text{Ответ: } 3 \text{ км/ч.}$$

№ 951. (с). а) $\frac{2a-5}{a-1} = 2; 2a-5 = 2a-2; -5=2$, но $-5 \neq 2$, значит, не существует значение a , при котором значение исходного выражения равно 2.

б) $\frac{5a+7}{3a-11} = 2; 5a+7 = 6a-22; -6a+5a = -22-7; a = 29;$

итак, значение исходного выражения равно 2 при $a = 29$.

№ 952. (с). а)
$$\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{x-1}{3} > 3, \\ 3,6x < 1 + 2,6x; \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 5x + 5 > 15, \\ 3,6x - 2,6x < 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 10, \\ x < 1; \end{cases}$$

система не имеет решений;

б)
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{2-6x}{5} < 0, \\ 4,2x < 2,2x + 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 15x + 5 - 4 + 12x < 0, \\ 4,2x - 2,2x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} 27x + 1 < 0, \\ 2x < 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{1}{27}, \\ x < 2,5; \end{cases} \quad x < -\frac{1}{27}; \quad \left(-\infty; -\frac{1}{27}\right).$$

№ 953. (с). а)
$$\frac{4\sqrt{5} - \sqrt{30}}{3} = \frac{\sqrt{80} - \sqrt{30}}{3};$$

$\sqrt{80} > \sqrt{30}$, т.к. $80 > 30$, значит, $\frac{4\sqrt{5} - \sqrt{30}}{3} > 0$;

б)
$$\frac{-6}{\sqrt{70} - 2\sqrt{8}} = -\frac{6}{\sqrt{70} - \sqrt{32}};$$

$$\sqrt{70} > \sqrt{32}, \text{ т.к. } 70 > 32, \text{ значит, } -\frac{6}{\sqrt{70}-2\sqrt{8}} < 0.$$

$$\text{№ 1010. (н). } \frac{2x-7}{x+1} + \frac{3x+2}{x-1} = 7; \frac{(2x-7)(x-1) + (3x+2)(x+1)}{x^2-1} = 7,$$

$$2x^2 - 9x + 7 + 3x^2 + 5x + 2 = 7x^2 - 7; 2x^2 + 4x - 16 = 0; x^2 + 2x - 8 = 0;$$

$$D = 4 + 4 \cdot 8 = 36; x = \frac{-2 \pm 6}{2}; x_1 = -4; x_2 = 2.$$

$$\text{№ 1011. (н). а) } |x| \neq x \Rightarrow x < 0; \text{ б) } |x| \neq -x \Rightarrow x > 0.$$

$$\text{№ 1012. (н). } \frac{\overline{ac}}{abc} = \frac{10a+c}{100a+10b+c} = \frac{10a+c}{100a+10(a+c)+c} = \frac{10a+c}{110a+11c} = \frac{1}{11}$$

39. Стандартный вид числа

- № 1013 (№ 954). а) $1,2 \cdot 10^9$ — порядок числа равен 9;
 б) $3,6 \cdot 10^3$ — порядок числа равен 3; в) $2,7 \cdot 10^{-3}$ — порядок числа равен -3;
 г) $6,3 \cdot 10^{-1}$ — порядок числа равен -1; д) $4,42 \cdot 10^5$ — порядок числа равен 5;
 е) $9,28 \cdot 10^{-4}$ — порядок числа равен -4.

- № 1014 (№ 955). а) $52\,000\,000 = 5,2 \cdot 10^7$; б) $2\,18000\,000 = 2,18 \cdot 10^6$;
 в) $675\,000\,000 = 6,75 \cdot 10^8$; г) $40,44 = 4,044 \cdot 10$;
 д) $0,00281 = 2,81 \cdot 10^{-3}$; е) $0,0000035 = 3,5 \cdot 10^{-6}$.

- № 1015 (№ 956). а) $45 \cdot 10^3 = 4,5 \cdot 10^4$; б) $117 \cdot 10^5 = 1,17 \cdot 10^7$;
 в) $0,74 \cdot 10^6 = 7,4 \cdot 10^5$; г) $0,06 \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^3$.

- № 1016 (№ 957). а) $1\,024\,000 = 1,024 \cdot 10^6$; б) $6\,000\,000 = 6 \cdot 10^6$;
 в) $21,56 = 2,156 \cdot 10$; г) $0,85 = 8,5 \cdot 10^{-1}$;
 д) $0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$; е) $0,000282 = 2,82 \cdot 10^{-4}$;
 ж) $508 \cdot 10^{-7} = 5,08 \cdot 10^{-5}$; з) $0,042 \cdot 10^2 = 4,2 \cdot 10^0 = 4,2$.

- № 1017 (№ 958). $6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^{21}$. Значит, в стандартном виде масса Земли равна $6 \cdot 10^{21}$ т.
 $0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0017 = 1,7 \cdot 10^{-21}$. Значит, в стандартном виде масса атома водорода равна $1,7 \cdot 10^{-21}$ т.

- № 1018 (№ 959). а) $3,8 \cdot 10^3 \text{ т} = 3,8 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \text{ г} = 3,8 \cdot 10^9 \text{ г}$;

б) $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ км} = 1,7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^2 \text{ см} = 1,7 \cdot 10 \text{ см}$;

в) $8,62 \cdot 10^{-1} \text{ кг} = 8,62 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ т} = 8,62 \cdot 10^{-4} \text{ т}$;

г) $5,24 \cdot 10^5 \text{ см} = 5,24 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5,24 \cdot 10^3 \text{ м}$.

№ 1019 (№ 960). а) $2,85 \cdot 10^8 \text{ см} = 2,85 \cdot 10^8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \text{ км} = 2,85 \cdot 10^3 \text{ км}$;

б) $4,6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 4,6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \cdot 10 \text{ мм} = 4,6 \cdot 10 \text{ мм}$;

в) $6,75 \cdot 10^{15} \text{ г} = 6,75 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ т} = 6,75 \cdot 10^9 \text{ т}$;

г) $1,9 \cdot 10^{-2} \text{ т} = 1,9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ кг} = 1,9 \cdot 10 \text{ кг}$.

№ 1020 (№ 961).

а) $(3,25 \cdot 10^2) \cdot (1,4 \cdot 10^3) = 3,25 \cdot 1,4 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 4,55 \cdot 10^{2+3} = 4,55 \cdot 10^5$,

б) $(4,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (5,2 \cdot 10^4) = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3+4} = 22,88 \cdot 10 = 2,288 \cdot 10^2$.

№ 962. (с). а) $(9,9 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-1}) = 9,9 : 1,2 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^3$;

б) $(1,23 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-2}) = 1,23 : 4,8 \cdot 10^{-3+2} = 0,25625 \cdot 10^{-1} = 2,5625 \cdot 10^{-2}$

№ 963. (с). а) $(2,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (8,4 \cdot 10^4) = 2,5 \cdot 8,4 \cdot 10^{-3+4} = 21 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10^2$;
б) $(3,6 \cdot 10^5) : (2,4 \cdot 10^2) = 3,6 : 2,4 \cdot 10^{5-2} = 1,5 \cdot 10^3$.

№ 1021 (№ 964). Если v — скорость света, $t = 2,8 \cdot 10^6$, то путь
 $S = v \cdot t = 3 \cdot 10^5 \cdot 2,8 \cdot 10^6 = 3 \cdot 2,8 \cdot 10^{5+6} = 8,4 \cdot 10^{11}$ км. Ответ: $8,4 \cdot 10^{11}$ км.

№ 1022 (№ 965). Порядок массы Земли больше порядка массы Марса, значит, масса Земли больше массы Марса; получаем:

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}} = \frac{1,9}{6,4} \cdot 10^{24-23} \approx 0,93 \cdot 10 = 9,3.$$

Ответ: масса Земли в $\approx 9,3$ раза больше.

№ 1023 (№ 966). Порядок массы Венеры меньше порядка массы Юпитера, значит, масса Венеры меньше массы Юпитера; найдем их отношение:

$$\frac{1,9 \cdot 10^{27}}{4,87 \cdot 10^{24}} = \frac{1,9}{4,87} \cdot 10^{27-24} \approx 0,4 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^2.$$

Ответ: масса Венеры в $\approx 4 \cdot 10^2$ раз меньше.

№ 1024 (№ 967). Масса плиты есть плотность, умноженная на объем:
 $7,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 6 \cdot 10^{-1} \cdot 2,5 \cdot 10^{-1} = 140,4 \cdot 10 = 1,404 \cdot 10^3$ кг.

Ответ: $1,404 \cdot 10^3$.

Упражнения для повторения

№ 1025. (н).

$$(2 - \sqrt{3})\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1.$$

№ 1026. (н). $x_1 + x_2 = \frac{18}{3} = 6$; $x_1 x_2 = \frac{m}{3}$; $\frac{m}{3} = 6 \Rightarrow m = 18$.

№ 1027. (н). $\frac{4-3x}{2} - x < 11$; $\frac{4-3x-2x}{2} < 11$; $4x - 5x < 22$

$5x > -18$; $x > -\frac{18}{5}$. Целые отрицательные x : -3 ; -2 ; -1 .

№ 968. (с) Обозначим за x км/ч и $(1,2x)$ км/ч — скорость поезда по расписанию и его фактическую скорость; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения поезда по расписанию; $\left(\frac{120}{1,2x}\right)$ ч — фактическое время движения поезда.

Составляем уравнение: $\frac{120}{x} - \frac{100}{x} = \frac{1}{4}$; $\frac{20}{x} = \frac{1}{4}$; $x = 80$; $1,2x = 96$.

Ответ: со скоростью 96 км/ч.

№ 969. (с). $1,5x^{-3}y^2 \cdot 6,2x^4y^{-1} = 1,5 \cdot 6,2x^{-3+4}y^{2-1} = 9,3xy$;

а) подставим $x = 5,5$; $y = 0,84$: $9,3xy = 9,3 \cdot 5,5 \cdot 0,84 = 42,966$;

б) подставим $x = -0,6$; $y = -3,2$: $9,3xy = 9,3 \cdot (-0,6) \cdot (-3,2) = 17,856$.

№ 970. (с). а) $\left(\frac{8a^{-2}}{b^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^{-2}}{16a^{-3}}\right)^2 = \frac{8^3 a^{-6} b^{-4}}{b^{-9} 16^2 \cdot a^{-6}} = \frac{8b^5}{4} = 2b^5$;

$$6) \left(\frac{9x^4}{2y^3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4y^4}{27x^5}\right)^{-2} = \left(\frac{2y^3}{9x^4}\right)^3 \cdot \left(\frac{27x^5}{4y^4}\right)^2 = \frac{2^3 y^9}{9^3 x^{12}} \cdot \frac{27x^{10}}{4^2 y^8} =$$

$$= \frac{8y^9(3 \cdot 9)^2 x^{10}}{4^2 y^8 9^3 x^{12}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9y}{x^2 \cdot 9} = -\frac{1}{2} x^{-2} y.$$

№ 971. (с). а) $\frac{2}{3}\left(3x - \frac{1}{2}\right) + x > 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - 10x\right)$; $2x - \frac{1}{3} + x > 1 - \frac{1}{6} + 5x$,

$$-2x > \frac{7}{6}; x < -\frac{7}{12}; \left(-\infty; -\frac{7}{12}\right);$$

б) $2(3y - 1) - \frac{1}{2}(4y + 1) \leq \frac{2}{3}(y - 3) + \frac{1}{3}$;

$$6y - 2 - 2y - \frac{1}{2} \leq \frac{2}{3}y - 2 + \frac{1}{3}; \frac{10}{3}y \leq \frac{5}{6}; y \leq \frac{1}{4}, \left(-\infty; \frac{1}{4}\right).$$

№ 972. (с). Данное выражение имеет смысл, если подкоренные выражения неотрицательны и знаменатель дроби отличен от нуля.

Запишем систему неравенств: $\begin{cases} x \geq 0, \\ x - 1 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 1; \end{cases} \quad x \geq 1,$

при этом, если $x \geq 1$, то знаменатель отличен от нуля.

Ответ: $x \geq 1$

§ 13. Элементы статистики

40. Сбор и группировка статистических данных

№ 1028 (н)

Кандидат	Частота
Алексеев	13
Иванов	23
Карпов	14

Данных недостаточно, так как выборочная совокупность (50 человек) мала.

№ 1029 (н)

Время	Частота
0	6
1	2
1,5	2
2	6
2,5	5
3	4
3,5	5
4	4
4,5	2
5	4

№ 1030 (н)

Число выполненных заданий	Относительная частота %
0	8

Число выполненных заданий	Относительная частота %
1	4
2	8
3	14
4	36
5	23
6	14

№ 1031 (н) Наибольшее различие в числе допущенных ошибок (размах) равно $6 - 0 = 6$. Наиболее типичное число ошибок (мода) равно 3.

№ 1032 (н).

Среднее арифметическое равно $\frac{2 \cdot 20 + 5 \cdot 12 + 10 \cdot 7 + 25 \cdot 4 + 100 \cdot 2}{45} \approx 10$.

Размах равен $100 - 2 = 98$. Мода равна 2.

№ 1033 (н). Среднее арифметическое $\frac{0 \cdot 8 + 1 \cdot 22 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2}{50} \approx 1,4$.

Размах равен $4 - 0 = 4$. Мода равна 1.

№ 1034 (н). Среднее арифметическое

$\frac{0 \cdot 3 + 1 \cdot 16 + 2 \cdot 26 + 3 \cdot 17 + 4 \cdot 18 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 1}{100} \approx 3$.

Мода равна 2.

№ 1035 (н).

Время	Частота
15–20	5
20–25	1
25–30	7
30–35	8
35–40	3

№ 1036 (н). $\frac{13,5 + 4 + 16,5 \cdot 6 + 19,5 \cdot 3}{4 + 6 + 3} \approx 16$ (тыс.ц.)

№ 1037 (н). а) нет; б) нет; в) нет;

№ 1038 (н). Школьники, студенты, люди среднего возраста и пенсионеры

Упражнения для повторения

№ 1039 (н). $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-12)^2 - 2 \cdot 30 = 144 - 60 = 84$.

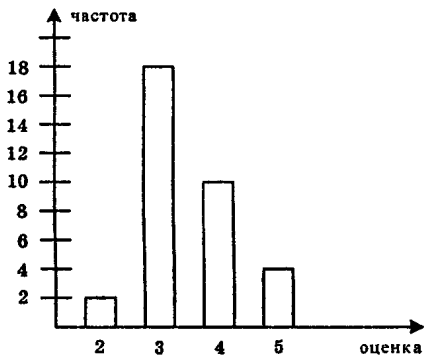
№ 1040 (н). $\begin{cases} 0,5(2-x) - 1,5x < 6x - 1 \\ 1,3(2+x) + 0,7x < 3x + 2,4 \end{cases} \begin{cases} 1 - 0,5x - 1,5x < 6x - 1 \\ 2,6 + 1,3x + 0,7x < 3x + 2,4 \end{cases}$

$\begin{cases} 8x > 2 \\ x > 0,2 \end{cases} \begin{cases} x > 0,25 \\ x > 0,2 \end{cases}$ Итак, $x \in (0,2; +\infty)$.

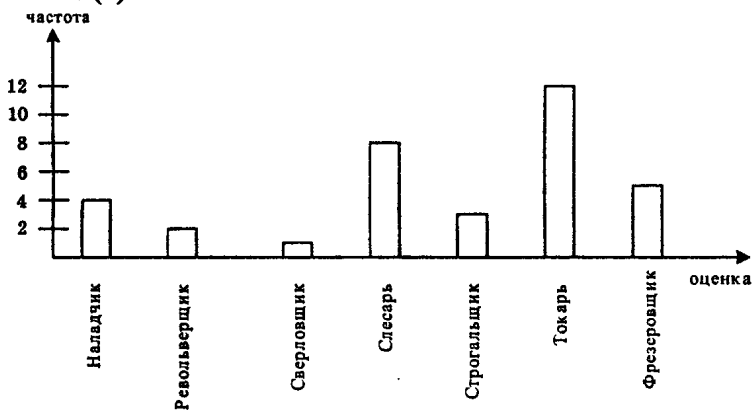
№ 1041 (н). $2\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 2\sqrt{10} - 10 - 5 - 2 - 2\sqrt{10} = 3$

41. Наглядное представление статистической информации.

№ 1042 (н)



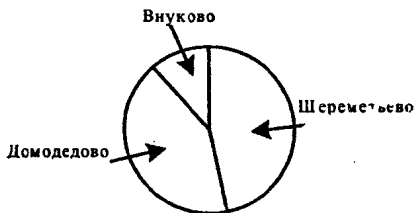
№ 1043 (н)



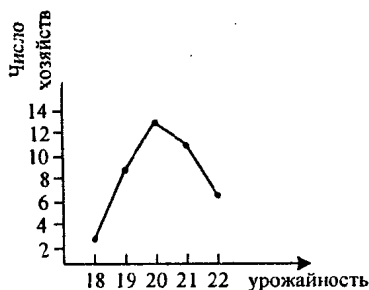
№ 1044 (н)



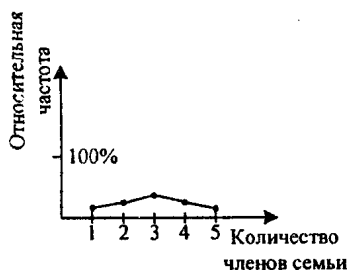
№ 1045 (н)



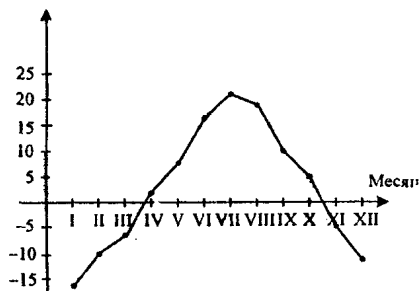
№ 1046 (н)



№ 1047 (н)



№ 1048 (н)



№ 1049 (н). а) производство низкое в III квартале и высокое в I и IV кварталах; б) II, III кварталы; в) III, IV кварталы.

№ 1050 (н)



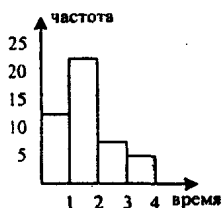
а) производство растет к зиме и падает к лету,

б) III и IV кварталы 2005 года.

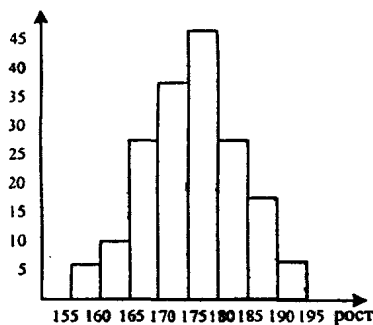
№ 1051 (н). а) пятница, суббота; б) четверг, пятница;

в) понедельник, вторник, суббота, воскресенье.

№ 1052 (н).



№ 1053 (н).



№ 1054 (н). а) 12; б) 33–38 лет; в) 118.

Упражнения для повторения

№ 1057(н).

$$\text{а) } \left(\frac{a+1}{a^2+1-2a} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \left(\frac{a}{a-1} \right)^{-1} - \frac{2}{a-1} = \left(\frac{a+1}{(a-1)^2} + \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a-1}{a} - \frac{2}{a-1} =$$

$$= \frac{a+1+a-1}{(a-1)^2} \cdot \frac{(a-1)}{a} - \frac{2}{a-1} = \frac{2}{a-1} - \frac{2}{a-1} = 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1+x}{x^2-xy} - \frac{y-1}{y(x-y)} \right) \cdot \frac{xy(x-y)}{x+y} = \frac{y(1+x) - x(y-1)}{xy(x-y)} \cdot \frac{xy(x-y)}{x+y} = 1.$$

$$\text{в) } 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3-c^3} \cdot \frac{a^2+c^2+ac}{a+c} \right) - \left(\frac{a^2-c^2}{3c^2} \right)^{-1} =$$

$$3a \cdot \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \frac{3a^2-3c^2}{a^2-c^2} = 3.$$

$$\text{№ 1058(н). } (9-4a^2) \left(\frac{4a}{2a-3} - 1 \right) = (3-2a)(3+2a) \cdot \frac{2a+3}{2a-3} = -(2a+3)^2 =$$

$$= -(2 \cdot (-1,2) + 3)^2 = -0,6^2 = -0,36$$

$$\text{№ 1059(н). } \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+1}{10} - \frac{x}{6} \leq \frac{x}{10} + \frac{1-x}{30} \\ \frac{x}{3} - \frac{x+5}{12} < \frac{x}{4} - \frac{x-5}{24} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} \frac{3x+3-5x}{30} \leq \frac{3x+1-x}{30} \\ \frac{8x-2(x+5)}{24} < \frac{6x-(x-5)}{24} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 3-2x \leq 2x+1 \\ 6x-10 < 5x+5 \end{cases}, \begin{cases} 4x \geq 2 \\ x < 15 \end{cases} \quad x \in [0,5;15)$$

№ 1060 (н). а) $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$; $(5\sqrt{2})^2 = 50 < 63 = (3\sqrt{7})^2$, потому
 $5\sqrt{2} + 3\sqrt{5} < 3\sqrt{7} + \sqrt{45}$

б) $-2\sqrt{7} = -\sqrt{28}$, $(6\sqrt{2})^2 = 72 > 48 = (4\sqrt{3})^2$, потому
 $6\sqrt{2} - 2\sqrt{7} > 4\sqrt{3} - \sqrt{28}$,

№ 1061(н). а) $0,987^{-1} = \frac{1}{0,987} > 1$; б) $1,074^{-1} = \frac{1}{1,074} < 1$.

42. Функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства.

№ 1062(н). $\frac{1}{247} = a^{-1} \Rightarrow a = 247$; $b = 843^{-1} = \frac{1}{843}$.

№ 1064(н). $-x + |\ell| = \frac{1}{x}x + \frac{1}{x} + |\ell| = 0x^2 + |\ell|x + \frac{1}{x} = 0$

$D = |\ell|^2 - 4$. При $|\ell| > 2$ $D > 0$ и имеем 2 корня (общих точки), при $|\ell| = 2$; $D = 0$ и имеем 1 корень, при $0 < |\ell| < 2$ $D < 0$ и имеем 0 корней.

№ 1068(н). $\frac{1}{2601} = a^{-2} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{2601}\right)^{-\frac{1}{2}} = 51$; $b = 0,0625^{-2} = 4$.

№ 1069(н). а) $x_0^2, x_0, x_0^0, x_0^{-1}, x_0^{-2}$; б) $x_0^{-2}, x_0^{-1}, x_0^0, x_0, x_0^2$.

№ 1071(н) а) 1; б) 2; в) 1; г) 0.

§ 14 (с). Приближенные вычисления

36 (с). Запись приближенных вычислений

№ 973 (с). а) запись $m = 4,96 \pm 0,08$ означает, что:

$4,96 - 0,08 \leq m \leq 4,96 + 0,08$, т.е. $4,88 \leq m \leq 5,04$;

б) запись $x = 0,379 \pm 0,021$ означает, что:

$0,379 - 0,021 \leq x \leq 0,379 + 0,021$, т.е. $0,358 \leq x \leq 0,4$;

в) запись $y = 6482 \pm 35$ означает, что:

$6482 - 35 \leq y \leq 6482 + 35$, т.е. $6447 \leq y \leq 6517$;

г) запись $n = 89000 \pm 3000$ означает, что:

$89000 - 3000 \leq n \leq 89000 + 3000$, т.е. $86000 \leq n \leq 92000$.

№ 974 (с). а) $y = 73 \pm 1$; $73 - 1 \leq y \leq 73 + 1$; $72 \leq y \leq 74$;

б) $y = 3,9 \pm 0,2$; $3,9 - 0,2 \leq y \leq 3,9 + 0,2$; $3,7 \leq y \leq 4,1$;

в) $y = 6,5 \pm 0,1$; $6,5 - 0,1 \leq y \leq 6,5 + 0,1$; $6,4 \leq y \leq 6,6$;

г) $y = 20,48 \pm 0,15$; $20,48 - 0,15 \leq y \leq 20,48 + 0,15$; $20,33 \leq y \leq 20,63$.

№ 975 (с). Если $c = 299\,792\,458 \pm 1,2$, то $299\,792\,458 - 1,2 \leq c \leq 299\,792\,458 + 1,2$, т.е. $299\,792\,456,8 \leq c \leq 299\,792\,459,2$.

№ 976 (с). а) Абсолютная погрешность приближенного значения 47,62 не превышает 0,01; б) абсолютная погрешность приближенного значения 13,5 не превышает 0,01; в) абсолютная погрешность приближенного зна-

чения 4,3725 не превышает 0,0001; г) абсолютная погрешность приближенного значения 0,00681 не превышает 0,00001; д) абсолютная погрешность приближенного значения 62 не превышает 1; е) абсолютная погрешность приближенного значения 250 не превышает 1; ж) абсолютная погрешность приближенного значения 8,4 не превышает 0,1; з) абсолютная погрешность приближенного значения 8,400 не превышает 0,001

№ 977 (с). а) $x \approx 3,34$, точность равна 0,01; б) $x \approx 162,3$, точность равна 0,1;

в) $x \approx 0,073$, точность равна 0,001; г) $x \approx 1680$, точность равна 1, д) $x \approx 0,02$, точность равна 0,01; е) $x \approx 0,020$, точность равна 0,001

№ 978 (с). а) $x \approx 4,8 \cdot 10^4$, тогда $x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 0,1 \cdot 10^4$; $x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 10^3$. Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 . б) $x \approx 2,164 \cdot 10^6$, тогда $x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 0,001 \cdot 10^6$; $x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 10^3$. Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 .

№ 979 (с). а) $y \approx 1,27 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,01. б) $y \approx 1,27 \cdot 10^{-8}$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,01. в) $y \approx 1,490 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,001. г) $y \approx 2,3162 \cdot 10^{-4}$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,0001. д) $y \approx 0,006 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-5}$, тогда относительная погрешность приближенного значения y не превышает 1. е) $y \approx 7,5 \cdot 10^0$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,1

№ 980 (с). а) $\rho \approx 2,6 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1. б) $\rho \approx 9,12 \cdot 10$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,01. в) $\rho \approx 5,20 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,01. г) $\rho \approx 6,0 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1. д) $\rho \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1. е) $\rho \approx 5 \cdot 10^{-3}$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 1

№ 981 (с). По условию масса Солнца M (в кг) равна $1,990 \cdot 10^{30}$, тогда $M = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 0,001 \cdot 10^{30} = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 10^{27}$ кг. Масса Земли m (в кг) равна $5,976 \cdot 10^{24}$, тогда $m = 5,976 \cdot 10^{24} \pm 0,001 \cdot 10^{24} = 5,976 \pm 10^{21}$ кг. Абсолютная погрешность приближенного значения массы Солнца не превышает 10^{27} кг; абсолютная погрешность приближенного значения массы Земли не превышает 10^{21} кг.

№ 982 (с). По условию масса электрона m (в кг) равна $0,91 \cdot 10^{-27}$, тогда $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \pm 0,1 \cdot 10^{-28}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \pm 10^{-29}$ кг. Абсолютная погрешность приближенного значения массы электрона не превышает 10^{-29} кг. Относительная погрешность приближенного значения массы электрона не превышает 0,1

Упражнения для повторения

№ 983 (с). а) $376\ 000 = 3,76 \cdot 10^5$; б) $12\ 000\ 000 = 1,2 \cdot 10^7$;

в) $0,000085 = 8,5 \cdot 10^{-5}$; г) $0,00169 = 1,69 \cdot 10^{-3}$.

№ 984 (с). а) $(3,14 \cdot 10^3) \cdot (2,1 \cdot 10^5) = 6,594 \cdot 10^{3+5} = 6,594 \cdot 10^8$;

б) $(1,96 \cdot 10^{-2}) : (2,45 \cdot 10^{-3}) = 0,8 \cdot 10^{-2+3} = 0,8 \cdot 10 = 8$.

№ 985 (с). Решим систему:

$$\begin{cases} 0,2(4-5x) + 0,5x < 2x - 0,5(4-3x), \\ 1,5(3-2x) + 0,5 > 12 - 0,1(10-5x); \end{cases} \quad \begin{cases} 0,8-x+0,5x < 2x-2+1,5x, \\ 4,5-3x+0,5 > 12-1+0,5x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x < -2,8, \\ -3,5x > 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0,7, \\ x < -\frac{12}{7}; \end{cases} \quad \text{система решения не имеет.}$$

№ 986 (с).

$$\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) - (\sqrt{2}+1)^2 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} - [(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1^2] = \\ = \sqrt{18} - 6 - 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 3\sqrt{2} - 9 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} - 9.$$

№ 987 (с). $a^2 > 14a - 50$; $a^2 - 14a + 50 > 0$;

$$a^2 - 14a - 50 = (a^2 - 14a + 49) + 1 = (a-7)^2 + 1 > 0 \text{ при всех } a.$$

37 (с). Действия над приближенными значениями

№ 988 (с). а) $x \approx 0,9071$, $y \approx 6,52$; $x + y \approx 0,9071 + 6,52 = 7,4271 \approx 7,43$;

б) $x \approx 7,8$, $y \approx 4,725$; $x + y \approx 7,8 + 4,725 = 12,525 \approx 12,5$;

в) $x \approx 2,134$, $y \approx 11,27$; $x + y \approx 2,134 + 11,27 = 13,404 \approx 13,40$;

г) $x \approx 19$, $y \approx 31,8$; $x + y \approx 19 + 31,8 = 50,8 \approx 51$.

№ 989 (с). а) $a \approx 5,64$, $b \approx 2,3415$; $a - b \approx 5,64 - 2,3415 = 3,2985 \approx 3,30$;

б) $a \approx 42,609$, $b \approx 38,6$; $a - b \approx 42,609 - 38,6 = 4,009 \approx 4,0$;

в) $a \approx 23,40$, $b \approx 1,9165$; $a - b \approx 23,40 - 1,9165 = 21,4835 \approx 21,48$;

г) $a \approx 6,385$, $b \approx 0,29$; $a - b \approx 6,385 - 0,29 = 6,095 \approx 6,10$

№ 990 (с). а) $x \approx 34,12$, $y \approx 19,6$; $x + y \approx 34,12 + 19,6 = 53,72 \approx 53,7$;

$x - y \approx 34,12 - 19,6 = 14,52 \approx 14,5$;

б) $x \approx 4,1608$, $y \approx 1,09$; $x + y \approx 4,1608 + 1,09 = 5,2508 \approx 5,25$;

$x - y \approx 4,1608 - 1,09 = 3,0708 \approx 3,07$.

№ 991 (с). $a \approx 26,1042$, $b \approx 8,98$, $c \approx 3,65$;

$a - b + c \approx 26,1042 - 8,98 + 3,65 = 20,7742 \approx 20,77$.

№ 992 (с). $x \approx 9,1$, $y \approx 8,89$, $z \approx 0,8517$;

$x + y - z \approx 9,1 + 8,89 - 0,8517 = 17,1383 \approx 17,1$.

№ 993 (с). Приближенное значение массы масла равно:

$$1,63 - 0,706 = 0,924 \approx 0,92 \text{ кг.} \quad \text{Ответ: } 0,92 \text{ кг.}$$

№ 994 (с). Приближенное значение периметра четырехугольника равно:

$$3,26 - 6,12 + 7,50 + 4,325 = 21,205 \approx 21,21 \text{ м.} \quad \text{Ответ: } 21,21 \text{ м.}$$

№ 995 (с). $R = R_1 + R_2 + R_3 = 5,26 + 3,815 + 4,70 = 13,775 \approx 13,78 \text{ Ом.}$

Ответ 13,78 Ом.

№ 996 (с). Приближенное значение свободной от строений площади участка равно. $600 - 56,5 - 16,3 = 527,2 \approx 527 \text{ м}^2$.

№ 997 (с). Приближенное значение разности масс этих планет равно:

$$5,976 \cdot 10^{21} - 4,88 \cdot 10^{21} = 1,096 \cdot 10^{21} \approx 1,10 \cdot 10^{21} \text{ т.}$$

Ответ: масса Земли на $1,10 \cdot 10^{21}$ т больше массы Венеры.

№ 998 (с). а) $ab = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,41 \cdot 10^4 = 7,502 \cdot 10^7 \approx 7,5 \cdot 10^7$;

б) $ab = 1,154 \cdot 10^8 \cdot 6,9 \cdot 10^{-5} = 7,9626 \cdot 10^3 \approx 8,0 \cdot 10^3$;

в) $ab = 8,42 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 10^5 = 82,6002 \cdot 10^1 = 8,26002 \cdot 10^2 \approx 8,26 \cdot 10^2$;

г) $ab = 7,605 \cdot 10^{-2} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 13,689 \cdot 10^{-5} = 1,3689 \cdot 10^{-4} \approx 1,4 \cdot 10^{-4}$

№ 999 (с). а) $x : y = (8,75 \cdot 10^6) : (5,4 \cdot 10^4) = 8,75 : 5,4 \cdot 10^{6-4} = 1,62037 \cdot 10^2 \approx 1,6 \cdot 10^2$;

б) $x : y = (4,3 \cdot 10^5) : (6,95 \cdot 10^2) = 4,3 : 6,95 \cdot 10^{5-2} = 0,618705 \cdot 10^3 = 6,18705 \cdot 10^2 \approx 6,2 \cdot 10^2$

№ 1000 (с). $ab = 8,3 \cdot 10^4 \cdot 3,12 \cdot 10^6 = 8,3 \cdot 3,12 \cdot 10^{4+6} = 25,896 \cdot 10^{10} = 2,5896 \cdot 10^{11} \approx 2,6 \cdot 10^{11}$;

$$\frac{a}{b} = \frac{8,3 \cdot 10^4}{3,12 \cdot 10^6} = \frac{8,3}{3,12} \cdot 10^{-2} \approx 2,6603 \cdot 10^{-2} \approx 2,7 \cdot 10^{-2}.$$

№ 1001 (с). а) Стандартный вид чисел p и q :

$p \approx 4,65 \cdot 10^1$ и $q \approx 7,2 \cdot 10^{-1}$, тогда

$p \cdot q = 4,65 \cdot 10^1 \cdot 7,2 \cdot 10^{-1} = 33,48 = 3,348 \cdot 10^1 \approx 3,3 \cdot 10^1$;

б) стандартный вид чисел p и q : $p \approx 6,38 \cdot 10^{-2}$ и $q \approx 1,84 \cdot 10^1$, тогда

$p \cdot q = 6,38 \cdot 10^{-2} \cdot 1,84 \cdot 10^1 = 11,7392 \cdot 10^{-1} = 1,17392 \cdot 10^0 \approx 1,17$

№ 1002 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 1,828 \cdot 10^1$ и $y \approx 5,4 \cdot 10^{-1}$

тогда $x : y = (1,828 \cdot 10^1) : (5,4 \cdot 10^{-1}) = 1,828 : 5,4 \cdot 10^{1+1} =$

$= 0,3385 \cdot 10^2 \approx 3,4 \cdot 10^1$; б) стандартный вид чисел x и y : $x \approx 3,6 \cdot 10^{-1}$ и $y \approx 2,38 \cdot 10^{-2}$, тогда $x : y = (3,6 \cdot 10^{-1}) : (2,38 \cdot 10^{-2}) = 3,6 : 2,38 \cdot 10^{-1+2} = 1,5126 \cdot 10^1 \approx 1,5 \cdot 10$.

№ 1003 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 2,05 \cdot 10^0$ и $y \approx 1,2 \cdot 10^0$

тогда $x \cdot y = 2,05 \cdot 1,2 \cdot 10^0 = 2,46 \approx 2,5$; $\frac{x}{y} = \frac{2,05 \cdot 10^0}{1,2 \cdot 10^0} \approx 1,7083 \cdot 10^0 \approx 1,7$,

б) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 6 \cdot 10^{-1}$ и $y \approx 7,5 \cdot 10^0$, тогда

$x \cdot y = 6 \cdot 10^{-1} \cdot 7,5 = 45 \cdot 10^{-1} = 4,5 \cdot 10^0 \approx 5$; $\frac{x}{y} = \frac{6 \cdot 10^{-1}}{7,5 \cdot 10^0} = 0,8 \cdot 10^{-1} \approx 8 \cdot 10^{-2}$

№ 1004 (с). Приближенное значение площади комнаты равно:

$5,85 \cdot 3,75 = 21,9375 = 2,19375 \cdot 10^1 \approx 2,19 \cdot 10^1 = 21,9 \text{ м}^2$. Ответ: $21,9 \text{ м}^2$

№ 1005 (с). Приближенное значение площади участка равно: $254 \cdot 194 =$

$= 2,54 \cdot 10^2 \cdot 1,94 \cdot 10^2 = 4,9276 \cdot 10^4 \approx 4,93 \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 4,93 \text{ га}$. Ответ: $4,93 \text{ га}$.

№ 1006 (с). Приближенное значение расстояния от наблюдателя равно $332 \cdot 4,7 =$

$= 3,32 \cdot 10^2 \cdot 4,7 \cdot 10^0 = 15,604 \cdot 10^2 = 1,5604 \cdot 10^3 \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ м} = 1,6 \text{ км}$.

Ответ: $1,6 \text{ км}$.

№ 1007 (с). а) В стандартном виде длина стороны квадрата равна

$c \approx 6,29 \cdot 10^0 \text{ м}$. Приближенное значение периметра квадрата равно:

$6,29 \cdot 10^0 \cdot 4 = 25,16 \cdot 10^0 = 2,516 \cdot 10^1 \approx 2,52 \cdot 10^1 = 25,2 \text{ м}$.

б) В стандартном виде длина стороны квадрата равна $c \approx 8,5 \cdot 10^{-1} \text{ м}$.

Приближенное значение периметра квадрата равно:

$8,5 \cdot 10^{-1} \cdot 4 = 34 \cdot 10^{-1} = 3,4 \cdot 10^0 = 3,4 \text{ м}$. Ответ: а) $25,2 \text{ м}$; б) $3,4 \text{ м}$

№ 1008 (с). Приближенное значение ширины площадки равно

$$\frac{150}{16,3} = \frac{1,50 \cdot 10^2}{1,63 \cdot 10^1} = 0,9202 \cdot 10^1 = 9,202 \cdot 10^0 \approx 9,2 \text{ м}$$
. Ответ: $9,2 \text{ м}$

№ 1009 (с). Объем есть произведение массы на плотность, так что приближенное значение объема пластинки равно:

$$\frac{325}{8,9} = \frac{3,25 \cdot 10^2}{8,9 \cdot 10^0} \approx 0,3652 \cdot 10^2 = 3,652 \cdot 10^1 \approx 3,7 \cdot 10^1 = 37 \text{ см}^3$$
. Ответ: 37 см^3

№ 1010 (с). Приближенное значение периметра прямоугольника равно:
 $2(15,4 + 8,7) = 48,2$ см. Приближенное значение площади прямоугольника равно:
 $15,4 \cdot 8,7 = 133,98 = 1,3398 \cdot 10^2 \approx 1,3 \cdot 10^2$ см².

Ответ: 48,2 см; $1,3 \cdot 10^2$ см².

№ 1011 (с). а) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 4,624 \cdot 10$, $y \approx 2,52 \cdot 10$;
 вычисляем: $xy - 5y = 4,624 \cdot 10 \cdot 2,52 \cdot 10 - 5 \cdot 25,2 = 11,65248 \cdot 10^2 - 126 =$
 $= 1,165248 \cdot 10^3 - 0,126 \cdot 10^3 = 1,039 \cdot 10^3 \approx 1,04 \cdot 10^3$.

б) Стандартный вид чисел x и y : $x \approx 10,20$ и $y \approx 2,08$; вычисляем:

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{10,20+2,08}{10,20-2,08} = \frac{12,28}{8,12} \approx 0,1512 \cdot 10^1 = 1,512 \cdot 10^0 \approx 1,51.$$

№ 1012 (с). Подставим $x \approx 3,7$: $x^2 - 2x \approx (3,7 \cdot 10^0) - 2 \cdot 3,7 = 13,69 \cdot 10^0 - 7,4 = 6,29 \approx 6,3$.

№ 1013 (с). а) Примем $\pi \approx 3,1416$, тогда площадь круга равна:

$$\pi r^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (8,3 \cdot 10^0)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 68,89 \cdot 10^0 =$$

$$= 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,889 \cdot 10 = 21,64248 \cdot 10^1 \approx 2,2 \cdot 10^2$$
 см². Ответ: $2,2 \cdot 10^2$ см².

б) Примем $\pi \approx 3,1416$. В стандартном виде $r \approx 2,51 \cdot 10$ м, тогда приближенное значение площади круга равна:

$$\pi r^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (2,51 \cdot 10)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,3001 \cdot 10^2 =$$

$$= 19,792394 \cdot 10^2 \approx 1,98 \cdot 10^3$$
 м². Ответ: $1,98 \cdot 10^3$ м².

№ 1014 (с). Приближенное значение площади участка равно:

$$112 \cdot 348 = 1,12 \cdot 10^2 \cdot 3,48 \cdot 10^2 = 3,8976 \cdot 10^4 \approx 3,90 \cdot 10^4$$
 м² = 3,90 га.

При урожайности с 1 га в 18 т, т.е. $1,8 \cdot 10$ т в стандартном виде, приближенное значение урожая будет равно:

$$1,8 \cdot 10 \cdot 3,90 \cdot 10^0 = 7,02 \cdot 10^1 \approx 7,0 \cdot 10^1 = 70$$
 т. Ответ: 70 т.

Упражнения для повторения

№ 1015 (с).

$$а) (x^2-9) \left(\frac{2x}{x-3} - 1 \right) = (x^2-9) \left(\frac{2x-x+3}{x-3} \right) = \frac{(x-3)(x+3)(x+3)}{x-3} = (x+3)^2,$$

$$\text{подставим } x = -3,1: (x+3)^2 = (-3,1+3)^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

$$б) \frac{7b-7a}{a^2-b^2} \cdot \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b+a} \right) = \frac{7(a-b)}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a^2+ab-ab+b^2}{(a-b)(a+b)} \right) = -\frac{7}{a+b};$$

$$\text{подставим } a = -10,1; b = 12,2: -\frac{7}{a+b} = -\frac{7}{(-10,1)+12,2} = -\frac{7}{2,1} = -\frac{70}{21} = -3\frac{1}{3}$$

№ 1016 (с).

$$\sqrt{35} - 6(\sqrt{35} + 6) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{35})^2 - 6^2 - \left((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \right) =$$

$$= 35 - 36 - 2 + 2\sqrt{6} - 3 = -6 + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}(\sqrt{6} - 2) < 0,$$

т.к. $b > 4$, значит, $\sqrt{6} > \sqrt{4} = 2$, т.е. $\sqrt{6} - 2 > 0$.

№ 1017 (с). Рассмотрим разность этих выражений:

$$2\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - \sqrt{20} = \sqrt{18} - \sqrt{28} < 0,$$

т.к. $18 < 28$, значит, $\sqrt{18} < \sqrt{28}$, т.е. $\sqrt{18} - \sqrt{28} < 0$.

Таким образом, $3\sqrt{2} + \sqrt{20} < 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$.

№ 1018 (с). Обозначим за x км/ч — собственную скорость лодки; тогда $(x+2)$ км/ч и $(x-2)$ км/ч — скорость лодки по и против течения;

$\left(\frac{44}{x+2}\right)$ ч — время движения лодки по течению реки, $\left(\frac{36}{x-2}\right)$ ч — затраченное время на путь против течения. Составляем уравнение:

$$\frac{44}{x+2} + \frac{36}{x-2} = 4;$$

$$44(x-2) + 36(x+2) = 4(x+2)(x-2); \quad 44x - 88 + 36x + 72 = 4(x^2 - 4);$$

$$4x^2 - 80x + 16 - 16 = 0; \quad 4x^2 - 80x = 0; \quad 4x(x-20) = 0;$$

1) $x = 0$ (не подходит); 2) $x - 20 = 0$; $x = 20$. Ответ: 20 км/ч.

№ 1033 (с). а) $-0,2x + 4 = 0$; $-0,2x = -4$; $x = 20$;

т.е. функция обращается в ноль при $x = 20$;

б) $-0,2x + 4 > 0$; $-0,2x > -4$; $x < 20$; т.е. функция обращается в ноль при $x < 20$;

в) $-0,2x + 4 < 0$; $-0,2x < -4$; $x > 20$;

т.е. функция обращается в ноль при $x > 20$.

$$\text{№ 1034 (с). } \begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{5} + \frac{1-x}{15}, \\ \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{3x}{2} - \frac{x-5}{12}; \end{cases} \begin{cases} 3(2x+1) - 5x \geq 3x + 1 - x, \\ 8x - 2x - 10 < 18x - x + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 3 - 5x \geq 2x + 1, \\ 6x - 10 < 17x + 5; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -2, \\ -11x < 15; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2, \\ 11x > -15; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2, \\ x > -1\frac{4}{11}; \end{cases} \left(-1\frac{4}{11}; 2\right]$$

№ 1035 (с). а) Так как $b > 4$, то $6 - \sqrt{2} > 0$, и равенство

$$\sqrt{40 - 12\sqrt{2}} = 6 - \sqrt{2} \text{ будет верным, если } \left(\sqrt{40 - 12\sqrt{2}}\right)^2 = (6 - \sqrt{2})^2$$

Возведем обе части равенства в квадрат, слева получаем $40 - 12\sqrt{2}$, а

справа $36 + 2 - 12\sqrt{2} = 38 - 12\sqrt{2}$, $\neq 40 - 12\sqrt{2}$, поэтому данное равенство неверно. Равенство $\sqrt{40 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 6$ неверно, поскольку

$\sqrt{40 - 12\sqrt{2}} \geq 0$, а $\sqrt{2} - 6 < 0$.

б) Так как $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ и $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} \geq 0$, то равенство $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ неверно. Равенство $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ будет верным, если

$$\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\right)^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2. \text{ Возведем в квадрат обе части равенства, в}$$

левой части получим $5 - 2\sqrt{6}$, а в правой

$\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 5 - 2\sqrt{6} \equiv 5 - 2\sqrt{6}$, т.е. данное равенство верно

Дополнительные упражнения к главе V

К параграфу 12

№1036. (с). а) $10 \cdot x^{-3} = 10 \cdot (0,1)^{-3} = 10 \cdot 1000 = 10000$;

б) $xy^{-4} = 200 \cdot 5^{-4} = \frac{200}{625} = \frac{8}{25}$.

№1037. (с).

а) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^4\right)^{-1} = \left((0,6)^4\right)^{-1} = 0,6^{-4}$; б) $\left((1,25)^3\right)^{-1} = \left(\left(\frac{5}{4}\right)^3\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 0,8$.

в) $\left((1000)^2\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-2} = 0,001^{-2}$; г) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} = 2,5^{-4}$.

№1038. (с). а) $5^{-3} \vee 7^{-3}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \vee \left(\frac{1}{7}\right)^3$; $7^3 > 5^3$ т.о. $5^{-3} > 7^{-3}$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \vee \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$; $2^5 < 3^5$ т.о. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$;

в) $(-2)^0 \vee (-2)^{-2}$; $1 \vee \frac{1}{2^2}$; $1 > \frac{1}{4}$, т.о. $(-2)^0 > (-2)^{-2}$;

г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \vee \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^2 > -\left(\frac{4}{3}\right)$ т.о. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

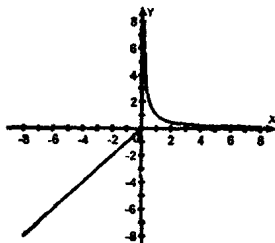
№ 1063 (н).



а) при $x > 0$: $x = x^{-1}$ при $x = 1$; $x > x^{-1}$ при $x > 1$; $x < x^{-1}$ при $x < 1$.

б) при $x < 0$: $x = x^{-1}$ при $x = -1$; $x > x^{-1}$ при $x > -1$; $x < x^{-1}$ при $x < -1$.

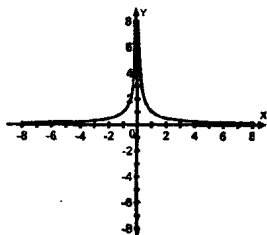
№ 1065 (н).



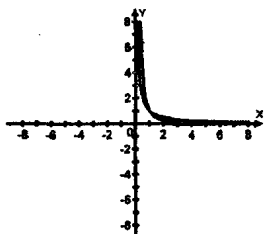
а) при $x = -2$, $y = -2$; при $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$;

б) $y = -4$ при $x = -4$; $y = 4$ при $x = \frac{1}{4}$.

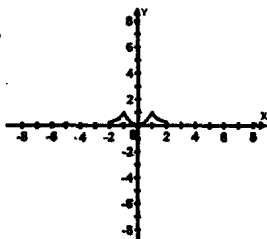
№ 1066 (н). График симметричен относительно оси y



№ 1067 (н).



№ 1070 (н) .



а) $x^{-2} > x^{-1}$, б) $x^{-2} < x^{-1}$

№ 1072 (№1039). а) $-0,25^{-2} \cdot 100 = -4$; б) $100^{-1} = \frac{1}{100}$; в) четыре; г) одну.

б) $0,01(-0,5)^{-3} = \frac{1}{100} \cdot (-2)^3 = -0,08$;

в) $(0,2)^{-4}(-1,6) = -1,6 \cdot 5^4 = -1000$; г) $0,1^{-1} + 1,1^0 = 10 + 1 = 11$;

д) $3\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,5 = \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} = 7$; е) $-4^{-1} \cdot 5 + 2,5^2 = -\frac{5}{4} - \frac{25}{4} = 5$,

№ 1073 (№1040). а) $\frac{am^{-2}}{a^1b} = \frac{a \cdot a}{m^2b} = \frac{a^2}{m^2b}$; б) $\frac{(a+b)b}{b^1(a-b)} = \frac{(a+b)b^2}{a b}$

в) $\frac{2a^{-1}b^2}{(a+b)^{-2}} = \frac{2b^2(a+b)^2}{a}$.

$$\text{№ 1074 (№1041). a) } xy^{-2} - x^{-2}y = \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} = \frac{x^3 - y^3}{x^2y^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} + \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{xy + y^2}{x^2};$$

$$\text{в) } mn(n-m)^{-2} - n(m-n)^{-1} = \frac{mn}{(n-m)^2} - \frac{n}{m-n} = \frac{mn + n^2 - mn}{(n-m)^2} = \frac{n^2}{(n-m)^2}$$

$$\text{г) } (x^{-1} + y^{-1})(x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}.$$

$$\text{№ 1075 (№1042). a) } \frac{x^{-1} + y^{-1}}{(x+y)^2} = \frac{x+y}{xy(x+y)^2} = \frac{1}{xy(x+y)};$$

$$\text{б) } \frac{ab^{-1} - a^{-1}b}{a^{-1} - b^{-1}} = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{b-a} = -(a+b).$$

$$\text{№1043. (c). a) } 0,3a^{-2}b^3 \cdot 1,5a^2b^{-1} = 0,45 \cdot a^{-2+2}b^{3-1} = 0,45b^2;$$

$$\text{б) } 6^{-1}x^2y^{-1} \cdot 1,5xy^{-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^3 \cdot y^{-1-2} = \frac{1}{4}x^3y^{-3} = \frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^3;$$

$$\text{в) } 1,2xy^{-2} \cdot 4x^{-1}y = 4,8x^{1-1}y^{-2+1} = 4,8 \cdot \frac{1}{y};$$

$$\text{г) } (-0,2m^2n^3)^{-3}0,1m^6n^9 = -5^3 \cdot m^{-3 \cdot 2+6} \cdot n^{-3 \cdot 3+9} \cdot (-0,1) \cdot n^{-3+9} = -12,5;$$

$$\text{д) } a^{-2}b^5(3ab)^{-1} = \frac{1}{3}a^{-1-2}b^{-1+5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^4}{a^3};$$

$$\text{е) } 6,1x^{-3}y(0,1xy^{-1})^{-1} = 6,1 \cdot 10x^{-3-1}y^{1+1} = 61 \frac{y^2}{x^4}$$

$$\text{№ 1076 (№1044). a) } 100^n = (10^2)^n = 10^{2n}; \text{ б) } 0,1 \cdot 100^{n+3} = 10^{-1} \cdot 10^{2n+6} = 10^{2n+5};$$

$$\text{в) } (0,01)^n \cdot 10^{2-2n} = (10^{-2})^n \cdot 10^{2-2n} = 10^{-2n+2-2n} = 10^{-2-4n}.$$

$$\text{№ 1077 (№1045). a) } \frac{25^n}{5^{2n-1}} = 5^{2n-2n+1} = 5; \text{ б) } \frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}} = 2^{n-n-1} \cdot 3^{n-n-1} = \frac{2}{3}$$

№ 1078. (н).

$$\text{а) } \frac{21^m}{3^{m-1} 7^{m+1}} = \frac{21^m}{3^{m-1} 7^{m-1} \cdot 7^2} = \frac{21^m}{21^{m-1} \cdot 49} = \frac{1}{49} \text{ — не зависит от } m.$$

$$\text{б) } \frac{6^m 10^{m+1}}{2^{2m} 15^{m-1}} = \frac{6^m 10^m \cdot 10}{4^{m-1} \cdot 4 \cdot 15^{m-1}} = \frac{60^m \cdot 10}{4} = 150 \text{ — не зависит от } m.$$

№ 1079 (№1046).

$$\text{а) } x^{-2} + x^{-1} + x = x(1 + x^{-2} + x^{-3}); \text{ б) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-1}(1 - x^2 - x^{-1});$$

$$\text{в) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-2}(1 + x + x^3).$$

$$\text{№ 1080 (№1047). а) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-4}(1 + a^{-2}); \text{ б) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-6}(1 + a^2)$$

№ 1081 (№1048).

$$\text{а) } \frac{x^5 + x^{12}}{x^{-5} + x^{-12}} = (x^5 + x^{12}) : \left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{12}}\right) = \frac{(x^5 + x^{12})(x^{17})}{x^5 + x^{12}} = x^{17};$$

$$б) \frac{a^5 + a^6 + a^7}{a^{-5} + a^{-6} + a^{-7}} = \frac{a^5(1+a+a^2)}{a^{-7}(1+a+a^2)} = a^{12}.$$

№ 1082 (№1049). а) $2^n + 2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}$; б) $2 \cdot 3^n + 3^n = 3 \cdot 3^n = 3^{n+1}$

№ 1083 (№1050). а) $\frac{3^{n+1} - 3^n}{2} = 3^n \frac{(3-1)}{2} = 3^n$;

$$б) \frac{2^n + 2^{-n}}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(2^{2n} + 1)}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(4^n + 1)}{4^n + 1} = \frac{1}{2^n}.$$

№ 1084 (№1051). а) $\frac{2^m 3^{n-1} - 2^{m-1} 3^n}{2^m 3^n} = \frac{2^{m-1} 3^{n-1} (2-3)}{2^m 3^n} = -\frac{1}{6}$;

$$б) \frac{5^{n+1} 2^{n-2} + 5^{n-2} 2^{n-1}}{10^{n-2}} = \frac{2^{n-2} \cdot 5^{n-2} (5^3 + 2)}{10^{n-2}} = 127$$
;

$$в) \frac{5^m 4^n}{5^{m-2} 2^{2n} + 5^m \cdot 2^{2n-1}} = \frac{5^m 2^{2n}}{2^{2n-1} \cdot 5^{m-2} (2+5^2)} = \frac{5^2 + 2}{5^2 + 2} = 1$$
;

$$г) \frac{21^n}{3^{n-1} 7^{n+1} + 3^n 7^n} = \frac{7^n 3^n}{3^{n-1} 7^n (7+3)} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

№ 1085. (н).

$$x_1^{-2} + x_2^{-2} = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{\left(\frac{5}{n}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{n}}{\left(\frac{1}{n}\right)^2} = 13$$

$$25 - 2n = 13 \Rightarrow n = 6.$$

№ 1086 (№1052). а) 1 час = 60 мин = 60^2 сек = $3,6 \cdot 10^3$ сек.

б) 1 сутки = 24 часа = $24 \cdot 3,6 \cdot 10^3$ сек = $8,64 \cdot 10^4$ сек.

в) 1 год = 365 дней = $365 \cdot 8,64 \cdot 10^4$ сек = $3,1536 \cdot 10^7$ сек.

г) 1 век = 100 лет = $100 \cdot 3,1536 \cdot 10^7$ сек = $3,1536 \cdot 10^9$ сек.

№ 1087 (№1053). а) $(3,4 \cdot 10^{15})(7 \cdot 10^{-12}) = 23,8 \cdot 10^3 = 2,38 \cdot 10^4$;

б) $(8,1 \cdot 10^{-23})(2 \cdot 10^{21}) = 16,2 \cdot 10^{-2} = 1,62 \cdot 10^{-1}$;

в) $(9,6 \cdot 10^{-12}) : (3,2 \cdot 10^{-15}) = 3 \cdot 10^{-12-(-15)} = 3 \cdot 10^3$;

$$г) (4,42 \cdot 10^{11}) : (5,1 \cdot 10^{-7}) = \frac{442}{51} \cdot 10^{9-(-8)} = 8 \frac{34}{51} \cdot 10^{17} = 8 \frac{2}{3} \cdot 10^{17} \approx 8,67 \cdot 10^{17}$$

№1054. (с). а) $8,7 \cdot 10^4 + 5,6 \cdot 10^4 = (8,7 + 5,6)10^4 = 1,43 \cdot 10^5$;

б) $3,6 \cdot 10^3 + 4,71 \cdot 10^2 = (36 + 4,71)10^2 = 4,071 \cdot 10^3$;

в) $9,3 \cdot 10^{-3} - 8,4 \cdot 10^{-3} = (9,3 - 8,4)10^{-3} = 9 \cdot 10^{-4}$;

г) $2,26 \cdot 10^5 - 1,3 \cdot 10^4 = (22,6 - 1,3)10^4 = 2,13 \cdot 10^5$

№1055. (с). а) $1000 \cdot x = 10^3 \cdot x$, т.е. порядок: $3 + 15 = 18$;

б) $0,0001x = 10^{-4}x$, т.е. порядок: $15 - 4 = 11$;

в) $\frac{x}{10^{20}} = x \cdot 10^{-20}$, т.е. порядок: $15 - 20 = -5$;

г) $\frac{x}{10^{-15}} = x \cdot 10^{15}$, т.е. порядок: $15 + 15 = 30$.

№1056. (с). x : порядок: $7 + 9 = 16$; $\frac{x}{y} = y \cdot x^{-1}$, т.е. порядок: $9 - 7 = 2$.

№ 1088 (№1057). $2,07 \cdot 10^5 \cdot 1,495 \cdot 10^8 = 3,09465 \cdot 10^{13}$ км.

№ 1089 (№1058). $\frac{1}{4,2 \cdot 10^3} = \frac{1}{42} \cdot 10^{-2} \approx 0,024 \cdot 10^{-2} = 2,4 \cdot 10^{-4}$

№ 1090 (№1059). а) $2,5 \cdot 10^2$ Мт = $2,5 \cdot 10^2 \cdot 10^6$ т = $2,5 \cdot 10^8$ т.

б) $3,1 \cdot 10^{10}$ мг = $3,1 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3}$ кг = $3,1 \cdot 10^7$ кг.

в) $1,5 \cdot 10^{-2}$ л = $1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2$ л = 1,5 л.

г) $5 \cdot 10^6$ Н = $5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}$ Мн = 5 Мн.

д) $7 \cdot 10^{-7}$ м = $7 \cdot 10^7 \cdot 10^6$ мкм = $7 \cdot 10^{13}$ мкм.

е) $8,4 \cdot 10^{-4}$ ккал = $8,4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3$ кал = $8,4 \cdot 10^{-1}$ кал.

№ 1093(н). Обозначим неизвестную частоту за x . Тогда

$$\frac{12 \cdot 1 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot x + 15 \cdot 6 + 16 \cdot 2}{1 + 3 + x + 6 + 2} = 14,2; \quad \frac{173 + 14x}{12 + x} = 14,2;$$

$$173 + 14x = 170,4 + 14,2x; \quad 0,2x = 2,6; \quad x = 13.$$

№ 1094(н). Пусть ящиков с 3 бракованными деталями x штук, тогда ящиков с 2 бракованными деталями $2x$ штук.

$$\frac{0 \cdot 12 + 1 \cdot 28 + 2 \cdot 2x + 3 \cdot x + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 2}{12 + 28 + 2x + x + 7 + 2} = 1,85; \quad \frac{66 + 7x}{49 + 3x} = 1,85;$$

$$66 + 7x = 90,65 + 5,55x; \quad 1,45x = 24,65; \quad x = 17; \quad 2x = 34.$$

Мода равна 2; размах равен $5 - 0 = 5$.

№ 1095(н). Пусть среднее равно x , тогда предыдущее равно $x - 4$, а

$$\text{последующее } x + 3. \quad \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot (x - 4) + 2 \cdot x + 3 \cdot (x + 3) + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4}{4 + x - 4 + x + x + 3 + 7 + 4} = 2,5;$$

$$\frac{6x + 53}{3x + 14} = 2,5; \quad 6x + 53 = 7,5x + 35; \quad 1,5x = 18; \quad x = 12; \quad x - 4 = 8, \quad x + 3 = 15.$$

Мода равна 3; размах равен $5 - 0 = 5$.

№ 1096(н). Рост

Рост	Частота
155–165	16
165–175	64
175–185	74
185–195	24

№ 1097(н) Средний удой равен

$$\frac{500 \cdot 2 + 1500 \cdot 8 + 2500 \cdot 23 + 3500 \cdot 13 + 4500 \cdot 2}{2 + 8 + 23 + 13 + 2} = 9048 \text{ (л)}$$

К параграфу 14

№1060 (с). а) $x \approx 15,63$, абсолютная погрешность $\leq 0,01$; б) $x \approx 0,3861$, абсолютная погрешность $\leq 0,0001$; в) $x \approx 176,1$, абсолютная погрешность $\leq 0,1$; г) $x \approx 4,00116$, абсолютная погрешность $\leq 0,00001$

№1061 (с). а) $x \approx 6,24 \cdot 10^5$, абсолютная погрешность $\leq 10^3$;

$$\text{относительная погрешность } \leq \frac{10^3}{6,24 \cdot 10^5} = \frac{1}{624};$$

б) $x \approx 1,127 \cdot 10^{-5}$, абсолютная погрешность $\leq 0,001 \cdot 10^{-5} = 10^{-8}$;

$$\text{относительная погрешность} \leq \frac{10^{-8}}{1,127 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{1127};$$

$$\text{в) } x \approx 9,111 \cdot 10^{11}, \text{ относительная погрешность} \leq \frac{1}{9111};$$

$$\text{г) } x \approx 3,6 \cdot 10^{-2}, \text{ относительная погрешность} \leq \frac{1}{36}.$$

$$\text{№1062 (с). } (4,88 \pm 0,01) \cdot 10^{21}, \text{ т.о. абсолютная погрешность} \leq 10^{19},$$

$$\text{относительная погрешность} \leq \frac{1}{488}.$$

$$\text{№1063 (с). а) } a + b \approx 64,32; a - b \approx 38,96; \text{ б) } a + b \approx 85,5; a - b \approx 34,7;$$

$$\text{в) } a + b \approx 6,63; a - b \approx 6,06; \text{ г) } a + b \approx 8,22; a - b \approx 7,80.$$

$$\text{№1064. } a + b - c \approx 6,184 + 21,1785 - 1,8 \approx 25,6.$$

$$\text{№1065 (с). } ab \approx 2,15 \cdot 10^5 \cdot 7,11 \cdot 10^3 \approx 1,53 \cdot 10^9;$$

$$\frac{a}{b} \approx \frac{2,15 \cdot 10^5}{7,11 \cdot 10^3} \approx 0,302 \cdot 10^2 = 3,02 \cdot 10.$$

$$\text{№1066 (с). а) } xy \approx 0,6 \cdot 7,5 = 4,5; \frac{x}{y} \approx \frac{0,6}{7,5} \approx 0,1;$$

$$\text{б) } xy \approx 15,94 \cdot 0,8 \approx 12; \frac{x}{y} \approx \frac{15,94}{0,8} \approx 20.$$

$$\text{№1067 (с). } P = 2(a + b) \approx 2(15,4 + 8,7) = 48,2 \text{ м.}$$

$$S = ab \approx 15,4 \cdot 8,7 \approx 1,3 \cdot 10^2 \text{ м}^2.$$

$$\text{№1068 (с). } S = \frac{1}{2} ab \approx \frac{1}{2} 2,3 \cdot 6,7 \approx 7,7 \text{ м.}$$

$$\text{№1069 (с). } 25\text{м} - 5,6\text{м} - 0,75\text{м} \approx 1,9 \cdot 10^1 \text{ м.}$$

$$\text{№1070 (с). } \frac{600\text{м}^2}{27\text{м}} = \frac{200}{9} \text{ м} \approx 2 \cdot 10^1 \text{ м.}$$

$$\text{№1071 (с). а) } x + y \approx 9,26 \cdot 10^4 + 7,1 \cdot 10^3 \approx (92,6 + 7,1) \cdot 10^3 \approx 10^5;$$

$$\text{б) } x + y \approx 6,4 \cdot 10^5 + 4,25 \cdot 10^6 \approx (6,4 + 42,5)10^5 = 4,9 \cdot 10^6;$$

$$\text{в) } x + y \approx 3,705 \cdot 10^2 + 4,6 \cdot 10^{-4} \approx (3705000 + 4,6)10^{-4} \approx 3,7 \cdot 10^2;$$

$$\text{г) } x + y \approx 9,38 \cdot 10^{-3} + 8,673 \cdot 10^{-1} \approx (9,38 + 867,3)10^{-3} = 8,77 \cdot 10^{-1}.$$

$$\text{№1072 (с). а) } x - y \approx 7,58 \cdot 10^5 - 2,4 \cdot 10^3 \approx (758 - 2,4)10^3 \approx 7,6 \cdot 10^5;$$

$$\text{б) } x - y \approx 2,4 \cdot 10^4 - 1,06 \cdot 10^2 \approx (240 - 1,06)10^2 \approx 2,4 \cdot 10^4;$$

$$\text{в) } x - y \approx 6,8 \cdot 10^{-2} - 3,5 \cdot 10^{-3} \approx (68 - 3,5)10^{-3} \approx 6,5 \cdot 10^{-2};$$

$$\text{г) } x - y \approx 5,381 \cdot 10^{-1} - 1,2 \cdot 10^{-2} \approx (53,81 - 1,2)10^{-2} \approx 5,26 \cdot 10^{-1}.$$

$$\text{№1073. } x - y + z \approx 8,35 \cdot 10^2 - 4,1 \cdot 10^3 + 6,3 \cdot 10^2 = (8,35 - 41 + 6,3)10^2 \approx -2,6 \cdot 10^3.$$

$$\text{№1074 (с). } 7,35 \cdot 10^{19} + 5,9 \cdot 10^{21} = (597,6 + 7,35)10^{19} \approx 605 \cdot 10^{19} = 6,05 \cdot 10^{21}$$

$$5,976 \cdot 10^{21} - 7,35 \cdot 10^{19} = (597,6 - 7,35)10^{19} \approx 5,903 \cdot 10^{21}$$

$$\text{№1075 (с). } 8,16 \cdot 10^3 \cdot 1,852\text{км} \approx 1,51 \cdot 10^4 \text{ км.}$$

$$\text{№1076 (с). } S_1 = \pi R^2 \approx \pi 32,5^2 \approx \pi \cdot 1,06 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

$$S_2 = \pi r^2 \approx 20,2^2 \pi \approx \pi \cdot 4,08 \cdot 10^2 \text{ мм}^2.$$

$$S_1 - S_2 = 1,06 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 - 0,408 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 \approx 0,66 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 = 6,6 \cdot 10^2 \pi \text{ мм}^2$$

Задачи повышенной трудности

№1077. (с). $\frac{x^2 - y^2}{x - y} \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x + y}}$; $x + y \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x + y}}$; $(x + y)^2 \sqrt{x^2 + y^2}$;

$x^2 + 2xy + y^2 > x^2 + y^2$, т.о. $\frac{x^2 - y^2}{x - y} > \frac{x^2 + y^2}{x + y}$.

№ 1099 (№1078).

а) $\frac{x^4 + a^2x^2 + a^4}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2)^2 - a^2x^2}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{x^3 + a^3} =$
 $= \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{(x + a)(x^2 - ax + a^2)} = \frac{x^2 + ax + a^2}{x + a}$;

б) $\frac{8a^{n+2} + a^{n-1}}{16a^{n+4} + 4a^{n+2} + a^n} = \frac{a^{n-1}(8a^3 + 1)}{a^n(16a^4 + 4a^2 + 1)} =$
 $= \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a((4a^2 + 1)^2 - 4a^2)} = \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a(2a + 4a^2 + 1)(4a^2 + 1 - 2a)} = \frac{2a+1}{a(4a^2 + 2a + 1)}$.

№ 1100 (№1079).
$$\begin{cases} x + y + z + u = 5 \\ y + z + u + v = 1 \\ z + u + v + x = 2 \\ u + v + x + y = 0 \\ v + x + y + z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - v = 4 \\ y - x = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \\ x + y + z + 4 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y - 4 - v = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \\ 4 + v + y + z + 4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z - 3 - v = 2 \\ u - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z = 5 + v \\ u - 5 - v = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} u - v = 1 \\ 3v + u = -7 \\ 4v = -8; \end{cases}$$

$v + z + u + 3 + v = 1 \quad 2v + u + 5 + v = -2$

Итого: $v = -2$; $u = -1$; $x = 2$; $y = 1$; $z = 3$.

№ 1101 (№1080). $x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 7x + 4 = 0$; $(x^2 - 2)^2 = 5x^3 + 7x$.

Т.к. слева уравнения стоит число неотрицательное, то

$5x^3 + 7x \geq 0$, т.е. $x(5x^2 + 7) \geq 0$, т.о. т.к. $5x^2 + 7 > 0$, значит $x \geq 0$.

№ 1102 (№1081). $\frac{5}{14} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{84} = \frac{30}{84}$; $\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 7}{84} = \frac{35}{84}$, т.о. нам необходимо

найти дробь со знаменателем 8 и числителем от 30 до 35 и кратным 32,

т.о. это $\frac{32}{84} = \frac{8}{21}$.

№ 1103 (№1082). $54^{35} + 28^{21}$; $4^2 = 16$; $6 \cdot 4 = 24$; $4^2 = 16$ и т.д.

т.о. число 54 в четной степени заканчивается 6, а в нечетной 4.

$8^2 = 64$; $4 \cdot 8 = 32$; $2 \cdot 8 = 16$; $6 \cdot 8 = 48$ и т.д. т.е. 28 в степени $4n + 1$ заканчивается 8; в $4n + 2$ заканчивается 2; в $4n + 3$ заканчивается 6.

($n \in \mathbb{N}$), а значит $54^{35} + 28^{21}$ заканчивается $4 + 8 = 12$ (т.е. 2). Ответ: 2.

№ 1104 (№1083). $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = 0$; $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0$:
 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$, т.е. сумма квадратов равна нулю тогда и только тогда, когда каждый из них равен 0. т.е. $x = 1, y = 2$.

№ 1105 (№1084). $x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 13 = 0$; ОДЗ: $x \neq 0$

$$\left(\frac{1}{x} + x\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x} + x\right) - 15 = 0; \left(\frac{1}{x} + x - 5\right)\left(\frac{1}{x} + x + 3\right) = 0;$$

произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, т.е.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + x - 5 = 0 \\ \frac{1}{x} + x + 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 & D = 25 - 4 = 21 \\ x^2 + 3x + 1 = 0 & D = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}; x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№ 1106. (н). $\frac{ab}{a+b} = \frac{10a+b}{a+b} = m$; $10a + b = ma + mb$; $(10 - m)a = b(m - 1)$

$b > a \Rightarrow 10 - m > m - 1$; $2m < 11$; $m \leq 5$; $m = 1$: $9a = 0$ нет таких чисел;
 $m = 2$: $8a = b$ число 18; $m = 3$: $7a = 2b$ число 27; $m = 4$: $6a = 3b$
 $b = 2a$ числа 12, 24, 36, 48; $m = 5$: $5a = 4b$ число 45.

№ 1107. (н). $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 1 - \frac{1}{a+1} + 1 - \frac{1}{b+1} + 1 - \frac{1}{c+1} =$
 $= 3 - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{b+1} - \frac{1}{c+1} < 3$; $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Поэтому
 $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = 2$. Это дроби $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$.

№ 1108. (н). $y^2 = 40 - 2\sqrt{400 - 4(91 + 6x - x^2)} = 40 - 2\sqrt{36 - 24x + 4x^2} =$
 $= 40 - 2|2x - 6|$; $y = \sqrt{40 - 2|2x - 6|}$
 $|2x - 6| = 2$; $x = 4, x = 2$; $|2x - 6| = 12$; $x = 9, x = -3$; $|2x - 6| = 18$; $x = 12$,
 $x = -6$; $|2x - 6| = 20$; $x = 13, x = -7$

№ 1109. (н). $y^2 = 24 - 2\sqrt{144 - 4(35 + 2x - x^2)} = 24 - 4|x - 1|$
 $y = \sqrt{24 - 4(x - 1)}$

$|x - 1| = 2$; $y = 4$; $|x - 1| = 6$; $y = 0$; $|x - 1| = 5$; $y = 2$

№1085. (с). а) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = A$ возведем в квадрат
 $x + 2\sqrt{x-1} + x - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2 - 4(x-1)} = A^2$; $2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = A^2$,

$2x + 2|x - 2| = A^2$ т.к. $x \in [1; 2]$, то $2x - 2x + 4 = A^2$, т.е. $A = 2$.

$$6) \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \text{т.к. } 2 > \sqrt{3}$$

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \sqrt{4-3} = 1.$$

№1086. (с). Ошибка: $\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$; $4 - \frac{9}{2} \neq 5 - \frac{9}{2}$

необходимо было извлекать корень так: $4 - \frac{9}{2} = \pm \left(5 - \frac{9}{2}\right)$, т.о. $9 = 9$.

№ 1110 (№1087). $x^8 + x^4 + 1 = (x^8 + 2x^4 + 1) - x^4 = (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 1 + x^2) = ((x^2 + 1)^2 - 3x^2)((x^2 + 1)^2 - x^2) =$
 $= (x^2 + 1 - x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 + x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x).$

№ 1111 (№1088). $\frac{\left(p^2 - \frac{1}{q^2}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2 - \frac{1}{p^2}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^{p-q}} = \text{ОДЗ: } q + \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq -1$
 $q - \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq 1$

$$= \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^p \left(p + \frac{1}{q}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^{p-q}} = \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^q \left(p + \frac{1}{q}\right)^p}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^p}$$

$$= \frac{(pq - 1)^q (pq + 1)^p p^{q+p}}{q^q q^p (qp - 1)^q (pq + 1)^p} = \left(\frac{p}{q}\right)^{q+p}.$$

№ 1112 (№1089). $y = \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{acx+da-da+bc}{acx+da} = 1 + \frac{bc-da}{acx+da}$.

Пусть $bc - da = A$, $ac = B$, $da = C$, тогда:

$$\frac{y_3 - y_1}{y_3 - y_2} \cdot \frac{y_4 - y_1}{y_4 - y_2} = \frac{1 + \frac{a}{bx_3+c} - 1 - \frac{a}{bx_1+c}}{1 + \frac{a}{bx_3+c} - 1 - \frac{a}{bx_2+c}} \cdot \frac{1 + \frac{a}{bx_4+c} - 1 - \frac{a}{bx_1+c}}{1 + \frac{a}{bx_4+c} - 1 - \frac{a}{bx_2+c}}$$

$$= \frac{A \cdot \frac{bx_1+c - bx_3 - c}{(bx_3+c)(bx_1+c)}}{A \cdot \frac{bx_2+c - bx_3 - c}{(bx_3+c)(bx_2+c)}} \cdot \frac{A \cdot \frac{bx_1+c - bx_4 - c}{(bx_4+c)(bx_1+c)}}{A \cdot \frac{bx_2+c - bx_4 - c}{(bx_4+c)(bx_2+c)}}$$

$$= \frac{(bx_1 - bx_3)(bx_3+c)(bx_2+c)(bx_4+c)(bx_1+c)(bx_2 - bx_4)}{(bx_3+c)(bx_1+c)(bx_2 - bx_3)(bx_1 - bx_4)(bx_4+c)(bx_2+c)}$$

$$= \frac{x_1 - x_3}{x_2 - x_3} \cdot \frac{x_2 - x_4}{x_1 - x_4} = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} \cdot \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2}$$

№ 1113 (№1090). $x^2 - y^2 = 69$; $(x - y)(x + y) = 69 \cdot 1 = 23 \cdot 3$.

Г.о. т.к. x и y натуральные, то решениями будут решения 4-х систем.

$$\begin{cases} x - y = 69 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = -68 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in N;$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 69 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = 68 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 35 \\ y = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 23 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = -20 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in N;$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 13 \\ y = 10 \end{cases}$$

Ответ: (13; 10); (35; 34).

$$\text{№1091 (с). } \sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+3)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} = \text{т.к. } 3 > \sqrt{2} \\ = \sqrt{2} + 3 + 3 - \sqrt{2} = 6.$$

$$\text{№1092 (с). } \sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}; (a+c)(b+d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd};$$

$$ab + ad + cb + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd}; \quad ad + cb \geq 2\sqrt{abcd};$$

$$a^2d^2 + c^2b^2 + 2abcd \geq 4abcd; \quad a^2d^2 - 2abcd + c^2b^2 \geq 0; \quad (ad - cb)^2 \geq 0.$$

№ 1114 (№ 1093). Пусть $n + \sqrt{2}m$ — 1-ое число; $p + \sqrt{2}q$ — 2-ое;

$$p + \sqrt{2}q + n + \sqrt{2}m = (p + n) + \sqrt{2}(m + q) = a + b\sqrt{2} \quad \text{если } \begin{cases} p - n = a \\ m + q = b \end{cases}$$

$$\text{С разностью аналогично, только } \begin{cases} p - n = a \\ q - m = b \end{cases}$$

$$(p + \sqrt{2}q)(n + \sqrt{2}m) = \sqrt{2}(mp + qn) + (pn + 2qm)$$

$$\frac{p + \sqrt{2}q}{n + \sqrt{2}m} = \frac{(p + \sqrt{2}q)(n - \sqrt{2}m)}{n^2 - 2m} = \sqrt{2} \frac{(qn - mp)}{n^2 - 2m} + \frac{np - 2qm}{n^2 - 2m} =$$

$$\begin{cases} \frac{qn - mp}{n^2 - 2m} = b \\ \frac{np - 2qm}{n^2 - 2m} = a \end{cases} = a + \sqrt{2}b$$

$$\text{№ 1115 (н). } (x + y\sqrt{2})(x - y\sqrt{2}) = 1; \quad (x + y\sqrt{2})^n (x - y\sqrt{2})^n = 1^n = 1$$

При $x=3, y=2$ выражения $(x + y\sqrt{2})^n$ и $(x - y\sqrt{2})^n$ можно привести к

виду $a+b\sqrt{2}$ и $a-b\sqrt{2}$. Так как n — произвольно, то решений исходного уравнения бесконечно много.

№ 1116 (№1095). $x^2 + x + m = 0$ по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 \\ 2x_1 x_2 = 2m \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 1 - 2m = 13; m = -6.$$

№ 1119 (№ 1096). $x^2 + px + 1 = 0$ по теореме Виета $D = p^2 - 4 > 0$;
 $p \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = p^2 \\ 2x_1 x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2 = 254; p = \pm 16.$$

№ 1120 (№ 1097). $x^2 + (a-1)x - 2a = 0$ по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - a \\ x_1 x_2 = -2a \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 + a^2 - 2a \\ 2x_1 x_2 = -4a \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 1 + a^2 + 2a = (a+1)^2 = 9; a = 2; a = -4,$$

но при $a = -4$; $D = 25 - 32 < 0$ т.о.

Ответ: $a = 2$.

№ 1122 (№ 1098).

$$y = \sqrt{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2} + \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2} = \sqrt{(x + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(x - \sqrt{2})^2} =$$

т.к. $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] = x + \sqrt{2} - x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ — линейная.

№ 1123 (№ 1099). Пусть расстояние от M до N равно x , тогда

$$\frac{40 \cdot \frac{1}{4}}{50} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50} = \frac{x-20-40 \cdot \frac{1}{4}}{40}; \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50} = \frac{x-30}{40}$$

$$40 + 50 + 4x - 80 = 5x - 150; x = 160 \text{ км.}$$

№ 1124 (№ 1100). Пусть скорость 1-го x м/с, 2-го — y , тогда:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} = \frac{10}{y} = 1 \\ 10x + 9y = 100 \end{cases} \begin{cases} x = 10 - 0,9y \\ \frac{10}{10 - 0,9y} = \frac{10}{y} + 1 \end{cases}$$

$$9y^2 + 90y - 1000 = 0; \frac{D}{4} = 2025 + 9000 = 11025$$

$$y_1 = \frac{-45 - 105}{9} \text{ не подходит, т.к. } y > 0; y_2 = \frac{-45 + 105}{9} = \frac{20}{3};$$

$$\text{Искомое расстояние: } \frac{20}{3} \cdot 9 - 50 = 10 \text{ м.}$$

№ 1126 (№ 1101). Пусть скорость теплохода — x км/ч, а течения — y км/ч.

Примем расстояние за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 5 \\ \frac{1}{x-y} = 6 \end{cases} \begin{cases} x+y = \frac{1}{5} \\ x-y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{60} \text{ км/ч. Т.о. плот проплывет за: } \frac{1}{\frac{1}{60}} = 60 \text{ ч.}$$

№1102 (с). Пусть скорость катера — x км/ч, а течения y км/ч.

Примем время за 1.
$$\begin{cases} \frac{90}{x+y} = 1 \\ \frac{70}{x-y} = 1 \end{cases} \begin{cases} x+y=90 \\ x-y=70 \end{cases} \quad y = 10 \text{ км.}$$

№ 1127 (№ 1103). Пусть скорость второго — y км/ч, время, за которое они проходят все расстояние примем за 1, а весь путь за z . Т.о. во время второй встречи они пройдут $z + z - 18 + z + 18 = 3z$, т.е.

$$\begin{cases} \frac{30}{y} = 1 \\ \frac{z+18}{y} = 3 \end{cases} \begin{cases} y=30 \\ z+18=90 \end{cases} \quad z = 72 \text{ км.}$$

№ 1128 (№ 1104). Пусть скорость 1-го x км/ч, 2-го — y км/ч, расстояние от B до места встречи — z , весь путь — 1, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1-z}{x} = \frac{z}{y} \\ \frac{1-z}{y} = 1,6 \\ \frac{z}{x} = 2,5 \end{cases} \begin{cases} z = 2,5x \\ y = \frac{1-z}{1,6} = \frac{1-2,5x}{1,6} \\ \frac{1-2,5x}{x} = \frac{2,5x \cdot 1,6}{1-2,5x} \end{cases}$$

$$(1 - 2,5x)^2 = 4x^2; (1 - 2,5x - 2x)(1 - 2,5x + 2x) = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{4,5}; x_2 = 2; x_2 \text{ отпадает, т.к. } \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2} < 2,5; \text{ т.о. } y = \frac{1 - \frac{5}{9}}{1,6} = \frac{4}{9} \cdot \frac{10}{16} = \frac{5}{18},$$

т.е. время первого: $\frac{1}{x_1} = 4,5$ часа; второго: $\frac{1}{y} = \frac{18}{5} = 3,6$ часа.

№ 1129 (№ 1105). Пусть скорость 1-го — x км/ч, второго — y км/ч, весь путь примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 1,1 = \frac{1}{y} \\ 3x = 1 - 3y \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1-3y}{3} \\ \frac{3}{1-3y} + 1,1 = \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$3y + 1,1y - 3,3y^2 = 1 - 3y; 3,3y^2 - 7,1y + 1 = 0; 33y^2 - 71y + 10 = 0;$$

$$D = 5041 - 1320 = 3721; y_1 = \frac{71-61}{66} = \frac{5}{33}; y_2 = 2$$

$$x_1 = \frac{1 - \frac{5}{11}}{3} = \frac{2}{11}; x_2 = \frac{1-6}{3} \text{ не подходит, т.к. } x > 0;$$

$$\text{т.о. } \frac{2}{11} : \frac{5}{33} = \frac{2}{11} \cdot \frac{33}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ раза.}$$

№ 1130 (№ 1106). Пусть скорость вывоза 1-го самосвала x т/ч, 2-го — y т/ч. Всю руду примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 3 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{3x} + \frac{2}{3y} - 7\frac{1}{3} = \frac{1}{x+y} \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{x}{1+3x} \\ \frac{1}{x} + \frac{2(1+3x)}{x} - 22 = \frac{3(1+3x)}{2x+3x^2} \end{cases}$$

$$2+3x+(2+6x)(2+3x)-22x(2+3x)=3+9x;$$

$$-1-6x+4+18x^2+18x-44x-66x^2=0; 48x^2+32x-3=0;$$

$$\frac{D}{4} = 256+144 = 400;$$

$$x_1 = \frac{-16-20}{48} \text{ не подходит, т.к. } x > 0; x_2 = \frac{-16+20}{48} = \frac{1}{12}$$

$$y = \frac{1}{12} : \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{15}.$$

т.о. время вывоза 12 ч и 15 ч, соответственно.

№ 1131 (№ 1107). Пусть скорость 1-го x , 2-го — y , а вся работа равна 1,

$$\text{тогда: } \begin{cases} \frac{1}{x} - 7 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{2(x+y)} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{x+y} + 4,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{y}{1+7y} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{y}{1+7y} + y} + 9 \end{cases}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1+7y}{2y+7y^2} + 9$$

$$2+7y = 1+7y+18y+63y^2; 63y^2+18y-1=0; \frac{D}{4} = 81+63 = 144;$$

$$y_1 = \frac{-9-12}{63} \text{ не подходит, т.к. } y > 0; y_2 = \frac{-9+12}{63} = \frac{1}{21};$$

$$x = \frac{1}{21} \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{21} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{28}.$$

т.о. время выполнения 21 ч и 28 ч, соответственно.

№ 1132 (№ 1108). Пусть a — число десятков, а b — единиц.

$$\begin{cases} a = b + 3 \\ (10b+a)(10a+b) = 574 \end{cases} \quad (11b+3)(11b+30) = 574;$$

$$121b^2 + 363b - 484 = 0; D = 131769 + 234256 = 366025;$$

$$b_1 = \frac{-363 - 605}{242} \text{ не подходит, т.к. } b > 0; b_2 = 1, \text{ т.о. } a = 4 \text{ и число } 41.$$

№ 1133 (№ 1109). Пусть второй член равен x , 4-ый — y , тогда

$$\begin{cases} \frac{x+6}{x} = \frac{y+5}{y} \\ (x+6)^2 + x^2 + (y+5)^2 + y^2 = 793 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6}{5}y \\ 2 \cdot \frac{36}{25}y^2 + 12 \cdot \frac{6}{5}y + 36 + 2y^2 + 10y + 25 = 793 \end{cases}$$

$$72y^2 + 360y + 900 + 50y^2 + 250y + 625 - 793 = 0; 122y^2 + 610y + 732 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 93025 - 89304 = 3721;$$

$$y_1 = \frac{-305 - 61}{122} = -3; y_2 = \frac{-305 + 61}{122} = -2; x_1 = -\frac{18}{5}; x_2 = -\frac{12}{5}.$$

т.е. возможны два варианта решения: $x_1 = -\frac{18}{5} + 6 = \frac{12}{5}; x_2 = -\frac{18}{5}; x_3 = 5$

$$-3 = 2; x_4 = -3; x_1 = -\frac{12}{5} + 6 = \frac{18}{5}; x_2 = -\frac{12}{5}; x_3 = 5 - 2 = 3; x_4 = -2.$$

№ 1134 (№ 1110). У нас получился прямоугольный треугольник с катетами

$7 + 4x$ и $10 + 5x$ ($x \geq 0$). По теореме Пифагора:

$$P = \sqrt{(10 + 5x)^2 + (7 + 4x)^2} = 25; 41x^2 + 156x + 149 = 625;$$

$$41x^2 + 156x - 476 = 0; \frac{D}{4} = 6084 + 19516 = 25600;$$

$$x_1 = \frac{-78 - 160}{41} \text{ не подходит, т.к. } x > 0; x = \frac{-78 + 160}{41} = 2 \text{ часа.}$$

№ 1111 (с). $z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$ т.о. необходимо доказать, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - a} + \frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ \frac{a+b}{2ab - a^2 - ab} + \frac{a+b}{2ab - b^2 - ab} &= \frac{a+b}{ab - a^2} + \frac{a+b}{ab - b^2} = \\ &= \frac{a+b}{a(b-a)} - \frac{a+b}{b(b-a)} = \frac{ab + b^2 - a^2 - ab}{ab(b-a)} = \frac{b+a}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned}$$

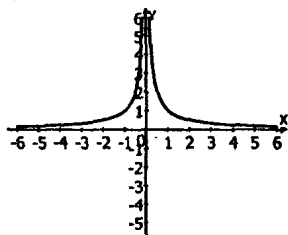
№ 1135 (№ 1112). $a + c = 2b; 2bd = c(b + d)$, т.е.

$$\frac{2b-c}{b} = \frac{c \cdot 2b}{c(b+d)}; 2 - \frac{c}{b} = \frac{2b}{b+d}; \frac{2b^2 + 2db - cb - cd - 2b^2}{b+d} = 0;$$

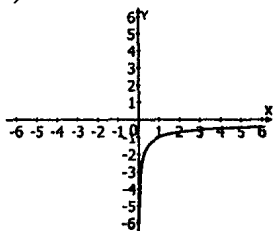
$$2db - cb - cd = 0; 2db = c(b+d)$$

№1113 (c).

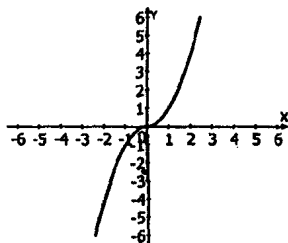
a)



б)

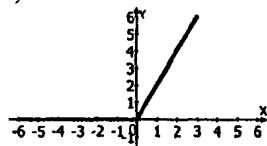


в)

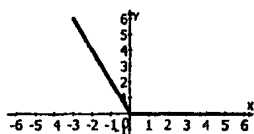


№1114 (c).

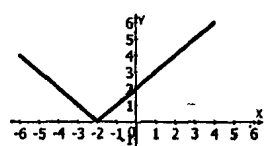
a)



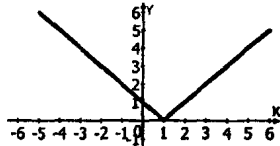
б)



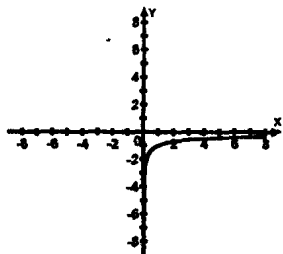
в)



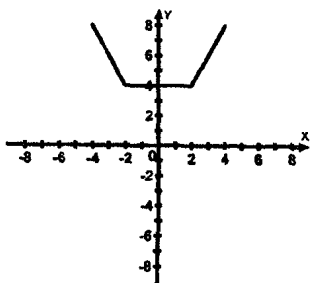
г)



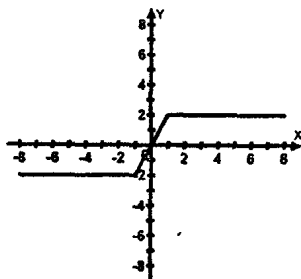
№ 1136 (и).



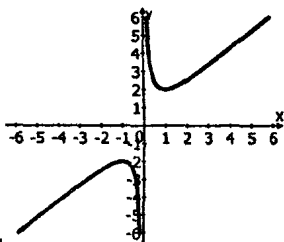
№ 1137 (н). а)



б)



№ 1138 (№ 1115).



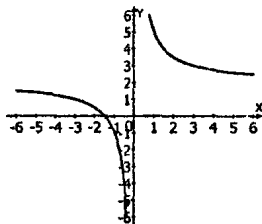
№ 1139 (№ 1116). $y = \frac{3x+1}{x}$; ОДЗ: $x \neq 0$, т.о. $y = 3 + \frac{1}{x}$

а) нет, т.к. $x \neq 0$; б) Да; $3 + \frac{1}{x} = 0$; $x = -\frac{1}{3}$;

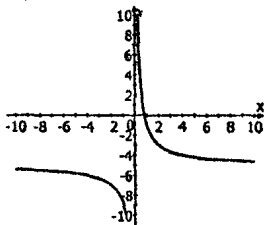
в) Да; $y = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$; г) Нет, т.к. $3 \neq 3 + \frac{1}{x}$, т.к. $\frac{1}{x} \neq 0$.

№ 1140 (№ 1117).

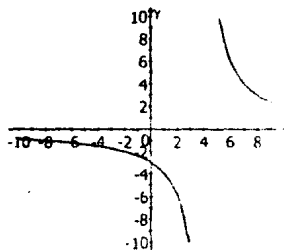
а)



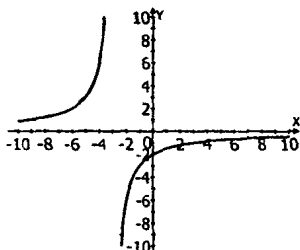
б)



в)



г)

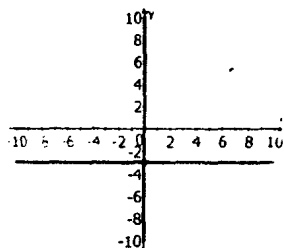


№ 1141 (№ 1118). $xy - 2x - y - 6 = 0$; $x(y - 2) = -3(y - 2)$,
если $y = 2$, то x — любой (1-ая прямая), если $y \neq 2$, то $x = -3$ (2-ая
прямая), прямые $y = 2$ и $x = -3$ перпендикулярны.

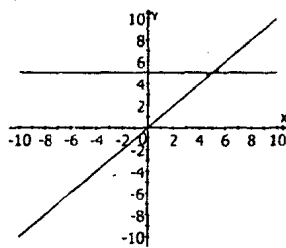
№ 1142 (№ 1119). $(y - 2)(y + 3) = 0$ произведение равно нулю тогда и
только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Т.о. $y = 2$;
 x — любой и $y = -3$; x — любой (две параллельные прямые)

№ 1143 (№ 1120).

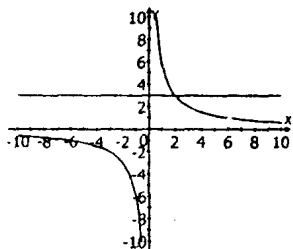
а)



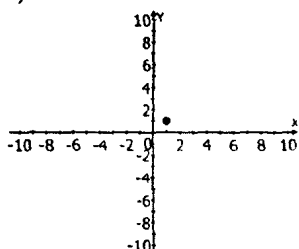
б)



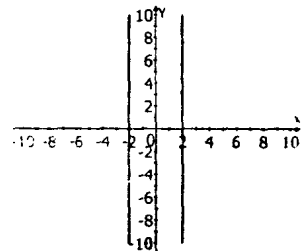
в)



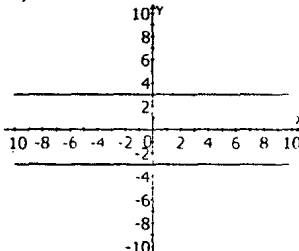
г)



д)



е)



№ 1144 (№ 1121). $(1 + x)(1 + y)(1 + z)$

$$= \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 + \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 + \frac{c-a}{c+a}\right) =$$

$$= \frac{a+b+a-b}{a+b} \cdot \frac{b+c+b-c}{b+c} \cdot \frac{c+a+c-a}{c+a} =$$

$$= \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{2b}{b+c} \cdot \frac{2c}{c+a} = \left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 - \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 - \frac{c-a}{c+a}\right) = (1-x)(1-y)(1-z).$$

№ 1145 (№ 1122). Т.к. через каждые две точки проведена прямая, то получается n -угольник с проведенными диагоналями, т.о. необходимо вывести формулу количества диагоналей в n -угольнике:

Из первой и второй вершин n -угольника выходят по $n-3$ диагонали.

Из третьей вершины выходит $n-4$ штуки, т.к. одна уже проведена из 1-ой вершины. Из каждой последующей вершины диагоналей выходит на одну меньше, чем из предыдущей.

Т.о., из последних 2-х вершин диагоналей уже не выходит. Т.о., количество диагоналей:

$$n-3 + n-3 + \sum_{k=0}^{n-4} (n-4-k) = n(n-1) - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4).$$

по условию задачи надо к этому числу прибавить еще количество

$$\text{сторон: } n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 45.$$

$$\text{Если } n = 10, \text{ то } n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 100 - 6 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 = 45.$$

Т.о. на плоскости отмечено 10 точек.

Учебно-методическое издание

Кубатько Олег Игоревич

Домашняя работа
по алгебре за 8 класс

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *А.А. Морозова, Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).