

ВСЕ ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

к учебнику

А. Г. Мордковича

АЛГЕБРА 8 КЛАСС

ФГОС



С. М. Зак

**ВСЕ
ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
А. Г. Мордковича
АЛГЕБРА
8 КЛАСС**

ФГОС



Москва
ЛадКом
2014

УДК 882 (075)
ББК 812 Р-7
322

Зак С. М.

Все домашние работы к учебнику: А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская: Алгебра 8 класс. («Мнемозина» 2013 г. ФГОС). М.: «ЛадКом», 2014. — 352 с.

ISBN 978-5-91336-162-2

Решебник к новому изданию учебника А.Г. Мордковича по алгебре для 8 класса соответствует ФГОС и включает все решения задачника. Это пособие поможет учащимся эффективно овладеть программой по алгебре, а родителям — проконтролировать правильность выполнения домашних заданий.

©Издательство «ЛадКом», 2014

Введение

Дорогой друг!

В 8 классе ты будешь продолжать изучать алгебру. Это пособие поможет тебе с решением упражнений задачника для учащихся А.Г. Мордковича, Л.А. Александровой, Т.Н. Мишустинной, Е.Е. Тульчинской «Алгебра. 8 класс. В двух частях». Данное пособие включает в себя ответы на все упражнения задачника.

Удачи!

Задачи на повторение

1. а) $47 \cdot 15 + 53 \cdot 15 = 15 \cdot (47 + 53) = 15 \cdot 100 = 1500$;
 б) $29 \cdot 72 - 29 \cdot 22 = 29 \cdot (72 - 22) = 29 \cdot 50 = (20 + 9) \times$
 $\times 50 = 1000 + 450 = 1450$; в) $9,3 \cdot 34 + 16 \cdot 9,3 = 9,3 \times$
 $\times (34 + 16) = 9,3 \cdot 50 = (9 + 0,3) \cdot 50 = 450 + 15 = 465$;
 г) $8,3 \cdot 18 - 18 \cdot 5,8 = 18 \cdot (8,3 - 5,8) = 18 \cdot 2,5 = 18 \cdot 2 +$
 $+ 18 \cdot 0,5 = 36 + 9 = 45$.

2. а) $\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} = (\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}) + (2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3}) = 2 +$
 $+ 4 = 6$; б) $3\frac{2}{5} \cdot 2\frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7 = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} \cdot \frac{2 \cdot 7 + 3}{7} \cdot 5 \cdot 7 = 17 \cdot 17 =$
 $= 289$; в) $(\frac{3}{14} - \frac{2}{7} + \frac{1}{2}) \cdot 14 = \frac{3 - 2 \cdot 2 + 1 \cdot 7}{14} \cdot 14 = 3 - 4 + 7 = 6$;
 г) $(12\frac{2}{9} + 24\frac{2}{3} - 16\frac{2}{15}) : 2 = 6 + 12 - 8 + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{15} = 10 +$
 $+ \frac{5 + 15 - 3}{45} = 10 + \frac{17}{45} = 10\frac{17}{45}$.

3. а) $\frac{45}{100\%} \cdot 3\% = 1,35$; б) $\frac{12}{100\%} \cdot 125\% = 15$; в) $\frac{15}{100\%} \cdot 2\% =$
 $= 0,3$; г) $\frac{250}{100\%} \cdot 206\% = 515$.

4. а) $7,2 : 0,3 : 3 = 80$; б) $2,94 : 0,25 : 0,24 = 49$;
 в) $136,8 : 0,38 : 0,8 = 450$; г) $0,98 : 0,35 : 0,7 = 4$.

5. а) $\frac{52}{100\%} \cdot 25\% = 13 > \frac{212}{100\%} \cdot 2,5\% = 5,3$; б) $\frac{83}{100\%} \cdot 41\% =$
 $= 34,03 > \frac{20}{100\%} \cdot 15\% = 3$; в) $\frac{16}{100\%} \cdot 12\% = \frac{160}{100\%} \cdot 1,2\%$;
 г) $\frac{72}{100\%} \cdot 3\% = 2,16$; $\frac{13}{100\%} \cdot 0,5\% = 0,065$.

6. а) $\frac{(3,25 - 3\frac{1}{20}) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = \frac{(3,25 - 3,05) : 0,2 - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = \frac{0,2 : 0,2 - 1}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} =$
 $= \frac{1 - 1}{2,5 \cdot 0,01 - 0,1} = 0$; б) $\frac{(1,24 - \frac{1}{25}) \cdot 2,5 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{18}}{1,4 : 0,1 - 2} = \frac{(1,24 - 0,04) \cdot 2,5 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} =$
 $= \frac{1,2 \cdot 2,5 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} = \frac{3 - 3}{1,4 : 0,1 - 2} = 0$.

7. а) $\frac{6,2 \cdot 5 - 4}{(\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}) : \frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}} = \frac{31 - 4}{(-\frac{9}{6}) \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}} = \frac{27}{-\frac{9}{4} + \frac{9}{4}} = \frac{27}{0}$ — вы-
 ражение не имеет смысла; б) $\frac{1,4 \cdot 5 - 4}{(0,4 \cdot 0,01) : 0,25 + 0,384 - 0,4} =$
 $= \frac{2,1 - 4}{\frac{5 \cdot 100}{25} - 0,016} = \frac{5}{0,016 - 0,016} = \frac{5}{0}$ — выражение не имеет
 смысла.

8. а) $a^5 \cdot a^7 = a^{12}$; б) $c^3 \cdot c^4 = c^7$; в) $r^2 \cdot r^9 = r^{11}$;
 г) $p^6 \cdot p^3 = p^9$.

9. а) $a^3 b^5 \cdot a^4 b^7 = a^7 b^{12}$; б) $c^4 d^7 \cdot c^8 d^3 = c^{12} d^{10}$; в) $m^9 n^2 \times$
 $\times n^5 m^3 = m^{12} n^7$; г) $p^2 q^7 \cdot p^3 q^6 = p^5 q^{13}$.

10. а) $(z^2)^4 = z^8$; б) $(a^6)^2 = a^{12}$; в) $(x^5)^6 = x^{30}$;
 г) $(d^3)^3 = d^9$.

11. а) $(a^3)^2 \cdot a^5 = a^{11}$; б) $(d^4)^3 \cdot d^2 = d^{14}$; в) $(f^6)^2 \cdot f^4 = f^{16}$; г) $(x^4)^4 \cdot x^3 = x^{19}$.

12. а) $\frac{(x^3)^2}{x^2 \cdot x^3} = \frac{x^6}{x^5} = x$; б) $\frac{(x^4)^2 \cdot x^3}{x^5 \cdot (x^3)^2} = \frac{x^{11}}{x^{11}} = 1$; в) $\frac{(x^3)^3}{x^2 \cdot x^4} = \frac{x^9}{x^6} = x^3$; г) $\frac{(x^3)^5}{(x^2)^4 \cdot x^3} = \frac{x^{15}}{x^{11}} = x^4$.

13. а) $\frac{13^6 \cdot 2^6}{26^5} = \frac{(13 \cdot 2)^6}{26^5} = \frac{26^6}{26^5} = 26$; б) $\frac{7^{11} \cdot 9^{11}}{63^5} = \frac{63^{11}}{63^5} = 63^6$;
в) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^4} = \frac{6^8}{6^4} = 6^4 = 36 \cdot 36 = 1296$; г) $\frac{12^8}{3^5 \cdot 4^5} = \frac{12^8}{12^5} = 12$.

14. а) $\frac{25^3 \cdot 14^2}{49 \cdot 10^6} = \frac{5^6 \cdot 2^2 \cdot 7^2}{7^2 \cdot 2^6 \cdot 5^6} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$; б) $\frac{12^2 \cdot 35^3}{28^2 \cdot 15^4} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 7^2 \cdot 3^4 \cdot 5^4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 3^2 \cdot 5} = \frac{7}{45}$; в) $\frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)^3 \cdot (3 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3 \cdot 3)^4 \cdot (2 \cdot 5)^3} = \frac{(2^2)^3 \cdot (3^2)^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^4 \cdot (3^2)^4 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = \frac{2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^2}{2^7 \cdot 3^6 \cdot 5^3} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{1}{10} = 0,1$; г) $\frac{22^2 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2} = \frac{(2 \cdot 11)^2 \cdot 3^3}{(2 \cdot 3)^2 \cdot 11^4} = \frac{2^2 \cdot 11^2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{1 \cdot 1 \cdot 11^2} = \frac{3}{121}$.

15. а) $12a - (b - 2a) = 12a + 2a - b = 14a - b$; б) $(2x + 3y) - (x - 2y) = 2x - x + 3y + 2y = x + 5y$; в) $5b + (-b - 5) = 5b - b - 5 = 4b - 5$; г) $(3x - 5y) + (-3x + y) = 3x - 3x - 5y + y = -4y$.

16. а) $3a + 2a(a - 3) = 3a + 2a^2 - 6a = 2a^2 - 3a = a(2a - 3)$;
б) $5a(a - 2b) - 2b(4a + b) = 5a^2 - 10ab - 8ab - 2b^2 = 5a^2 - 18ab - 2b^2$; в) $4x - 3x(x + 1) = 4x - 3x^2 - 3x = -3x^2 + x$;
г) $2x^2 \cdot (x + 1) + x^2 \cdot (x - 3) = 2x^3 + 2x^2 + x^3 - 3x^2 = 3x^3 - x^2 = x^2(3x - 1)$.

17. а) $(x - 4) \cdot (x + 5) = x^2 + 5x - 4x - 20 = x^2 + x - 20$;
б) $(x - 1) \cdot (2x + 3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$;
в) $(x + 4) \cdot (-x + 2) = -x^2 + 2x - 4x + 8 = -x^2 - 2x + 8$;
г) $(3x - 2) \cdot (x - 1) = 3x^2 - 3x - 2x + 2 = 3x^2 - 5x + 2$.

18. а) $(a - 3) \cdot (a + 7) = a^2 + 7a - 3a - 21 = a^2 + 4a - 21$; $(3 - a) \cdot (7 + a) = 21 + 3a - 7a - a^2 = -a^2 - 4a + 21$.

Выражение — не тождество. б) $(a - 3) \cdot (a - 7) = a^2 - 7a - 3a + 21 = a^2 - 10a + 21$; $(3 - a) \cdot (7 - a) = 21 - 3a - 7a + a^2 = a^2 - 10a + 21$. Выражение — тождество.

в) $(a - 3) \cdot (a + 7) = a^2 + 7a - 3a - 21 = a^2 + 4a - 21$;
 $(3 - a) \cdot (-7 - a) = -21 - 3a + 7a + a^2 = a^2 + 4a - 21$.

Выражение — тождество. г) $(a - 3) \cdot (a - 7) = a^2 - 7a - 3a + 21 = a^2 - 10a + 21$; $-(a + 3) \cdot (-7 + a) = 7a - a^2 + 21 - 3a = -a^2 + 4a + 21$. Выражение — не тождество.

19. а) $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$; б) $(a - 2) \cdot (a + 2) = a^2 - 4$;
в) $(1 - b) \cdot (1 + b) = 1 - b^2$; г) $(3a - b) \cdot (3a + b) = 9a^2 - b^2$.

20. а) $(3x - 1) \cdot (3x + 1) = 9x^2 - 1$; б) $(13m - 11n) \times (13m + 11n) = 16m^2 - 121n^2$; в) $(10p + 7q) \cdot (7q - 10p) = -(10p + 7q) \cdot (10p - 7q) = -100p^2 + 49q^2$; г) $(4 - 5y) \times (5y + 4) = -(5y - 4) \cdot (5y + 4) = -25y^2 + 16$.

21. а) $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$; б) $(3b - 1)^2 = 9b^2 - 6b + 1$; в) $(x - 8)^2 = x^2 - 16x + 64$; г) $(1 + 4y)^2 = 1 + 8y + y^2$.

22. а) $(4m + 5n)^2 = 16m^2 + 40mn + 25n^2$; б) $(2z - 3t)^2 = 4z^2 - 12zt + 9t^2$; в) $(9p - 7q)^2 = 81p^2 - 126pq + 49q^2$; г) $(8r + 11s)^2 = 64r^2 + 176rs + 121s^2$.

23. а) $(x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 9) = (x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x - 3) = (x^2 + 9) \cdot (x - 3)$; б) $(2a - 3b) \cdot (4a^2 + 6ab + 9b^2) = (2a - 3b) \cdot (2a + 3b) \cdot (2a + 3b) = (4a^2 - 9b^2) (2a + 3b)$; в) $(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1) = (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 1) = (x^2 - 1) (x - 1)$; г) $(7y^2 - 1) \cdot (49y^4 + 7y^2 + 1) = (7y^2 - 1) \cdot (7y^2 + 1) \cdot (7y^2 + 1) = (49y^4 - 1) (7y^2 + 1)$.

24. $(a - 2) \cdot (a^2 + 2a + 4) - (a + c) \cdot (a^2 - ac + c^2) + (c + 2) \cdot (c^2 - 2c + 4) = (a^3 + 2a^2 + 4a - 2a^2 - 4a - 8) - (a^3 - a^2c + ac^2 + a^2c - ac^2 + c^3) = (c^3 - 2c^2 + 4c + 2c^2 - 4c + 8) = (a^3 - 8) - (a^3 + c^3) + (c^3 + 8) = 0$.

25. а) $69 \cdot 71 = (70 - 1) \cdot (70 + 1) = 70^2 - 1 = 4900 - 1 = 4899$; б) $42 \cdot 38 = (40 + 2) \cdot (40 - 2) = 40^2 - 4 = 1600 - 4 = 1596$; в) $89 \cdot 91 = (90 - 1) \cdot (90 + 1) = 90^2 - 1 = 8100 - 1 = 8099$; г) $58 \cdot 62 = (60 - 2) \cdot (60 + 2) = 60^2 - 4 = 3600 - 4 = 3596$.

26. а) $21^2 = (20 + 1)(20 - 1)$ б) в) г)

27. а) $2d^2 + 2cd = 2d(d + 2)$; б) $np^4 - mp^4 = p^4 \cdot (n - m)$; в) $r^3s^4 + r^4s^3 = r^3s^3 \cdot (s + r)$; г) $20a^3x - 15a^4x^2 = 5a^3x(4 - 3ax)$.

28. а) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$; б) $x^2 - 4y^2 = (x - 2y)(x + 2y)$; в) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$; г) $1 - 25y^2 = (1 - 5y)(1 + 5y)$.

29. а) $12z^2 - 9kz + 4nz - 3kn = n(4z - 3k) + 3z(4z - 3k) = (4z - 3k)(n + 3z)$; б) $a^2 - ab - bc - c^2 = (a^2 - c^2) - b(a + c) = (a - c) \cdot (a + c) - b(a + c) = (a + c) \cdot (a - c - b)$;

В) $3x - 2x^2 + 3y - 2xy = 3 \cdot (x + y) - 2x(x + y) = (x + y)(3 - 2x)$; Г) $20z^2k + 2z - 5k + 1 = 5k(4z^2 - 1) + (2z + 1) = 5k(2z - 1) \cdot (2z + 1) + (2z + 1) = (2z + 1)(5k(2z - 1) + 1)$.

30. а) $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$; б) $9x^2 - 6xm + m^2 = (3x - m)^2$; в) $16t^2 + 8ts^2 + s^4 = (4t + s^2)^2$; г) $b^4 - 16b^2c + 64c^2 = (b^2 - 8c)^2$.

31. а) $\frac{a^2+a}{a^3+a^2} = \frac{a(a+1)}{a^2(a+1)} = \frac{a}{a^2} = \frac{1}{a}$; б) $\frac{3p+6q}{p^2+2pq} = \frac{3 \cdot (p+2q)}{p(p+2q)} = \frac{3}{p}$;
 в) $\frac{8m-8n}{9n-9m} = \frac{8 \cdot (m-n)}{9 \cdot (n-m)} = \frac{-8 \cdot (n-m)}{9 \cdot (n-m)} = -\frac{8}{9}$; г) $\frac{3x^3+3xy^2}{6y^2x+6y^3} = \frac{3x(x^2+y^2)}{6y(x^2+y^2)} = \frac{x}{2y}$.

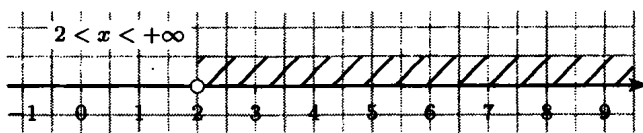
32. а) $\frac{a^2+4a+4}{a+2} = \frac{(a+2)^2}{a+2} = a + 2$; б) $\frac{3n-m}{9n^2-6nm+m^3} = \frac{3 \cdot (n-m)}{(3n-m)^2} = \frac{3}{3n-m}$; в) $\frac{k^2-8k+16}{k-4} = \frac{(k-4)^2}{k-4} = k - 4$;
 г) $\frac{p-2q}{p^2-4pq+4q^2} = \frac{p-2q}{(p-2q)^2} = \frac{1}{p-2q}$.

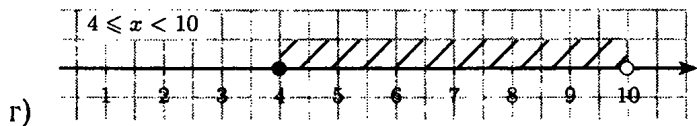
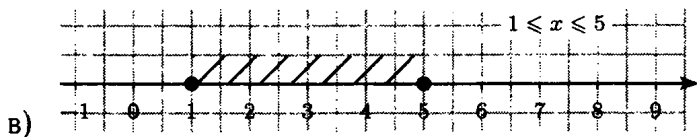
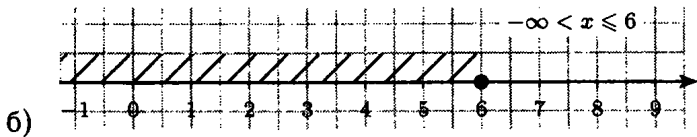
33. а) $\frac{b^2-25}{b-5} = \frac{(b-5)(b+5)}{b-5} = b + 5$; б) $\frac{2m-3}{4m^2-9} = \frac{2m-3}{(2m-3)(2m+3)} = \frac{1}{2m+3}$; в) $\frac{t^2-36}{6+t} = \frac{(t-6)(t+6)}{6+t} = t - 6$;
 г) $\frac{5k-21}{25k^2-41^2} = \frac{5k-21}{(5k-21)(5k+21)} = \frac{1}{5k+21}$.

34. а) $\frac{4p^2-2p+1}{8p^3+1} = \frac{(2p+1)^2}{(2p+1)(4p^2-2p+1)} = \frac{2p+1}{(4p^2-2p+1)}$;
 б) $\frac{27a^3+8}{2+3a} = \frac{(3a+2)(9a^2-6a+4)}{2+3a} = 9a^2 - 6a + 4$;
 в) $\frac{9+12z+16z^2}{27-64z^3} = \frac{9+12z+16z^2}{(3-4z)(9+12z+16z^2)} = \frac{1}{3-4z}$; г) $\frac{5+2m}{125+8m^3} = \frac{5+2m}{(5+2m)(25-10m+4m^2)} = \frac{1}{25-10m+4m^2}$.

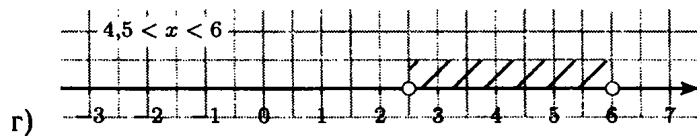
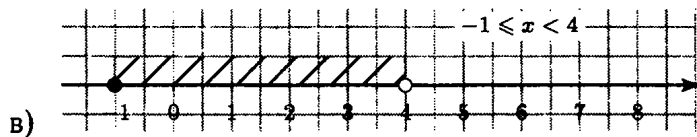
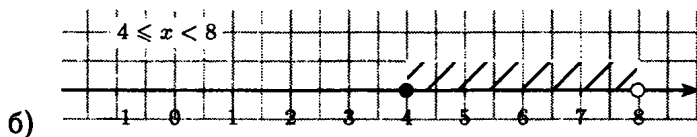
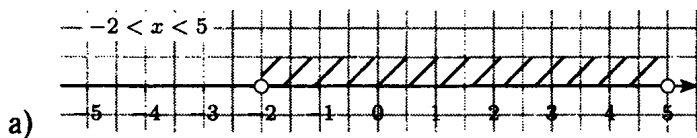
35. а) $\frac{9x^2-6x+1}{9x^2-1} = \frac{(3x-1)^2}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{3x-1}{3x+1}$; б) $\frac{16a^2-25b^2}{16a^2+40ab+25b^2} = \frac{(4a-5b)(4a+5b)}{(4a+5b)^2} = \frac{4a-5b}{4a+5b}$;
 в) $\frac{4m^2-9n^2}{9n^2-12mn+4m^2} = \frac{(2m-3n)(2m+3n)}{(3n-2m)^2} = -\frac{2m+3n}{2m-3n}$; г) $\frac{36t^2+12st+s^2}{s^2-36t^2} = \frac{(s+6t)^2}{(s-6t)(s+6t)} = \frac{s+6t}{s-6t}$.

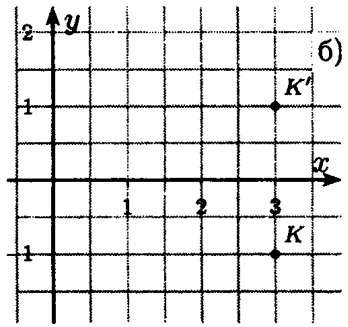
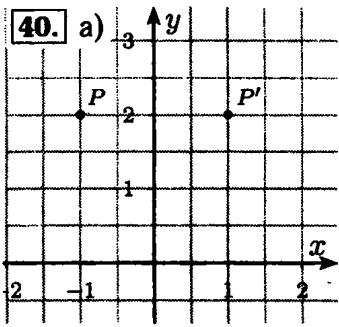
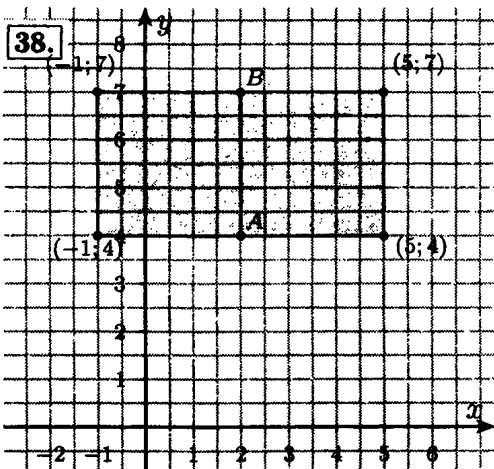
36.



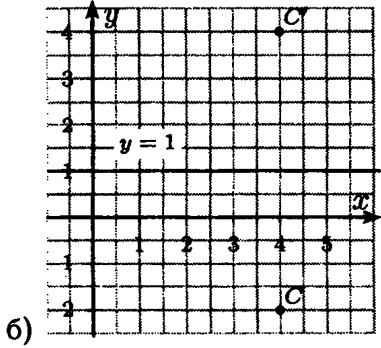
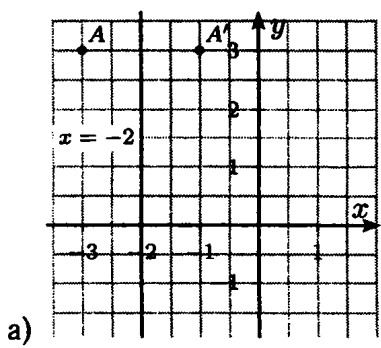


37.

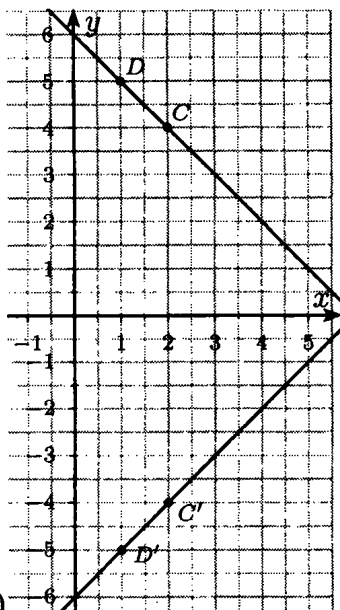




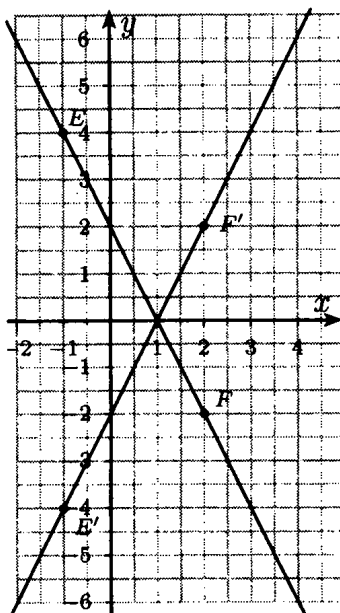
41.



42.

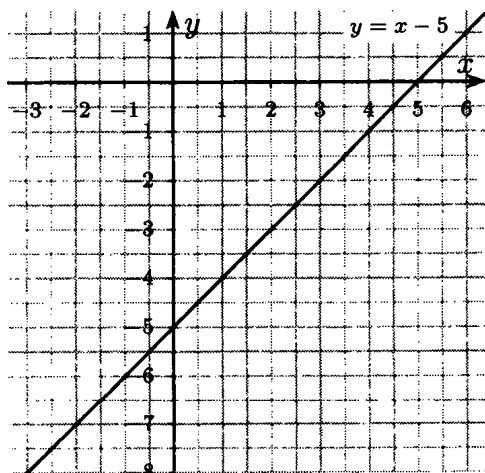


а)

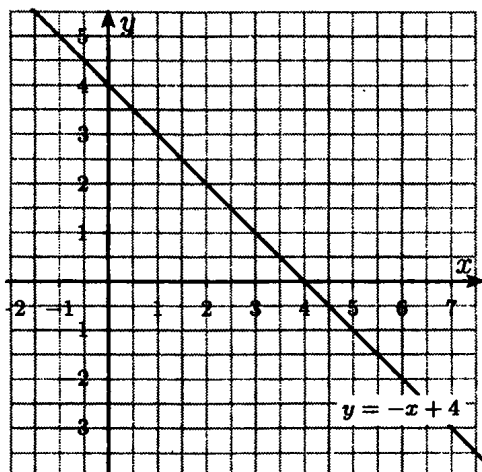


б)

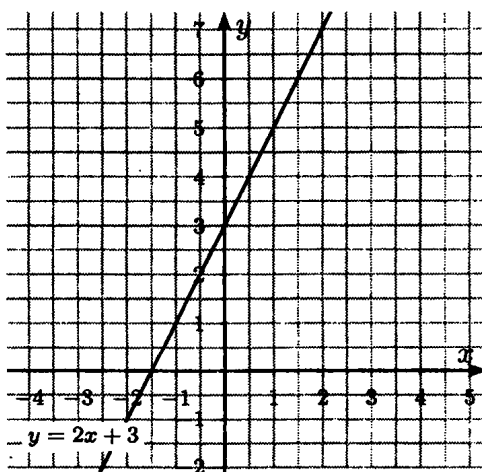
43.



а) $y = -3$ при $x = 2$; б) при $x = -3$, $y = -8$; в) при $x > 5$; г) при $x < 2$; д) функция возрастает.

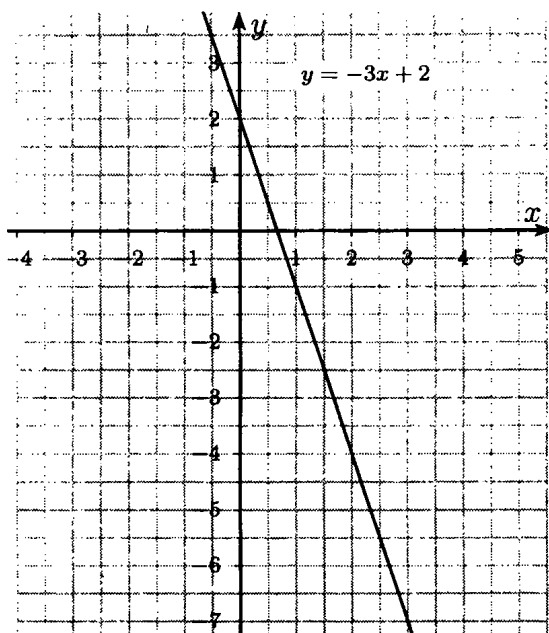
44.

- а) $y = 0$ при $x = 4$; б) при $x = -1$, $y = 5$; в) при $x > 4$;
 г) при $x > -1$; д) функция убывает.

45.

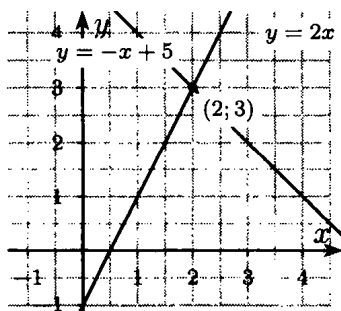
- а) $y = 7$ при $x = 2$; б) при $x = -2$, $y = -1$; в) при $x < 1,5$;
 г) при $x > 0$; д) функция возрастает.

46.

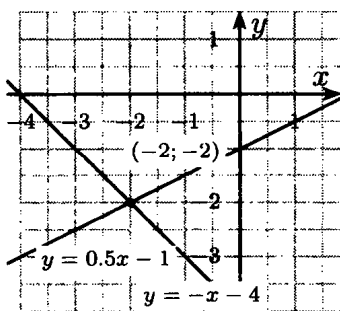


а) $y = -4$ при $x = 2$; б) при $x = 3$, $y = -7$; в) при $x < -\frac{2}{3}$; г) при $x < 1$; д) функция убывает.

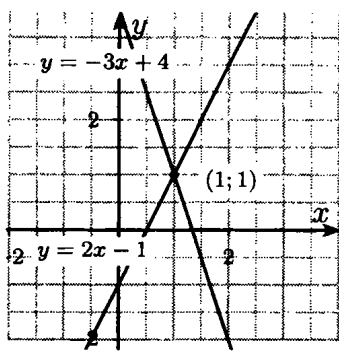
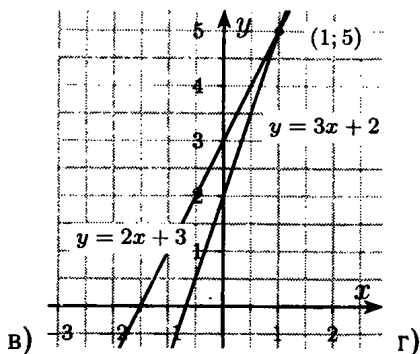
47.



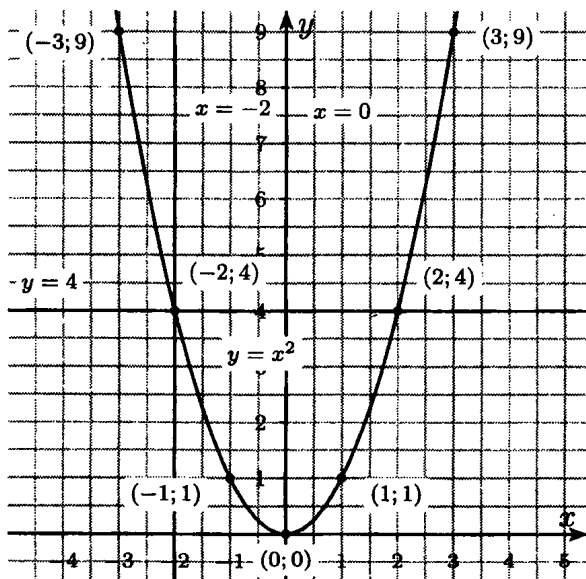
а)



б)

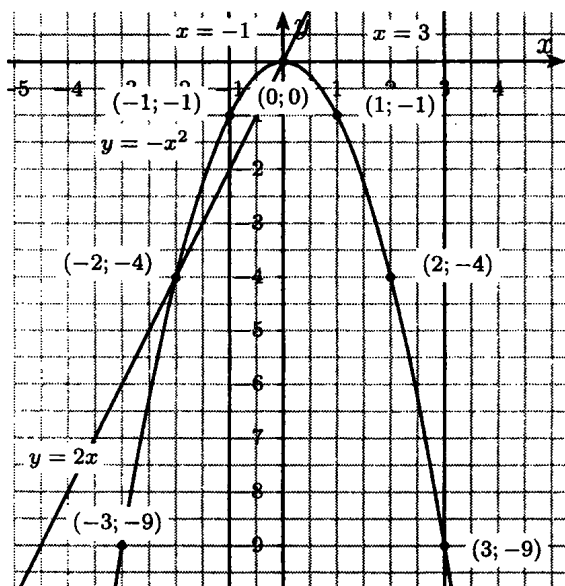


48.



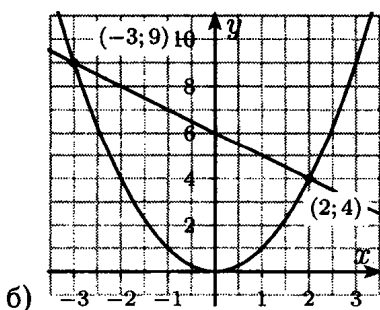
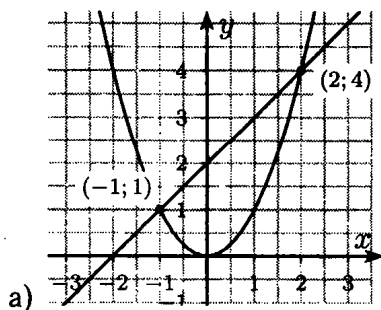
а), б), г) — результаты на графике; в) наибольшее значение — при $x = -2 \Rightarrow y = 4$, наименьшее при $x = 0 \Rightarrow y = 0$.

49.



а), б), г) — результаты на графике; в) наибольшее значение — при $x = -1 \Rightarrow y = -1$, наименьшее при $x = 3 \Rightarrow y = -9$.

50.

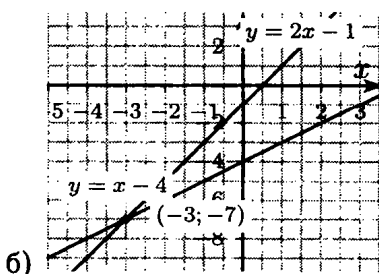
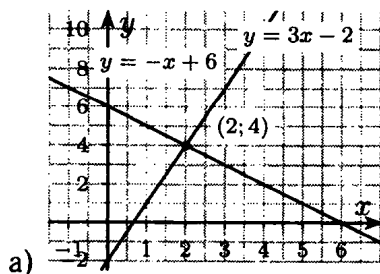


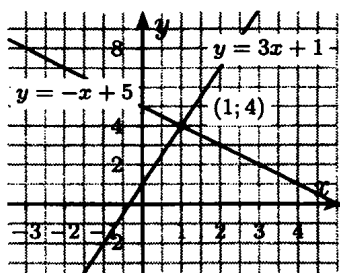
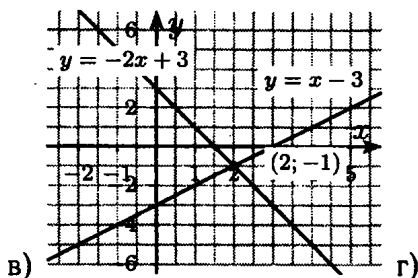
$$= 0 \Rightarrow (x^2 - 5x + 6) - (x^2 - 5x + 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 - x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow 2 \neq 0 - \text{уравнение не имеет решений};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} 10x^2 - (2x - 3)(5x - 1) &= 31 \Rightarrow 10x^2 - (2x \cdot 5x - 2x \cdot 1 - 3 \cdot 5x + 3 \cdot 1) = 31 \Rightarrow 10x^2 - 10x^2 + 17x - 3 = 31 \Rightarrow 17x - 3 = 31 \\ &\Rightarrow 17x - 3 + 3 = 31 + 3 \Rightarrow 17x - 3 + 3 = 34 \Rightarrow 17x = 34 \Rightarrow x = 2; \text{ г)} 12x^2 - (4x - 3)(3x + 1) = -2 \Rightarrow 12x^2 - \\ &- (12x^2 + 4x - 9x - 3) = -2 \Rightarrow 12x^2 - (12x^2 - 5x - 3) = -2 \Rightarrow 12x^2 - 12x^2 + 5x + 3 = -2 \Rightarrow 5x + 3 = -2 \Rightarrow 5x = \\ &= -5 \Rightarrow x = -1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{56. а)} 9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 &= 0 \Rightarrow 9x^2 - (3x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - ((3x)^2 + 2 \cdot 3x(-2) + (-2)^2) - 1 = 0 \\ &= 0 \Rightarrow 9x^2 - (3^2 \cdot x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2) - 1 = 0 \Rightarrow 9x^2 - (9x^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3x + 4) - 1 = 0 \\ &\Rightarrow 9x^2 - 9x^2 + 12x - 4 - 1 = 0 \Rightarrow 12x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{12}; \text{ б)} (2x - 3)^2 - 2x(4 + 2x) = 11 \Rightarrow 4x^2 - \\ &- 4x^2 - 12x - 8x + 9 = 11 \Rightarrow -20x + 9 = 11 \Rightarrow -20x + 9 - 9 = 2 \Rightarrow -20x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{10} = -0,1; \\ \text{в)} x + (5x + 2)^2 &= 25(1 + x^2) \Rightarrow x + (25x^2 + 20x + 4) = 25(x^2 + 1) \Rightarrow 21x + 25x^2 + 4 = 25x^2 + 25 \Rightarrow 21x = \\ &= 21 \Rightarrow x = 1; \text{ г)} (4x - 3)(3 + 4x) - 2x(8x - 1) = 0 \Rightarrow (16x^2 + 12x - 12x - 9) - (2x)(8x - 1) = 0 \\ &\Rightarrow 16x^2 - (16x^2 - 2x) - 9 = 0 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} = 4,5. \end{aligned}$$

57.





58.

$$a) \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ (x + 2y) + (3x - 2y) = -4 + 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 2y + 3x - 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x + 3x + 2y - 2y = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 4x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2 - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 - 2y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -2y + 6 = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y = 6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} ;$$

$$6) \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x - y)3 = 4 \cdot 3 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3(3x - y) = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ (2x + 3y) + (9x - 3y) = 10 + 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 3y + 9x - 3y = 22 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 2x + 9x + 3y - 3y = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ 11x = 22 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 9x - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot 2 - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 18 - 3y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3y = -6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} ;$$

$$\text{B) } \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ (x - 2y)(-4) = (-3)(-4) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -(x - 2y)4 = 3 \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -4(x - 2y) = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -(4x - 8y) = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -4x + 8y = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ (-4x + 8y) + (4x + 3y) = 12 + 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 11y = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4x + 3 \cdot 2 = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 6 = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} ;$$

$$\text{Г) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x - y)(-4) = 3(-4) \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -(x - y)4 = -3 \cdot 4 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4(x - y) = -12 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ 3x - 4y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ (3x - 4y) + (-4x + 4y) = 7 - 12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ -x = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -4 \cdot 5 + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20 + 4y = -12 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4y - 20 = -12 \\ x = 5 \\ x = 5 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

59.

$$\begin{aligned} \text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 7x - y = 56 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ (7x - y)4 = 56 \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 4(7x - y) = 224 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 28x - 4y = 224 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ (28x - 4y) + (3x + 4y) = 224 + 55 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ 31x = 279 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 3 \cdot 9 + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 27 + 4y = 55 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 28 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} y = 7 \\ x = 9 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 7 \end{cases} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ 6x + 4y = 13 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ (6x + 4y)(-2) = 13(-2) \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -12x - 8y = -26 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ (-12x - 8y) + (9x + 8y) = -26 + 21 \end{cases} &\Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -12x + 9x - 8y + 8y = -5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ -3x = -5 \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 9x + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 9 \cdot \frac{5}{3} + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} 15 + 8y = 21 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 8y = 6 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{4} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{B)} \quad & \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ (x + 2y)(-3) = 1(-3) \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -(3x + 3 \cdot 2y) = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -(3x + 6y) = -3 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x - 6y = -3 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ (-3x - 6y) + (3x - 5y) = -3 + 14 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x - 6y + 3x - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -3x + 3x - 6y - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ -11y = 11 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x - 5y = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5(-1) = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 3x + 5 \cdot 1 = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5 = 14 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{r)} \quad & \begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3x - 2y)2 = (-12)2 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ 5x + 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ (5x + 4y) + (6x - 4y) = -4 - 24 \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ 11x = -28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 4y = -24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} 6\left(-\frac{28}{11}\right) - 4y = -24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} -(44y + 168) = -11 \cdot 24 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} -44y - 168 = -264 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -44y = -96 \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{24}{11} \\ x = -\frac{28}{11} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{28}{11} \\ y = \frac{24}{11} \end{cases}$$

60. Пусть x — скорость первого мотоциклиста, тогда $x + 10$ — скорость второго. Составим и решим уравнение $350 - (3x + 3 \cdot (x + 10)) = 20 \Rightarrow 350 - 6x - 30 = 20 \Rightarrow 6x = 300 \Rightarrow 50$ км/ч — скорость первого мотоциклиста, а скорость второго $x + 10 = 50 + 10 = 60$ км/ч.

61. Пусть x — длина первого куска, тогда $x - 54$ — длина второго. Составим и решим уравнение $\frac{x-12}{(x-54)-12} = 4 \Rightarrow \frac{x-12}{x-66} = 4 \Rightarrow x-12 = 4x-264 \Rightarrow 3x = 252 \Rightarrow x = 84$ м — длина первого куска провода, $x - 54 = 30$ м — длина второго.

62. В универмаг привезли $100\% - 20\% = 80\% = 0,8$ ковров фабричной работы, что составляет $150 \cdot 0,8 = 120$ ковров.

63. Составим и решим уравнение $162 = 60 \cdot (t + 0,5) + 50t \Rightarrow 162 = 60t + 50t + 30 \Rightarrow 110t = 132 = 1,2$ ч = 1 ч 12 мин.

64. Пусть v — скорость катера. Составим и решим уравнение $5 \cdot (v + 3) + 3 \cdot (v - 3) = 126 \Rightarrow 5v + 15 + 3v - 9 = 126 \Rightarrow 8v = 120 \Rightarrow v = 15$ км/ч.

65. Пусть x — скорость первого пешехода, а y — скорость второго. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 3,75 \cdot (x + y) = 30 \\ (2 + 2,5)x + 2,5y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3,75x + 3,75y = 30 \\ 4,5x + 2,5y = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 1,8x + y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ 1,8x + y - (x + y) = 12 - 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 0,8x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 + y = 8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3 \text{ км/ч} \\ x = 5 \text{ км/ч} \end{cases}$$

66. Пусть x — количество лома с 5%-ным содержанием никеля, а y — с 40%-ным. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 0,05x + 0,4y = 140 \cdot 0,3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 20 \cdot (0,05x + 0,4y) = 42 \cdot 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 140 \\ x + 8y = 840 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 7y = 700 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ кг} \\ y = 100 \text{ кг} \end{cases}$$

67. Пусть x — производительность труда первого рабочего, а y — производительность труда второго. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 15x + 14y = 1020 \\ 3x - 2y = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 14y = 1020 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 15x + 14y + (21x - 14y) = 1020 + 420 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 36x = 1440 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ 21x - 14y = 420 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 30 \end{cases}$$

68. Пусть x — число десятков, а y — число единиц. Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 10x + y = 7 \cdot (x + y) + 3 \\ (10x + y) - (10y + x) = 36 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 10x + y = 7x + 7y + 3 \\ 10x + y - 10y - x = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 6y = 3 \\ 9x - 9y = 36 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - x - 2y + y = 1 - 4 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 4 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

Глава 1. Алгебраические дроби

§1. Основные понятия

1.1. а) дробь; б) многочлен; в) дробь; г) дробь.

1.2. а) многочлен; б), в), г) — алгебраические дроби.

1.3. а) $\frac{a-5}{a+5}$; $a+5=0$, значит $a=-5$ — недопустимое значение; б) $\frac{5e}{4+10e}$; $4+10e=0$; $e=-\frac{4}{10}$ — недопустимое значение; в) $\frac{3x-9}{1+x}$; $x=-1$ — недопустимое значение; г) $\frac{15m+4}{m^2+1}$; $m^2+1>0$ всегда, значит дробь имеет смысл при любых m .

1.4. а) $\frac{9x^2}{x(x+2)}$; $x(x+2)=0$ при $x_1=0$, $x_2=-2$;

б) $\frac{45z^3+5}{z(23z+69)}$; $z(23z+69)=0$ при $z_1=0$, $z_2=-3$;

в) $\frac{8y^2}{y(y-4)}$; $y(y-4)=0$ при $y_1=0$, $y_2=4$; г) $\frac{72t^2-17}{2t(15t-60)}$; $2t(15t-60)=0$ при $t_1=0$, $t_2=4$.

1.5. а) $\frac{3a^2+5}{(a+2)(a+3)}$; $(a+2)(a+3)=0$ при $a_1=-2$, $a_2=-3$;

б) $\frac{8b^3+14}{(2b-7)(3b+9)}$; $(2b-7)(3b+9)=0$ при $b_1=3,5$, $b_2=-3$;

в) $\frac{31c^2}{(c+12)(c-19)}$; $(c+12)(c-19)=0$ при $c_1=-12$, $c_2=19$;

г) $\frac{99d^2-53}{(3d-4)(5d-45)}$; $(3d-4)(5d-45)=0$ при $d_1=\frac{4}{3}$, $d_2=-9$.

1.6. а) $\frac{4x^2-2x-3}{(x-3)(x+3)}$; $(x-3)(x+3)=0$ при $x_1=3$, $x_2=-3$;

б) $\frac{35p-24}{(p+4)(p-4)}$; $(p+4)(p-4)=0$ при $p_1=-4$, $p_2=4$;

в) $\frac{17s+1}{(s-2)(2+s)}$; $(s-2)(2+s)=0$ при $s_1=2$, $s_2=-2$;

г) $\frac{t^2-4t-1}{t^2-36}$; $t^2-36=0$ при $t_1=-6$, $t_2=6$.

1.7. а) $\frac{10}{x-3}$; б) $\frac{15y}{2y(y-12)}$; в) $\frac{2z}{(z+4)(z+7)z}$; г) $\frac{100}{x^2+50}$.

1.8. а) $\frac{x-4}{x+2}$; $x-4=0$ при $x=4$; б) $\frac{x^2+1}{x^2}$; $x^2+1 \neq 0$;

в) $\frac{2x+6}{x-2}=0$; $2x+6=0$ при $x=-3$; г) $\frac{x+1}{x^2+1}=0$; $x+1=0$ при $x=-1$.

1.9. а) $\frac{3x^2}{x(x-2)}=0$; если $3x^2=0$ при $x=0$, но так как x стоит в знаменателе, поэтому данная дробь не равна 0 ни при каких значениях x ; б) $\frac{x^2-4}{x-2}=0$; $x^2-4=0$, т. е. при $x=\pm 2$, но так как $x \neq 2$, поэтому дробь равна

нулю только при $x = -2$; в) $\frac{x(x+3)}{(x+3)^2} = 0$; $x(x+3) = 0$, т. е. при $x = 0$ и $x = -3$, но так как $x \neq -3$, поэтому дробь равна нулю только при $x = 0$; г) $\frac{x(x+1)}{x^2-1} = 0$; $x(x+1) = 0$, т. е. при $x = 0$ или $x = -1$, но так как $x \neq \pm 1$, поэтому данная дробь равна нулю только при $x = 0$.

1.10. а) при $x = 3$, $\frac{x-2}{x-3} = \frac{3-2}{3-3} = \frac{1}{0}$; б) при $t = 4$, $s = -1 \frac{(t-7)^2}{2s} = \frac{(4-7)^2}{2 \cdot (-1)} = \frac{(-3)^2}{-2} = \frac{9}{-2} = -\frac{9}{2}$; в) при $y = 4 \frac{y+6}{y-2} = \frac{4+6}{4-2} = \frac{10}{2} = 5$; г) при $x = 2$, $y = -2 \frac{x-5}{(2y+3)^2} = \frac{2-5}{(2 \cdot (-2)+3)^2} = \frac{-3}{(-4+3)^2} = \frac{-3}{(-1)^2} = -3$.

1.11. а) при $p = -2$, $\frac{(p+8)^2}{p^2+4} = \frac{(-2+8)^2}{(-2)^2+4} = \frac{6^2}{4+4} = \frac{36}{8} = 4,5$; б) при $t = 4$, $s = -1$; $\frac{(t+4s)^2}{2st} = \frac{(4+4 \cdot (-1))^2}{2 \cdot 4 \cdot (-1)} = 0$; в) при $s = \frac{1}{2}$; $\frac{s^2-1}{-2s} = \frac{(\frac{1}{2})^2-1}{-2 \cdot (\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{4}-1}{-1} = \frac{\frac{1}{4}-1}{-1} = \frac{3}{4}$; г) при $x = 2$, $y = -2$; $\frac{x-5y}{x^2-y^2} = \frac{2-5 \cdot (-2)}{2^2-(-2)^2}$ — знаменатель обращается в ноль.

1.12. а) $2b - a = -(a - 2b) = -3$; б) $2a - 4b = 2 \times (a - 2b) = 2 \cdot 3 = 6$; в) $\frac{4b-2a}{3} = \frac{-2 \cdot (a-2b)}{3} = \frac{-2 \cdot 3}{3} = -2$; г) $\frac{6}{2a-4b} = \frac{6}{2 \cdot (a-2b)} = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$.

1.13. Пусть v км/ч — скорость передвижения туристов по лесной тропе. Тогда $(v+1)$ км/ч — скорость передвижения по шоссе. Составим выражение $\frac{6}{v} + \frac{10}{v+1} = 3,5$.

1.14. Пусть v км/ч — собственная скорость катера. Составим выражение $\frac{18}{v+2} + \frac{14}{v-2} = 1\frac{1}{3}$.

1.15. Пусть x км/ч — скорость первого автомобиля, тогда $x+20$ — скорость второго. Составим выражение $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$.

1.16. Пусть x км/ч — скорость грузовика, $(x+20)$ км/ч — скорость автомобиля. Составим выражение $\frac{40}{x} - \frac{10}{x+20} = \frac{10}{60}$.

1.17. Пусть x км/ч — скорость первой группы, $(x+1)$ км/ч — скорость второй группы. Составим выражение $\frac{12}{x} - \frac{10}{x+1} = 1$.

1.18. Пусть x км/ч — скорость течения реки, $(30+x)$ км/ч — скорость лодки по течению, $(30-x)$ км/ч —

скорость лодки против течения. Известно, что по течению лодка прошла 48 км, значит она затратила $\frac{48}{30+x}$ ч, Против течения лодка шла 42 км, и затратила $\frac{42}{30-x}$ ч, Составим и решим уравнение $\frac{48}{30+x} = \frac{42}{30-x} \Rightarrow \frac{48 \cdot (30-x)}{30-x} - \frac{42 \cdot (30+x)}{30-x} = 0 \Rightarrow \frac{48 \cdot 30 - 48x - 42 \cdot 30 - 42x}{(30+x) \cdot (30-x)} = 0 \Rightarrow 30 \cdot (48 - 42) - 90x = 0 \Rightarrow -90x = -180 \Rightarrow x = 2$ км/ч.

1.19. Пусть x км/ч — скорость автобуса, тогда $(x + 30)$ км/ч — скорость автомобиля. Время затраченное автобусом $\frac{160}{x}$ ч., а автомобилем $\frac{280}{x+30}$ ч. По условию задачи $\frac{160}{x} = \frac{280}{x+30} \Rightarrow \frac{160 \cdot (x+30)}{x} - \frac{280x}{x+30} = 0 \Rightarrow 160x + 4800 - 280x = 0 \Rightarrow -120x = -4800 \Rightarrow x = -4800 : (-120) = 40$ км/ч

1.20. а) при $x > 0, y > 0; \frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} > 0$; б) при $x > 0, y < 0; \frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} > 0$; в) при $x < 0, y > 0; \frac{x}{y} < 0, \frac{x^2}{y} > 0, \frac{x}{y^2} < 0$; г) при $x < 0, y < 0; \frac{x}{y} > 0, \frac{x^2}{y} < 0, \frac{x}{y^2} < 0$.

1.21. а) $\frac{5}{a^2+7} > 0; 5 > 0$ и $a^2 + 7 \geq 7$ для любых a ; б) $\frac{-3}{b^2+4} < 0; -3 < 0$ и $b^2 + 4 \geq 4$; в) $\frac{(x-3)^2}{a^2+8} \geq 0; a^2 + 8 \geq 8$ и $(x-3)^2 \geq 0$; г) $\frac{(y-6)^2}{-y^2-3} \leq 0; (y-6)^2 \geq 0$ и $-y^2 - 3 = -(y^2 + 3) \leq -3$.

1.22. а) при $a = 4, b = -2; \frac{(3a-b)^2}{a+b} = \frac{(3 \cdot 4 + 2)^2}{4-2} = 98$; б) при $c = -2, d = 1; \frac{c^6-1}{d^4+2} = \frac{(-2)^6-1}{1^4+2} = \frac{(-2)^3 \cdot (-2)^3-1}{3} = \frac{64-1}{3} = 21$; в) при $x = 3, y = 4; \frac{(x-y)^4}{x^2+y^2} = \frac{(3-4)^4}{3^2+4^2} = \frac{(-1)^4}{9+16} = \frac{1}{25}$; г) при $m = 2, n = 1; \frac{2mn}{m^3+n^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot (-1)}{(2^3)+(-1)^3} = \frac{-4}{8-1} = -\frac{4}{7}$.

1.23. а) при $a = 4, b = -2; \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} = \frac{4^2-(-2)^2}{(4-2)^2} = \frac{16-4}{4} = \frac{12}{4} = 3$; б) при $c = -2, d = 10; \frac{c^2+dc}{c^2+d^2} = \frac{c(c^2+d)}{d(c^2+d)} = \frac{c}{d} = -\frac{1}{5}$; в) при $x = 13, y = 12; \frac{x^2+y^2}{x^4-y^4} = \frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2) \cdot (x^2+y^2)} = \frac{1}{x^2-y^2} = \frac{1}{169-144} = \frac{1}{25}$; г) при $m = 2, n = -1; \frac{m^4-n^4}{m^3n-mn^3} = \frac{(m^2-n^2) \cdot (m^2+n^2)}{mn(m^2-n^2)} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{4+1}{-2} = -2$.

1.24. а) при любом x ; б) при $b \neq 0$; в) при любом x ; г) при $m \neq 0$.

1.25. а) $x \neq -\frac{5}{2}$; $x \neq \frac{1}{3}$; б) $y \neq -\frac{1}{3}$; $y \neq \frac{3}{5}$; в) $s \neq -\frac{1}{44}$; $s \neq \frac{3}{32}$; г) $r \neq \frac{25}{9}$; $r \neq 3$.

1.26. а) $a \neq 1$; б) $4b^2 - 4b + 1 = (2b - 1)^2$, поэтому $b \neq \frac{1}{2}$; в) $c \neq -3$; г) $4m^2 + 36m + 81 = (2m + 9)^2 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{9}{2}$.

1.27. а) $a \neq -17$; $a \neq -8$; $a \neq 9$; б) $b \neq -\frac{4}{3}$; $b \neq -\frac{1}{2}$; $b \neq \frac{8}{3}$. в) $c \neq -3$; $c \neq -\frac{8}{7}$; $c \neq \frac{1}{2}$. г) $d \neq -1$; $d \neq -\frac{7}{5}$.

1.28. а) $b \neq 0$; $b \neq \frac{2}{3}$. б) $k \neq \pm 3$; в) $s \neq -\frac{1}{2}$; $s \neq 0$; г) $m \neq \pm 2$.

1.29. а) $a \neq -17$; $a \neq 0$; $a \neq 3$; б) $b \neq -\frac{1}{2}$; $b \neq \pm \frac{4}{3}$ ($9b^2 - 16 = (3b - 4)(3b + 4)$); в) $c \neq -8$; $c \neq 0$; $c \neq 3$; г) $d = -\frac{5}{7}$; $d \neq \pm \frac{1}{2}$ ($4d^2 - 1 = (2d - 1)(2d + 1)$).

1.30. Дробь обращается в нуль при $2m^2 - 2 = 0 \Rightarrow m = 1$, а при $m(m+1)(m-2) \Rightarrow m = -1$, $m = 0$ и $m = 2$ не имеет смысла.

1.31. а) так как $a^2 + 1 \neq 0$ ни при каких a , то $\frac{(a+2)^2 - 4 \cdot (a+1) - a^2}{a+1} = \frac{a^2 + 4a + 4 - 4a - 4 - a^2}{a^2 + 1} = \frac{0}{a^2 + 1} = 0$; б) так как $x^2 + 3 \neq 0$ ни при каких x , то $\frac{9+x(x-6)-(x-3)^2}{x^2+3} = \frac{9+x^2-6x-x^2+6x-9}{x^2+3} = \frac{0}{x^2+3} = 0$.

1.32. Знаменатели данных дробей равны нулю при любых значениях переменной, поэтому эти дроби не имеют смысла: а) $(x-3) \cdot (x^2 + 3x + 9) - x(x^2 + 3) + 3x \cdot (9+x) = x^3 - 27 - x^3 - 3x + 27 + 3x = 0$; б) $2 \cdot (4-a) - (a+2) \cdot (a^2 - 2a + 4) + a(a^2 + 2) = 8 - 2a - (a^3 + 8) + a^3 + 2a = 0$.

1.33. $5a - 10b = 18 \Rightarrow 5 \cdot (a - 2b) = 18 \Rightarrow a - 2b = \frac{18}{5} = 3,6$; а) $3a - 6b = 3 \cdot (a - 2b) = 3 \cdot 3,6 = 10,8$; б) $\frac{7,2}{a-2b} = 7,2 : 3,6 = 2$; в) $\frac{8b-4a}{3} = \frac{-4 \cdot (a-2b)}{3} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{18}{5} = -4\frac{4}{5}$; г) $\frac{a^2-4ab+4b^2}{3,6} = \frac{(a-2b)^2}{3,6} = \frac{3,6^2}{3,6} = 3,6$.

1.34. а) $x - 3y = \frac{1}{3} \cdot (3x - 9y) = \frac{1}{3}$; б) $\frac{6}{x-3y} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$; в) $\frac{12y-4x}{5} = \frac{-\frac{4}{3} \cdot (3x-9y)}{5} = -\frac{4}{15}$; г) $(9y^2 - 6xy + x^2) \cdot 3 = (3y - x^2) \cdot 3 = (\frac{1}{3})^2 \cdot 3 = \frac{1}{3}$.

1.35. а) $-\frac{a}{b} = -3$; б) $\frac{b}{a} = 1 : (\frac{a}{b}) = \frac{1}{3}$; в) $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = 4$; г) $\frac{b+2a}{a} = \frac{b}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{1}{3}$.

1.36. а) $\frac{x}{2y} = \left(\frac{x}{y}\right) : 2 = \frac{1}{10}$; г) $\frac{x-y}{x} = \frac{x}{y} - \frac{x}{y} = \frac{1}{5} - 1 = -\frac{4}{5}$; б) $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 5 = 6$;
 в) $\frac{y}{2x} = \frac{1}{2} : \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{5}{2}$.

1.37. а) при $\frac{x}{y} = 0,2$ $\frac{x+y}{x} = \frac{x}{x} + \frac{y}{x} = 1 + 1 : \left(\frac{x}{y}\right) = 1 + 1 : 0,2 = 6$; б) при $\frac{x}{y} = 0,4$ $\frac{3x-8y}{y} = \frac{3x}{y} - \frac{8y}{y} = 3 \cdot 0,4 - 8 = -6,8$.

1.38. Из $\frac{a+2b}{b} = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{2b}{b} = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} + 2 = 7 \Rightarrow \frac{a}{b} = 5$: а) $\frac{a}{b} = 5$; б) $\frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 - 1 = 9$;
 в) $\frac{2a+3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} + 3 \cdot \frac{b}{b} = 2 \cdot 5 + 3 = 13$; г) $\frac{4b-a}{2a} = \frac{4b}{2a} - \frac{a}{2a} = 2 : \left(\frac{a}{b}\right) - \frac{1}{2} = 2 : 5 - \frac{1}{2} = -0,1$.

1.39. Из $\frac{x-3y}{y} = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} - \frac{3y}{y} = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} - 3 = 12 \Rightarrow \frac{x}{y} = 15$:
 а) $\frac{x}{y} = 15$; б) $\frac{y}{x} = 1 : 15 = \frac{1}{15}$; в) $\frac{2x+y}{y} = 2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right) + \frac{y}{y} = 2 \times 15 + 1 = 31$; г) $\frac{3x-y}{2x} = \frac{3x}{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : 15 = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$.

1.40. а) $\frac{n+3}{n} = 1 + \frac{3}{n} \Rightarrow n = 1, 3$; б) $\frac{2n+5}{n} = 2 + \frac{5}{n} \Rightarrow n = 1, 5$; в) $\frac{6-n}{n} = \frac{6}{n} - 1 \Rightarrow n = 1, 2, 3$; г) $\frac{45-7n}{n} = \frac{45}{n} - 7 \Rightarrow n = 1, 3, 5$.

1.41. а) $\frac{12}{x} = \frac{12}{x+1}$. Из города в деревню вышли два пешехода. Второй пешеход шёл со скоростью на 1 км/ч больше чем первый, и пришёл на 1 час раньше. Найдите скорости пешеходов, если расстояние между городом и деревней 12 км.

б) $\frac{24}{x+2} = \frac{16}{x-2}$. Катер проходит по реке по течению 24 км, а против течения 16 км за одинаковое время. Найти собственную скорость катера, если известно что скорость течения реки 2 км/ч.

в) $\frac{20}{x} = \frac{25}{x+1}$. Два туриста вышли одновременно. Второй турист шёл со скоростью, на 1 км/ч больше, чем первый. Известно, что за одно и то же время первый турист прошёл 20 км, а второй 25 км. Найдите сколько времени были туристы в пути.

г) $\frac{10}{x-1} - \frac{9}{x+2} = \frac{1}{2}$. Найдите скорость движения велосипедиста, если двигаясь со скоростью на 1 км/ч меньше обычной он проезжает расстояние в 10 км на 30 мин.

медленнее, чем проезжая 9 км двигаясь со скоростью на 2 км/ч быстрее обычного.

§2. Основное свойство алгебраической дроби

2.1. а) $\frac{4b}{7} = \frac{12ab}{21a}$; б) $-\frac{a}{b} = \frac{a^2}{-ab}$; в) $\frac{m^2}{n} = \frac{5m^{2r}}{5rn}$; г) $\frac{-pq}{p^2s} = -\frac{q}{ps}$.

2.2. а) да, так как $\frac{xn}{n(x+y)} = \frac{x}{x+y}$; б) нет; в) да, так как $\frac{a^2-ab}{a^2} = \frac{a(a-b)}{a \cdot a} = \frac{a-b}{a}$; г) нет.

2.3. а) $\frac{15ab}{12bc} = \frac{5a}{4c}$; б) $\frac{14k^2l}{7kl^2} = \frac{2k}{l}$; в) $\frac{144xy}{63yz} = \frac{16x}{7z}$; г) $\frac{135p^3q^2}{25q^2p} = \frac{27}{5}p^2$.

2.4. а) $\frac{4 \cdot (a-b)}{5(a-b)^2} = \frac{4}{5 \cdot (a-b)}$; б) $\frac{13(x+4)^3}{26x(x+4)} = \frac{(x+4)^2}{2x}$; в) $\frac{8(k+1)^2}{9(k+1)^3} = \frac{8}{9 \cdot (k+1)}$; г) $\frac{48m(2m-n)^3}{60n(2m-n)^3} = \frac{4m}{5n}$.

2.5. а) $\frac{2^4}{2^6} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; б) $\frac{4^3}{4^2} = 4$; в) $\frac{7^{12}}{7^{10}} = 7^2 = 49$; г) $\frac{6^3}{6^2} = 6$.

2.6. а) $\frac{64}{4^2} = \frac{4^3}{4^2} = 4$; б) $\frac{24}{2^3} = \frac{8 \cdot 3}{2^3} = \frac{2^3 \cdot 3}{2^3} = 3$; в) $\frac{625}{5^5} = \frac{25 \cdot 25}{5^5} = \frac{5^2 \cdot 5^2}{5^5} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{3^3}{54} = \frac{27}{54} = \frac{1}{2}$.

2.7. а) $\frac{3^3 \cdot 12^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot (3 \cdot 4)^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^3 \cdot 3^4 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = \frac{3^7 \cdot 4^4}{3^5 \cdot 4^2} = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \times$
 $\times 16 = 144$; б) $\frac{14^7 \cdot 28^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{7^7 \cdot 2^7 \cdot 7^2 \cdot 4^2}{7^9 \cdot 2^4} = \frac{(7^5 \cdot 2^{11})}{(7^9 \cdot 2^4)} = 2^7 = 128$;

в) $\frac{625 \cdot 15^3}{5^3 \cdot 3^3} = \frac{5^4 \cdot 3^3 \cdot 3^3}{5^5 \cdot 3^3} = 5^2 = 25$; г) $\frac{11^5 \cdot 5^6}{25 \cdot 55^5} = \frac{11^5 \cdot 5^6}{5^2 \cdot 5^5 \cdot 11^5} = \frac{1}{5}$.

2.8. а) $\frac{5a}{7} = \frac{5a \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40a}{56}$; б) $\frac{26m}{112} = \frac{13m}{56}$; в) $\frac{3k}{8} = \frac{3k \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{21k}{56}$; г) $\frac{27t}{168} = \frac{9t}{56}$.

2.9. а) $\frac{2b}{3a} = \frac{2b \cdot 12}{3a \cdot 12} = \frac{24b}{36a}$; б) $\frac{5an}{36a^2} = \frac{5n}{36a}$; в) $\frac{7s}{36} = \frac{7s \cdot a}{36 \cdot a} = \frac{7as}{36a}$; г) $\frac{9d}{108ad} = \frac{3}{36a}$.

2.10. а) $\frac{581}{28mn} = \frac{291}{14mn}$; б) $\frac{1}{2n} = \frac{1 \cdot 7m}{2n \cdot 7m} = \frac{7m}{14mn}$; в) $\frac{27mk}{42m^{2n}} = \frac{3 \cdot 9k}{3 \cdot 2n} = \frac{9k}{2n}$; г) $\frac{3}{7m} = \frac{7m \cdot 2n}{7m \cdot 2n} = \frac{14mn}{14mn}$.

2.11. а) $\frac{1}{8xy} = \frac{1 \cdot 3x}{8xy \cdot 3x} = \frac{3x}{24x^2y}$; б) $\frac{15xz}{120x^2y} = \frac{3xz}{24x^2y}$; в) $\frac{2x}{3y} = \frac{2x \cdot 8x^2}{3y \cdot 8x^2} = \frac{16x^3}{24x^2y}$; г) $\frac{22a^2y^2}{48x^2y^3} = \frac{11a^2}{24x^2y}$.

2.12. а) $\frac{19x^2}{5}$ и $\frac{35y^2}{5}$; б) $\frac{50y^3}{5y}$ и $\frac{8x^3}{5y}$; в) $\frac{21m^2}{7}$ и $\frac{6n^2}{7}$; г) $\frac{a^2}{10b}$ и $\frac{100b^2}{10b}$.

2.13. а) $\frac{x}{x-y}$ и $\frac{5x(x-y)}{x-y}$; б) $\frac{7y}{x+y}$ и $\frac{(x-y) \cdot (x+y)}{x+y}$; в) $\frac{9a^2 \cdot (a+9)}{a+9}$ и $\frac{a^2}{a+9}$; г) $\frac{(5-b) \cdot (5+b)}{5+b}$ и $\frac{8b}{5+b}$.

2.14. а) $\frac{2ab}{a+b}$ и $\frac{(a+b)^2}{a+b}$; б) $\frac{x-y}{x+y}$ и $\frac{x^3+y^3}{x+y}$; в) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$ и $\frac{a^{2b}}{a-b}$;
 г) $\frac{x+2}{x-2}$ и $\frac{x^2-8}{x-2}$.

2.15. а) $\frac{10a}{12}$ и $\frac{7b}{12}$; б) $\frac{9a^2}{24}$ и $\frac{10ab}{24}$; в) $\frac{21d}{48}$ и $\frac{43c}{48}$; г) $\frac{80t^2}{350}$ и $\frac{49x^2}{350}$.

2.16. а) $\frac{b}{3a}$ и $\frac{9}{a}$; б) $\frac{14}{24c}$ и $\frac{33}{8c}$; в) $\frac{25}{10b}$ и $\frac{4}{10b}$; г) $\frac{111a}{432d}$ и $\frac{40a}{432d}$.

2.17. а) $\frac{y^2}{xy}$ и $\frac{x^2}{xy}$; б) $\frac{a^3}{2a^2b^2}$ и $\frac{b^3}{2a^2b^2}$; в) $\frac{n^3}{m^2}$ и $\frac{m^3}{n^2}$; г) $\frac{3c^3}{5ct}$ и $\frac{t^3}{5ct}$.

2.18. а) $\frac{2 \cdot (a+b)b}{10ab}$ и $\frac{a(a-b)}{10ab}$; б) $\frac{21d^4}{180cd}$ и $\frac{25c^4}{180cd}$; в) $\frac{x(3-x)}{12xy}$ и $\frac{3y(y+2)}{12xy}$; г) $\frac{20n^4}{270m^2n}$ и $\frac{63m^4}{270m^2n}$.

2.19. а) $\frac{2b^2}{2ab}$ и $\frac{c}{2ab}$; б) $\frac{5+p}{b^3}$ и $\frac{4pb}{b^3}$; в) $\frac{2m^2}{6mn}$ и $\frac{5}{6mn}$; г) $\frac{m+n}{n^3}$ и $\frac{m^{2n}}{n^3}$.

2.20. а) $\frac{x^{2v}}{5y^2}$ и $\frac{5 \cdot (x-3)}{5y^2}$; б) $\frac{xy}{15x^2y^2}$ и $\frac{3}{15x^2y^2}$; в) $\frac{18ac}{6ad^2}$ и $\frac{d(c+d)}{6ad^2}$;
 г) $\frac{15ty}{20x^2y^2}$ и $\frac{8tx}{20x^2y^2}$.

2.21. а) $\frac{16a}{30a^3b^3}$ и $\frac{9b}{30a^3b^3}$; б) $\frac{4m(7n+m)}{252m^3n^4}$ и $\frac{7n(n-4m)}{252m^3n^4}$; в) $\frac{55p^5c}{140p^8q^{31}}$ и $\frac{16q^{30}c}{140p^8q^{31}}$; г) $\frac{5 \cdot (2y^2-x)}{120x^4y^3}$ и $\frac{2 \cdot (8y+5x^2)y^2}{120x^4y^3}$.

2.22. а) $\frac{ab}{a(a+b)}$ и $\frac{13b(a+b)}{a(a+b)}$; б) $\frac{(1+a) \cdot (a-4)}{a^2 \cdot (a-4)}$ и $\frac{a^2 \cdot (a-1)}{a^2 \cdot (a-4)}$;
 в) $\frac{2c(b-c)}{b(b-c)}$ и $\frac{b^2}{b(b-c)}$; г) $\frac{x^3 \cdot (x-y)}{x^3 \cdot (x+y)}$ и $\frac{(x+3) \cdot (x+y)}{x^3 \cdot (x+y)}$.

2.23. а) $\frac{b(a-1)}{a(a-1)}$ и $\frac{b^2}{a(a-1)}$; б) $\frac{c(c+1)}{c(c-1)}$ и $\frac{c-3}{c(c-1)}$; в) $\frac{c+d}{c(c-d)}$ и $\frac{d(c-d)}{c(c-d)}$; г) $\frac{x^2}{y(y+x)}$ и $\frac{y^2}{y(y+x)}$.

2.24. а) $\frac{b(a-b)}{2a(a-b)}$ и $\frac{2 \cdot (a+b)}{2a(a-b)}$; б) $\frac{(a-1)^2}{a^2 \cdot (a-1)}$ и $\frac{a(a+1)}{a^2 \cdot (a-1)}$; в) $\frac{3 \cdot (m-n)}{m(m+n)}$ и $\frac{n(m+n)}{3m(m+n)}$; г) $\frac{m(m-4)}{m^2 \cdot (m+2)}$ и $\frac{(m-2) \cdot (m+2)}{m^2 \cdot (m+2)}$.

2.25. а) $\frac{34x}{6x-6}$ и $\frac{11}{6x-6}$; б) $\frac{b(b-2)}{ab(b+2)}$ и $\frac{a(a+2)}{ab(b+2)}$; в) $\frac{5x}{8x+8e}$ и $\frac{18y}{8x+8y}$; г) $\frac{y(x-3)}{xy(x-y)}$ и $\frac{x(y-3)}{xy(x-y)}$.

2.26. а) $\frac{5m(m+8)}{m^2-64}$ и $\frac{6n(m-8)}{m^2-64}$; б) $\frac{(a-b)^2}{b(a^2-b^2)}$ и $\frac{4a(a+b)}{b(a^2-b^2)}$;
 в) $\frac{(q+10)^2}{q^2-100}$ и $\frac{3q(q-10)}{q^2-100}$; г) $\frac{(x+1)^2}{y(x^2-1)}$ и $\frac{(x-1)^2}{y(x^2-1)}$.

2.27. а) $\frac{3c(c-d)}{d(c^2-d^2)}$ и $\frac{(c+d) \cdot (c+3)}{d(c^2-d^2)}$; б) $\frac{x^3-8}{x(4-x^2)}$ и $\frac{(2-x)^2}{x(4-x^2)}$;
 в) $\frac{(x-2) \cdot (x+1)}{y(x^2-1)}$ и $\frac{2y(x-1)}{y(x^2-1)}$; г) $\frac{(x+1)^2}{x(x^2-1)}$ и $\frac{x^3-1}{x(x^2-1)}$.

$$\text{2.28. } \text{a) } \frac{15}{m-n} \text{ и } \frac{-11}{3p-q}; \text{ б) } \frac{15a}{2a+b} \text{ и } \frac{-6b}{2a+b}; \text{ в) } \frac{48}{3p-q} \text{ и } \frac{-11}{3p-q};$$

$$\text{г) } \frac{-4s}{2y+3s} \text{ и } \frac{8t}{2y+3s}.$$

$$\text{2.29. } \text{a) } \frac{1}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{1}{(x-y)^2}; \text{ б) } \frac{15}{(a-b)^2} \text{ и } \frac{-17}{(a-b)^2}; \text{ в) } \frac{25p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{5q}{(p-q)^2};$$

$$\text{г) } \frac{-3k}{(k-l)^2} \text{ и } \frac{81}{(p-q)^2}.$$

$$\text{2.30. } \text{a) } \frac{7x}{x^2-4} \text{ и } \frac{(x+2)^2}{x^2-4}; \text{ б) } \frac{8y}{y^2-9} \text{ и } \frac{-5 \cdot (y+3)}{y^2-9}; \text{ в) } \frac{(m-n)^2}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{5mn}{m^2-n^2};$$

$$\text{г) } \frac{7m(n-m)}{m^2-n^2} \text{ и } \frac{3n}{m^2-n^2}.$$

$$\text{2.31. } \text{a) } \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} \text{ и } \frac{49}{(x-y)^2}; \text{ б) } \frac{32a}{(z-t)^8} \text{ и } \frac{42b(z-1)}{(z-t)^8}; \text{ в) } \frac{p}{(p-q)^2} \text{ и } \frac{p^2-q^2}{(p-q)^2};$$

$$\text{г) } \frac{7a(a+b)^2}{(a+b)^{14}} \text{ и } \frac{9b}{(a+b)^{14}}.$$

$$\text{2.32. } \text{a) } \frac{11a}{a^3+b^3} \text{ и } \frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}; \text{ б) } \frac{3x+1}{x^3-27} \text{ и } \frac{(x-3)^2}{x^2+3x+9}; \text{ в) } \frac{10b}{b^3-8} \text{ и } \frac{b^2+2b+4}{b^3-8};$$

$$\text{г) } \frac{1-5y}{t^3+y^3} \text{ и } \frac{(t+y)^2}{t^3+y^3}.$$

$$\text{2.33. } \text{a) } \frac{(a-b)^2}{5 \cdot (a^2-b^2)} \text{ и } \frac{5a^2}{5 \cdot (a^2-b^2)}; \text{ б) } \frac{xy^3}{x(x^2-y^2)} \text{ и } \frac{x^3-y^3}{x(x^2-y^2)};$$

$$\text{в) } \frac{2xy}{2 \cdot (x^2-y^2)} \text{ и } \frac{(x+y)^2}{2 \cdot (x^2-y^2)}; \text{ г) } \frac{z^3-t^3}{z(z^2-t^2)} \text{ и } \frac{3tz}{z(z^2-t^2)}.$$

$$\text{2.34. } \text{a) } \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5a(9a+b)}{0,5 \cdot (81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b) \cdot (9a+b)} = \frac{a}{9a-b};$$

$$\text{б) } \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2+0,5xy} = \frac{0,5 \cdot (49x^2-y^2)}{x \cdot 0,5 \cdot (7x-y)} = \frac{(7x-y) \cdot (7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}.$$

$$\text{2.35. } \text{a) при } x = 0,5, y = 0,25; \frac{9x^2-3xy}{12xy-4y^2} = \frac{3x(3x-y)}{4y(3x-y)} = \frac{3x}{4y} = \frac{3 \cdot 0,5}{4 \cdot 0,25} = \frac{3}{2};$$

$$\text{б) при } a = -2,4, b = 0,2; \frac{a^2-2ab}{12b^2-6ab} = \frac{a(a-2b)}{-6b(a-2b)} = -\frac{a}{6b} = \frac{-(-2,4)}{6 \cdot 0,2} = \frac{2,4}{1,2} = 2;$$

$$\text{в) при } m = 1,5, n = -4,5; \frac{16m^2-4n^2}{6m-3n} = \frac{4 \cdot (2m-n) \cdot (2m+n)}{3 \cdot (2m-n)} = \frac{4}{3} \cdot (2 \times (1,5) + (-4,5)) = -2;$$

$$\text{г) при } k = \frac{1}{5}, l = \frac{1}{6}; \frac{30kl-15k^2}{8l^2-4kl} = \frac{15k(2l-k)}{4 \cdot (\frac{1}{6})} = 4,5.$$

$$\text{2.36. } \text{a) } \frac{2x-6y}{0,25x^2-2,25y^2} = \frac{2 \cdot (x-3y)}{0,25 \cdot (x^2-9y^2)} = \frac{8 \cdot (x-3y)}{(x-3y) \cdot (x+3y)} = \frac{8}{x+3y} = \frac{8}{8} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{2a+4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2 \cdot (a+2b)}{0,2 \cdot (a^2-4b^2)} = \frac{10}{a-2b} = 2.$$

$$\text{2.37. } \text{a) } \frac{3b^3}{6a^2b^2}, \frac{7ab}{6a^2b^2}, \frac{2a^3}{6a^2b^2}; \text{ б) } \frac{3s^2t^2}{s^2t}, \frac{s(s+t^2)}{s^2t}, \frac{5s}{s^2t}; \text{ в) } \frac{12kl^3m^4}{20l^3m^3}, \frac{10k^2l^2m^2}{20l^3m^3};$$

$$\text{г) } \frac{2n^3}{m^2n^2}, \frac{5m^3n^3}{m^2n^2}, \frac{3m^3n}{m^2n^2}.$$

$$\text{2.38. } \text{a) } \frac{2st}{st(s+t)}, \frac{s(s+t)^2}{st(s+t)}, \frac{t(s^2-t^2)}{st(s+t)}; \text{ б) } \frac{m^2}{(m+n)m}, \frac{n(m+n)}{m(m+n)},$$

$$\frac{(m+n)^2}{m(m+n)}; \text{ B) } \frac{3(a+b)^2}{3a^2 \cdot (a+b)}, \frac{a(a^2-b^2)}{3a^2 \cdot (a+b)}, \frac{3a^2b^2}{3a^2 \cdot (a+b)}; \text{ r) } \frac{2a^2}{2a(a-b)}, \frac{b(a-b)}{2a(a-b)},$$

$$\frac{2a(a^2-b^2)}{2a(a-b)}.$$

$$\text{2.39. } \text{a) } \frac{x^2y(x-y)}{xy(x^2-y^2)}, \frac{xy^2 \cdot (x+y)}{xy(x^2-y^2)}, \frac{5 \cdot (x^2-y^2)}{xy(x^2-y^2)}; \text{ б) } \frac{x^3-1}{(x-2) \cdot (x-1)},$$

$$\frac{x^2-4}{(x-2) \cdot (x-1)}, \frac{2x(x-2) \cdot (x-1)}{(x-2) \cdot (x-1)}; \text{ B) } \frac{p^2q(p+q)}{pq(p^2-q^2)}, \frac{pq^2 \cdot (p-q)}{pq(p^2-q^2)}, \frac{3 \cdot (p^2-q^2)}{pq(p^2-q^2)};$$

$$\text{r) } \frac{y^2-25}{(y+1) \cdot (y+5)}, \frac{5y(y+1) \cdot (y+5)}{(y+1) \cdot (y+5)}, \frac{y^3+1}{(y+1) \cdot (y+5)}.$$

$$\text{2.40. } \text{a) } \frac{3ab}{(a-b) \cdot (a+b)}, \frac{a^2 \cdot (a-b)}{(a-b) \cdot (a+b)}, \frac{b^2 \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a+b)}; \text{ б) } \frac{4c}{c^2-25},$$

$$\frac{c^2 \cdot (c+2)}{c^2-25}, \frac{(c+5)^2}{c^2-25}; \text{ B) } \frac{c-1}{(c-2) \cdot (c+2)}, \frac{c^2 \cdot (c+2)}{(c-2) \cdot (c+2)}, \frac{4 \cdot (c-2)}{(c-2) \cdot (c+2)};$$

$$\text{r) } \frac{(a+x)^2}{a^2-x^2}, \frac{2ax}{a^2-x^2}, \frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}.$$

$$\text{2.41. } \text{a) } \frac{x^2+5}{4-x^2}, \frac{(x+1) \cdot (2-x)}{4-x^2}, \frac{(1-x) \cdot (2+x)}{4-x^2}; \text{ б) } \frac{10xy}{4x^2-y^2}, \frac{-2x(2x-y)}{4x^2-y^2},$$

$$\frac{-5y(2x+y)}{4x^2-y^2}; \text{ B) } \frac{p^2+1}{p^2-9}, \frac{(p-1)(p-3)}{p^2-9}, \frac{-(p+1)(p+3)}{p^2-9}; \text{ r) } \frac{-3q(3p+q)}{9p^2-q^2},$$

$$\frac{6pq}{9p^2-q^2}, \frac{-2p(3p-q)}{9p^2-q^2}.$$

$$\text{2.42. } \text{a) } \frac{a}{(a-1)(a^2+a+1)}, \frac{(a-1)^2}{(a-1) \cdot (a^2+a+1)}, \frac{a^2+a+1}{(a-1) \cdot (a^2+a+1)};$$

$$\text{б) } \frac{4 \cdot (x^2+xy+y^2)}{3 \cdot (x^3-y^3)}, \frac{4 \cdot (x^2-y^2)}{3 \cdot (x^3-y^3)}, \frac{9xy}{3 \cdot (x^3-y^3)}; \text{ B) } \frac{b^2-4}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)},$$

$$\frac{2b}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)}, \frac{2 \cdot (b^2-2b+4)}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)}; \text{ r) } \frac{4(a+b)^2}{4 \cdot (a^3+b^3)}, \frac{20ab}{4 \cdot (a^3+b^3)},$$

$$\frac{3 \cdot (a^2-ab+b^2)}{4 \cdot (a^3+b^3)}.$$

$$\text{2.43. } \text{a) } \frac{4a^2b^2}{ab(a^2-b^2)}, \frac{b(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)}, \frac{a(a^3-b^3)}{ab(a^2-b^2)}; \text{ б) } \frac{6cd(c-d)}{6cd(25c^2-d^2)},$$

$$\frac{-3d(5c+d)^2}{6cd(25c^2-d^2)}, \frac{2c(5c-d)^2}{6cd(25c^2-d^2)}; \text{ B) } \frac{24x^2}{4x(x^2-9)}, \frac{-4x(x^3+27)}{4x(x^2-9)}, \frac{4 \cdot (x^3-27)}{4x(x^2-9)};$$

$$\text{r) } \frac{2pq(p+q)}{2pq(q^2-16p)}, \frac{-2q(q+4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)}, \frac{p(q-4p)^2}{2pq(q^2-16p^2)}.$$

$$\text{2.44. } \text{a) } \frac{(z+3)^2}{(z-3)^2(z+3)^2}, \frac{z^4+81}{(z-3)^2(z+3)^2}, \frac{z-3^2}{(z-3)^2(z+3)^2};$$

$$\text{б) } \frac{625-x^4}{(5-x)^2(5+x)^2}, \frac{(x+5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2}, \frac{(x-5)^3}{(5-x)^2(5+x)^2}; \text{ B) } \frac{2(t-2)^2}{(t-2)^2(t+2)^2},$$

$$\frac{t^4-16}{(t-2)^2(t+2)^2}; \text{ r) } \frac{(y+1)^3}{(y-1)^2(y+1)^2}, \frac{(1-y)^3}{(y-1)^2(y+1)^2},$$

$$\frac{y^4-1}{(y-1)^2(y+1)^2}.$$

$$\text{2.45. } \text{a) } \frac{2mn(n-m) \cdot (n+m)}{3(n-m)^2(n+m)^2}, \frac{3m^2(n+m)^2}{3(n-m)^2(n+m)^2}, \frac{3n^2(n-m)^2}{3(n-m)^2(m+n)^2};$$

$$\text{б) } \frac{-2mn(m-n) \cdot (m+n)}{3(m-n)^2(m+n)^2}, \frac{3(m+n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2}, \frac{3(m-n)^4}{3(m-n)^2(m+n)^2};$$

$$\begin{aligned} \text{В)} & \frac{5xy(y-x) \cdot (y+x)}{2(y-x)^2(y+x)^2}, \quad \frac{2x^2(y-x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2}, \quad \frac{6y^2(y+x)^2}{2(y-x)^2(y+x)^2}; \\ \text{Г)} & \frac{-6x(x-3) \cdot (x+3)}{-5(x-3)^2(x+3)^2}, \quad \frac{5(x-3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2}, \quad \frac{-5(x+3)^4}{-5(x-3)^2(x+3)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2.46. а)} & \frac{c+6a}{(a+2b) \cdot (c-3a)}, \quad \frac{2b(c-3a)}{(a+2b) \cdot (c-3a)}, \quad \frac{c(a+2b)}{(a+2b) \cdot (c-3a)}; \\ \text{б)} & \frac{(3a+b) \cdot (9a^2-b^2)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}, \quad \frac{(2a+c) \cdot (3a+b)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}, \quad \frac{12a^2 \cdot (3a-b)}{2 \cdot (2a+c) \cdot (9a^2-b^2)}; \\ \text{В)} & \frac{x+2y}{(x+2y) \cdot (y-5z)}, \quad \frac{z(y-5z)}{(x+2y) \cdot (y-5z)}, \quad \frac{2x+z}{(x+2y) \cdot (y-5z)}; \quad \text{Г)} \frac{6 \cdot (a-1)}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}, \\ & \frac{-3 \cdot (a^2-c^2)}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}, \quad \frac{2(a-b)^2}{6 \cdot (a-b) \cdot (a-c)}. \end{aligned}$$

§3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

$$\text{3.1. а)} \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{5}; \quad \text{б)} \frac{6}{p} - \frac{q}{p} = \frac{6-q}{p}; \quad \text{В)} \frac{x}{12} - \frac{y}{12} = \frac{x-y}{12}; \\ \text{Г)} \frac{m}{n} + \frac{3}{n} = \frac{m+3}{n}.$$

$$\text{3.2. а)} \frac{7a^2}{4x} + \frac{9a^2}{4x} = \frac{16a^2}{4x} = \frac{4a^2}{x}; \quad \text{б)} \frac{x-y}{14} - \frac{x}{14} = \frac{x-y-x}{14} = -\frac{y}{14}; \\ \text{В)} \frac{48p^8}{5n} - \frac{23p^8}{5n} = \frac{25p^8}{5n} = \frac{5p^8}{n}; \quad \text{Г)} \frac{c}{25} + \frac{d-c}{25} = \frac{c+d-c}{25} = \frac{d}{25}.$$

$$\text{3.3. а)} \frac{a+b}{6a} - \frac{a-2b}{6a} = \frac{a+b-a+2b}{6a} = \frac{3b}{6a} = \frac{b}{2a}; \quad \text{б)} \frac{19-10x}{x^2} + \\ + \frac{3x-19}{x^2} = \frac{19-10x+3x-19}{x^2} = \frac{-7x}{x^2} = -\frac{7}{x}; \quad \text{В)} \frac{2a-b}{12b} = \\ = \frac{a+b}{12b} = \frac{2a-b+a+b}{12b} = \frac{3a}{12b} = \frac{a}{4b}; \quad \text{Г)} \frac{7m+2n}{n^3} - \frac{7m-3n}{n^3} = \\ = \frac{7m+2n-7m+3n}{n^3} = \frac{5n}{n^3} = \frac{5}{n^2}.$$

$$\text{3.4. а)} \frac{7p-13}{10p} - \frac{2p-3}{10p} = \frac{7p-13-2p+3}{10p} = \frac{5p-10}{10p} = \frac{5 \cdot (p-2)}{10p} = \frac{p-2}{2p}; \\ \text{б)} \frac{b-7a}{2ab} - \frac{b-a}{2ab} = \frac{b-7a-b+a}{2ab} = \frac{-6a}{2ab} = -\frac{3}{b}; \quad \text{В)} \frac{3x-7y}{24y} + \frac{3x-4y}{24y} = \\ = \frac{3x+7y+3x-4y}{24y} = \frac{6x+3y}{24y} = \frac{2x+y}{8y}; \quad \text{Г)} -\frac{2x-3c}{4cx} + \frac{2x+5c}{4cx} = \\ = \frac{3c-2x+2x+5c}{4cx} = \frac{8c}{4cx} = \frac{2}{x}.$$

$$\text{3.5. а)} \frac{a^2-1}{a^3} - \frac{2a-1}{a^3} = \frac{a^2-2a}{a^3} = \frac{a-2}{a^2}; \quad \text{б)} \frac{x^2+2x-3}{2x^2} + \frac{3-x}{2x^2} = \\ = \frac{x^2+x}{2x^2} = \frac{x+1}{2x}; \quad \text{В)} \frac{2-3b^3}{b^4} + \frac{b^2-2}{b^4} = \frac{b^2-3b^3}{b^4} = \frac{1-3b}{b^2}; \quad \text{Г)} \frac{2-3y^2+y}{3y^2} - \\ - \frac{2+y^2}{3y^2} = \frac{y-4y^2}{3y^2} = \frac{1-4y}{3y}.$$

$$\text{3.6. а)} \frac{a}{a-2} - 1 \cdot (a-2) = \frac{a-1}{a-2}; \quad \text{б)} \frac{c}{c+2} = \frac{2}{c+2} = \frac{c+2}{c+2} = 1; \\ \text{В)} \frac{6}{y+7} = \frac{y}{y+7} = \frac{6+y}{y+7}; \quad \text{Г)} \frac{m}{m-8} - \frac{8}{m-8} = \frac{m-8}{m-8} = 1.$$

$$\text{3.7. а)} \frac{6}{3+p} + \frac{2p}{3+p} = \frac{6+2p}{3+p} = 2; \quad \text{б)} \frac{a-1}{a-2} - \frac{1}{a-2} = \frac{a-2}{a-2} = 1; \\ \text{В)} \frac{3q}{q-4} - \frac{12}{q-4} = \frac{3q-12}{q-4} = 3; \quad \text{Г)} \frac{6}{y+7} = \frac{y+1}{y+7} = \frac{y+7}{y+7} = 1.$$

$$\text{3.8. a) } \frac{z}{z-7} - \frac{z}{z-7} = \frac{7-z}{z-7} = -1; \text{ б) } \frac{t}{t-2} + \frac{2}{2-t} = \frac{t}{t-2} - \frac{2}{(t-2)} = \frac{t-2}{t-2} = 1; \text{ в) } \frac{t}{3-t} - \frac{3}{3-t} = \frac{t-3}{3-t} = -1; \text{ г) } \frac{5}{5-z} + \frac{z}{z-5} = \frac{5}{5-z} - \frac{z}{5-z} = \frac{5-z}{5-z} = 1.$$

$$\text{3.9. a) } \frac{y}{y+5} - \frac{5}{-y-5} = \frac{y}{y+5} + \frac{5}{(y+5)} = \frac{y+5}{y+5} = 1; \text{ б) } \frac{2y}{y+3} + \frac{y-3}{-y-3} = \frac{2y}{y+3} = \frac{3-y}{y+3} = \frac{y+3}{y+3} = 1; \text{ в) } \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} = 1; \text{ г) } \frac{3x+5}{-x-5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-3x-5}{x+5} + \frac{2x}{x+5} = \frac{-x-5}{x+5} = -1.$$

$$\text{3.10. a) } \frac{2m}{m-n} + \frac{2n}{n-m} = \frac{2m}{m-n} - \frac{2n}{m-n} = \frac{2 \cdot (m-n)}{m-n} = 2; \text{ б) } \frac{x^2}{x+y} - \frac{xy}{-y-x} = \frac{x^2}{x+y} + \frac{xy}{x+y} = \frac{x^2+xy}{x+y} = \frac{x(x+y)}{x+y} = x; \text{ в) } \frac{3c}{c+d} - \frac{3d}{-d-c} = \frac{3c}{c+d} + \frac{3d}{c+d} = \frac{3 \cdot (c+d)}{c+d} = 3; \text{ г) } \frac{pq}{p-q} + \frac{q^2}{q-p} = \frac{pq}{p-q} - \frac{q^2}{p-q} = \frac{pq-q^2}{p-q} = \frac{q(p-q)}{p-q} = q.$$

$$\text{3.11. a) } \frac{c^2}{2 \cdot (c+9)} - \frac{81}{2 \cdot (c+9)} = \frac{c^2-81}{2 \cdot (c+9)} = \frac{(c-9) \cdot (c+9)}{2 \cdot (c+9)} = \frac{c-9}{2}; \text{ б) } \frac{a^2-3}{a(a-3)} - \frac{6}{a(a-3)} = \frac{a^2-9}{a(a-3)} = \frac{(a-3) \cdot (a+3)}{a(a-3)} = \frac{a+3}{a}; \text{ в) } \frac{144}{5 \cdot (12-b)} - \frac{b^2}{5 \cdot (12-b)} = \frac{144-b^2}{5 \cdot (12-b)} = \frac{(12-b) \cdot (12+b)}{5 \cdot (12-b)} = \frac{b+12}{5}; \text{ г) } \frac{15-d^2}{d(5+d)} + \frac{10}{d(5+d)} = \frac{25-d^2}{d(5+d)} = \frac{(5-d) \cdot (5+d)}{d(5+d)} = \frac{5-d}{d}.$$

$$\text{3.12. a) } \frac{y}{y^2-16} + \frac{4}{y^2-16} = \frac{y+4}{(y-4) \cdot (y+4)} = \frac{1}{y-4}; \text{ б) } \frac{100}{3x-10} - \frac{9x^2}{3x-10} = \frac{100-9x^2}{3x-10} = \frac{(10-3x) \cdot (10+3x)}{3x-10} = -3x-10; \text{ в) } \frac{7}{49-t^2} + \frac{t}{49-t^2} = \frac{7+t}{(7-t) \cdot (7+t)} = \frac{1}{7-t}; \text{ г) } \frac{121}{5x+11} - \frac{25x^2}{5x+11} = \frac{121-25x^2}{5x+11} = \frac{(11-5x) \cdot (11+5x)}{5x+11} = 11-5x.$$

$$\text{3.13. a) } \frac{2z}{9-z^2} - \frac{6}{9-z^2} = \frac{2 \cdot (z-3)}{(3-z) \cdot (3+z)} = -\frac{2}{x+3}; \text{ б) } \frac{x^2+1}{xy-y^2} + \frac{y^2+1}{y^2-xy} = \frac{x^2+1}{xy-y^2} - \frac{y^2+1}{xy-y^2} = \frac{x^2-y^2}{y(x-y)} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{y(x-y)} = \frac{x+y}{y}; \text{ в) } \frac{3t}{49-t^2} - \frac{21}{49-t^2} = \frac{3 \cdot (t-7)}{(7-t) \cdot (7+t)} = -\frac{3}{t+7}; \text{ г) } \frac{p^2-2}{p^2-pq} + \frac{q^2-2}{pq-p^2} = \frac{p^2-2}{p^2-pq} - \frac{q^2-2}{p^2-pq} = \frac{p+q}{p}.$$

$$\text{3.14. a) } \frac{z^2}{z(z+8)} - \frac{64}{z(z+8)} = \frac{z^2-64}{z(z+8)} = \frac{(z+8) \cdot (z-8)}{z(z+8)} = \frac{z-8}{z}; \text{ б) } \frac{a^2}{(9x-a)^2} - \frac{81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{a^2-81x^2}{(a-9x)^2} = \frac{(a-9x) \cdot (a+9x)}{(a-9x)^2} = \frac{a+9x}{a-9x}; \text{ в) } \frac{t^2}{(t+10)^2} - \frac{100}{(t+10)^2} = \frac{(t-10) \cdot (t+10)}{(t+10)^2} = \frac{t-10}{t+10}; \text{ г) } \frac{49c^2}{(b-7c)^2} - \frac{b^2}{(7c-b)^2} = \frac{49c^2-b^2}{(7c-b)^2} = \frac{(7c-b) \cdot (7c+b)}{(7c-b)^2} = \frac{7c+b}{7c-b}.$$

$$\begin{aligned} \text{3.15. } \text{a) } \frac{b^2}{b^2+1} + \frac{2b^2+1}{b^2+1} - \frac{2 \cdot (2b^2+1)}{b^2+1} &= \frac{b^2+2b^2+1-4b^2-2}{b^2+1} = \\ &= \frac{-b^2-1}{b^2+1} = \frac{-(b^2+1)}{b^2+1} = -1; \text{ б) } \frac{3c^2+4}{2c^2+3} - \frac{2c^2+2}{2c^2+3} + \frac{c^2+3}{2c^2+3} = \\ &= \frac{3c^2+4-2c^2-4+c^2+3}{2c^2+3} = \frac{2c^2+3}{2c^2+3} = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.16. } \text{a) } \frac{x^2+12x}{x^2-36} + \frac{36}{x^2-36} &= \frac{x^2+12x+36}{(x-6) \cdot (x+6)} = \frac{x+6}{x-6}; \text{ б) } \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \\ &- \frac{2xy}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)^2}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{x-y}{x+y}; \text{ в) } \frac{x^3}{x^2-y^2} - \frac{y^3}{x^2-y^2} = \frac{x^3-y^3}{x^2-y^2} = \\ &= \frac{(x-y) \cdot (x^2+xy+y^2)}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{x^2+xy+y^2}{x+y}; \text{ г) } \frac{y^3}{y^2-4} + \frac{8}{y^2-4} = \frac{y^3+8}{y^2-4} = \\ &= \frac{(y+2) \cdot (y^2-2y+4)}{(y-2) \cdot (y+2)} = \frac{y^2-2y+4}{y-2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.17. } \text{a) } \frac{a^2}{a-3} - \frac{6a-9}{a-3} &= \frac{a^2-6a+9}{a-3} = \frac{(a-3)^2}{a-3} = a-3; \text{ б) } \frac{c^2+100}{c-10} + \\ &+ \frac{20c}{10-c} = \frac{c^2-20c+100}{c-10} = \frac{(c-10)^2}{c-10} = c-10; \text{ в) } \frac{b^2}{b+5} + \frac{10b+25}{b+5} = \\ &= \frac{(b+5)^2}{b+5} = b+5; \text{ г) } \frac{d^2+49}{7-d} + \frac{14d}{d-7} = \frac{d^2-14d+49}{7-d} = \frac{(d-7)^2}{7-d} = 7-d. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.18. } \text{a) } \frac{n^2+n}{n^3-8} + \frac{n+4}{n^3-8} &= \frac{n^2+2n+4}{(n-2) \cdot (n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2}; \text{ б) } \frac{x^2+2}{1+x^3} - \\ &- \frac{3}{1+x^3} = \frac{x^2-1}{1+x^3} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x^2-x+1)} = \frac{x-1}{x^2-x+1}; \text{ в) } \frac{m^2+9}{m^3+27} - \\ &- \frac{3m}{m^3+27} = \frac{m^2-3m+9}{(m+3) \cdot (m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3}; \text{ г) } \frac{3y^2-1}{8y^3-1} + \frac{y^2}{8y^3-1} = \\ &= \frac{4y^2-1}{(2y-1) \cdot (2y+1)} = \frac{2y+1}{4y^2+2y+1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.19. } \text{a) } \text{при } a = 12; \frac{a^2-58}{a-8} - \frac{6}{a-8} &= \frac{a^2-58-6}{a-8} = \frac{a^2-64}{a-8} = \\ &= \frac{(a-8) \cdot (a+8)}{a-8} = a+8 = 12+8 = 20; \text{ б) } \text{при } c = -3,5; \\ \frac{c^2-8c}{c+4} + \frac{16}{c-4} &= \frac{c^2-8c+16}{c-4} = \frac{(c-4)^2}{c-4} = c-4 = -3,5-4 = -7,5; \\ \text{в) } \text{при } b = 3,5; \frac{b^2-108}{b+10} + \frac{8}{b+10} &= \frac{b^2-108+8}{b+10} = \frac{b^2-100}{b+10} = \\ &= \frac{(b-10) \cdot (b+10)}{b+10} = b-10 = 3,5-10 = -6,5; \text{ г) } \text{при } x = 4,1; \\ \frac{x^2+2x}{1+x} + \frac{1}{1+x} &= \frac{(x+1)^2}{x+1} = x+1 = 4,1+1 = 5,1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3.20. } \text{a) } \frac{-x+5x}{1-6x} + \frac{4 \cdot (x^2-2x)}{6x-1} &= \frac{-x^2+5x-4x^2+2x}{1-6x} = \frac{7x-42x^2}{1-6x} = \\ &= 7x = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}; \text{ б) } \frac{(m-1)^2}{m^3+27} = \frac{8-m}{m^3+27} = \frac{m^2-2m+1+8-m}{m^3+27} = \\ &= \frac{m^2-3m+9}{(m+3) \cdot (m^2-3m+9)} = \frac{1}{m+3} = \frac{1}{-0,5} = -2; \text{ в) } \frac{4c^2-8c}{3c-2} - \\ &- \frac{2c+5c^2}{2-3c} = \frac{4c^2-8c+2c+5c^2}{3c-2} = \frac{9c^2-6c}{3c-2} = 3c = 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3}; \\ \text{г) } \frac{n^2+n+1}{n^3-8} - \frac{n+3}{8-n^3} &= \frac{n^2+n+1+n+3}{n^3-8} = \frac{n^2+2n+4}{(n-2) \cdot (n^2+2n+4)} = \frac{1}{n-2} = \\ &= \frac{1}{-4-2} = -\frac{1}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.21. a) } & \frac{9x^2}{9x^2-4} - \frac{12x}{(3x-2)\cdot(3x+2)} + \frac{4}{9x^2-4} = \frac{9x^2-12x+4}{9x^2-4} = \\
 & = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2)\cdot(3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}; \text{ б) } \frac{25a^2}{25a^2-1} - \frac{10a}{(5a-1)\cdot(5a+1)} - \frac{1}{1-25a^2} = \\
 & = \frac{25a^2-10a+1}{25a^2-1} = \frac{(5a-1)^2}{(5a-1)\cdot(5a+1)} = \frac{5a-1}{5a+1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.22. a) } & \frac{100d^2}{100d^2-9} - \frac{160d}{(3-10d)\cdot(10d+3)} + \frac{9-100d}{100d^2-9} = \\
 & = \frac{100d^2+160d+9-100d}{100d^2-9} = \frac{(10d+3)^2}{(10d-3)\cdot(10d+3)} = \frac{10d+3}{10d-3}; \text{ б) } \frac{49}{49a^2-16} + \\
 & + \frac{56a+33}{(7a-4)\cdot(7a+4)} - \frac{49a^2}{16-49a^2} = \frac{49-56a-33+49a^2}{49a^2-16} = \frac{49a^2-56a+16}{(7a-4)\cdot(7a+4)} = \\
 & = \frac{(7a-4)^2}{(7a-4)\cdot(7a+4)} = \frac{7a-4}{7a+4}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.23. a) } & \frac{x^2+y^2}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^2}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2+y^2}{2xy-x^2-y^2} = \left(x^2 + \frac{y^2}{(x-y)^2}\right) = \\
 & = \frac{3xy^2-y^2}{(x-y)^2} - \frac{3xy^2+y^2}{x^2-2xy+y^2} = \frac{x^2+y^2+3xy^2-y^2-3xy^2-y^2}{(x-y)^2} = \frac{x^2-y^2}{(x-y)^2} = \\
 & = \frac{(x-y)\cdot(x+y)}{(x-y)\cdot(x-y)} = \frac{(x+y)}{x-y}; \text{ б) } \frac{8m^2+3m-2}{4m^2+4m+1} + \frac{5m-7}{4m^2+4m+1} - \frac{4m-9}{(2m+1)^2} = \\
 & = \frac{8m^2+3m-2+5m-7-4m+9}{(2m+1)^2} = \frac{8m^2+4m}{(2m+1)^2} = \frac{4m(2m+1)}{(2m+1)^2} = \frac{4m}{2m+1}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.24. a) } & \frac{a^2}{(a-b)^2} - \frac{2ab}{b^2-2ab+a^2} - \frac{b^2}{(a-b)\cdot(a+b)} = \frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)^2} = 1; \\
 \text{б) } & \frac{y^2}{(-x-y)^2} + \frac{x^2}{x^2+2xy+y^2} - \frac{2xy}{(x+y)\cdot(x-y)} = \frac{y^2+x^2+2xy}{(x+y)^2} = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.25. a) } & \frac{5}{(b-4)\cdot(5-b)} + \frac{b+1}{(4-b)\cdot(5-b)} = \frac{4-b}{(b-4)\cdot(5-b)} = \frac{1}{b-5}; \\
 \text{б) } & \frac{2}{(3-a)\cdot(2-a)} + \frac{a-4}{(a-3)\cdot(a-2)} = \frac{2+a-4}{(3-a)\cdot(2-a)} = \frac{a-2}{(3-a)\cdot(2-a)} = \\
 & = \frac{-(2-a)}{(3-a)\cdot(2-a)} = \frac{1}{3-a}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.26. a) } & \frac{*}{2-3a} + \frac{a-4}{2-3a} = 1 \Rightarrow * + 3a - 4 = 2 - 3a \Rightarrow * = 6 - \\
 & - 6a; \text{ б) } \frac{5x-4}{x-2} - \frac{*}{x-2} = 2 \Rightarrow 5x - 4 - * = 2x - 4 \Rightarrow * = 3x; \\
 \text{в) } & \frac{*}{2y+5} + \frac{y-1}{2y+5} = -1 \Rightarrow * + y - 1 = -2y - 5 \Rightarrow * = -3y - 4; \\
 \text{г) } & \frac{4b-7}{8b+9} - \frac{*}{8b+9} = -3 \Rightarrow * + 4b - 7 = -24b - 27 \Rightarrow * = 28b + 20.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.27. a) } & \frac{x^2-3}{(x-2)^4} - \frac{5x-1}{(x-2)^4} + \frac{x+6}{(x-2)^4} = \frac{x^2-3-5x+1+x+6}{(x-2)^4} = \\
 & = \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)^4} = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \text{ так как } (x-2)^2 > 0, \\
 & \text{кроме } x = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.28. } & \frac{2-y^2}{(y-3)^4} - \frac{7-5y}{(y-3)^4} - \frac{4-y}{(y-3)^4} = \frac{2-y^2-7+5y-4+y}{(y-3)^4} = \\
 & = \frac{-(y^2-6y+9)}{(y-3)^4} = \frac{-(y-3)^2}{(y-3)^4} = -\frac{1}{(y-3)^2} < 0, \text{ кроме } y = 3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3.29. } & \frac{x^3+y^3}{(x-y)^2} + \frac{3xy^2-y^3}{(y-x)^2} + \frac{3xy^2}{2xy-x^2-y^2} = \frac{x^3+y^3+3xy^2-y^3-3xy^2}{(x-y)^2} = \\
 & = \frac{x^3}{(x-y)^2}.
 \end{aligned}$$

§4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

4.1. а) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3+5}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$; б) $\frac{3}{8} - \frac{7}{32} = \frac{12-7}{32} = \frac{5}{32}$;
 в) $\frac{4}{49} - \frac{6}{7} = \frac{4-42}{49} = -\frac{38}{49}$; г) $\frac{13}{100} + \frac{17}{20} = \frac{13+85}{100} = \frac{98}{100} = 0.98$.

4.2. а) $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = \frac{5x+4y}{20}$; б) $\frac{a}{8} - \frac{b}{6} = \frac{3a-4b}{24}$; в) $\frac{m}{9} + \frac{n}{4} = \frac{4m+9n}{36}$;
 г) $\frac{c}{10} - \frac{d}{4} = \frac{2c-5d}{20}$.

4.3. а) $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = \frac{3x+10x}{15} = \frac{13x}{15}$; б) $\frac{3b}{28} - \frac{b}{4} = \frac{3b}{28} - \frac{7b}{28} = -\frac{4b}{28} = -\frac{b}{7}$; в) $\frac{6m}{7} - \frac{m}{11} = m\left(\frac{6}{7} - \frac{1}{11}\right) = m\frac{66-7}{77} = \frac{59m}{77}$;
 г) $\frac{m}{42} + \frac{5m}{6} = \frac{m+35m}{42} = \frac{36m}{42} = \frac{6}{7}m$.

4.4. а) $\frac{x-1}{3} + \frac{x}{4} = \frac{4x-4+3x+3}{12} = \frac{7x-1}{12}$; б) $\frac{a+8}{9} + \frac{a-2}{12} = \frac{4a+32+3a-6}{36} = \frac{7a+26}{36}$; в) $\frac{c+5}{3} + \frac{2c+9}{8} = \frac{(8c+40+6c+27)}{24} = \frac{14c+67}{24}$; г) $\frac{3-z}{12} - \frac{3z-5}{8} = \frac{6-2z-9z+15}{24} = \frac{21-11z}{24}$.

4.5. а) $\frac{b-2}{5} + \frac{2b+1}{15} = \frac{3b-6}{15} + \frac{2b+1}{15} = \frac{5b-b}{15} = \frac{b-1}{3}$; б) $\frac{b-4q}{6} - \frac{2q+b}{10} = \frac{5b-20q-6q+3b}{30} = \frac{2b-14q}{30} = \frac{b-7q}{15}$; в) $\frac{5t-s}{6} - \frac{3s-t}{3} = \frac{5t-s-6s+2t}{6} = \frac{7t-7s}{6} = \frac{t-s}{2}$; г) $\frac{p-5}{20} + \frac{p-1}{12} = \frac{3p-15}{60} + \frac{5p-5}{60} = \frac{8p-20}{60} = \frac{2p-5}{15}$.

4.6. а) $\frac{a}{b} + \frac{2}{a} = \frac{a^2+2b}{ab}$; б) $\frac{n}{2m} - \frac{4m^2}{3n} = \frac{3n^2-8m^2}{6mn}$; в) $\frac{3}{y} - \frac{y^2}{x} = \frac{3x-y^3}{xy}$; г) $\frac{2p}{5q} + \frac{q^4}{2p} = \frac{4p^2+5q^5}{10pq}$.

4.7. а) $\frac{3c-5}{8} + \frac{3d-2}{d} = \frac{3cd-5d-3cd+2c}{8d} = \frac{2c-5d}{cd}$; б) $\frac{8a-15}{ab} + \frac{3b-12}{ab} = \frac{8ab-15b+3ab-12a}{ab} = \frac{11ab-15b-12a}{ab}$; в) $\frac{7-5r}{r} - \frac{8^a-5s}{s} = \frac{s(7-5r)-r(8-5s)}{rs} = \frac{7s-8r}{rs}$; г) $\frac{9-5z}{z} + \frac{5+4t}{t} = \frac{9t-5zt+5z+4zt}{zt} = \frac{9t+5z-zt}{zt}$.

4.8. а) $\frac{x}{7y} - \frac{1}{y} = \frac{x-7}{7y}$; б) $\frac{a}{12b} + \frac{3a}{4b} = \frac{a+9a}{12b} = \frac{10a}{12b} = \frac{5a}{6b}$;
 в) $\frac{7}{a} + \frac{b}{5a} = \frac{b+35}{5a}$; г) $\frac{5y}{8x} - \frac{7y}{24x} = \frac{15y-7y}{24x} = \frac{8y}{24x} = \frac{y}{3x}$.

4.9. а) $\frac{4m-5}{3m^2} - \frac{m+2}{m^2} = \frac{4m-5-3(m+2)}{3m^2} = \frac{m-11}{3m^2}$; б) $\frac{7p+1}{3p} = \frac{2p-3}{9p} = \frac{21p+3+2p-3}{9p} = \frac{23p}{9}$; в) $\frac{3z-8}{5z^2} + \frac{z-1}{z^2} = \frac{3z-8+5(z-1)}{5z^2} = \frac{8z-13}{5z^2}$; г) $\frac{8-9t}{22t} - \frac{t+4}{11t} = \frac{8-9t-2(t+4)}{22t} = -\frac{11t}{22t} = -\frac{1}{2}$.

4.10. а) $\frac{x-4}{5x} = \frac{x}{5x} - \frac{4}{5x} = \frac{3(x-4)+5 \cdot 2}{15x} = \frac{3x-2}{15x}$; б) $\frac{n+4}{8n} - \frac{m-2}{8m} = \frac{(n+4)m-n(m-2)}{8mn} = \frac{4m+2n}{8mn} = \frac{2m+n}{4mn}$; в) $\frac{3}{5a} - \frac{6+2a}{13a} = \frac{3 \cdot 13 - 5 \cdot (6+2a)}{65a} = \frac{9-10a}{65a}$; г) $\frac{p+4}{12p} - \frac{q+8}{12q} = \frac{q(p+4)-p(q+8)}{12pq} = \frac{4q-8p}{12pq} = \frac{q-2p}{3pq}$.

$$4.11. \text{ a) } \frac{3a+5d}{35cd} + \frac{c-3d}{21cd} = \frac{3 \cdot (3c+5d) + 5 \cdot (c-3d)}{105cd} = \frac{14c}{105cd} = \frac{2}{15d};$$

$$\text{ б) } \frac{9-2a}{35a^2} - \frac{2a+1}{15a^2} = \frac{3 \cdot (9-2a) - 7 \cdot (2a+1)}{105a^2} = \frac{20-20a}{105a^2} = \frac{4-4a}{15a^2};$$

$$\text{ B) } \frac{4d+7}{14d^2} - \frac{2d+5}{10d^2} = \frac{5 \cdot (4d+7) - 7 \cdot (2d+5)}{70d^2} = \frac{6d}{70d^2} = \frac{3}{35d};$$

$$\text{ r) } \frac{2m+3n}{21mn} - \frac{m+6n}{15mn} = \frac{5 \cdot (2m+3n) - 7 \cdot (m+6n)}{105mn} = \frac{3m-27n}{105mn} = \frac{m-9n}{35mn}.$$

$$4.12. \text{ a) } \frac{b}{a} + \frac{1}{ab} = \frac{b^2+1}{ab}; \text{ б) } \frac{2t}{xy} - \frac{3x}{yt} = \frac{2t^2-3x^2}{xyt}; \text{ B) } \frac{t^2}{y} - \frac{4}{yt} = \frac{t^3-4}{yt};$$

$$\text{ r) } \frac{6s}{pq} + \frac{8p}{qs} = \frac{6s^2+8p^2}{pqs}.$$

$$4.13. \text{ a) } \frac{a-b}{ab} - \frac{a-c}{ac} = \frac{c(a-b)-b(a-c)}{abc} = \frac{ac-ab}{abc} = \frac{c-b}{bc};$$

$$\text{ б) } \frac{3m-n}{mn} + \frac{5n-2k}{nk} = \frac{(m-n)k+(5n-2k)m}{mnk} = \frac{5mn-nk}{mnk} = \frac{5m-k}{mk};$$

$$\text{ B) } \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} = \frac{z(x-y)+x(y-z)}{xyz} = \frac{xy-zy}{xyz} = \frac{x-z}{xz};$$

$$\text{ r) } \frac{3z+2t}{zt} - \frac{t+3s}{st} = \frac{s(3z+2t)-z(t+3s)}{zst} = \frac{2ts-zt}{zst} = \frac{2s-z}{zs}.$$

$$4.14. \text{ a) } \frac{x^2+y^2}{2bs-b^2-2bs-\frac{x^2}{s^2}} - x = \frac{x^2+y^2-x^2}{x} = \frac{y^2}{x};$$

$$\text{ б) } \frac{2s - \frac{(b+5)^2}{3z}}{9z^2+1-9z^2} = \frac{2s - \frac{(b+5)^2}{3z}}{3z} = \frac{1}{3z};$$

$$\text{ r) } \frac{(p-q)^2}{2p} + q = \frac{p^2-2pq+q^2+2pq}{2p} = \frac{p^2+q^2}{2p}.$$

$$4.15. \text{ a) } (2a+1) - \frac{8a^2+3}{4a} = \frac{(2a+1)4a-8a^2-3}{4a} = \frac{4a-3}{4a};$$

$$\text{ б) } \frac{4}{3b} + 3b + 1 = \frac{4+9b^2+3b}{3b};$$

$$\text{ B) } \frac{9b^2-4}{3b} + (2-3b) = \frac{9b^2-4+(2+3b)3b}{3b} = \frac{6b-4}{3b};$$

$$\text{ r) } a-1 + \frac{1}{4a} = \frac{(a-1)4a+1}{4a} = \frac{4a^2-4a+1}{4a}.$$

$$4.16. \text{ a) } \frac{1}{x^2} + \frac{x-2}{x} = \frac{1+x(x-2)}{x^2} = \frac{x^2-2x+1}{x^2};$$

$$\text{ б) } \frac{5}{a} - \frac{10a-1}{5a^3} = \frac{5 \cdot 5a^3 - 10a^2 + 1}{5a^3} = \frac{(5a-1)^2}{5a^3};$$

$$\text{ B) } \frac{m+1}{m^2} - \frac{3m-1}{m^2} = \frac{m(m+1)-m(3m-1)}{m^2} = \frac{m^2+m-3m^2+m}{m^2} = \frac{2m-3m^2}{m^2} = \frac{2-3m}{m};$$

$$\text{ r) } \frac{1+8y}{2y^3} + \frac{8}{y} = \frac{(1+8y)+8 \cdot (2y^2)}{2y^3} = \frac{8y+16y^2+1}{2y^3}.$$

$$4.17. \text{ a) } \frac{y-x}{xy} + \frac{y-x}{y^2} = \frac{y(y-x)+x(y-x)}{y^2x} = \frac{y^2-x^2}{y^2x};$$

$$\text{ б) } \frac{d+9}{3d} - \frac{d-3}{d^2} = \frac{d(d+9)-3 \cdot (d-3)}{3d^2} = \frac{d^2+6d+9}{3d^2};$$

$$\text{ B) } \frac{a-3b}{ab} + \frac{b+a}{a^2} = \frac{a(a-3b)+b(b+a)}{a^2b} = \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2b};$$

$$\text{ r) } \frac{c+4}{4c} - \frac{c+4}{c^2} = \frac{c(c+4)-4 \cdot (c+4)}{4c^2} = \frac{c^2-16}{4c^2}.$$

$$4.18. \text{ a) } \frac{m+2}{m^2n} - \frac{n-3}{mn^2} = \frac{nm^2+2n-mn+3m}{m^2n^2} = \frac{2n+3m}{m^2n^2};$$

$$\text{ б) } \frac{z^2+3t}{3z^2t} + \frac{z-2}{2z^2} = \frac{2 \cdot (z^2+3t)+3t(z-2)}{6z^2t} = \frac{2z^2+3tz}{6z^2t} = \frac{2z+3t}{6zt};$$

$$\text{ B) } \frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{x^2y} = \frac{x(y-1)-y(2+x)}{x^2y^2} = \frac{x+2y}{x^2y^2};$$

$$\text{ r) } \frac{m^3-3n^2}{3m^3n^2} - \frac{m-5}{5m^3} = \frac{5 \cdot (m^3-3n^2)-3n^2 \cdot (m-5)}{15m^3n^2} = \frac{5m^2-3n^2}{15m^2n^2}.$$

$$4.19. \text{ a) } \frac{xy-y}{x} - \frac{xy-x}{y} - \frac{x^2-y^2}{xy} = \frac{y(xy-y)-x(xy-x)-x^2+y^2}{xy} =$$

$$= \frac{xy^2-x^2y}{xy} = y-x; \text{ б) } 12 + \frac{4p}{q} + \frac{p^2}{3q^2} = \frac{36q^2+12pq+p^2}{3q^2} = \frac{(p+6q)^2}{3q^2};$$

$$\text{B) } \frac{3mn+2n^2}{mn} - \frac{m+2n}{m} + \frac{m-2n}{n} = \frac{3mn+2n^2-n(m+2n)+m(m-2n)}{mn} =$$

$$= \frac{m^2}{mn} = \frac{m}{n}; \text{ г) } \frac{25b^2}{2a^2} - \frac{10b}{a} + 2 = \frac{25b^2-20ab+4a^2}{2a^2} = \frac{(2a-5b)^2}{2a^2}.$$

$$4.20. \text{ a) } \frac{12x+5y}{4x^2y} - \frac{5y-4x}{5xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{20x^2y^2} =$$

$$= \frac{60xy+25y^2-20xy+16x^2}{20x^2y^2} = \frac{(4x+5y)^2}{20x^2y^2} = \frac{(2+1)^2}{20 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{25}} = 45;$$

$$\text{б) } \frac{2n+3m}{6m^2n^2} - \frac{9m-2n}{9m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{18m^2n^2} = \frac{(3m-2n)^2}{18m^2n^2} =$$

$$= \frac{(2-1)^2}{18 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$4.21. \text{ a) } \frac{1}{z+2} - \frac{2}{3z} = \frac{3z-2 \cdot (z+2)}{3z(z+2)} = \frac{z-4}{3z(z+2)}; \text{ б) } \frac{2a+b}{6a-b} -$$

$$- \frac{b}{2a} = \frac{2a(2a+b)-b(6a-b)}{2a(6a-b)} = \frac{4a^2-4ab+b^2}{2a(6a-b)} = \frac{(2a-b)^2}{2a(6a-b)}; \text{ B) } \frac{1}{2t} -$$

$$- \frac{2}{5t} = \frac{5t-2 \cdot (2t-1)}{5t(2t-1)} = \frac{t+2}{5t(2t-1)}; \text{ г) } \frac{7n+2k}{9n-2k} + \frac{n}{2k} =$$

$$= \frac{2k(7n+2k)+n(9n-2k)}{2k(9n-2k)} = \frac{4k^2+12kn+9n^2}{2k(9n-2k)} = \frac{(2k+3n)^2}{2k(9n-2k)}.$$

$$4.22. \text{ a) } 4a + \frac{1}{a-1} = \frac{4a^2-4a+1}{a-1} = \frac{(2a-1)^2}{a-1}; \text{ б) } a-1 - \frac{2-3a}{a-2} =$$

$$= \frac{(a-1) \cdot (a-2) - (2-3a)}{a-2} = \frac{a^2}{a-2}; \text{ B) } \frac{9+3b^2}{b+3} - 2b = \frac{9+3b^2-2b^2-6b}{b+3} =$$

$$= \frac{(b-3)^2}{b+3}; \text{ г) } \frac{3-2b^2}{2b-1} + b + 3 = \frac{3-2b^2+(b+3) \cdot (2b-1)}{2b-1} = \frac{5b}{2b-1}.$$

$$4.23. \text{ a) } x + y - \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x^2-y^2-x^2-y^2}{x-y} = -\frac{2y^2}{x-y}; \text{ б) } x -$$

$$- y - \frac{x^2+y^2}{x-y} = \frac{x^2-2xy+y^2-x^2-y^2}{x-y} = -\frac{2y^2}{x-y}; \text{ B) } \frac{a^2+b^2}{a+b} + a - b =$$

$$= \frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{a+b} = \frac{2a^2}{a+b}; \text{ г) } \frac{a^2+b^2}{a+b} - a - b = \frac{a^2+b^2-(a+b)^2}{a+b} =$$

$$= -\frac{2ab}{a+b}.$$

$$4.24. \text{ a) } \frac{b}{a} + \frac{b}{a(a-1)} = \frac{b(a-1)+b}{a(a-1)} = \frac{ab}{a(a-1)} = \frac{b}{a-1}; \text{ б) } \frac{b+a}{2a} +$$

$$+ \frac{b^2}{a(a-b)} = \frac{(b+a) \cdot (a-b) + 2b^2}{2a(a-b)} = \frac{a^2+b^2}{2a(a-b)}; \text{ B) } \frac{3d}{c(c+3)} - \frac{d}{c} =$$

$$= \frac{3d-d(c+3)}{c(c+3)} = \frac{cd}{c(c+3)} = \frac{d}{c+3}; \text{ г) } \frac{n^2}{m(m+n)} - \frac{m-n}{3m} =$$

$$= \frac{3n^2-(m-n) \cdot (m+n)}{3m(m+n)} = \frac{4n^2-m^2}{3m(m+n)}.$$

$$4.25. \text{ a) } \frac{c+1}{c+3} - \frac{c^2-3}{c(c+3)} = \frac{c(c+1)-(c+1)}{c(c+3)} = \frac{1}{c}; \text{ б) } \frac{a-2}{a^2} - \frac{a+2}{a(a-2)} =$$

$$= \frac{(a-2)^2-(a+2)a}{a^2 \cdot (a-2)} = \frac{-6a+4}{a^2 \cdot (a-2)}; \text{ B) } \frac{x^2}{y(y+x)} + \frac{y+2x}{y+x} = \frac{x^2+y(y+2x)}{y(y+x)} =$$

$$= \frac{(x+y)^2}{y(y+x)} = \frac{x+y}{y}; \text{ г) } \frac{4-m}{m(m+2)} + \frac{m-2}{m^2} = \frac{m(4-m)+(m+2) \cdot (m-2)}{m^2 \cdot (m+2)} =$$

$$= \frac{4 \cdot (m-1)}{m^2 \cdot (m+2)}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.26. a) } & \frac{a}{a(a+b)} + \frac{2}{b(a+b)} = \frac{2b+2a}{ab(a+b)} = \frac{2}{ab}; \quad \text{б) } \frac{y+c}{c(c+a)} + \frac{y-a}{a(c+a)} = \\
 & = \frac{a(y+c)-c(y-a)}{ca(c+a)} = \frac{y(a+c)}{ca(c+a)} = \frac{y}{ca}; \quad \text{в) } \frac{3}{x(x-y)} - \frac{3}{y(x-y)} = \\
 & = \frac{3y-3x}{xy(x-y)} = -\frac{3}{xy}; \quad \text{г) } \frac{y-x}{x(x-a)} - \frac{y-a}{a(x-a)} = \frac{a(y-x)-x(y-a)}{ax(x-a)} = \\
 & = \frac{ay-yx}{ax(x-a)} = -\frac{y}{ax}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.27. a) } & \frac{y}{x(x+y)} - \frac{x}{y(x+y)} = \frac{y^2-x^2}{xy(x+y)} = \frac{y-x}{xy}; \quad \text{б) } \frac{m+2n}{n(m+n)} + \\
 & + \frac{n}{m(m+n)} = \frac{m(m+2n)+n^2}{mn(m+n)} = \frac{(m+n)^2}{mn(m+n)} = \frac{m+n}{mn}; \quad \text{в) } \frac{9t}{p(3t-p)} - \\
 & - \frac{p}{t(pt-p)} = \frac{9t^2-p^2}{pt(3t-p)} = \frac{(3t-p) \cdot (3t+p)}{pt(3t-p)} = \frac{3t+p}{pt}; \quad \text{г) } \frac{a}{b(a-b)} - \\
 & - \frac{2a-b}{a(a-b)} = \frac{a^2-b(2a-b)}{ab(a-b)} = \frac{(a-b)^2}{ab(a-b)} = \frac{a-b}{ab}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.28. a) } & \frac{c}{b(c-2b)} + \frac{2}{2b-c} = \frac{c-2b}{b(c-2b)} = \frac{1}{b}; \quad \text{б) } \frac{a}{b(c-b)} + \\
 & + \frac{b}{c(b-c)} = \frac{c^2-b^2}{c(c-b)} = \frac{c+b}{c}; \quad \text{в) } \frac{6}{a(a-2)} + \frac{3}{2-a} = \frac{6-3a}{a(a-2)} = -\frac{3}{a}; \\
 \text{г) } & \frac{9n}{m(3n-m)} + \frac{m}{n(m-3n)} = \frac{9n^2-m^2}{m(3n-m)} = \frac{3n+m}{m}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.29. a) } & \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x(x-y)+y(x+y)}{x^2-y^2} = \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}; \quad \text{б) } \frac{a-3}{a+3} - \\
 & - \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a-3) \cdot (a-2) - (a+2) \cdot (a+3)}{(a+3) \cdot (a-2)} = -\frac{10a}{(a+3) \cdot (a-2)}; \quad \text{в) } \frac{m}{m-n} - \\
 & - \frac{n}{m+n} = \frac{m(m+n)-n(m-n)}{m^2-n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}; \quad \text{г) } \frac{p+2}{p+1} - \frac{p+6}{p+3} = \\
 & = \frac{(p+2) \cdot (p+3) - (p+6) \cdot (p+1)}{(p+1) \cdot (p+3)} = \frac{2p}{(p+1) \cdot (p+3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.30. a) } & \frac{c-d}{2d(c+d)} + \frac{c+d}{2d(c-d)} = \frac{(c-d)^2+(c+d)^2}{2d(c^2-d^2)} = \frac{c^2+d^2}{d(c^2-d^2)}; \\
 \text{б) } & \frac{x+4y}{5y(x+y)} - \frac{x-y}{5y(x-4y)} = \frac{x^2-16y^2-(x^2-y^2)}{5y(x+y) \cdot (x-4y)} = -\frac{3y}{(x+y) \cdot (x-4y)}; \\
 \text{в) } & \frac{x+y}{4x(x-y)} - \frac{x-y}{4x(x+y)} = \frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4x(x^2-y^2)} = \frac{4xy}{4x(x^2-y^2)} = \frac{y}{x^2-y^2}; \\
 \text{г) } & \frac{d-c}{3c(2c+d)} + \frac{2c-d}{3c(c+d)} = \frac{d^2-c^2+4c^2-d^2}{3c(2c+d) \cdot (c+d)} = \frac{c}{(2c+d) \cdot (c+d)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.31. a) } & \frac{x^2-3xy}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{y}{x-y} = \frac{x^2-3xy+y(x+y)}{(x+y) \cdot (x-y)} = \frac{(x-y)^2}{(x+y) \cdot (x-y)} = \\
 & = \frac{x-y}{x+y}; \quad \text{б) } \frac{a-3c}{a-c} + \frac{a^2+3c^2}{(a-c) \cdot (a+c)} = \frac{(a+c) \cdot (a-3c) + a^2+3c^2}{(a-c) \cdot (a+c)} = \\
 & = \frac{2a^2-2ac}{(a-c) \cdot (a+c)} = \frac{2a}{a+c}; \quad \text{в) } \frac{b-2m}{b+m} - \frac{m^2-5bm}{(b-m) \cdot (b+m)} = \\
 & = \frac{(b-2m) \cdot (b-m) - (m^2-5bm)}{(b-m) \cdot (b+m)} = \frac{b^2-3mb+2mb-m^2+5bm}{(b-m) \cdot (b+m)} = \\
 & = \frac{(b+m)^2}{(b-m) \cdot (b+m)} = \frac{b+m}{b-m}; \quad \text{г) } \frac{3d}{d+4} - \frac{d^2-20d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \\
 & = \frac{3d(d-4)-d^2+20d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \frac{2d^2+8d}{(d-4) \cdot (d+4)} = \frac{2d}{d-4}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.32.} \quad & \text{a) } \frac{-6x-3+2 \cdot (2x+3)}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \frac{-2x+3}{(2x-3) \cdot (2x+3)} = \\
 & = -\frac{1}{2x+3}; \quad \text{б) } \frac{6a+1+2a(a-1)}{(2a+1) \cdot (2a-1)} = \frac{(2a+1)^2}{(2a+1) \cdot (2a-1)} = \frac{2a+1}{2a-1}; \\
 \text{B) } & \frac{15x-15y-4 \cdot (5x-3y)}{(5x-3y) \cdot (5x+3y)} = \frac{-5x-3y}{(5x-3y) \cdot (5x+3y)} = -\frac{1}{5x-3y} = \frac{1}{3y-5x}; \\
 \text{Г) } & \frac{4-18x+3x(3x+2)}{(3x-2) \cdot (3x+2)} = \frac{(3x-2)^2}{(3x-2) \cdot (3x+2)} = \frac{3x-2}{3x+2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.33.} \quad & \text{a) } \frac{4b-a+(a-b)^2}{a(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{(a+b)^2}{a(a+b) \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a(a-b)}; \\
 \text{б) } & \frac{(3-x)x+(x-2) \cdot (x+1)}{x(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{2 \cdot (x-1)}{x(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{2}{x(x+1)}; \\
 \text{B) } & \frac{(c+2)^2-8c}{c(c-2) \cdot (c+2)} = \frac{(c-2)^2}{c(c-2) \cdot (c+2)} = \frac{c-2}{c(c+2)}; \quad \text{Г) } \frac{(a+5)a-(a-4) \cdot (a-3)}{a(a-3) \cdot (a+3)} = \\
 & = \frac{4a+12}{a(a-3) \cdot (a+3)} = \frac{4}{a(a-3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.34.} \quad & \text{a) } \frac{3c-6 \cdot (c-2)}{(c-2)^2} = \frac{12-6c}{(c-2)^2} = \frac{6}{2-c}; \quad \text{б) } \frac{2a^2-(a+b) \cdot (a-b)}{2 \cdot (a-b)^2} = \\
 & = \frac{a^2+b^2}{2 \cdot (a-b)^2}; \quad \text{B) } \frac{3m+2 \cdot (m+5)}{(m+5)^2} = \frac{5m+10}{(m+5)^2}; \quad \text{Г) } \frac{(x+y) \cdot (x-y)+3x^2}{3 \cdot (x-y)^2} = \\
 & = \frac{4x^2-y^2}{3 \cdot (x-y)^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.35.} \quad & \text{a) } \frac{a^2+3ab}{2ab+2b^2} - \frac{a}{2b} = \frac{a^2+3ab-a(a+b)}{2b(a+b)} = \frac{2ab}{2b(a+b)} = \frac{a}{a+b}; \\
 \text{б) } & \frac{3b+a}{9a} + \frac{b^2}{a^2-3ab} = \frac{(a+3b) \cdot (a-3b)+9b^2}{9a(a-3b)} = \frac{a}{9 \cdot (a-3b)}; \quad \text{B) } \frac{c}{3d} - \\
 & - \frac{4cd+c^2}{3d^2+3cd} = \frac{c}{3d} - \frac{4cd+c^2}{3d(c+d)} = \frac{c(c+d)-4cd}{3d(c+d)} = \frac{-3cd}{3d(c+d)} = -\frac{c}{c+d}; \\
 \text{Г) } & \frac{n}{m^2+2mn} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{n}{m(m+2n)} + \frac{m-2n}{4mn} = \frac{4n^2+m^2-4n^2}{4mn(m+2n)} = \\
 & = \frac{m}{4n(m+2n)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.36.} \quad & \text{a) } \frac{a-12}{2a-8} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-12+2a}{2a-8} = \frac{3 \cdot (a-4)}{2 \cdot (a-4)} = \frac{3}{2}; \quad \text{б) } \frac{x-1}{3x-12} - \\
 & - \frac{x-2}{2x-8} = \frac{2 \cdot (x-1)-3 \cdot (x-2)}{6 \cdot (x-4)} = \frac{4-x}{6 \cdot (x-4)} = -\frac{1}{6}; \quad \text{B) } \frac{d+3}{cd+d^2} - \frac{c-3}{cd+c^2} = \\
 & = \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(d+c)} = \frac{c(d+3)-d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3 \cdot (c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd}; \quad \text{Г) } \frac{3p+q}{p^2-pq} - \\
 & - \frac{3q+p}{pq-q^2} = \frac{3p+q}{p(p-q)} - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{q(3q+p)-p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{q^2-p^2}{pq(p-q)} = \\
 & = -\frac{p+q}{pq}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.37.} \quad & \text{a) } \frac{2-a}{a(a-b)} - \frac{2-b}{b(a-b)} = \frac{b(2-a)-a(2-b)}{ab(a-b)} = \frac{2 \cdot (b-a)}{ab(a-b)} = -\frac{2}{ab}; \\
 \text{б) } & \frac{b+2a}{a(a+b)} - \frac{a+2b}{b(a+b)} = \frac{b(b+2a)-a(a+2b)}{ab(a+b)} = \frac{(b-a) \cdot (b+a)}{ab(a+b)} = \frac{b-a}{ab}; \\
 \text{B) } & \frac{d+3}{d(c+d)} - \frac{c-3}{c(c+d)} = \frac{c(d+3)-d(c-3)}{cd(c+d)} = \frac{3 \cdot (c+d)}{cd(c+d)} = \frac{3}{cd}; \quad \text{Г) } \frac{3p+q}{p(p-q)} - \\
 & - \frac{3q+p}{q(p-q)} = \frac{q(3p+q)-p(3q+p)}{pq(p-q)} = \frac{(p+q) \cdot (q-p)}{pq(p-q)} = -\frac{p+q}{pq}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.38.} \quad & \text{a) } \frac{2b}{(l-b) \cdot (l+b)} + \frac{l}{l+b} = \frac{2b+l-b}{(l-b) \cdot (l+b)} = \frac{l}{l-b}; \\
 \text{б) } & \frac{36+c^2-c(c+6)}{(c-6) \cdot (c+6)} = \frac{6 \cdot (6-c)}{(c-6) \cdot (c+6)} = -\frac{6}{c+6}; \quad \text{B) } \frac{2a-(a-3)}{(a-3) \cdot (a+3)} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{a+3}{(a-3) \cdot (a+3)} = \frac{1}{a-3}; \quad \Gamma) \quad \frac{2 \cdot (m+4) - (5m-4)}{m^2-16} = \frac{12-3m}{(m-4) \cdot (m+4)} =$$

$$= \frac{3 \cdot (4-m)}{(m-4) \cdot (m+4)} = -\frac{3}{m+4}.$$

$$\mathbf{4.39.} \quad \text{a)} \quad \frac{10x}{(4-x) \cdot (4+x)} - \frac{5}{4-x} = \frac{10x-5 \cdot (4+x)}{(4-x) \cdot (4+x)} = \frac{5 \cdot (x-4)}{(4-x) \cdot (4+x)} =$$

$$= -\frac{5}{x+4}; \quad \text{б)} \quad \frac{6x^2-15x+25-x(5+2x)}{(2x-5) \cdot (2x+5)} = \frac{(2x-5)^2}{(2x-5) \cdot (2x+5)} = \frac{2x-5}{2x+5};$$

$$\text{B)} \quad \frac{12n}{(n-7) \cdot (n+7)} - \frac{6}{n-7} = \frac{12n-6 \cdot (n+7)}{(n-7) \cdot (n+7)} = \frac{6 \cdot (n-7)}{(n-7) \cdot (n+7)} =$$

$$= \frac{6}{n+7}; \quad \Gamma) \quad \frac{15z^2+32z+16}{(3z-4) \cdot (3z+4)} - \frac{2z}{3z-4} = \frac{15z^2+32z+16-2z(3z+4)}{(3z-4) \cdot (3z+4)} =$$

$$= \frac{(3z+4)^2}{(3z-4) \cdot (3z+4)} = \frac{3z+4}{3z-4}.$$

$$\mathbf{4.40.} \quad \text{a)} \quad \frac{1-x}{x(x-y)} - \frac{y-1}{y(y-x)} = \frac{(1-x)y+(y-1)x}{xy(x-y)} = \frac{y-x}{xy(x-y)} = -\frac{1}{xy};$$

$$\text{б)} \quad \frac{p-q}{2p(p+q)} + \frac{2q}{(p-q) \cdot (p+q)} = \frac{(p-q)^2+2q \cdot 2p}{2p(p+q) \cdot (p-q)} = \frac{(p+q)^2}{2p(p+q) \cdot (p-q)} =$$

$$= \frac{p+q}{2p(p-q)}; \quad \text{B)} \quad \frac{3+c}{c(c-d)} - \frac{3+d}{d(c-d)} = \frac{(3+c)d-(3+d)c}{cd(c-d)} = \frac{3 \cdot (d-c)}{cd(c-d)} =$$

$$= -\frac{3}{cd}; \quad \Gamma) \quad \frac{3m+m}{3m^2-3mn} - \frac{4n}{9m^2-n^2} = \frac{(3m+n)^2}{3m(3m-n) \cdot (3m+n)} = \frac{3m-n}{3m(m+n)}.$$

$$\mathbf{4.41.} \quad \text{a)} \quad \frac{y}{(x-y)^2} + \frac{x+y}{y(x-y)} = \frac{y^2+(x-y) \cdot (x+y)}{y(x-y)^2} = \frac{x^2}{y(x-y)^2};$$

$$\text{б)} \quad \frac{9p+63}{(p+9)^2} - \frac{8}{p+9} = \frac{9p+63-8 \cdot (p+9)}{(p+9)^2} = \frac{p-9}{(p+9)^2}; \quad \text{B)} \quad \frac{a+b}{a(a-b)} - \frac{a}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a^2-b^2-a^2}{a(a-b)^2} = -\frac{b^2}{a(a-b)^2}; \quad \Gamma) \quad \frac{3z+7}{(z+7)^2} - \frac{2}{z+7} = \frac{3z+7-2 \cdot (z+7)}{(z+7)^2} =$$

$$= \frac{z-7}{(z+7)^2}.$$

$$\mathbf{4.42.} \quad \text{a)} \quad \frac{12x+5y}{20x^2y} - \frac{5y-4x}{25xy^2} = \frac{5y(12x+5y)-4x(5y-4x)}{100x^2y^2} = \left(\frac{5y+4x}{10xy}\right)^2;$$

$$\text{б)} \quad \frac{2n+3m}{12mn^2} - \frac{9m-2n}{18m^2n} = \frac{3m(2n+3m)-2n(9m-2n)}{36m^2n^2} = \left(\frac{3m-2n}{6mn}\right)^2.$$

$$\mathbf{4.43.} \quad \text{a)} \quad \frac{5}{18z} - \frac{2+3y}{3y^3} - \frac{y-3}{9y^2} = \frac{5}{18z} - \frac{2}{3y^3} - \frac{1}{y^2} - \frac{1}{9y} + \frac{1}{3y^2} =$$

$$= \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3} - \frac{y-2}{3y^2} - \frac{y+2}{3y^3} = \frac{1}{6y} - \frac{2}{3y^2} - \frac{2}{3y^3}; \quad \text{б)} \quad -$$

$$-\frac{abc-a^2}{a^2b} + \frac{abc-b^2}{ab^2} + \frac{abc-c^2}{c^2a} = \frac{a(bc-a^2)^c}{a^2b} + \frac{b(ac-b^2)^a}{ab^2} + \frac{c(ab-c^2)^b}{c^2a} =$$

$$= \frac{a^2b}{b^2c-a^2c+a^2c-b^2a+ab^2-c^2b} = 0.$$

$$\mathbf{4.44.} \quad \text{a)} \quad \frac{3m+4}{(3m-2) \cdot (3m+2)} - \frac{3}{2 \cdot (3m-2)} = \frac{2 \cdot (3m+4) - 3 \cdot (3m+2)}{2 \cdot (3m-2) \cdot (3m+2)} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot (3m+2)}; \quad \text{б)} \quad \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a^{-1}}{4ax-x^2} = \frac{x-12a}{(x-4a) \cdot (x+4a)} + \frac{4}{x(x-4a)} =$$

$$= \frac{x^2-12xa+4xa+16a^2}{x(x^2-16a^2)} = \frac{x^2-8xa+16a^2}{x(x-4a) \cdot (x+4a)} = \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a) \cdot (x+4a)} =$$

$$= \frac{x-4a}{x(x+4a)}; \quad \text{B)} \quad \frac{3}{2 \cdot (b-3a)} + \frac{3a+2b}{(3a-b) \cdot (3a+b)} = \frac{-3 \cdot (3a+b) + 2 \cdot (3a+2b)}{2 \cdot (3a-b) \cdot (3a+b)} =$$

$$= \frac{b-3a}{2 \cdot (3a-b) \cdot (3a+b)} = \frac{1}{2 \cdot (3a+b)}; \quad \Gamma) \quad \frac{c-30d}{c^2-100d^2} - \frac{10d^{-1}}{10cd-c^2} =$$

$$= \frac{c-30d}{(c-10d) \cdot (c+10d)} + \frac{10d}{c(10d-c)} = \frac{(c-30d)^2}{c(c-10d) \cdot (c+10d)} = \frac{c-10d}{c(c+10d)}.$$

4.45. a) $\frac{4a(a+2)-3a^2-8a-4}{(a+2)^2} = \frac{a^2-4}{(a+2)^2} = \frac{(a-2) \cdot (a+2)}{(a+2)^2} = \frac{a-2}{a+2};$

б) $\frac{7n^2+mn-8m}{(m-n)^2} + \frac{8m}{m-n} = \frac{7n^2+mn-8m^2+8m(m-n)}{(m-n)^2} = \frac{7n(n-m)}{(m-n)^2} =$
 $= \frac{7n}{n-m}; \quad \text{B)} \quad \frac{8y^2-9xy+x^2}{(x-y)^2} + \frac{9y}{x-y} = \frac{8y^2-9xy+x^2+9y(x-y)}{(x-y)^2} =$
 $= \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{(x-y)^2} = \frac{x+y}{x-y}; \quad \Gamma) \quad \frac{5+13p-6p^2}{(3p+1)^2} + \frac{2p}{3p+1} =$
 $= \frac{5+13p-6p^2+2p(3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5 \cdot (3p+1)}{(3p+1)^2} = \frac{5}{3p+1}.$

4.46. a) $\frac{2x^2+1-x(x-1)}{x^3-1} = \frac{x^2+x+1}{x^3-1} = \frac{1}{x-1}; \quad \text{б)} \quad \frac{6y+y^2-2y+4}{y^3+8} =$
 $= \frac{(y+2)^2}{(y+2) \cdot (y^2-2y+4)} = \frac{y+2}{y^2-2y+4}; \quad \text{B)} \quad \frac{6c+48-3c(c+4)}{c^3+64} =$
 $= \frac{3 \cdot (c^2-4c+16)}{(c+4) \cdot (c^2-4c+16)} = \frac{3}{c+4}; \quad \Gamma) \quad \frac{b^2+3b+9-9b}{b^3-27} = \frac{(b-3)^2}{(b-3) \cdot (b^2+b+9)} =$
 $= \frac{b-3}{b^2+b+9}.$

4.47. a) $\frac{c^3+d^3-c^3+d^3}{c+d} = \frac{2d^3}{c+d}; \quad \text{б)} \quad \frac{a^3-b^3-a^3-b^3}{a^2-ab+b^2} = -\frac{2b^3}{a^2-ab+b^2};$
 B) $\frac{m^3+n^3-m^3+n^3}{m-n} = \frac{2n^3}{m-n}; \quad \Gamma) \quad \frac{x^3+y^3+x^3-y^3}{x^2+xy+y^2} = \frac{2x^3}{x^2+xy+y^2}.$

4.48. a) $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b} + \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{a^3+b^3+a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{2a^3}{a^2-b^2};$
 б) $\frac{m^2-2mn+4n^2}{m-2n} + \frac{m^2+2mn+4n^2}{m+2n} = \frac{m^3+8n^3+m^3-8n^3}{m^2-4n^2} = \frac{2m^3}{m^2-4n^2};$
 B) $\frac{9x^2-3xy+y^2}{3x-y} + \frac{9x^2+3xy+y^2}{3x+y} = \frac{27x^3+y^3+27x^3-y^3}{9x^2-y^2} = \frac{54x^3}{9x^2-y^2};$
 Г) $\frac{41^2+61k+9k^2}{21+3k} + \frac{41^2-61k+9k^2}{21-3k} = \frac{81^3-27k^3+81^3+27k^3}{41^2-9k^2} = \frac{161^3}{41^2-9k^2}.$

4.49. a) $1 - \frac{1}{a^3+1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^3+1-1-a^3+a^2-a}{a^3+1} =$
 $= \frac{a^2-a}{a^3+1}; \quad \text{б)} \quad \frac{c(c-3)-(c^2+3c+9)+27}{c^3-27} = \frac{18-6c}{c^3-27} =$
 $= \frac{6 \cdot (3-c)}{(c-3) \cdot (c^2+3c+9)} = -\frac{6}{c^2+3c+9}; \quad \text{B)} \quad 1 - \frac{2d-1}{4d^2-2d+1} - \frac{2d}{2d+1} =$
 $= \frac{8d^3+1-4d^2+1-8d^3+4d^2-2d}{8d^3+1} = \frac{2-2d}{8d^3+1}; \quad \Gamma) \quad \frac{1}{b+2} - \frac{b}{b^2-2b+4} - \frac{12}{b^3+8} =$
 $= \frac{b^2-2b+4-b^2-2b-12}{b^3+8} = \frac{-4 \cdot (b+2)}{(b+2) \cdot (b^2-2b+4)} = \frac{-4}{b^2-2b+4}.$

4.50. a) $\frac{3b^2+2b+4}{b^3-1} - \frac{1-2b}{b^2+b+1} - \frac{3}{b-1} =$
 $= \frac{3b^2+2b+4-b+2b^2+1-2b-3b^2-3b-3}{b^3-1} = \frac{2 \cdot (b^2-2b+1)}{(b-1) \cdot (b^2+b+1)} =$
 $= \frac{2 \cdot (b-1)^2}{(b-1) \cdot (b^2+b+1)} = \frac{2 \cdot (b-1)}{b^2+b+1}; \quad \text{б)} \quad \frac{a-2}{a^2+2a+4} - \frac{6a}{a^3-8} + \frac{1}{a-2} =$
 $= \frac{a^2-4a+4-6a+a^2+2a+4}{a^3-8} = \frac{2a^2-8a+8}{a^3-8} = \frac{2 \cdot (a-2)^2}{(a-2) \cdot (a^2+2a+4)} =$
 $= \frac{2 \cdot (a-2)}{a^2+2a+4}.$

$$\begin{aligned}
 \text{4.51. a) } & \frac{2mn}{m^3+n^3} + \frac{2m}{m^2-n^2} - \frac{1}{m-n} = \\
 & = \frac{2m^2n-2mn^2+2m^3-2m^2n+2mn^2-m^3-n^3}{(m+n) \cdot (m^2-mn+n^2) \cdot (m-n)} = \\
 & = \frac{(m-n) \cdot (m^2+mn+n^2)}{(m+n) \cdot (m^2-mn+n^2) \cdot (m-n)} = \frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{2xy}{x^3-y^3} - \frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} = \frac{2x^2y+2xy^2-2x^3-2x^2y-2xy^2+x^3-y^3}{(x-y) \cdot (x^2+xy+y^2) \cdot (x+y)} = \\
 & = \frac{(x^3+y^3)}{(x^3-y^3) \cdot (x+y)} = \frac{(x+y) \cdot (x^2-xy+y^2)}{(x^3-y^3) \cdot (x+y)} = \frac{x^2-xy+y^2}{y^3-x^3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.52. a) } & \frac{1}{(b-5)^2} - \frac{2}{b^2-25} + \frac{1}{(b+5)^2} = \\
 & = \frac{b^2+10b+25-2b^2+50+b^2-10b+25}{(b-5)^2 \cdot (b+5)^2} = \frac{100}{(b-5)^2 \cdot (b+5)^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{1}{(2m-5n)^2} - \frac{2}{25n^2-4m^2} + \frac{1}{(2m+5n)^2} = \\
 & = \frac{25n^2+20nm+4m^2-50n^2+8m^2-25n^2-20nm+4m^2}{(25n^2-4m^2)^2} = \frac{16m^2}{(25n^2-4m^2)^2}.
 \end{aligned}$$

4.53.

$$\begin{aligned}
 & \frac{3a(16-3a)}{9a^2-4} + \frac{3 \cdot (1+2a)}{2-3a} - \frac{2-9a}{3a+2} = \frac{3a(16-3a)}{(3a-2) \cdot (3a+2)} - \frac{3 \cdot (1+2a)}{3a-2} - \\
 & - \frac{2-9a}{3a+2} = \frac{48a-9a^2-3 \cdot (3a+6a^2+2+4a)-(6a-27a^2-4+18a)}{9a^2-4} = \\
 & = \frac{48a-9a^2-18a^2-21a-6+27a^2-24a+4}{9a^2-4} = \frac{3a-2}{(3a-2) \cdot (3a+2)} = \frac{1}{3a+2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.54. } & \frac{x+2y}{x^2+2x+y^2} - \frac{x-2y}{x^2-y^2} + \frac{2y^2}{(x+y) \cdot (x^2-y^2)} = \frac{x+2y}{(x+y) \cdot (x-y)} + \frac{2y^2}{(x+y) \cdot (x^2-y^2)} = \\
 & = \frac{x^2+2xy-xy-2y^2-x^2+2xy-xy+2y^2+2y^2}{(x+y) \cdot (x-y) \cdot (x+y)} = \frac{2y^2+2xy}{(y+x)^2 \cdot (x-y)} = \frac{2y}{x^2-y^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4.55. } & \frac{1}{2z^2+5z} - \frac{2}{25-10z} - \frac{4}{4z^2-25z} = \frac{1}{z(2z+5)} + \frac{2}{5 \cdot (5+2z)} - \\
 & - \frac{4}{(z-5z) \cdot (z+5z)} = \frac{10z-25+4z^2+10z-20z}{5z(4z^2-25)} = \frac{1}{5z}.
 \end{aligned}$$

4.56.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{1+a+1-a}{1-a^2} + \frac{2}{1+a^2} + \\
 & + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{2}{1-a^2} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}}.
 \end{aligned}$$

Приведем все дроби к общему знаменателю:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(1+a^2) \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16}) \cdot (1+a+1-a)}{1-a^{32}} + \\
 & + \frac{2 \cdot (1-a^2) \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \frac{4 \cdot (1-a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \\
 & + \frac{8 \cdot (1-a^8) \cdot (1+a^{16}) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\
 & = \frac{2 \cdot (1+a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16}) \cdot (1+a^2+1-a^2)}{1-a^{32}} + \frac{4 \cdot (1-a^4) \cdot (1+a^8) \cdot (1+a^{16})}{1-a^{32}} + \\
 & + \frac{8 \cdot (1-a^8) \cdot (1+a^{16}) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \\
 & = \frac{8 \cdot (1-a^{16}) \cdot (1+a^8+1-a^8) + 16 \cdot (1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{16 \cdot (1+a^{16}+1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{32}{1-a^{32}}.
 \end{aligned}$$

§5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень

5.1. а) $\frac{77}{34} \cdot \frac{17}{33} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 17}{17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$; б) $\frac{12}{25} \cdot \frac{18}{35} = \frac{6 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 6} = \frac{14}{15}$;
в) $\frac{20}{9} \cdot \frac{9}{40} = \frac{20 \cdot 9}{9 \cdot 20} = \frac{1}{2}$; г) $\frac{13}{64} : \frac{65}{128} = \frac{13}{64} \cdot \frac{128}{65} = \frac{2}{5}$.

5.2. а) $\frac{6x}{19} \cdot \frac{y}{5} = \frac{6xy}{19 \cdot 5} = \frac{6xy}{95}$; б) $\frac{5}{4a} : \frac{7}{9b} = \frac{5}{4a} \cdot \frac{9b}{7} = \frac{45b}{28a}$;
в) $\frac{11c}{12} \cdot \frac{5d}{13} = \frac{11c \cdot 5d}{12 \cdot 13} = \frac{11c \cdot 5d}{156}$; г) $\frac{7m}{6} : \frac{3}{10t} = \frac{7m}{6} \cdot \frac{10t}{3} = \frac{35mt}{9}$.

5.3. а) $\frac{5x}{6} : x = \frac{5x}{6} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$; б) $\frac{25}{12y} \cdot y = \frac{25}{12} = 2\frac{1}{12}$;
в) $\frac{19t}{20} : t = \frac{19t}{20} \cdot \frac{1}{t} = \frac{19}{20}$; г) $z : \frac{5z}{27} = z \cdot \frac{27}{5z} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$.

5.4. а) $\frac{6a}{b} : \frac{3a}{b} = \frac{6a}{b} \cdot \frac{b}{3a} = 2$; б) $-\frac{4p}{q} \cdot \frac{q}{2n} = -\frac{2p}{n}$; в) $-\frac{9}{2x} \times$
 $\times -\frac{5x}{3} = \frac{15}{2} = 7,5$; г) $\frac{5c}{2d} : -\frac{15c}{d} = -\frac{5c}{2d} \cdot \frac{d}{15c} = -\frac{1}{6}$.

5.5. а) $\frac{a^2}{6} : \frac{a}{3} = \frac{a^2 \cdot 3}{6 \cdot a} = \frac{a}{2}$; б) $\frac{24}{b^2} \cdot \frac{b^3}{36} = \frac{24 \cdot b^3}{b^2 \cdot 36} = \frac{2}{3}b$;
в) $\frac{n^{24}}{28} : \frac{n^{39}}{56} = \frac{n^{24}}{28} \cdot \frac{56}{n^{39}} = \frac{2}{n^{15}}$; г) $\frac{m^5}{10} \cdot \frac{100}{m^{12}} = \frac{10}{m^7}$.

5.6. а) $\frac{12x^5}{55} : \frac{6x^2}{5} = \frac{12x^5}{55} \cdot \frac{5}{6x^2} = \frac{2x^3}{11}$; б) $\frac{4}{3y^3} \cdot \frac{y^8}{18} = \frac{2y^5}{27}$;
в) $\frac{16}{5d^3} : \frac{12}{d^4} = \frac{16}{5d^3} \cdot \frac{d^4}{12} = \frac{4d}{15}$; г) $\frac{36c^{12}}{49} : \frac{7}{6c^{15}} = \frac{6}{7c^3}$.

5.7. а) $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2}$; б) $\frac{m^3}{cd} : \frac{m^2n}{cd} = \frac{m^3 \cdot cd}{cd \cdot m^2n} = \frac{m}{n}$; в) $\frac{a^3b}{c} \times$
 $\times \frac{c^2}{a^4} = \frac{bc}{a}$; г) $\frac{p^2q^2}{z} : \frac{p^3q^3}{z^2} = \frac{p^2q^2 \cdot z^2}{z \cdot p^3q^3} = \frac{z}{pq}$.

5.8. а) $\frac{b^2}{xy} \cdot \frac{xy}{a^2b} = \frac{b}{a^2}$; б) $\frac{x^3}{6y^{10}} \cdot \frac{3y^9}{x^{11}} = \frac{1}{x^8y}$; в) $\frac{a^9}{8b^8} : \frac{a^{11}}{10b^{10}} =$
 $= \frac{a^9}{8b^8} \cdot \frac{10b^{10}}{a^{11}} = \frac{5b^2}{4a^2}$; г) $\frac{5c^2x}{a} \cdot \frac{15a}{c^3x} = \frac{75}{c}$.

5.9. а) $6mx \cdot \frac{ab}{2mx^2} = \frac{3ab}{x}$; б) $15y^3 : \frac{25y^2}{4x} = \frac{15y^3 \cdot 4x}{25y^2} = \frac{12xy}{5}$;
в) $\frac{4ab^2}{3cm^3} \cdot 6c^2m^2 = 8\frac{ab^2c}{m}$; г) $9xy : \frac{3x^2y}{ab} = \frac{9xy \cdot ab}{3x^2y} = \frac{3ab}{x}$.

5.10. а) $\frac{4x^3y^2}{p} \cdot \frac{1}{6x^4y^5} = \frac{2}{3xy^3p}$; б) $\frac{m}{17a^2d^2} \cdot 34a^2d^8 = 2md^6$;
в) $\frac{4x^3y^4}{a} \cdot \frac{1}{36x^3y^4} = \frac{1}{9a}$; г) $8p^3n^5 \cdot \frac{x}{6p^2n^3} = \frac{4}{3}n^2xp$.

5.11. а) $\frac{x-y}{4a} \cdot \frac{4}{x-y} = \frac{1}{a}$; б) $\frac{a+b}{8} : \frac{a+b}{8x} = \frac{a+b}{8} \cdot \frac{8x}{a+b} = x$;
в) $\frac{2m-3n}{7} \cdot \frac{7s}{2m-3n} = s$; г) $\frac{15p+12q}{13p} : \frac{15p+12q}{13} = \frac{15p+12q}{13p} \times$
 $\times \frac{13}{15p+12q} = \frac{1}{p}$.

5.12. а) $\frac{3a+4b}{8x^2} : \frac{4b+3a}{16x^2} = \frac{3a+4b}{8x^2} \cdot \frac{16x^2}{4b+3a} = 2$; б) $\frac{7c+9d}{13p^3} \cdot \frac{39p^{12}}{9d+7c} =$
 $= 3p^9$; в) $\frac{44c^3}{15m+4n} : \frac{52c}{4n+15m} = \frac{44c^3}{15m+4n} \cdot \frac{4n+15m}{52c} = \frac{11c^2}{13}$;
г) $\frac{12ab}{19t+8} \cdot \frac{19t+8}{15b^2} = \frac{4a}{5b}$.

$$\text{5.13. a) } \frac{16u-13v}{21} : \frac{13v-16u}{p} = \frac{(16u-13v)p}{21 \cdot (13v-16u)} = -\frac{p}{21}; \text{ б) } \frac{45m-n}{23c} \times \frac{c}{n-45m} = -\frac{1}{23}; \text{ в) } \frac{98p-17q}{4} : \frac{17q-98p}{16m} = \frac{98p-17q}{4} \cdot \frac{16m}{17q-98p} = -4m; \text{ г) } \frac{64r-15s}{9c^2} \cdot \frac{18c}{15s-64r} = -\frac{2}{c}.$$

$$\text{5.14. a) } \frac{c+d}{c-d} \cdot \frac{c-d}{c} = \frac{c+d}{c}; \text{ б) } \frac{a-b}{c+d} : \frac{3 \cdot (a-b)}{a(c+d)} = \frac{a-b}{c+d} \cdot \frac{a(c+d)}{3 \cdot (a-b)} = \frac{a}{3};$$

$$\text{в) } \frac{m(m-n)}{p(p+q)} \cdot \frac{p^2 \cdot (p+q)}{m-n} = mp; \text{ г) } \frac{a+b}{2b(a-b)} : \frac{a+b}{2b^2 \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{2b(a-b)} \times \frac{2b^2 \cdot (a-b)}{a+b} = b.$$

$$\text{5.15. a) } \frac{x+y}{x-y} \cdot (x-y) = x+y; \text{ б) } \frac{2x+y}{x-y} \cdot \frac{1}{(2x+y)^2} = \frac{1}{(x-y) \cdot (2x+y)}; \text{ в) } 2a+b; \text{ г) } (a-b)^2 \cdot \frac{a-2b}{a-b} = (a-b) \cdot (a-2b).$$

$$\text{5.16. a) } \frac{a}{x^2-3x} : \frac{a^3}{3x-9} = \frac{a}{x^2-3x} \cdot \frac{3x-9}{a^3} = \frac{3}{a^2x}; \text{ б) } \frac{a+a^2}{n} \times \frac{n^2}{3+3a} = \frac{a(1+a)}{n} \cdot \frac{n^2}{3 \cdot (1+a)} = \frac{an}{3}; \text{ в) } \frac{m^3-m^2}{y^4} \cdot \frac{y^2}{m^2-m} = \frac{m}{y^2};$$

$$\text{г) } \frac{10c^2}{b^2-b^3} : \frac{5}{b-b^2} = \frac{10c^2}{b^2-b^3} \cdot \frac{b-b^2}{5} = \frac{2c^2}{b}.$$

$$\text{5.17. a) } \frac{rx+r^2}{x^2} : \frac{x+r}{x} = \frac{r(x+r)}{x^2} \cdot \frac{x}{x+r} = \frac{r}{x}; \text{ б) } \frac{mx+my}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4x+4y} = \frac{m(x+y)}{ab^2} \cdot \frac{a^2b}{4(x+y)} = \frac{ma}{4b}; \text{ в) } \frac{xy}{p^2+p^3} \cdot \frac{p+p^2}{x^2y^2} = \frac{xy}{p(1+p)} \cdot \frac{p(1+p)}{x^2y^2} = \frac{1}{xyp};$$

$$\text{г) } \frac{6a}{n^2-n} : \frac{3an}{2n-2} = \frac{6a}{n(n-1)} \cdot \frac{2 \cdot (n-1)}{3an} = \frac{4}{n^2}.$$

$$\text{5.18. a) } \frac{4p-p^2}{y-x} : \frac{8p-2p^2}{x-y} = \frac{p(4-p)}{y-x} \cdot \frac{x-y}{(4-p)2p} = -\frac{1}{2}; \text{ б) } \frac{a-b}{3q-q^2} \times \frac{6q-2q^2}{b-a} = \frac{a-b}{q(3-q)} \cdot \frac{2q(3-q)}{b-a} = -2; \text{ в) } \frac{c^3-c^2}{d^3+d} \cdot \frac{1+d^2}{c-c^2} = \frac{c^2 \cdot (c-1)}{d(d^2+1)} \times \frac{1+d^2}{c(1-c)} = -\frac{c}{d};$$

$$\text{г) } \frac{x+x^3}{n-n^2} : \frac{x^2+1}{n^3-n^2} = \frac{x(1+x^2) \cdot n^2 \cdot (n-1)}{n(1-n) \cdot (x^2+1)} = -xn.$$

$$\text{5.19. a) } \frac{x^2-y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{3xy} \cdot \frac{3y}{x-y} = \frac{x+y}{x}; \text{ б) } \frac{5a^2}{a^2-16} : \frac{5a}{a+4} = \frac{5a^2}{(a-4) \cdot (a+4)} \cdot \frac{a+4}{5a} = \frac{a}{a-4}; \text{ в) } \frac{c^2-49}{10cd} : \frac{2c+14}{5d} = \frac{(c-7) \cdot (c+7)}{10cd} \cdot \frac{5d}{2 \cdot (c+7)} = \frac{c-7}{4c};$$

$$\text{г) } \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{b^2-d^2} = \frac{b-d}{d} \cdot \frac{3bd}{(b-d) \cdot (b+d)} = \frac{3b}{b+d}.$$

$$\text{5.20. a) } \frac{1}{x+y} \cdot (x^3+y^3) = \frac{(x+y) \cdot (x^2-xy+y^2)}{x+y} = x^2-xy+y^2;$$

$$\text{б) } (a^3+b^3) : (a^2-ab+b^2) = \frac{(a+b) \cdot (a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} = a+b;$$

$$\text{в) } \frac{1}{n^3-m^3} \cdot (n^2+nm+m^2) = \frac{n^2+nm+m^2}{(n-m) \cdot (n^2+nm+m^2)} = \frac{1}{n-m};$$

$$\text{г) } (p^3-q^3) : (p-q) = \frac{(p-q) \cdot (p^2+pq+q^2)}{p-q} = p^2+pq+q^2.$$

$$\text{5.21. a) } \frac{1}{a^3-b^3} \cdot (a^2-b^2) = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{(a-b) \cdot (a^2+ab+b^2)} = \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}; \text{ б) } (8a^3+1) : \frac{4a^2-2a+1}{n} = \frac{(2a+1) \cdot (4a^2-2a+1)n}{4a^2-2a+1} =$$

$$= (2a + 1)n; \text{ B) } \frac{12n}{x^3-27} \cdot \frac{x^2+3x+9}{6n} = \frac{12n(x^2+3x+9)}{(x-3)(x^2+3x+9)6n} = \frac{2}{x-3};$$

$$\text{Г) } \frac{(m-4)(m^2+4m+16)}{3} : (m^2 + 4m + 16) = \frac{m-4}{3}.$$

$$\text{5.22. a) } \frac{x^2-10x+25}{3x+12} : \frac{2x-10}{x^2-16} = \frac{(x-5)^2 \cdot (x-4) \cdot (x+4)}{3 \cdot (x+4) \cdot 2 \cdot (x-5)} = \frac{1}{6} \times$$

$$\times (x^2 - 9x + 20); \text{ б) } \frac{1+a^2}{4a+8b} \cdot \frac{a^2+4ab+4b^2}{3-3a} = \frac{(1-a) \cdot (1+a) \cdot (a+2b)^2}{4 \cdot (a+2b) \cdot 3 \cdot (1-a)} =$$

$$= \frac{(1+a) \cdot (a+2b)}{12}; \text{ B) } \frac{c^2-25}{c^2+12c+36} \cdot \frac{3c+18}{2c+10} = \frac{(c-5) \cdot (c+5) \cdot 3 \cdot (c+6)}{(c+6)^2 \cdot 2 \cdot (c+5)} =$$

$$= \frac{3 \cdot (c-5)}{2 \cdot (c+6)}; \text{ Г) } \frac{5m-10n}{m-5} : \frac{4n^2-4mn+m^2}{15-3m} = \frac{5 \cdot (m-2n) \cdot 3 \cdot (5-m)}{(m-5) \cdot (2n-m)^2} =$$

$$= \frac{15}{2n-m}.$$

$$\text{5.23. a) } \left(\frac{x}{y}\right)^8 = \frac{x^8}{y^8}; \text{ б) } \left(\frac{p}{qr}\right)^{12} = \frac{p^{12}}{q^{12}r^{12}}; \text{ B) } \left(\frac{cd}{m}\right)^{19} = \frac{c^{19}d^{19}}{m^{19}};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{z}{ts}\right)^{23} = \frac{z^{23}}{t^{23}s^{23}}.$$

$$\text{5.24. a) } \left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{32x^5}; \text{ б) } \left(\frac{5y}{3}\right)^3 = \frac{125y^3}{27}; \text{ B) } \left(\frac{8z}{9}\right)^2 = \frac{64z^2}{81};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{t}{4b}\right)^4 = \frac{t^4}{256b^4}.$$

$$\text{5.25. a) } \left(-\frac{2x}{3y}\right)^5 = -\frac{32x^5}{243y^5}; \text{ б) } \left(\frac{-8z}{15t}\right)^2 = \frac{64z^2}{225t^2}; \text{ B) } \left(\frac{-4t}{5s}\right)^3 =$$

$$= -\frac{64t^3}{125s^3}; \text{ Г) } \left(-\frac{3m}{4n}\right)^4 = \frac{81m^4}{256n^4}.$$

$$\text{5.26. a) } \left(\frac{2x^2y^3}{3z^8}\right)^4 = \frac{16x^8y^{12}}{81z^{32}}; \text{ б) } \left(\frac{-3n^8k^3}{10p^4}\right)^3 = -\frac{27n^{24}k^9}{1000p^{12}};$$

$$\text{B) } \left(\frac{5a^4c^3}{2k^9}\right)^3 = \frac{125a^{12}c^9}{8k^{27}}; \text{ Г) } \left(-\frac{5x^6y^3}{z^8}\right)^4 = \frac{625x^{24}y^{12}}{z^{32}}.$$

$$\text{5.27. a) } \left(\frac{a}{b}\right)^0 = \frac{a^0}{b^2} = \frac{1}{1} = 1 \text{ при } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{2a-b}{a+2}\right)^0 = 1, \text{ при } 2a \neq b \text{ и } a \neq -2; \text{ B) } \left(\frac{a^2-9}{a}\right)^0 = 1,$$

$$\text{при } a \neq 0, \text{ и } a \neq \pm 3; \text{ Г) } \left(\frac{16-a^2}{a^2-9}\right)^0 = 1, \text{ при } a \neq \pm 3 \text{ и } a \neq \pm 4.$$

$$\text{5.28. a) } \frac{a^2}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{a^3}\right)^2 = \frac{a^2}{x} \cdot \frac{x^4}{a^6} = \frac{x^3}{a^4}; \text{ б) } \left(\frac{p}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{x^3}{p^2}\right)^2 =$$

$$= \frac{p^3}{x^9} \cdot \frac{x^6}{p^4} = \frac{1}{x^3}; \text{ B) } \left(\frac{a^3b}{c^4}\right)^5 \cdot \left(\frac{c^7}{a^5b^2}\right)^3 = \frac{a^9b^3}{c^{12}} \cdot \frac{c^{21}}{a^5b^6} = \frac{c}{b};$$

$$\text{Г) } \left(\frac{x^6y^8}{x^5}\right)^5 : \frac{x^{10}y^{13}}{x^8} = \frac{x^{30}y^{40}}{x^{25}} \cdot \frac{z^5}{x^{10}y^{13}} = \frac{z^5 \cdot y^{27}}{x^5}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.29. a) } & \frac{18a^3}{11b^3} \cdot \frac{22b^4}{9a^2} = 4ab; \text{ б) } \frac{17x^2y}{5a} : \left(-\frac{34xy^2}{25a^2}\right) = \\
 & = -\left(\frac{17x^2y}{5a} \cdot \frac{25a^2}{34xy^2}\right) = -\frac{5xa}{2y}; \text{ в) } -\frac{35ax^2}{12b^2y} : \frac{8ab}{2xy} = -\frac{35a^2x}{3by^2}; \\
 \text{г) } & \left(-\frac{27c^3}{4b^2}\right) : \left(-\frac{45c^2}{32b}\right) = \frac{27c^3}{4b^2} \cdot \frac{32b}{45c^2} = \frac{24}{5bc^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.30. a) } & \left(-\frac{2pq^5}{3ma^2}\right)^2 \cdot \frac{9m^2a^2}{4p^3q^7} = \frac{4p^2q^{10}}{9m^2a^4} \cdot \frac{9m^2a^2}{4p^3q^7} = \frac{q^3}{pa^2}; \text{ б) } - \\
 & -\frac{50a^4b^5}{63m^9n^8} : \left(\frac{5a^2b^3}{3m^2n^5}\right)^3 = -\frac{50a^4b^5}{63m^9n^8} \cdot \frac{27m^6n^5}{125a^6b^9} = -\frac{50 \cdot 27}{63 \cdot 125} \cdot \frac{n^7}{a^2b^4m^3} = \\
 & = -\frac{6n}{35a^2b^4m^3}; \text{ в) } \left(-\frac{2x^3y^4}{5a^2b}\right)^3 \cdot \left(-\frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}}\right) = -\frac{8x^9y^{12}}{125a^6b^3} \times \\
 & \times \left(-\frac{25a^4b^3}{24x^8y^{13}}\right) = \frac{x}{15a^2y}; \text{ г) } \left(-\frac{10p^2q^2}{3a^3}\right)^2 : \left(-\frac{25p^3q^3}{27a^6}\right) = \frac{100p^4q^4}{9a^6} \times \\
 & \times \left(-\frac{27a^6}{25p^3q^3}\right) = -12pq.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.31. a) } & \frac{10y^5}{9a} : \frac{5y^3}{3b} \cdot \frac{3a^2}{by} = \frac{10y^5}{9a} \cdot \frac{3b}{5y^3} \cdot \frac{3a^2}{by} = 2ya; \text{ б) } \frac{25a^3b^3}{14x^2y^4} \times \\
 & \times \frac{21xy^3}{10a^2b^2} \cdot \frac{8xy^2}{15ab} = \frac{25 \cdot 21 \cdot 8}{14 \cdot 10 \cdot 15} \cdot \frac{a^3b^3 \cdot xy^3 \cdot xy^2}{x^2y^4 \cdot a^2b^2 \cdot ab} = 2y; \text{ в) } \frac{28a^2}{27x^3} : \frac{21x^4}{45y} = \\
 & = \frac{28a^2}{27x^3} \cdot \frac{45y}{21x^4} = \frac{1}{9}xa; \text{ г) } \frac{45m^4}{49n^2t} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} : \frac{20m^2n}{63t^2} = \frac{45m^4}{49n^2t} \cdot \frac{56n^3}{27m^2} \times \\
 & \times \frac{63t^2}{20m^2n} = \frac{6m^4n^2}{t^3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.32. a) } & \left(\frac{x^2}{2a^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4a^4}{x^3}\right)^2 = \frac{x^6}{8a^9} \cdot \frac{16a^{16}}{x^6} = \frac{2}{a}; \text{ б) } \left(\frac{-2a^8b^3}{c^7}\right)^5 : \\
 & : \left(-\frac{4a^{10}b^4}{c^9}\right)^4 = -\frac{2a^{40}b^{45}}{c^{35}} \cdot \frac{c^{36}}{256a^{40}b^{16}} = -\frac{c}{8b}; \text{ в) } \left(-\frac{2a^2}{b^3}\right)^8 \times \\
 & \times \left(\frac{b^2}{-2a^3}\right)^2 = \frac{2^8a^{16}}{b^{24}} \cdot \frac{b^4}{2^2a^6} = \frac{64a^{10}}{b^{20}}; \text{ г) } \left(-\frac{9x^7y^6}{a^{12}}\right)^4 \cdot \left(-\frac{a}{27x^5y^4}\right)^3 = \\
 & = \frac{9^4x^{28}y^{24}}{a^{48}} \cdot \left(-\frac{a^{24}}{3^9x^{15}y^{12}}\right) = -\frac{x^{13}y^{12}}{3a^{24}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.33. a) } & \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{9a-9b}{a^2+a} = \frac{(a-1) \cdot (a+1) \cdot 9(a-b)}{(a-b) \cdot a(a+1)} = \frac{9(a-1)}{a}; \\
 \text{б) } & \frac{(y-5)^2}{3y+18} : \frac{2y-10}{y^2-36} = \frac{(y-5)^2}{3 \cdot (y+6)} \cdot \frac{(y-6) \cdot (y+6)}{2 \cdot (y-5)} = \frac{(y-6) \cdot (y-5)}{6}; \\
 \text{в) } & \frac{(x+4)^2}{3x-9} \cdot \frac{x^2-9}{3x+12} = \frac{(x+4)^2}{3 \cdot (x-3)} \cdot \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{3 \cdot (x+4)} = \frac{(x+4) \cdot (x+3)}{9}; \\
 \text{г) } & \frac{b^2+4bc}{b+6} : \frac{b^2-16c^2}{2b+12} = \frac{b(b+4c)}{b+6} \cdot \frac{2 \cdot (b+6)}{(b-4c) \cdot (b+4c)} = \frac{2b}{b-4c}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.34. a) } & \frac{x^2-16}{8x^2} : \frac{x+4}{4x} = \frac{(x-4) \cdot (x+4)4x}{8x^2 \cdot (x+4)} = \frac{x-4}{2x}; \text{ б) } \frac{(y-5)^2}{y} \times \\
 & \times \frac{7y^2}{y^2-25} = \frac{(y-5)^2}{y} \cdot \frac{7y^2}{(y-5) \cdot (y+5)} = \frac{7y(y-5)}{y+5}; \text{ в) } \frac{m^2-n^2}{9m} \cdot \frac{3m^2}{m-n} = \\
 & = \frac{m(m+n)}{3}; \text{ г) } \frac{(c+2)^2}{2c^2} \cdot \frac{4c}{c^2-4} = \frac{2 \cdot (c+2)}{c(c-2)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.35. a)} & \frac{x^2 y}{25y^2 - 4} \cdot \frac{15y + 6}{3xy^2} = \frac{3 \cdot x^2 y (5y + 2)}{(5y - 2) \cdot (5y + 2) \cdot 3xy^2} = \frac{x}{y(5y - 2)}; \\
 \text{б)} & \frac{7 - 2x}{22a^2 b^2} : \frac{4x^2 - 49}{11ab^3} = \frac{(7 - 2x) \cdot 11ab^3}{22a^2 b^2 \cdot (2x - 7) \cdot (2x + 7)} = -\frac{b}{2a(2x + 7)}; \\
 \text{B)} & \frac{m^2 n}{64n^2 - 9} : \frac{5mn}{8n + 3} = \frac{m^2 n \cdot (8n + 3)}{(8n - 3) \cdot (8n + 3) \cdot 5mn} = \frac{m}{5 \cdot (8n - 3)}; \\
 \text{r)} & \frac{24c^2 d}{(3p - 5) \cdot (3p + 5)} \cdot \frac{5 - 3p}{12cd^3} = -\frac{2c}{d^2 \cdot (3p + 5)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.36. a)} & \frac{z^2 - 25}{z^2 - 32} : \frac{z - 45}{9 - z^2} = \frac{(z - 5) \cdot (z + 5)}{z(z - 3)} \cdot \frac{(3 - z) \cdot (3 + z)}{z - 5} = \\
 & = -\frac{(z - 5) \cdot (z - 3)}{z}; \text{ б)} \frac{5p^2 - 5q^2}{5p - 10q} \cdot \frac{p^2 - 2pq}{(q - p)^2} = \frac{5 \cdot (p - q) \cdot (p + q)}{5 \cdot (p - 2q)} \cdot \frac{p(p - 2q)}{(q - p)^2} = \\
 & = \frac{p(p + q)}{p - q}; \text{ B)} \frac{6d - 6c}{c + p} \cdot \frac{c^2 + cp}{c^2 - d^2} = \frac{6 \cdot (d - c)}{c + p} \cdot \frac{c(c + p)}{(c - d) \cdot (c + d)} = -\frac{6c}{c + d}; \\
 \text{r)} & \frac{3x^2 - 3y^2}{xy + 3y^2} : \frac{(y - x)^2}{9y + 3x} = \frac{3 \cdot (x - y) \cdot (x + y)}{y(x + 3y)} \cdot \frac{3 \cdot (x + 3y)}{(y - x)^2} = \frac{9 \cdot (x + y)}{y(x - y)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.37. a)} & \frac{x^2 - 6x + 9}{9x^3} : \frac{x^2 - 9}{9x} = \frac{(x - 3)^2}{9x^3} \cdot \frac{9x}{(x - 3) \cdot (x + 3)} = \frac{(x - 3)}{x^2 \cdot (x + 3)}; \\
 \text{б)} & \frac{4c^2 + 4c + 1}{c^2 d - cd^2} \cdot \frac{2d - 2c}{4c^2 - 1} = \frac{(2c + 1)^2}{cd(c - d)} \cdot \frac{2 \cdot (d - c)}{(2c - 1) \cdot (2c + 1)} = -\frac{2 \cdot (2c + 1)}{cd(2c - 1)}; \\
 \text{B)} & \frac{25 - y^2}{25y} \cdot \frac{10y^2}{y^2 - 10y + 25} = \frac{(5 - y) \cdot (5 + y)}{25y} \cdot \frac{10y^2}{(y - 5)^2} = \frac{2 \cdot (5 + y)y}{5 \cdot (y - 5)}; \\
 \text{r)} & \frac{3 - 6a}{1 - 6a + 9a^2} : \frac{2a^2 - a}{1 - 9a^2} = \frac{3 \cdot (1 - 2a)}{(1 - 3a)^2} \cdot \frac{(1 - 3a) \cdot (1 + 3a)}{a(2a - 1)} = -\frac{3 \cdot (1 + 3a)}{(1 - 3a)a}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.38. a)} & \frac{a^3 + b^3}{a^2 b - ab^2} \cdot \frac{a - b}{a + b} = \frac{(a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)}{ab(a - b)} \cdot \frac{a - b}{a + b} = \frac{a^2 - ab + b^2}{ab}; \\
 \text{б)} & \frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3} : (x^3 - 27) = \frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3} \cdot \frac{1}{(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9)} = \\
 & = \frac{1}{x^2 - 9}; \text{ B)} \frac{2x^2 + 4x}{x^3 - 8} : \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{2x(x + 2)}{(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4)} \cdot \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{2x}{x^2 + 2x + 4}; \\
 \text{r)} & (x^3 + y^3) \cdot \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2} = (x + y) \cdot (x^2 - xy + y^2) \cdot \frac{x + y}{x^2 - xy + y^2} = \\
 & = (x + y)^2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.39. a)} & \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} : \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{(x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)} \cdot \frac{x^2 - x + 1}{(x - 1)^2} = \\
 & = \frac{1}{x - 1}; \text{ б)} \frac{t^3 + 8}{12t^2 + 27t} \cdot \frac{4t + 9}{t^2 - 2t + 4} = \frac{(t + 2) \cdot (t^2 - 2t + 4)}{3t(4t + 9)} \cdot \frac{4t + 9}{t^2 - 2t + 4} = \\
 & = \frac{t + 2}{3t}; \text{ B)} \frac{z^2 + 6z + 9}{z^3 + 27} : \frac{3z + 9}{z^2 - 3z + 9} = \frac{(z + 3)^2}{(z + 3) \cdot (z^2 - 3z + 9)} \cdot \frac{z^2 - 3z + 9}{3 \cdot (z + 3)} = \frac{1}{3}; \\
 \text{r)} & \frac{y^3 - 8}{y^2 - 9} \cdot \frac{y + 3}{y^2 + 2y + 4} = \frac{(y - 2) \cdot (y^2 + 2y + 4)}{(y - 3) \cdot (y + 3)} \cdot \frac{y + 3}{y^2 + 2y + 4} = \frac{y - 2}{y - 3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{5.40. a)} & \frac{a^2 - 6a + 9}{1 - b^3} : \frac{2a - 6}{b^2 - 1} = \frac{(a - 3)^2 \cdot (b - 1) \cdot (b + 1)}{(1 - b) \cdot (1 + b + b^2) \cdot 2 \cdot (a - 3)} = \\
 & = \frac{(3 - a) \cdot (b + 1)}{2 \cdot (1 + b + b^2)}; \text{ б)} \frac{c^3 - 8d^3}{2c + 4d} \cdot \frac{4d^2 - c^2}{(2d - c)^2} = \\
 & = \frac{(c - 2d) \cdot (c^2 + 2cd + 4d^2) \cdot (2d - c) \cdot (2d + c)}{2 \cdot (c + 2d) \cdot (2d - c)^2} = -\frac{c^2 + 2cd + 4d^2}{2}; \\
 \text{B)} & \frac{b^2 - 6b + 9}{4b^2 - 6b + 9} \cdot \frac{27 + 8b^3}{6 - 2b} = \frac{(b - 3)^2 \cdot (3 + 2b) \cdot (9 - 6b + 4b^2)}{2 \cdot (3 - b) \cdot (9 - 6b + 4b^2)} = \frac{(3 + 2b) \cdot (3 - b)}{2};
 \end{aligned}$$

$$\Gamma) \frac{(m-1)^2}{4+4m^2} : \frac{1-m^2}{(2m+2)^2} = \frac{(m-1)^2 \cdot 4 \cdot (m+1)^2}{4 \cdot (1+m) \cdot (1-m+m^2) \cdot (1-m) \cdot (1+m)} = \frac{1-m}{1-m+m^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{5.41. a)} & \frac{1-16a^2}{4a^2+10a+25} : \frac{4a-1}{8a^3-125} = \frac{(1-4a) \cdot (1+4a)}{4a^2+10a+25} \times \\ & \times \frac{(2a-5) \cdot (4a^2+10a+25)}{4a-1} = (5-2a) \cdot (1+4a); \text{ б)} \frac{64a^3-27b^3}{(4a-3b)^2} \times \\ & \times \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \frac{(4a-3b) \cdot (16a^2+12ab+9b^2)}{(4a-3b)^2} \cdot \frac{9b^2-16a^2}{16a^2+12ab+9b^2} = \\ & = -\frac{(4a-3b) \cdot (4a+3b)}{(4a-3b)} = -(4a+3b); \text{ в)} \frac{4-9c^2}{9c^2-12c+16} : \\ & : \frac{2-3c}{27c^3+64} = \frac{(2-3c)^2}{9c^2-12c+16} \cdot \frac{(3c+4) \cdot (9c^2-12c+16)}{(3c+4) \cdot (9c^2-12c+16)} = \\ & = (2+3c) \cdot (3c+4); \text{ г)} \frac{125^3+8q^3}{(5p+2q)^2} : \frac{25p^2-10pq+4q^2}{4q^2-25p^2} = \\ & = \frac{(5p+2q) \cdot (25p^2-10pq+4q^2) \cdot (4q^2-25p^2)}{(5p+2q)^2 \cdot (25p^2-10pq+4q^2)} = 2q-5p. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.42. а)} & \frac{x-3}{2x+4} \cdot \frac{x^2-4}{x^3-27} \cdot \frac{x^2+3x+9}{x^2-2x} = \frac{x-3}{2(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x^2+3x+9)} \times \\ & \times \frac{x^2+3x+9}{x(x-2)} = \frac{(x-3)(x-2)(x+2)(x^2+3x+9)}{2(x+2)(x-3)(x^2+3x+9)x(x-2)} = \frac{1}{2x}; \text{ б)} \frac{a^2-16}{2a-a^2} \times \\ & \times \frac{ab-2b}{a^2+8a+16} \cdot \frac{4b}{a-4} = \frac{(a-4)(a+4)}{a(2-a)} \cdot \frac{b(a-2)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2^2 \cdot b}{a-4} = \frac{(a-4)(a+4)}{a(-a+2)} \times \\ & \times \frac{b(a-2)}{(a+4)^2} \cdot \frac{2^2 \cdot b}{a-4} = \frac{2^2(a-4)(a+4)b^2(a-2)}{a(-a+2)(a+4)^2(a-4)} = -\frac{4b^2}{a(a+4)}; \text{ в)} \frac{b^2-10b+25}{5b-10} \times \\ & \times \frac{2b-b^2}{b^2-25} \cdot \frac{b+5}{5b} = \frac{(b-5)^2 b(-b+2)(b+5)}{5^2(b-2)(b-5)(b+5)b} = -\frac{b-5}{25} \quad \Gamma) \frac{a^3+8}{3a-6} \times \\ & \times \frac{a^2-2a}{a^2+4a+4} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+4} = \frac{(a+2)(a+2)(a^2-2a+4)a(a-2)(a-2)}{3(a-2)(a+2)^2(a^2-2a+4)} = \\ & = \frac{(a+2)^2(a^2-2a+4)a(a-2)^2}{3(a-2)(a+2)^2(a^2-2a+4)} = \frac{a(a-2)}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.43. а)} & \left(\frac{b^4 \cdot (b-c)^2}{a^6 \cdot (c-a)} \right)^3 : \left(\frac{b^2 \cdot (b-c)}{a^3 \cdot (a-c)} \right)^6 = \frac{b^{12} \cdot (b-c)^6 \cdot a^{18} \cdot (a-c)^6}{a^{18} \cdot (c-a)^3 \cdot b^{12} \cdot (b-c)^6} = \\ & = (c-a)^3; \text{ б)} \left(-\frac{a^2+ab}{ab^2-b^3} \right)^4 \cdot \left(\frac{b-a}{a^2+2ab+b^2} \right)^3 = \frac{a^4 \cdot (a+b)^4 \cdot (b-a)^3}{b^6 \cdot (a-b)^4 \cdot (a+b)^6} = \\ & = \frac{a^4}{b^2 \cdot (b-a) \cdot (a+b)^2}; \text{ в)} \left(\frac{a^2 \cdot (a-b)}{x^4 \cdot (a-x)^3} \right)^6 \cdot \left(\frac{x^6 \cdot (x-a)^5}{a^3 \cdot (b-a)^2} \right)^4 = \\ & = \frac{a^4 \cdot (a+b)^4 \cdot x^4 \cdot (x-a)^{20}}{x^{24} \cdot (a-x)^{18} \cdot a^{12} \cdot (b-a)^6} = \frac{(x-a)^2}{(b-a)^2}; \text{ г)} \left(\frac{x^2-4xy+4y^2}{x^2+xy} \right)^2 \times \\ & \times \left(\frac{x+y}{2xy-x^2} \right)^3 = -\frac{(x-2y)^4 \cdot (x+y)^3}{x^2 \cdot (x+y)^2 \cdot x^3 \cdot (2y-x)^3} = \frac{(x-2y) \cdot (x+y)}{x^6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5.44. а)} & \frac{a^4-64ab^3}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2b-16b^3} : \frac{a^3+4a^2b+16ab^2}{ab+4b^2} = \\ & = \frac{a(a-4b) \cdot (a^3+4a^2b+16ab^2) \cdot (a-b) \cdot (a+b) \cdot b(a+4b)}{(a-b)^2 \cdot b(a-4b) \cdot (a+4b) \cdot a(a^3+4a^2b+16ab^2)} = \frac{a+b}{a-b}; \\ \text{б)} & \frac{x^2z+125z}{x^2-16z^2} : \frac{x^3-25x}{x^2-8xz+16z^2} \cdot \frac{x+4z}{x^2-5x+25} : \frac{x-4z}{x-5} = \\ & = \frac{z(x+5) \cdot (x^2-5x+25) \cdot (x-4z)^2 \cdot (x+4z) \cdot (x-5)}{(x-4z) \cdot (x+4z) \cdot x(x-5) \cdot (x+5) \cdot (x^2-5x+25) \cdot (x-4z)} = \frac{z}{x}. \end{aligned}$$

$$\text{5.45. a) } \frac{4x^2}{2x-y} : \frac{12x^3}{4x^2-y^2} \cdot \frac{2x^2}{6x^2+3xy} = \frac{4x^2 \cdot (2x-y) \cdot (2x+y) \cdot 2x^2}{(2x-y) \cdot 12x^3 \cdot 3x(2x+y)} = \frac{1}{9};$$

$$\text{б) } \frac{a^2+a}{2a-8} \cdot \frac{a^2+a}{2a+8} : \frac{3a^4+6a^3+3a^2}{a^2-16} = \frac{a(a+1)}{2 \cdot (a-4)} \cdot \frac{a(a+1)}{2 \cdot (a+4)} \cdot \frac{(a-4) \cdot (a+4)}{3a^2 \cdot (a+1)^2} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{5.46. a) } \left(\frac{2x^2y^3}{x+y} \right)^3 : \left(\frac{x^6y^9}{x^2-y^2} \cdot \frac{8x-8y}{x^2+2xy+y^2} \right) = \frac{8x^6y^9}{(x+y)^3} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^6y^9} \times$$

$$\times \frac{(x+y)^2}{8 \cdot (x-y)} = 1; \text{ б) } \left(\frac{a-3}{3a^2b} \right)^2 : \left(\frac{9-a^2}{18a^3b} : \frac{a^2b+3ab}{2a-6} \right) = \frac{(a-3)^2}{9a^4b^2} \cdot \frac{18a^3b}{9-a^2} \times$$

$$\times \frac{ab(a+3)}{2 \cdot (a-3)} = -1.$$

§6. Преобразование рациональных выражений

$$\text{6.1. a) } \left(\frac{c}{2} + \frac{c}{3} \right) \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{3c+2c}{6} \cdot \frac{1}{c^2} = \frac{5}{6c}; \text{ б) } \left(\frac{2x}{y^2} - \frac{1}{2x} \right) :$$

$$: \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{2x} \right) = \frac{4x^2-y^2}{2xy^2} \cdot \frac{2xy}{2x+y} = \frac{(2x+y) \cdot (2x-y)}{(2x+y)y} = \frac{2x-y}{y}; \text{ в) } \frac{d^2}{3} \times$$

$$\times \left(\frac{d}{2} + \frac{2}{d^2} \right) = \frac{d^2}{3} \cdot \frac{d^3+4}{2d^2} = \frac{d^3+4}{6}; \text{ г) } \left(\frac{a}{b^2} - \frac{1}{a} \right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$= \frac{a^2-b^2}{b^2a} \cdot \frac{ba}{a+b} = \frac{(a+b) \cdot (a-b)}{b(a+b)} = \frac{a-b}{b}.$$

$$\text{6.2. a) } \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{x^2-y^2}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = \frac{(x-y) \cdot (x+y)}{yx} \cdot \frac{5xy}{x-y} = 5 \times$$

$$\times (x+y); \text{ б) } \left(\frac{z^2}{t^2} + \frac{2z}{t} + 1 \right) : \frac{t+z}{t} = \frac{z^2+2zt+t^2}{t^2} \cdot \frac{t^2}{t+z} = \frac{(z+t)^2}{t^2} \times$$

$$\times \frac{t^2}{t+z} = \frac{z+t}{t}; \text{ в) } \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) : \frac{a+b}{3ab} = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{3ab}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{ba} \times$$

$$\times \frac{3ab}{a+b} = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{ab} \cdot \frac{3ab}{a+b} = 3 \cdot (a-b); \text{ г) } \left(1 - \frac{2c}{d} + \frac{c^2}{d^2} \right) \times$$

$$\times \frac{d}{c-d} = \frac{d^2-2cd+c^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(d-c)^2}{d^2} \cdot \frac{d}{c-d} = \frac{(d-c)^2}{d(c-d)} = \frac{c-d}{d}.$$

$$\text{6.3. a) } \left(\frac{m^2}{n} - n \right) : \left(\frac{m}{n} + 1 \right) = \frac{m^2-n^2}{n} \cdot \frac{n}{m+n} = m-n;$$

$$\text{б) } \left(3 + \frac{u}{v} \right) \cdot \frac{uv}{2u+6v} = \frac{3v+u}{v} \cdot \frac{uv}{2u+6v} = \frac{u}{2}; \text{ в) } \left(4p - \frac{q^2}{p} \right) :$$

$$: \left(1 - \frac{2p}{q} \right) = \frac{4p^2-q^2}{p} \cdot \frac{q}{q-2p} = \frac{q(2p+q)}{p}; \text{ г) } \left(\frac{r}{8} - 2 \right) : \frac{4s-2r}{rs^2} =$$

$$= \frac{r-2s}{s} \cdot \frac{rs^2}{2 \cdot (2s-r)} = -\frac{rs}{2}.$$

$$\text{6.4. a) } \left(2 + \frac{t}{t+1} \right) : \frac{3t^2+3t}{12t+8} = \frac{2t+2+t}{t+1} \cdot \frac{3t(t+1)}{4 \cdot (3t+2)} = \frac{3t+2}{t+1} \times$$

$$\times \frac{3t(t+1)}{4 \cdot (3t+2)} = \frac{3t}{4}; \text{ б) } \left(p - \frac{5p}{p+2} \right) : \frac{p-3}{p+2} = \frac{p^2+2p-5p}{p+2} \cdot \frac{p+2}{p-3} =$$

$$= \frac{p(p-3)}{p-3} = p; \text{ B) } \frac{z-3}{z+3} \cdot \left(z + \frac{z^2}{3-z}\right) = \frac{z-3}{z+3} \cdot \frac{3z-z^2+z^2}{3-z} = -\frac{3z}{z+3};$$

$$\text{r) } \left(\frac{q}{q-5} - 2q\right) : \frac{11-2q}{q-5} = \frac{q-2q^2+10q}{q-5} \cdot \frac{q-5}{11-2q} = \frac{q(11-2q)}{11-2q} = q.$$

$$\text{6.5. a) } \left(\frac{6}{x-y} - \frac{5}{x+y}\right) \cdot \frac{x-y}{x+11y} = \frac{6x+6y-5x+5y}{(x-y)(x+y)} \cdot \frac{x-y}{x+11y} =$$

$$= \frac{1}{x+y}; \text{ б) } \left(a - \frac{a^2}{a+1}\right) \cdot \frac{a^2-1}{a^2+2a} = \frac{a^2+a-a^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a(a+2)} = \frac{a-1}{a+2};$$

$$\text{B) } \left(\frac{x-2y}{xy} + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = \frac{x-2y+y}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{x-y} = xy; \text{ r) } \frac{cd-d^2}{c^2+d^2} \times$$

$$\times \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c-d}\right) = \frac{d(c-d)}{c^2+d^2} \cdot \frac{c^2-cd+cd+d^2}{c^2-d^2} = \frac{d(c-d)(c^2+d^2)}{(c^2+d^2)(c^2-d^2)} = \frac{d}{c+d}.$$

$$\text{6.6. a) } \left(\frac{1+c^3}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = \left(\frac{(1+c)(1-c+c^2)}{1+c} - c\right) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} =$$

$$= (1-c+c^2) \cdot \frac{1+c}{1-c^2} = 1-c; \text{ б) } \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3}\right) =$$

$$= \frac{b+3}{b^3+9b} \cdot \frac{b^2+6b+9+b^2-6b+9}{(b-3)(b+3)} = \frac{2}{b(b-3)}; \text{ B) } \left(\frac{3d+1}{2d+2} - 1\right) : \frac{6d-6}{d+1} =$$

$$= \frac{3d+1-2d-2}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6(d-1)} = \frac{(d+1)(d-1)}{2(d+1)} \cdot \frac{d+1}{6(d-1)} = \frac{1}{12}; \text{ r) } \frac{x^2-9}{2x^2+1} \times$$

$$\times \left(\frac{6x+1}{x-3} + \frac{6x-1}{x+3}\right) = \frac{x^2-9}{2x^2+1} \cdot \frac{6x+19x+3+6x^2-19x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{6(2x^2+1)}{2x^2+1} =$$

$$= 6.$$

6.7.

$$\text{a) } \left(\frac{m}{n^2-mn} + \frac{n}{m^2-mn}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(\frac{m}{n(n-m)} + \frac{n}{m(m-n)}\right) \frac{mn}{n+m} =$$

$$= \left(\frac{mm+(-n)n}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(\frac{m^2-n^2}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} =$$

$$= \left(\frac{(m-n)(m+n)}{n(n-m)m}\right) \frac{mn}{n+m} = \left(-\frac{m+n}{nm}\right) \frac{mn}{n+m} = -1;$$

$$\text{б) } \frac{r^2-25}{r+3} \cdot \frac{1}{r^2+5r} - \frac{r+5}{r^2-3r} = \frac{(r-5)(r+5)}{(r+3)r(r+5)} - \frac{r+5}{r(r-3)} =$$

$$= \frac{(r-3)(r-5)+(r+3)(-r+5)}{(r+3)r(r-3)} = \frac{(r^2-8r+15)-(r^2+8r+15)}{(r+3)r(r-3)} =$$

$$= -\frac{16}{(r+3)(r-3)};$$

$$\text{B) } \left(\frac{st}{s^2-t^2} + \frac{t}{2t-2s}\right) \frac{s+t}{2t} = \left(\frac{st}{(s-t)(s+t)} + \frac{t}{2(t-s)}\right) \frac{s+t}{2t} =$$

$$= \left(\frac{2(st)+(-(s+t)t)}{(s-t)(s+t)2}\right) \frac{s+t}{2t} = \left(\frac{2st-(ts+t^2)}{2(s-t)(s+t)}\right) \frac{s+t}{2t} =$$

$$= \left(\frac{t(s-t)}{2(s-t)(s+t)}\right) \frac{s+t}{2t} = \frac{t}{2(s+t)} \cdot \frac{s+t}{2t} = \frac{t(s+t)}{2^2(s+t)t} = \frac{1}{4};$$

$$\text{r) } \frac{3a+b}{a^2b-ab^2} + \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{3a-b}{a^2-b^2} = \frac{3a+b}{ab(a-b)} - \frac{3a-b}{ab(a+b)} =$$

$$= \frac{(a+b)(3a+b)-(a-b)(3a-b)}{ab(a-b)(a+b)} = \frac{(3a^2+4ab+b^2)-(3a^2-4ab+b^2)}{ab(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{8ab}{ab(a-b)(a+b)} = \frac{8}{(a-b)(a+b)}.$$

$$\text{6.8. a) } \frac{4m^2+4m+1-4m^2+4m-1}{(2m-1)\cdot(2m+1)} \cdot \frac{5\cdot(2m-1)}{4m} = \frac{10\cdot(2m-1)}{(2m-1)\cdot(2m+1)} =$$

$$= \frac{10}{2m+1} = 2 \cdot \frac{5}{3+1} = 7; \text{ б) при } a = 23, b = 33;$$

$$\frac{a(b+a-b+a)}{(b-a)\cdot(b+a)} \cdot \frac{(b+a)^2}{2a^2} = \frac{b+a}{b-a} = \frac{56}{10} = 5,6.$$

$$\text{6.9. a) } \frac{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}}{\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{x-y}{(x+y)\cdot(x-y)} + \frac{x+y}{(x-y)\cdot(x+y)}}{\frac{x-y}{(x+y)\cdot(x-y)} - \frac{x+y}{(x-y)\cdot(x+y)}} = \frac{2x}{-2y} = -\frac{x}{y};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{2-x-2}{x} + \frac{x+3}{x^2-x}}{\frac{2x^2-2x-x^2}{x(x^2-x)}} = \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}}{\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}} = \frac{\frac{(x+y)\cdot(x-y)}{(x+y)\cdot(x-y)} - \frac{x-y}{(x-y)\cdot(x+y)}}{\frac{x-y}{(x+y)\cdot(x-y)} + \frac{x+y}{(x-y)\cdot(x+y)}} = \frac{2y}{2x} = \frac{y}{x};$$

$$\text{г) } \frac{\frac{1}{x-1} - \frac{4}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} = \frac{\frac{x^2-x-4}{(x-1)\cdot(x^2-x)}}{\frac{2x^2-2x-x^2-x+2}{(x-1)\cdot(x^2-x)}} = \frac{2x^2-6x+4}{x^2-3x+2} = 2.$$

$$\text{6.10. a) } \left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1} \right) \frac{1-5a}{a^2+5a} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \left(\frac{(a^2+6a+5)+(5a^2+24a-5)}{(5a-1)(a+1)} \right) \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \left(\frac{2\cdot 3a(a+5)}{(5a-1)(a+1)} \right) \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{2\cdot 3a(a+5)}{(5a-1)(a+1)} \cdot \frac{-5a+1}{a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} =$$

$$= \frac{2\cdot 3a(a+5)(-5a+1)}{(5a-1)(a+1)a(a+5)} + \frac{a^2+5}{a+1} = -\frac{2\cdot 3}{a+1} + \frac{a^2+5}{a+1} = \frac{1(-6)+(a^2+5)}{a+1} =$$

$$= \frac{(-6)+(a^2+5)}{a+1} = \frac{a^2-6+5}{a+1} = \frac{a^2-1}{a+1} = \frac{(a-1)(a+1)}{a+1} = a-1;$$

$$\text{б) } \left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4} \right) \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b} =$$

$$= \left(\frac{(b-4)(b-3)+(7b-4)(-b+3)}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3^2\cdot b-3b^2} + \frac{b^2-14}{-b+4} =$$

$$= \left(\frac{b^2-7b+12-7b^2+25b-12}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3b(3-b)} + \frac{b^2-14}{-b+4} =$$

$$= \left(\frac{2\cdot 3b(-b+3)}{(7b-4)(b-4)} \right) \frac{7b-4}{3b(-b+3)} + \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2\cdot 3b(-b+3)(7b-4)}{(7b-4)(b-4)3b(-b+3)} +$$

$$+ \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2}{b-4} + \frac{b^2-14}{-b+4} = \frac{2-(b^2-14)}{b-4} = \frac{2-b^2+14}{b-4} = \frac{-b^2+2+14}{b-4} =$$

$$= \frac{-b^2+16}{b-4} = \frac{-b^2+2^4}{b-4} = \frac{(2^2)^2-b^2}{b-4} = \frac{(2^2-b)(2^2+b)}{b-4} = \frac{(4-b)(4+b)}{b-4} =$$

$$= \frac{(-b+4)(b+4)}{b-4} = -(b+4).$$

$$\text{6.11. a) } \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+2ab+b^2} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} \right) = \frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2} :$$

$$: \frac{a^2-ab-a^2}{(a+b)\cdot(a-b)} = \frac{a^2b}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)\cdot(a-b)}{-ab} = \frac{a(b-a)}{a+b};$$

$$\text{б) } \frac{z-2}{4z^2+16z+16} : \left(\frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z} \right) = \frac{z-2}{4\cdot(z^2+4z+4)} :$$

$$: \left(\frac{z}{2\cdot(z-2)} - \frac{z^2+4}{2\cdot(z-2)\cdot(z+2)} - \frac{2}{z(z+2)} \right) = \frac{z-2}{4\cdot(z+2)^2} :$$

$$\begin{aligned} &: \frac{(z^2+2z) \cdot z - z^3 - 4z - 2 \cdot (z-2) \cdot 2}{2z(z-2) \cdot (z+2)} = \frac{z-2}{4 \cdot (z+2)^2} \cdot \frac{2z(z-2) \cdot (z+2)}{4z-4z+8} = \\ &= \frac{2z(z-2)^2}{4 \cdot (2 \cdot (z-2)^2 \cdot (z+2))} = \frac{z}{4 \cdot (z+2)}. \end{aligned}$$

6.12. a) $\left(\frac{10m^2}{3+2m} - 5m\right) : \frac{30m^2-15m}{8m^3+27} + \frac{8-2m}{2m-1} =$
 $= \left(\frac{10m^2}{3+2m} - 5m\right) \cdot \frac{8m^3+27}{30m^2-15m} + \frac{8-2m}{2m-1} = -\frac{15m}{2m+3} \times$
 $\times \frac{(2m+3) \cdot (4m^2-6m+9)}{15m(2m-1)} + \frac{8-2m}{2m-1} = \frac{8-2m-4m^2+6m-9}{2m-1} = 1 - 2m;$
 б) $\frac{9n^2+3n-9n^2}{3n-2} \cdot \frac{(3n+1) \cdot (9n^2-3n+1)}{3n(2-3n)} + \frac{9n-3}{3n-2} = \frac{9n-3-9n^2+3n-1}{3n-2} =$
 $= -\frac{9n^2-12n+4}{3n-2} = 2 - 3n.$

6.13. а) $\frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \left(\frac{3n+9}{n-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3n-9} + \frac{2}{9-n^2} - \frac{1}{n^2+3n}\right) =$
 $= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{(3n+9)^2 \cdot (n^2+3n-6n-3n+9)}{(n-3)^2 \cdot 3 \cdot (n-3) \cdot (n+3)n} = \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{9 \cdot (n+3)}{3 \cdot (n-3)n} =$
 $= \frac{9n-27}{3n^2-n^3} + \frac{3n+9}{(n-3)n} = \frac{3n^2+9n-9n+27}{n^2 \cdot (n-3)} = \frac{3 \cdot (n^2+9)}{n^2 \cdot (n-3)};$
 б) $\left(\frac{2}{2p-q} + \frac{6q}{q^2-4p^2} - \frac{4}{2p+q}\right) : \left(1 + \frac{4p^2+q^2}{4p^2-q^2}\right) =$
 $= \frac{-4p-2q+6q-4q+8p}{q^2-4p^2} \cdot \frac{4p^2-q^2+4p^2+q^2}{4p^2-q^2} = \frac{-4p}{4p^2-q^2} \cdot \frac{4p^2-q^2}{8p^2} = -\frac{1}{2p}.$

6.14. а) $\frac{k-4}{k-2} : \left(\frac{80k}{k^3-8} + \frac{2k}{k^2+2k+4} - \frac{k-16}{2-k}\right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k-4}{k-2} :$
 $: \left(\frac{80k+2k^2-4k+k^3+2k^2+4k-16k^2-32k-64}{(k-2) \cdot (k^2+2k+4)}\right) - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{k-4}{k-2} \times$
 $\times \frac{(k-4) \cdot (k^2+2k+4)}{k^3-12k^2+48k-64} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} = \frac{(k-4) \cdot (k-2) \cdot (k^2+2k+4)}{(k-2) \cdot (k-4)^3} - \frac{6k+4}{(4-k)^2} =$
 $= \frac{k}{k-4};$

б) $\left(\frac{m-n}{(m+n)^2} - \frac{2m}{m^2-n^2} + \frac{m+n}{(m-n)^2}\right) : \frac{8mn^2}{m^4-n^4} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} =$
 $= \frac{3mn^2+2mn^2+3mn^2}{(m+n)^2 \cdot (m-n)^2} \cdot \frac{m^4-n^4}{8mn^2} + \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{(m^2-n^2) \cdot (m^2+n^2)}{(m+n)^2 \cdot (m-n)^2} +$
 $+ \frac{2n^2}{n^2-m^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{2n^2}{n^2-m^2} = 1.$

6.15. $\left(\frac{8y^2+2y}{8y^3-1} - \frac{2y+1}{4y^2+2y+1}\right) \cdot \left(1 + \frac{2y+1}{2y} - \frac{4y^2+10y}{4y^2+2y}\right) : \frac{1}{2y} =$
 $= \frac{8y^2+2y-4y^2+1}{(2y-1) \cdot (4y^2+2y+1)} \cdot \frac{4y^2-2y-4y^2-1+10y}{2y(2y+1)} \cdot 2y = \frac{(2y-1)^2}{(2y-1) \cdot (2y+1)} =$
 $= \frac{2y-1}{2y+1}.$

6.16. $\left(\frac{y^2+9}{27-3y^2} + \frac{y}{3y+9} - \frac{3}{y^2-3y}\right) : \frac{(3y+9)^2}{3y^2-y^3} = \frac{y^3+9y+3y^2-y^3+27+9y}{3 \cdot (3-y) \cdot (3+y)} \times$
 $\times \frac{y^2 \cdot (3-y)}{(3y+9)^2} = \frac{(3y+9)^2 \cdot y^2 \cdot (3-y)}{9y(3-y) \cdot (3+y) \cdot (3y+9)^2} = \frac{y}{9 \cdot (3+y)} = \frac{y}{9y+27}.$

$$\begin{aligned}
 \text{6.17. } & \left(\frac{z}{z-2} - \frac{z^2}{z^3+8} \cdot \frac{z^2+2z}{z-2} \right) \frac{z^2-2z+4}{8} + \frac{z^2+z-2}{2z+4} = \\
 & = \left(\frac{z}{z-2} - \frac{z^2 z(z+2)}{(z+2)(z^2-2z+4)(z-2)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z(z-1)+2(z-1)}{2(z+2)} = \\
 & = \left(\frac{z}{z-2} - \frac{z^3}{(z^2-2z+4)(z-2)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{(z-1)(z+2)}{2(z+2)} = \\
 & = \left(\frac{(z^2-2z+4)z+1(-z^3)}{(z-2)(z^2-2z+4)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{(z-1)1}{2 \cdot 1} = \\
 & = \left(\frac{(z^2-2z+4)z+(-z^3)}{(z-2)(z^2-2z+4)} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z-1}{2} = \\
 & = \left(-\frac{2z}{z^2-2z+4} \right) \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z}{z^2-2z+4} \cdot \frac{z^2-2z+4}{2^3} + \\
 & + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z(z^2-2z+4)}{(z^2-2z+4)2^3} + \frac{z-1}{2} = -\frac{2z}{2^3} + \frac{z-1}{2} = \\
 & = -\frac{1z \cdot 1}{2^3 \cdot 1 \cdot 1} + \frac{z-1}{2} = -\frac{z}{2^2 \cdot 1} + \frac{z-1}{2} = -\frac{z}{2^2} + \frac{z-1}{2} = \\
 & = \frac{1(-z)+2(z-1)}{2^2} = \frac{(-z)+2(z-1)}{2^2} = \frac{-z+2(z-1)}{2^2} = \frac{z-2}{4}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6.18. } & \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{1}{2y-3x} : \left(\frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \right) = \frac{18xy}{2y+3x} + \\
 & + \frac{1}{2y-3x} : \left(\frac{4}{(2y+3x)(2y-3x)} - \frac{3 \cdot (2y-3x)}{(2y+3x)(4y^2-6xy+9x^2)} \right) = \\
 & = \frac{4}{4y^2-9x^2} - \frac{6y-9x}{8y^3+27x^3} \cdot \frac{(2y+3x)(2y-3x)(4y^2-6xy+9x^2)}{(2y+3x)^2} = \\
 & = \frac{18xy}{2y+3x} + \frac{4y^2-6xy+9x^2}{2y+3x} = \frac{(2y+3x)^2}{2y+3x} = 3x + 2y.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6.19. } & \frac{2-a}{5} + \left(\frac{1}{1-2a} \right)^2 : \left(\frac{a+2}{4a^3-4a^2+a} - \frac{2-a}{1-8a^3} \cdot \frac{4a^2+2a+1}{2a^2+a} \right) = \frac{2-a}{5} + \\
 & + \left(\frac{1}{1-2a} \right)^2 : \frac{(a+2) \cdot (1+2a) - (2-a) \cdot (1-2a)}{a(1-2a)^2 \cdot (1+2a)} = \frac{2-a}{5} + \left(\frac{1}{1-2a} \right)^2 \times \\
 & \times \frac{a(1-2a)^2 \cdot (1+2a)}{(a+2) \cdot (1+2a) - (2-a) \cdot (1-2a)} = \frac{2-a}{5} + \frac{a(1+2a)}{10a} = \frac{2-a}{5} + \frac{1+2a}{10} = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6.20. } & \left(\frac{b^2-2b+4}{4b^2-1} \cdot \frac{2b^2+b}{b^3+8} - \frac{b+2}{2b^2-b} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \\
 & = \left(\frac{b(2b+1)}{(4b^2-1)(b+2)} - \frac{b+2}{b(2b-1)} \right) : \frac{4}{b^2+2b} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b^2-b^2-4b-4}{(2b-1) \cdot b(b+2)} \times \\
 & \times \frac{b(b+2)}{4} - \frac{b+4}{3-6b} = \frac{b+1}{1-2b} - \frac{b+4}{3-6b} + \frac{-1+2b}{3-6b} = -\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6.21. } & \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{3}{8x^3+1} + \frac{3}{4x^2-2x+1} \right) \cdot \left(2x - \frac{4x-1}{2x+1} \right) = \\
 & = \frac{4x^2-2x+1-3+6x+3}{(2x+1)(4x^2-2x+1)} \cdot \frac{4x^2+2x-4x+1}{2x+1} = \frac{(4x^2+4x+1)(4x^2-2x+1)}{(2x+1)^2(4x^2-2x+1)} = \\
 & = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{6.22. } & \frac{ax}{a+x} + \frac{bx}{x-b} = \frac{a \frac{ab}{a-b}}{a + \frac{ab}{a-b}} + \frac{b \frac{ab}{a-b}}{\frac{ab}{a-b} - b} = \frac{\frac{a^2b}{a-b}}{\frac{a^2-ab+ab}{a-b}} + \frac{\frac{ab^2}{a-b}}{\frac{ab-ab+b^2}{a-b}} = \\
 & = \frac{a^2b}{a^2} + \frac{ab^2}{b^2} = b + a = a + b.
 \end{aligned}$$

6.23.

$\left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2\right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{x^2+4x+3+8x-4x^2-12x}{2x(x+3)} \times$
 $\times \frac{x+3}{x+1} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3 \cdot (1-x^2)}{2x(x+1)} - \frac{x^2-5x+3}{2x} = \frac{3-3x}{2x} - \frac{x^2-5x+3}{2x} =$
 $= \frac{2x-x^2}{2x} = \frac{x(2-x)}{2x} = \frac{2-x}{2} = \frac{1}{2} \cdot (2-x)$, следовательно при $x > 2$ выражение меньше нуля.

6.24. $\frac{12a-4a^2}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} : \left(\frac{4}{4a^2-9} - \frac{6a-9}{8a^3+27}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} :$
 $: \left(\frac{4}{(2a-3)(2a+3)} - \frac{3 \cdot (2a-3)}{(2a+3)(4a^2-6a+9)}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} :$
 $: \left(\frac{2a+3}{(2a-3)(4a^2-6a+9)}\right) = \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{1}{2a-3} \cdot \left(\frac{(2a-3)(4a^2-6a+9)}{2a+3}\right) =$
 $= \frac{4a(3-a)}{2a+3} + \frac{4a^2-6a+9}{2a+3} = \frac{12a-4a^2+4a^2-6a+9}{2a+3} = \frac{6a+9}{2a+3} =$
 $= \frac{3 \cdot (2a+3)}{2a+3} = 3.$

§7. Первые представления о рациональных уравнениях

7.1. а) $\frac{7x-21}{3} = 0 \Rightarrow 7x - 21 = 0 \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3$;
 б) $\frac{x+1}{x^2+1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$; в) $\frac{3x+12}{4} = 0 \Rightarrow 3x =$
 $= 12 = 0 \Rightarrow x = -4$; г) $\frac{2x}{x^2+2} = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0.$

7.2. а) $\frac{3x+1}{x+1} = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$; б) $\frac{(x+3)(x-1)}{3x} \Rightarrow$
 $(x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -3$ или $x = 1$; в) $\frac{6x-18}{x-2} \Rightarrow 6x -$
 $-18 = 0 \Rightarrow x = 3$; г) $\frac{(x+4)(x-5)}{x} \Rightarrow (x+4)(x-5) = 0 \Rightarrow x =$
 $= -4$ или $x = 5.$

7.3. а) $\frac{x^2+3x}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow x = 0$
 или $x = -3$; б) $\frac{4x^2-1}{6x+3} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x =$
 $= \pm \frac{1}{2}$; в) $\frac{x^2-4x}{4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0$
 или $x = 4$; г) $\frac{4-9x^2}{6x-4} = 0 \Rightarrow 4 - 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x =$
 $= \pm \frac{2}{3}.$

7.4. Во всех примерах дробь не может равняться нулю.

7.5. а) $2x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$; б) $x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$
 или $x = 2$; в) $3x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$; г) $x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$
 или $x = -1.$

7.6. а) $4x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$; б) $(2x + 3)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 5$ или $x = -\frac{3}{2}$; в) $5x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{5}$; г) $(2x - 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3$ или $x = \frac{1}{2}$.

7.7. а) $m^2 + 5m = 0 \Rightarrow m(m + 5) = 0 \Rightarrow m = -5$ или $m = 0$; б) $p^2 + 4p = 0 \Rightarrow p(p + 4) = 0 \Rightarrow p = -4$ или $p = 0$; в) $n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n(n - 9) = 0 \Rightarrow n = 0$ или $n = 9$; г) $q^2 - 16q = 0 \Rightarrow q(q - 16) = 0 \Rightarrow q = 0$ или $q = 16$.

7.8. а) $x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10$; б) $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$; в) $z^2 - 36 = 0 \Rightarrow z^2 = 36 \Rightarrow z = \pm 6$; г) $9x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$.

7.9. а) $\frac{x^2 - 4x}{4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4, x \neq 0$, так как $4x \neq 0$; б) $\frac{x^2 + 3x}{5x + 15} = 0 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x = 0, x \neq -3$, так как $5x + 15 \neq 0$; в) $\frac{x^2 + 5x}{5x} = 0 \Rightarrow x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x = -5, x \neq 0$, так как $5x \neq 0$; г) $\frac{x^2 - 7x}{3x - 21} = 0 \Rightarrow x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x = 0, x \neq 7$, так как $3x - 21 \neq 0$.

7.10. Составим систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ 3x + 15 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow x = 5;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 - 36 = 0 \\ x^2 + 6 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 6 \\ x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases} \Rightarrow x = 6;$$

$$\text{в) } \begin{cases} x^2 - 49 = 0 \\ 4x - 28 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 7 \\ x \neq 7 \end{cases} \Rightarrow x = -7;$$

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 - 64 = 0 \\ x(8 - x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 8 \\ x \neq 0 \\ x \neq 8 \end{cases} \Rightarrow x = -8.$$

7.11. а) $t^4 = 81 \Rightarrow t = \pm 3$;

$$\text{б) } \begin{cases} a(a - 2) \cdot (a + 2) = 0 \\ a \neq -2 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \text{ или } a = 2;$$

в) $y^4 = 16 \Rightarrow y = \pm 2$;

$$\text{г) } \begin{cases} d(3 - d) \cdot (3 + d) = 0 \\ d \neq -2 \end{cases} \Rightarrow d = 0 \text{ или } d = -3.$$

7.12. Для начала умножим обе части уравнения на знаменатель, тогда получим: а) $5 - 2x + 1 = 5 \Rightarrow 2x =$

$= 4$; ч $= 2$; б) $10 - 3y = -8y \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2$;
 в) $3z - 14 = -2 \Rightarrow 3z = 12 \Rightarrow z = 4$; г) $2t + 9 =$
 $= 20t \Rightarrow 18t = 9 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

7.13. Для начала избавимся от дробей, перенесем знаменатель одной дроби за знак равно, тем самым получив не деление, а умножение, тогда получим: а) $5a = 4 \times (a - 3) \Rightarrow a = -12$; б) $3 \cdot (6 - v) = 4 \cdot (2v - 1) \Rightarrow 18 - 3v = 8v - 4 \Rightarrow 11v = 22 \Rightarrow v = 2$; в) $3 \cdot 3c = 7 \cdot (c - 1) \Rightarrow 9c = 7c - 7 \Rightarrow 2c = -7 \Rightarrow c = -\frac{7}{2}$; г) $4 \cdot (5 + 2) = 5 \cdot (3s - 5) \Rightarrow 11s = 33 \Rightarrow s = 3$.

7.14. Для начала умножим обе части уравнения на знаменатель, тогда получим: а) $3n + 75 = 6n + 42 \Rightarrow 3n = 33 \Rightarrow n = 11$; б) $x^2 + 2x = 2x + 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$;
 в) $8r + 3 = 10r - 1 \Rightarrow 2r = 4 \Rightarrow r = 2$; г) $x^2 - 3x = 4 - 3x \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$.

7.15. а) $\frac{x^2}{x+3} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x^2 = x \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$
 или $x = 1$; б) $\frac{5y^2-1}{y} = \frac{y^2+3}{y} \Rightarrow 5y^2 - 1 = y^2 + 3 \Rightarrow 4y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$; в) $\frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x} \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 2$; г) $\frac{3t^2+5}{t} = \frac{9+2t^2}{t} \Rightarrow 3t^2 + 5 = 9 + 2t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = \pm 2$.

7.16. а) $\frac{x^2-2}{x+2} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow \frac{x^2-2}{x+2} - \frac{2}{x+2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x+2} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$; б) $\frac{x^2}{x+1} = \frac{-x}{x+1} \Rightarrow \frac{x^2+x}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 0$;
 в) $\frac{x^2+1}{x-1} = \frac{2}{x-1} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x-1} - \frac{2}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x-1} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$; г) $\frac{2x}{2-x} = \frac{x^2}{2-x} \Rightarrow \frac{x(2-x)}{2-x} = 0 \Rightarrow x = 0$.

7.17. а) $\frac{x^2-1}{x-3} = \frac{3x-1}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2-4}{x-3} = 0 \Rightarrow x = 0$; б) $\frac{x^2-15}{x+5} = \frac{10}{x+5} \Rightarrow \frac{x^2-25}{x+5} = 0 \Rightarrow x = 0$; в) $\frac{x^2+3}{x} = \frac{2x+3}{x} \Rightarrow \frac{x^2-2x}{x} = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$; г) $\frac{16+3x^2}{x-4} = \frac{4x^2}{x-4} \Rightarrow \frac{x(2-x)}{x-4} = 0 \Rightarrow -(4+x) = 0 \Rightarrow x = -4$.

7.18. а) $\frac{x^2-8x}{x-6} = \frac{4x-36}{x-6} \Rightarrow \frac{x^2-12x+36}{x-6} = 0 \Rightarrow \frac{(x-6)^2}{x-6} = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$; б) $\frac{4x-1}{x-2} = \frac{x+5}{x-2} \Rightarrow \frac{4x-1-(x+5)}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{3x-6}{x-2} = 0 \Rightarrow 3 = 0$ — нет решений; в) $\frac{x^2+16x}{x+5} = \frac{6x-25}{x+5} \Rightarrow \frac{x^2+10x+25}{x+5} = 0 \Rightarrow \frac{(x+5)^2}{x+5} = 0 \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x =$

$$= -5; \text{ г) } \frac{7x+4}{x+3} = \frac{3x-8}{x+3} \Rightarrow \frac{7x+4-3x+8}{x+3} = 0 \Rightarrow \frac{4x+12}{x+3} = 0 \Rightarrow 4 = 0 - \text{ нет решений.}$$

$$\text{7.19. а) } \frac{a}{4} - \frac{a-3}{5} = -1 \rightarrow 5a - 4 \cdot (a-3) = -20 \rightarrow a = -32;$$

$$\text{б) } \frac{p}{5} + \frac{p+12}{15} = \frac{1}{3} \rightarrow 3p + p + 12 = \frac{1}{3} \cdot 15 \rightarrow 4p = -7p = -\frac{7}{4};$$

$$\text{в) } \frac{a}{7} - \frac{3a-1}{14} = 2 \rightarrow 2c \cdot (3c-1) = 2 \cdot 14 \rightarrow -c+1 = 28 \rightarrow c = -27; \text{ г) } \frac{2-q}{5} - \frac{q}{20} = \frac{1}{4} \rightarrow 4 \cdot (2-q) - q = \frac{1}{4} \cdot 20 \rightarrow -5q = -3 \rightarrow q = \frac{3}{5}.$$

$$\text{7.20. а) } \frac{4}{x} - \frac{x+8}{2x} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{8-x-8}{2x} = \frac{5}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{5}{6} -$$

$$\text{нет решения; б) } \frac{1}{2x} + \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+1+x \cdot 2x}{2x(x+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \times \times (2x^2 + x + 1) = 2x^2 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 2x = 0 - \text{ нет решения;}$$

$$\text{в) } \frac{x-20}{4x} + \frac{5}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x-20+20}{4x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \text{ нет решения;}$$

$$\text{г) } \frac{x}{x-2} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x^2 - 2 \cdot (x-2) = \frac{1}{3} \cdot (x-2) 3x \Rightarrow 3x^2 - 2x + 4 = 3x^2 - 2x \Rightarrow 2x^2 + 2 = 0 - \text{ нет корней.}$$

$$\text{7.21. а) } \frac{3}{x+2} + \frac{x}{x-2} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 2 \cdot (x-2) = x^2 - 4 \Rightarrow 3x -$$

$$-6 + x^2 + 2x = x^2 - 4 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}; \text{ б) } \frac{2x}{x-1} + \frac{3}{x+1} =$$

$$= 2 \Rightarrow 2x(x+1) + 3 \cdot (x-1) = 2 \cdot (x^2 - 1) \Rightarrow 2x^2 + 2x +$$

$$+ 3x - 3 = 2x^2 - 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = 0,2; \text{ в) } \frac{1}{x-3} + \frac{x}{x+3} =$$

$$= 1 \Rightarrow x + 3 + x(x-3) = x^2 - 9 \Rightarrow -2x = -12 \Rightarrow x =$$

$$= 6; \text{ г) } \frac{3x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = 3 \Rightarrow 3x(x+2) - 5 \cdot (x-2) = 3 \times$$

$$\times (x^2 - 4) \Rightarrow 3x^2 + x + 10 = 3x^2 - 12 \Rightarrow x = -22.$$

$$\text{7.22. 1) Пусть } x - \text{ скорость велосипедиста, тогда}$$

$$\text{скорость мотоциклиста } 2,5x. \text{ Составим и решим уравнение}$$

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5 \quad 2) \frac{50}{x} - \frac{50}{2,5x} = 2,5 \Rightarrow \frac{50}{x} - \frac{20}{x} =$$

$$= \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{30}{x} - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \frac{60-5x}{2x} = 0 \Rightarrow x = 12. \quad 3) \text{ скорость}$$

$$\text{велосипедиста равна } 12 \text{ км/ч. Скорость мотоциклиста:}$$

$$12 \cdot 2,5) = 30 \text{ км/ч.}$$

$$\text{7.23. Пусть } x - \text{ скорость первого автобуса, тогда}$$

$$1,2x - \text{ скорость второго. Составим и решим уравнение}$$

$$\frac{45}{x} - \frac{45}{1,2x} = 0,25 \Rightarrow \frac{54-45}{1,2x} = \frac{0,3x}{1,2x} \Rightarrow 9 = 0,3x \Rightarrow x =$$

$$= 30 \text{ км/ч.}$$

$$\text{7.24. Пусть } x - \text{ собственная скорость катера. Составим}$$

$$\text{и решим уравнение } \frac{12}{x+4} + \frac{4}{x-4} = 2 \Rightarrow \frac{12 \cdot (x-4) + 4 \cdot (x+4)}{(x+4)(x-4)} =$$

$$= 2 \Rightarrow \frac{16x-32}{(x+4)(x-4)} = 2 \Rightarrow 16x-32 = 2 \cdot (x+4)(x-4) \Rightarrow 16x -$$

$$-32 = 2x^2 - 32 \Rightarrow 8x = x^2 \Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ км/ч.}$$

7.25. Пусть x — собственная скорость катера. Составим и решим уравнение $\frac{18}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 4 \Rightarrow \frac{18 \cdot (x-3) + 6 \cdot (x+3)}{(x+3)(x-3)} = 4 \Rightarrow \frac{24x-36}{(x+3)(x-3)} = 4 \Rightarrow 24x-36 = 4 \cdot (x+3)(x-3) \Rightarrow 24x-36 = 4x^2 - 36 \Rightarrow 6x = x^2 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x = 6$ км/ч.

7.26. Пусть x — скорость грузовой машины, тогда $1,5x$ — скорость легковой машины. Составим и решим уравнение $\frac{400}{x} - \frac{400}{1,5x} = 3\frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{600-400}{1,5x} = \frac{3}{3} \Rightarrow \frac{200}{1,5x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{200}{\frac{3}{2}x} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{400}{3x} = \frac{10}{3} \Rightarrow 400 = 10x \Rightarrow x = 40$ км/ч.

7.27. Пусть x — скорость автобуса, тогда $1,2x$ — скорость мотоциклиста. Составим и решим уравнение $\frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{1}{3}$ 2) $\frac{100}{x} - \frac{100}{1,2x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{300}{3x} - \frac{250}{3x} - \frac{x}{3x} = 0 \Rightarrow x = 50$ км/ч — скорость автобуса, а скорость мотоциклиста $1,2x = 1,2 \cdot 50 = 60$ км/ч.

7.28. а) $\frac{2x^2-1}{x} = x \Rightarrow 2x^2 - 1 = x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$; б) $\frac{3x^2+2}{x+1} = 3x \Rightarrow 3x^2 + 2 = 3x^2 + 3x \Rightarrow x = \frac{2}{3}$; в) $\frac{3x^2-4}{x} = 2x \Rightarrow 3x^2 - 4 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$; г) $\frac{5x^2-3}{x-2} = 5x \Rightarrow 5x^2 - 3 = 5x^2 - 10x \Rightarrow 10x = 3 \Rightarrow x = 0,3$.

7.29. а) $\frac{3x^2+1}{2x} = x + 1 \Rightarrow 3x^2 + 1 = 2x^2 + 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$; б) $\frac{2x^2-5}{x+1} = x - 1 \Rightarrow 2x^2 - 5 = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; в) $\frac{5x^2-36}{6x} = x - 2 \Rightarrow 5x^2 - 36 = 6x^2 - 12x \Rightarrow (x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6$; г) $\frac{2x^2-13}{x-2} = x + 2 \Rightarrow 2x^2 - 13 = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$.

7.30. Для начала составим систему уравнений: а) $\begin{cases} x(x^2 - 25) = 0 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 5$;

б) $\begin{cases} y^4 = 256 \\ y \neq 0 \\ y \neq -4 \end{cases} \Rightarrow y = 4$; в) $\begin{cases} x(36 - x^2) = 0 \\ x \neq 6 \end{cases} \Rightarrow x =$

$= 0 \Rightarrow x = -6$; г) $\begin{cases} y^4 = 625 \\ y \neq 0 \\ y \neq 5 \end{cases} \Rightarrow y = -5$.

7.31. Умножим числитель каждой дроби на знаменатель

другой дроби, тем самым избавившись от дроби:

$$а) \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3} \Rightarrow 3 \cdot (x^2+4x) = 2x(x+2) \Rightarrow x^2+8x =$$

$$= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = -8; б) \frac{c-2}{c+3} = \frac{c+3}{c-2} \Rightarrow (c-2)^2 =$$

$$= (c+3)^2 \Rightarrow c^2-4c+4 = c^2+6c+9 \Rightarrow 10c = -5 \Rightarrow c = -\frac{1}{2};$$

$$в) \frac{x^2-5x}{x-1} = \frac{7x}{9} \Rightarrow 9 \cdot (x^2-5x) = 7x(x-1) \Rightarrow 2x^2-38x =$$

$$= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = 19; г) \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4} \Rightarrow (x-2) \times$$

$$\times (x-4) = (x+2) \cdot (x+3) \Rightarrow x^2-6x+8 = x^2+5x+6 \Rightarrow 11x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{11};$$

$$\mathbf{7.32.} а) \frac{3x}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = 3 \Rightarrow 3x(x+1) + (x-1) \cdot (x+3) = 3x \times$$

$$\times (x^2-1) \Rightarrow 3x^2+3x+x^2+2x-3-3x^2+3 = 0 \Rightarrow x^2+5x =$$

$$= 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } x = -5 б) \frac{a-1}{4a-5} = \left(\frac{2a-1}{4a-5}\right)^2 \Rightarrow \frac{a-1}{4a-5} -$$

$$- \frac{(2a-1)^2}{(4a-5)^2} = 0 \Rightarrow (a-1) \cdot (4a-5) - (2a-1)^2 = 04a^2 -$$

$$- 9a + 5 - 4a^2 + 4a - 1 = 0 \Rightarrow -5a = -4 \Rightarrow a = 0,8 в)$$

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{x-6}{x-3} = 2 \Rightarrow 2x(x-3) + (x+3) \cdot (x-6) = 2 \cdot (x^2-9);$$

$$2x^2-6x+x^2-3x-18 = 2x^2-18 \Rightarrow x^2-9x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{или } x = 9 г) \left(\frac{b-1}{b+3}\right)^2 = \frac{b+1}{b+3} \Rightarrow \frac{(b-1)^2}{(b+3)^2} - \frac{b+1}{b+3} = 0 \Rightarrow (b-1)^2 -$$

$$- (b+1) \cdot (b+3) = 0 \Rightarrow b^2-2b+1 - b^2-4b-3 = 0 \Rightarrow 6b =$$

$$= -2 \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

$$\mathbf{7.33.} а) \left(\frac{3}{x-4} - \frac{25}{x^2-16}\right) - \frac{x+1}{x+4} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{(3(x+4)-25)-(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+4)} = 0 \Rightarrow \frac{(12-x^2)+3x+3x+(4-25)}{(x-4)(x+4)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{(6x-x^2)-9}{(x-4)(x+4)} = 0 \Rightarrow -(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3;$$

$$б) \left(\frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5}\right) + \frac{19}{(x-5)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{((x-5)x-3(x+1))+19}{(x-5)(x+1)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{(x^2-8x)+16}{(x-5)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{(x-4)^2}{(x-5)(x+1)} = 0 \Rightarrow (x-4)^2 =$$

$$= 0 \Rightarrow x = 4;$$

$$в) \left(\frac{1}{x-5} - \frac{26}{x^2-25}\right) - \frac{x+4}{x+5} = 0 \Rightarrow \frac{((x+5)-26)-(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{(x-x^2)+x+(20-21)}{(x-5)(x+5)} = 0 \Rightarrow \frac{(2x-x^2)-1}{(x-5)(x+5)} = 0 \Rightarrow -$$

$$- \frac{(x-1)^2}{(x-5)(x+5)} = 0 \Rightarrow -(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1;$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \left(\frac{6}{x+2} - \frac{x}{x-3} \right) + \frac{14}{(x-3)(x+2)} &= 0 \Rightarrow \frac{6(x-3) - (x+2)x + 14}{(x-3)(x+2)} = \\ &= 0 \Rightarrow \frac{((6x-18) - x^2) - 2x + 14}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{(4x-x^2) - 4}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow -(x- \\ &- 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2. \end{aligned}$$

7.34. а) $\frac{x^2+3x}{2 \cdot (x-3)} + \frac{x+12}{6} = \frac{3x}{x-3} \Rightarrow 3 \cdot (x^2 + 3x) + (x + 12) \times$
 $\times (x - 3) - 6 \cdot 3x = 0; 3x^2 + 9x + x^2 + 9x - 36 - 18x = 0 \Rightarrow 4x^2 -$
 $- 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ б) $\frac{3}{x} - \frac{6}{x(x+2)} = \frac{1+2x}{x+2} \Rightarrow 3 \times$
 $\times (x + 2) - 6 - (1 + 2x)x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$
или $x = 1$; в) $\frac{x^2-x}{3 \cdot (x+2)} + \frac{x}{x+2} = \frac{x+6}{12} \Rightarrow 4 \cdot (x^2 - x) + 12x -$
 $-(x + 2) \cdot (x + 6) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$;
г) $\frac{1}{x} - \frac{5}{x(5-x)} = \frac{x-7}{5-x} \Rightarrow (5-x) - 5 - x(x-7) = 0 \Rightarrow -x^2 +$
 $+ 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 6.$

7.35. а) $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x+2} = \frac{8}{x^2-4} \Rightarrow x(x+2) - 4 \cdot (x-2) =$
 $= 8 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 2$; б) $\frac{3x+27}{3x-x^2} + \frac{3}{x} - \frac{4x}{3-x} =$
 $= 0 \Rightarrow 3x + 27 + 3 \cdot (3-x) - 4x^2 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x^2 =$
 $= 9 \Rightarrow x = \pm 3$; в) $\frac{x}{x-3} - \frac{6}{x+3} = \frac{18}{x^2-9} \Rightarrow x(x+3) - 6 \times$
 $\times (x-3) - 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow x = 3$;
г) $\frac{5x}{x-2} + \frac{2}{x} - \frac{16+2x}{x^2-2x} = 0 \Rightarrow 5x \cdot x + 2 \cdot (x-2) - 16 - 2x =$
 $= 0 \Rightarrow 5x^2 + 2x - 4 - 16 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$

7.36. а) $\frac{c-2}{2c+6} + \frac{c+3}{3c-6} = 0 \Rightarrow \frac{3c^2-12c+12+2c^2+12c+18}{(2c+6) \cdot (3c-6)} = 0 \Rightarrow$
 $\frac{5c^2+30}{(2c+6) \cdot (3c-6)} = 0 \Rightarrow 5c^2 + 30 = 0 \Rightarrow c^2 = -6$ — нет
корней; б) $\frac{y+2}{y^2-7y} - \frac{4}{(7-y)^2} = \frac{1}{y-7} \Rightarrow (y+2) \cdot (y-7) -$
 $- 4y - y(y-7) = 0 \Rightarrow y^2 - 5y + 14 - 4y - y^2 + 7y =$
 $= 0 \Rightarrow 2y = 14 \Rightarrow y = 7$; в) $\frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} = \frac{9}{20} \Rightarrow$
 $\frac{d+5}{5d-20} + \frac{d-4}{4d+20} - \frac{9}{20} = 0 \Rightarrow \frac{4d^2+40d+100+5d^2-40d+80}{20 \cdot (d-4) \cdot (d+5)} - \frac{9}{20} =$
 $= 0 \Rightarrow \frac{9d^2+180-9d^2-9d+180}{20 \cdot (d-4) \cdot (d+5)} = 0 \Rightarrow 360 - 9d = 0 \Rightarrow d = 40$;
г) $\frac{2a-2}{a^2-36} - \frac{a-2}{a^2-6a} - \frac{a-1}{a^2+6a} = 0 \Rightarrow \frac{2a^2-2a-a^2-4a+12-a^2+7a-6}{a(a-6) \cdot (a+6)} =$
 $= 0 \Rightarrow \frac{a+6}{a(a-6) \cdot (a+6)} = 0 \Rightarrow a + 6 = 0 \Rightarrow a = -6$, но так как
 $a \neq \pm 6$, то нет корней.

7.37. а) $\frac{c+2}{c^2-5c} - \frac{c-5}{2c^2-50} - \frac{c+25}{2c^2-50} = 0 \Rightarrow \left(\frac{c+2}{c(c-5)} - \frac{1}{2(c+5)} \right) -$
 $- \frac{c+25}{2(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow \frac{-c(c-5) + (c+2)(2(c+5)) - (c+25)c}{2c(c-5)(c+5)} =$
 $= 0 \Rightarrow \frac{((2c^2+10c+4c+20) - (c^2-5c)) - (c^2+25c)}{2c(c-5)(c+5)} =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{((2c^2 - c^2) - c^2) + 14c + (5c - 25c) + 20}{2c(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow \frac{20 - 6c}{2c(c-5)(c+5)} = 0$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{10 - 3c}{c(c-5)(c+5)} = 0 \Rightarrow (10 - 10) - 3c = -10 \Rightarrow -3c = -10 \Rightarrow c = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$$

$$б) \frac{3y-1}{6y-3} - \frac{1}{1-4y^2} - \frac{y}{2y+1} = \frac{3y-1}{3(2y-1)} - \frac{1}{(1-2y)(2y+1)} - \frac{y}{2y+1} =$$

$$= \frac{(3y-1)(2y+1) + (3 \cdot 1 - 3(2y-1))y}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{(3y-1)(2y+1) + (3-3(2y-1))y}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{((2y+1)(3y-1) - 3(2y-1)y) + 3}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{6y^2 + ((y-1) - 6y^2) + 3y + 3}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{(6y^2 - 6y^2) + (3y - 1) + y + 3}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{4y + 2}{3(2y-1)(2y+1)} = \frac{2(2y+1)}{3(2y-1)(2y+1)} =$$

$$= \frac{2}{3(2y-1)} = 0 \Rightarrow 2 \neq 0 - \text{нет}$$

решения;

$$в) \frac{4(d+9)}{5d^2-45} + \frac{d+3}{5d^2-15d} - \frac{d-3}{d^2+3d} = 0 \Rightarrow \frac{2^2(d+9)}{5(d-3)(d+3)} + \frac{d+3}{5d(d-3)} -$$

$$- \frac{d-3}{d(d+3)} = 0 \Rightarrow \frac{-(d-3)(5(d-3)) + (d+3)(d+3) + (2^2(d+9))d}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{((d^2+6d+9) - ((5d^2-30d+45)) + (4d^2+36d))}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{4d^2+d^2+(9-5d^2)+36d+6d+(30d-45)}{5(d-3)(d+3)d} = 0 \Rightarrow \frac{72d-36}{5(d-3)(d+3)d} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{36(2d-1)}{5(d-3)(d+3)d} = 0 \Rightarrow 36(2d-1) = 0 \Rightarrow 2d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{2};$$

$$г) \frac{2x-5}{18-8x^2} - \frac{1}{2x^2+3x} + \frac{1}{4x-6} = \frac{2x-5}{2(9-4x^2)} - \frac{1}{x(2x+3)} + \frac{1}{2(2x-3)} =$$

$$= \left(\frac{2x-5}{2((3-2x)(2x+3))} - \frac{1}{x(2x+3)} \right) + \frac{1}{2(2x-3)} =$$

$$= \frac{((2x+3)x - x(2x-5)) - 2(2x-3)}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{(2x^2-2x^2)+3x+x+6}{2(2x-3)(2x+3)x} =$$

$$= \frac{4x+6}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{2(2x+3)}{2(2x-3)(2x+3)x} = \frac{1}{(2x-3)x} = 0 \Rightarrow 1 \neq 0 -$$

нет решения.

7.38. а) $\frac{12d-7}{10d+1} - \frac{d-3}{5d+1} = 1 \Rightarrow \frac{60d^2-23d-7-10d^2+29d+3}{(10d+1) \cdot (5d+1)} - 1 =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{50d^2+6d-4-50d^2-15d-1}{(10d+1) \cdot (5d+1)} = 0 \Rightarrow -9d-5=0 \Rightarrow d = -\frac{5}{9};$$

б) $\frac{18b+2}{b-4} - \frac{15b+1}{b+5} = 3 \Rightarrow \frac{18b^2+92b+10-15b^2+59b+4}{(b-4) \cdot (b+5)} - 3 = 0;$

$$\frac{3b^2+151b+14-3b^2-3b+60}{(b-4) \cdot (b+5)} = 0 \Rightarrow 148b+74=0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}.$$

7.39. а) из условия $\frac{a+1}{2} + 3 \cdot 0,5 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a+1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{7}{2} =$

$$= 0 \Rightarrow \frac{a-3}{2} = 0 \Rightarrow a = 3; \text{ при } a = 3 \text{ и } b = \frac{5}{12} \text{ имеем:}$$

$$\frac{a+1}{2} - 3b = \frac{4}{2} - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}. \text{ б) из условия } \frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \frac{2-c}{9} +$$

$$+ \frac{4}{3} = 1, \text{ откуда следует, что } c = 5; \text{ при } c = 5 \text{ и } x = -11\frac{1}{3}$$

имеем: $\frac{c-2}{3} \cdot x - 4x = \left(\frac{c-2}{3} - 4\right) \cdot x = -3x = -3 \cdot \left(-11\frac{1}{3}\right) =$

$$= 34.$$

7.40. а) при $y = -3$, $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \cdot y^2 + y^3 = -21 \Rightarrow \frac{22n}{5} - \frac{149}{5} = -21 \Rightarrow n = 2$; при $n = 2$ и $y = \frac{1}{3}$, $\frac{n+1}{3} \cdot y + \frac{3n-1}{5} \times y^2 + y^3 = \frac{13}{27}$; б) при $z = -2$, $\frac{1}{3}(s+2)z^2 + \frac{1}{4}(s-9)z - z^3 = 16 \Rightarrow \frac{9-s}{2} + \frac{4(s+2)}{3} + 8 = 16 \Rightarrow s = 1$; при $s = 1$ и $z = 0,5$, $\frac{1}{3}(s+2)z^2 + \frac{1}{4}(s-9)z - z^3 = -0,875$.

§8. Степень с отрицательным целым показателем

8.1. а) $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; б) $13^{-2} = \frac{1}{13^2} = \left(\frac{1}{13}\right)^2$; в) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$; г) $27^{-4} = \frac{1}{27^4} = \left(\frac{1}{27}\right)^4$.

8.2. а) $a^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^5$; б) $\frac{1}{c^{-4}} = c^4$; в) $d^{-3} = \left(\frac{1}{d}\right)^3$; г) $\frac{1}{t^{-2}} = t^2$.

8.3. а) $(a-b)^{-2} = \left(\frac{1}{a-b}\right)^2$; б) $\frac{1}{(c+d)^{-3}} = (c+d)^3$;
в) $(t-s)^{-3} = \left(\frac{1}{t-s}\right)^3$; г) $\frac{1}{(k+l)^{-2}} = (k+l)^2$.

8.4. а) $4 \cdot \frac{1}{2^{-2}} = 4 \cdot 2^2 = 16$; б) $\frac{b^3}{a^4} = b^3 a^{-4}$; в) $2 \cdot \frac{1}{5^{-1}} = 2 \times 5 = 10$; г) $\frac{p^2}{q^5} = p^2 q^{-5}$.

8.5. а) $\frac{d}{c^2} = d \cdot c^{-2}$; б) $\frac{b^3}{a^{-4}} = b^3 a^4$; в) $\frac{n}{m} = n \cdot m^{-1}$;
г) $\frac{p^2}{q^{-5}} = p^2 q^5$.

8.6. а) $\frac{(t+s)^3}{(t-s)^2} = (t+s)^3 \cdot (t-s)^{-2}$; б) $\frac{(k+l)^5}{(p-t)^{-2}} = (k+l)^5 \times (p-t)^2$; в) $\frac{(a-b)^2}{c+d} = (a-b)^2 \cdot (c+d)^{-1}$; г) $\frac{(n-m)^4}{(m+n)^{-3}} = (n-m)^4 \cdot (m+n)^3$.

8.7. а) $2 = 2^1$; $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $16 = 2^4$; $32 = 2^5$; $64 = 2^6$;
 $128 = 2^7$; $\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$; $\frac{1}{16} = 2^{-4}$; $\frac{1}{32} = 2^{-5}$;
 $\frac{1}{64} = 2^{-6}$; $\frac{1}{128} = 2^{-7}$ б) $2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$; $4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; $8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$;
 $16 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; $32 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$; $64 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$; $128 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}$; $\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^1$;
 $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$; $\frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$;
 $\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$; $\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$.

8.8. а) $3 = 3^1$; $9 = 3^2$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$; $243 = 3^5$;
 $\frac{1}{3} = 3^{-1}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$; $\frac{1}{27} = 3^{-3}$; $\frac{1}{81} = 3^{-4}$; $\frac{1}{243} = 3^{-5}$ б) $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$;
 $9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; $81 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; $243 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$;
 $\frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^1$; $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; $\frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$; $\frac{1}{243} = \left(\frac{1}{3}\right)^5$.

8.9. а) $\frac{1}{36} = 6^{-2}$; б) $\frac{1}{343} = 7^{-3}$; в) $\frac{1}{625} = 5^{-4}$; г) $\frac{1}{1024} = 2^{-10}$.

8.10. а) $0,1 = 10^{-1}$; б) $0,0001 = 10^{-4}$; в) $0,01 = 10^{-2}$; г) $0,00001 = 10^{-5}$.

8.11. а) $(\frac{1}{2})^{-2}$; $(\frac{1}{2})^{-1}$; $(\frac{1}{2})^0$; $(\frac{1}{2})^3$; б) 33; 30; 3^{-1} ; 3^{-2} ; в) 52; 50; 5^{-1} ; 5^{-2} ; г) $(\frac{1}{4})^{-3}$; $(\frac{1}{4})^{-1}$; $(\frac{1}{4})^0$; $(\frac{1}{4})^2$.

8.12. а) $(64 \cdot 4^{-5})^2 = (2^6 \cdot (2^2)^{-5})^2 = (2^6 \cdot 2^{-10})^2 = (2^{-4})^2 = 2^{-8} = \frac{1}{256}$; б) $\frac{5^{-3} \cdot 5^{-1}}{5^{-6}} = \frac{5^{-4}}{5^{-6}} = 5^2 = 25$; в) $(128 \cdot 2^{-6})^{-2} = (2^7 \cdot 2^{-6})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; г) $\frac{3^{-9}}{3^{-2} \cdot 3^{-6}} = \frac{3^{-9}}{3^{-8}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$.

8.13. а) $(-\frac{3}{10})^{-1} \cdot 10^{-1} + 4^0 - (-2)^3 - (-5)^{-2} \cdot (-5)^3 = -\frac{3}{10} + 1 + 8 + 5 = 14 - \frac{3}{10} = 13,7$; б) $-(\frac{1}{2})^{-1} \cdot 2^{-1} - (\frac{4}{81})^0 - (-0,5)^{-2} + (2,5)^{-1} \cdot (2,5)^2 = -2 \cdot 2^{-1} - 1 - (-2)^2 + 2,5 = -3,5$; в) $(\frac{1}{2})^{-1} \cdot (4)^{-1} - (-\frac{1}{3})^{-3} + (-0,6)^{-3} \cdot (-0,6)^4 - (4^5)^0 = 2 \cdot 2^{-2} - (3)^3 + (-0,6) - 1 = 0,5 + 27 - 0,6 - 1 = 25,9$; г) $(-0,5)^{-3} \cdot (2)^{-1} - (-2,7)^0 - (-2)^3 \cdot 1,2 - (\frac{2}{3})^{-2} = (-2)^{-3} \times (2)^{-1} - 1 + 8 \cdot 1,2 - (\frac{3}{2})^2 = -8 \cdot \frac{1}{2} - 1 + 9,6 - 2,25 = 2,35$.

8.14. а) $a^2 \cdot a^{-3} = a^{-1} = \frac{1}{a}$; б) $b^4 \cdot b^{-5} = b^{-1} = \frac{1}{b}$; в) $d \cdot d^{-2} = d^{-1} = \frac{1}{d}$; г) $m^5 \cdot m^{-1} = m^4$.

8.15. а) $k^6 : k^{-1} = k^7$; б) $l^2 : l^{-1} = l^3$; в) $x^3 : x^{-4} = x^7$; г) $y : y^{-3} = y^4$.

8.16. а) $2a^{-2} : (\frac{2}{3}a) = \frac{2}{a^2} \cdot (\frac{3}{2a}) = \frac{3}{a^3}$; б) $1,2x^{-2} : (4x^{-5}) = 0,3x^3$; в) $\frac{4}{7}m^7 : (1\frac{3}{4}m^{-3}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7}m^{10} = \frac{16}{49}m^{10}$; г) $8r^{-5} : (\frac{2}{3}r^{-7}) = 12r^2$.

8.17. а) $3m^{-2}n^3 : \frac{3}{4}m^{-3}n^3 = 3 \cdot \frac{4}{3}m = 4m$; б) $0,5a^2b^{-2} \times 4a^{-3}b^3 = 2a^{-1}b = \frac{2b}{a}$; в) $\frac{7}{11}t^{-2}s^6 \cdot 1\frac{4}{7}t^{-1}s^{-2} = t^{-3}s^4 = \frac{s^4}{t^3}$; г) $16p^{-1}q^3 : \frac{4}{7}p^{-3}q^2 = 16 \cdot \frac{7}{4}p^2q = 28p^2q$.

8.18. а) $(a^2 - 1) \cdot a^{-1} = \frac{a^2 - 1}{a}$; б) $(l^3 - l^2)l^{-2} = l - l = 0$; в) $(b - b^3) \cdot b^{-2} = \frac{b(1 - b^2)}{b^2} = \frac{1 - b^2}{b}$; г) $(m^5 - m^4) \cdot m^{-5} = m^4 \cdot (m - 1) \cdot m^{-5} = \frac{m - 1}{m}$.

8.19. а) $ab^{-1} + a^{-1}b = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$; б) $c^{-1}d^2 - c^2d^{-1} = \frac{d^2}{c} - \frac{c^2}{d} = \frac{d^3 - c^3}{cd}$; в) $p^2q^2 \cdot (p^{-2} - q^{-2}) = p^2q^2 \cdot (\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}) =$

$$= p^2 q^2 \cdot \left(\frac{p^2 - q^2}{p^2 q^2} \right) = p^2 - q^2; \text{ г) } mn^{-2} - m^{-2}n = \frac{m}{n^2} - \frac{n}{m^2} = \frac{m^3 - n^3}{m^2 n^2}.$$

$$\text{8.20. а) } (b^{-1} + a^{-1}) \cdot (a + b)^{-1} = \frac{(\frac{1}{b} + \frac{1}{a})}{a+b} = \frac{1}{ab}; \text{ б) } (x^{-2} - y^{-2}) : (x - y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} = -\frac{x+y}{x^2 y^2}; \text{ в) } (m^{-2} + n^{-2}) : (m^2 + n^2) = \frac{\frac{n^2 + m^2}{m^2 n^2}}{m^2 + n^2} = \frac{1}{n^2 m^2}; \text{ г) } (ab^{-2} + a^{-2}b) \cdot \left(\frac{a^{-1}}{b} \right)^{-2} = \left(\frac{a^3 + b^3}{a^2 b^2} \right) \cdot a^2 b^2 = a^3 + b^3.$$

$$\text{8.21. а) } (b^{-1} + a^{-1}) \cdot \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) \cdot (a + b)^{-1} = \left(\frac{a+b}{ab} \right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}; \text{ б) } ((s^{-1} + t^{-1}) : \left(\frac{1}{s^{-2}} - \frac{1}{t^{-2}} \right))^{-1} = \left(\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{t} \right) : (s^2 - t^2) \right)^{-1} = \left(\frac{s+t}{st(s^2 - t^2)} \right) = \frac{st(s^2 - t^2)}{s+t} = st(s - t).$$

$$\text{8.22. а) } \frac{b^5 b^{-8}}{b^{-1}} = b^{-2} = (3^{-1})^{-2} = 3^2 = 9; \text{ б) } \frac{n^{-15} \cdot n}{n^{-12}} = n^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}.$$

$$\text{8.23. а) } \left(\frac{x+4}{3 \cdot (x+1)} - \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{x+1}{3 \cdot (x+1)} \times \frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1} = \frac{x-1+2}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

$$\text{б) } \left(\frac{x+10}{5 \cdot (x+5)} - \frac{1}{x+5} \right) \cdot \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{x+10-5}{5 \cdot (x+5)} - \frac{5}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{1}{x-5} - \frac{10}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{x-5}{(x-5) \cdot (x+5)} = \frac{1}{x+5}.$$

$$\text{8.24. а) } \frac{2-a-\frac{5}{a+2}}{\frac{5}{4-a^2}-1} = \frac{4-a^2-5}{a+2} \cdot \frac{4-a^2}{5-(4-a^2)} = a - 2;$$

$$\text{б) } \frac{\frac{1}{x^2-1}-3}{3 \cdot (x-1)-\frac{1}{x+1}} = \frac{1-3 \cdot (x^2-1)}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{3 \cdot (x^2-1)-1} = \frac{1}{1-x}.$$

$$\text{8.25. а) } \frac{\frac{3}{x^2}}{2-\frac{1}{x^2}} - \frac{\frac{3}{x^2}}{2+\frac{1}{x^2}} = \frac{3}{x^2-1} - \frac{3}{2x^2+1} = \frac{6}{4x^4-1} = \frac{6}{4 \cdot 2^4-1} = \frac{6}{63} = \frac{2}{21}; \text{ б) } \frac{9}{2x-1} - \frac{9}{2x+1} = \frac{18}{4x^2-1} = \frac{18}{4 \cdot 5^2-1} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}.$$

$$\text{8.26. а) } \frac{2x(2-x)^{-1}}{1-\left(\frac{2-x}{2x}\right)^{-1}} = \frac{2x}{2-x-2x} = \frac{2x}{2-3x} = \frac{5/6}{2-9/5} = 6;$$

$$\text{б) } \frac{3x(2-x)^{-1}}{2-\left(\frac{2-x}{3x}\right)^{-1}} = \frac{3x}{4-2x-3x} = \frac{3x}{4-5x} = \frac{3 \cdot (5/7)}{4-5 \cdot (5/7)} = 5.$$

$$\text{8.27. а) } \frac{\frac{x}{2}-\frac{1}{y}}{\frac{x}{2}+\frac{1}{y}} = \frac{2y-x}{2y+x} = \frac{2y-1}{2y+1} = \frac{\frac{2}{3}-1}{\frac{2}{3}+1} = -\frac{1}{5}; \text{ б) } \frac{\frac{1-x}{x}-\frac{3}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{3}{y}} = \frac{y-3x}{y+3x} = \frac{4-3 \cdot 1}{4+3 \cdot 1} = \frac{1}{7}.$$

$$\begin{aligned} \text{8.28. a)} \quad & \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{y}}{x^2 - \frac{9}{y^2}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y-3x}{xy} \cdot \frac{x^2 y^2}{y^2 - 9x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y}{y+3x} = \frac{1}{1+3\frac{x}{y}} = \\ & = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} = \frac{2}{5}; \quad \text{б)} \quad \frac{\frac{1}{x} + \frac{2}{y}}{x^2 - \frac{4}{y^2}} \cdot \frac{1}{x} = \frac{y+2x}{xy} \cdot \frac{x^2 y^2}{y^2 - 4x^2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{y}{y-2x} = \frac{\frac{y}{x}}{\frac{y}{x}-2} = \\ & = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}-2} = -\frac{1}{9}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8.29. a)} \quad & t = x^{-1}, 4t^2 - t + 1 = 0; t = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{-1} = \frac{1}{2}, x = 2; \\ \text{б)} \quad & t = x^{-2}; t^2 - 8t + 16 = 0; t = 4 \Rightarrow x^{-2} = 4; x = \frac{1}{2}; \\ \text{в)} \quad & t = x^{-1}; 9t^2 + 6t + 1 = 0; t = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -3; \quad \text{г)} \quad t = x^{-2}; \\ & t^2 - 18t + 81 = 0; t = 9 \Rightarrow x = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8.30.} \quad & \left(\frac{y^2 \cdot (xy^{-1} - 1)^2}{x(1+x^{-1}y^2)} \cdot \frac{y^2 \cdot (x^{-2} + y^{-2})}{x(xy^{-1} + x^{-1}y)} \right) \cdot \frac{1 - x^{-1}y}{xy^{-1} + 1} = \frac{y^2 \cdot (xy^{-1} - 1)^2}{x(1+x^{-1}y)^2} \times \\ & \times \frac{y^2 \cdot (x^{-2} + y^{-2})}{x^2 y(x^{-2} + y^{-2})} \cdot \frac{1 + xy^{-1}}{1 - x^{-1}y} = \frac{(x-y)^2 y}{x(x+y)^2} \cdot \frac{(x+y)x}{y(x-y)} = \frac{x-y}{x+y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8.31.} \quad & \left(\frac{a^{-n} + b^{-n}}{a^{-n} - b^{-n}} - \frac{a^{-n} - b^{-n}}{a^{-n} + b^{-n}} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{b^n + a^n}{a^n b^n} - \frac{1}{\frac{a^n - b^n}{a^n b^n}}} = \\ & = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{(a^n b^n)(b^n - a^n \cdot 1)} - \frac{b^n - a^n \cdot 1}{(a^n b^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{(a^n b^n)(b^n - a^n)} - \frac{b^n - a^n}{(a^n b^n)(a^n + b^n)}} = \\ & = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^n b^n}{b^n - a^n} - \frac{b^n - a^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^n b^n}{a^n + b^n}} = \\ & = \frac{1}{\frac{(a^n + b^n)a^n b^n}{a^n b^n (b^n - a^n)} - \frac{(b^n - a^n)a^n b^n}{a^n b^n (a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{b^n - a^n} - \frac{b^n - a^n}{a^n + b^n}} = \\ & = \frac{1}{\frac{-(b^n - a^n)(b^n - a^n) + (a^n + b^n)(a^n + b^n)}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{(a^n + b^n)^2 - (b^n - a^n)^2}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \\ & = \frac{1}{\frac{2a^n b^n + b^{2n} + (2b^n a^n - a^{2n}) + (a^{2n} - b^{2n})}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \frac{1}{\frac{4b^n a^n}{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}} = \\ & = \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4b^n a^n}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} (a^{-n} b^n - a^n b^{-n}) &= \frac{1}{4} \left(\frac{b^n}{a^n} - \frac{a^n}{b^n} \right) = \frac{b^n b^n - a^n a^n}{4(a^n b^n)} = \\ &= \frac{b^n b^n - a^n a^n}{4(a^n b^n)} = \frac{b^{2n} - a^{2n}}{4(a^n b^n)} = \frac{b^{2n} - a^{2n}}{4(a^n b^n)} = \\ &= \frac{(b^n)^2 - (a^n)^2}{4(a^n b^n)} = \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4(a^n b^n)} = \frac{(b^n - a^n)(a^n + b^n)}{4a^n b^n}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{8.32.} \quad & \frac{2a^{-n} b^{2n}}{b^{2n} - a^{2n}} = \frac{b^{2n} \cdot \frac{1}{a^n}}{(b^n)^2 - (a^n)^2} = \frac{2 \cdot 1 \cdot b^{2n}}{a^n ((b^n - a^n)(a^n + b^n))} = \\ &= \frac{2b^{2n}}{a^n ((b^n - a^n)(a^n + b^n))} = \frac{2b^{2n}}{a^n (b^n - a^n)(a^n + b^n)}; \\ & \frac{1}{b^{-2n} + (a^{-2n} - a^{-n} b^{-n})} + \frac{1}{a^{-2n} + b^{-n} a^{-n} + b^{-2n}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{b^n + a^n}{a^n} \cdot \frac{1}{b^n} + \frac{1}{a^{2n} + b^{2n}}} + \\ &+ \frac{1}{\left(\frac{1}{a^{2n}} - \frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{b^n} \right) + \frac{1}{b^{2n}}} = \frac{1}{(a^n b^n) \frac{a^n + b^n}{a^n} + a^{2n} \cdot \frac{1}{a^n b^{2n}}} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\frac{b^n - a^n}{(a^n b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}} = \frac{1}{\frac{a^n + b^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^{2n} b^{2n}}{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}} + \\
& + \frac{1}{\frac{(b^n - a^n)(a^{2n} b^{2n})}{(a^n b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}} = \frac{1}{\frac{b^n - a^n}{a^n b^n} \cdot \frac{a^{2n} b^{2n}}{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}} + \\
& + \frac{1}{\frac{(a^n + b^n) a^{2n} b^{2n}}{a^n b^n (a^{2n} + b^{2n} + a^{2n})}} = \frac{1}{\frac{(b^n - a^n) a^{2n} b^{2n}}{a^n b^n (a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}} + \\
& + \frac{1}{\frac{(a^n + b^n) a^{2n} b^{2n} - n}{1 \cdot 1 (a^n b^n + b^{2n} + a^{2n})}} = \frac{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}{(a^n + b^n)^1 a^n b^n} + \frac{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n} = \\
& = \frac{a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}}{(a^n + b^n)^1 a^n b^n} + \frac{a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n)}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n} = \\
& = \frac{(b^n - a^n)(a^n b^n + b^{2n} + a^{2n}) + (a^n + b^n)(a^{2n} + (b^{2n} - a^n b^n))}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n (a^n + b^n)^1} = \\
& = \frac{(b^{3n} - a^{3n}) + (a^{3n} + b^{3n})}{(b^n - a^n)^1 a^n b^n (a^n + b^n)^1} = \frac{2b^{2n}}{(b^n - a^n) a^n (a^n + b^n)}.
\end{aligned}$$

Домашняя контрольная работа №1

Вариант 1

1. Знаменатель дроби $\frac{a-8}{(a+7)(a-12)}$ обращается в нуль при $a = -7$ и $a = 12$, значит при этих значениях дробь не существует. Числитель $a - 8 = 0$, при $a = 8$, значит дробь равна нулю при $a = 8$.

2.
$$\frac{a^2 - ac + 2ab + b^2 - bc}{ab - c^2 + ac + b^2} = \frac{(a+b)^2 - c(a+b)}{a(b+c) + (b+c)(b-c)} = \frac{(a+b)(a+b-c)}{(b+c)(a+b-c)} = \frac{a+b}{b+c}.$$

3. Упрости в дробь $\frac{a^2 - 4b^2 - 5a + 10b}{(a+2b)^2 - 25} = \frac{(a-2b)(a+2b) - 5 \cdot (a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{(a+2b-5)(a-2b)}{(a+2b-5)(a+2b+5)} = \frac{a-2b}{a+2b+5}$ получим, что при $a = 1,9$ и $b = 0,55$ дробь равняется $\frac{1,9-1,1}{1,9+1,1+5} = 0,1$.

4.
$$\frac{2}{9p-12q} \cdot \frac{4}{9p+12q} + \frac{4p}{16q^2-9p^2} = \frac{6p+8q-12p+16q-12p}{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)} = \frac{-18p+24q}{-6 \cdot (3p-4q)} = \frac{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)}{3 \cdot (3q-4q)(3p+4q)} = -\frac{2}{3p+4q}.$$

5.
$$\frac{8k+k^2+16}{15k^2+3k} : \frac{16-k^2}{25k^2-1} = \frac{(k+4)^2}{3k(5k-1)} \cdot \frac{(5k-1)(5k+1)}{(4-k)(4+k)} = \frac{(k+4)(5k-1)}{3k(4-k)} = \frac{5k^2+19k-4}{12k-3k^2}.$$

6.
$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{b-c}{a}} \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right) = \frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \frac{(b+c)^2 - a^2}{2bc} = \frac{(a+b+c)(a+b+c)(b+c-a)}{2bc(b+c-a)} = \frac{(a+b+c)^2}{2bc}.$$

7. Упростив выражение $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}\right) =$
 $= \frac{4x}{x^2-1} : \frac{4x^2}{(x^2-1)(x^2+1)} = \frac{x^2+1}{x}$, получим, что при $x = -3\frac{3}{4}$
 выражение равняется $\frac{\frac{225}{4}+1}{-\frac{16}{4}} = -\frac{241}{4} = -\frac{241}{60}$.

8. $(c^{-1} + d^{-1})^{-1} \cdot \left(\frac{2}{d^{-2}} - \frac{2}{c^{-2}}\right) = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)^{-1} \cdot (2d^2 - 2c^2) =$
 $= 2\frac{cd}{c+d}(d^2 - c^2) = 2cd(d - c)$.

9. $\left(\frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{a-b}{2a+2b}\right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2\cdot(a-b)(a+b)} \cdot \frac{b}{b-a} + \frac{b}{b-a} =$
 $= \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2\cdot(a-b)(a+b)^2} + \frac{b}{b-a} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1$.

10. 1) Пусть x — собственная скорость катера, тогда время которое он шел по течению равно $\frac{21}{x+1}$, а время движения против течения $21\frac{21}{x-1}$. Составим и решим уравнение $-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = 15 \text{ мин} = \frac{1}{4} \text{ ч}$.

2) $-\frac{21}{x+1} + \frac{21}{x-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{21x+21-21x+21}{x^2-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{42}{x^2-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow$
 $x^2 - 1 = 42 \cdot 4 = 168 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm 13$.

3) Так как скорость величина неотрицательная, то скорость катера 13 км/ч.

Вариант 2

1. Знаменатель дроби $\frac{b+5}{(b-13)(b+7)}$ обращается в нуль при $b = 13$ и $b = -7$, значит при этих значениях дробь не существует. Числитель дроби $b + 5 = 0$ при $b = -5$, значит при $b = 5$ дробь равна нулю.

2. $\frac{x^2+zx-zy+y^2-2xy}{xy-y^2+zx+z^2} = \frac{(x-y)^2+z(x-y)}{x(z+y)+(z-y)(z+y)} = \frac{(x-y)(x-y+z)}{(z+x)(x-y+z)} =$
 $= \frac{x-y}{z+y}$.

3. При $x = 3,5$ и $y = 0,75$, $\frac{(x-2y)^2-49}{x^2-4y^2+7x+14y} =$
 $= \frac{(x-2y-7)(x-2y+7)}{(x-2y)(x+2y)+7\cdot(x+2y)} = \frac{x-2y-7}{x+2y} = \frac{3,5-1,5-7}{3,5+1,5} = -1$.

4. $\frac{1}{6a-4b} - \frac{1}{6a+4b} + \frac{3a}{9a^2-4b^2} = \frac{1}{2\cdot(3a-2b)} - \frac{1}{2\cdot(3a+2b)} +$
 $+ \frac{3a}{(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{3a+2b-3a+2b+6a}{2\cdot(3a-2b)(3a+2b)} = \frac{2\cdot(2b+3a)}{2\cdot(3a-2b)(3a+2b)} =$
 $= \frac{1}{3a-2b}$.

5. $\frac{3by+6y-5b-10}{7yb-14y} \cdot \frac{b^2-4}{9y^2-25} = \frac{3y(b+2)-5\cdot(b+2)}{7y(b-2)(3y-5)} \cdot \frac{(b-2)(b+2)}{(3y+5)} =$
 $= \frac{(b+2)^2}{7y(3y+5)}$.

$$6. \frac{\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}}{\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}} : \frac{x^2 y^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} = \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{(x+y)^2 + (x-y)^2} \cdot \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 y^2} =$$

$$= \frac{4xy}{x^2 y^2} = \frac{4}{xy}.$$

$$7. \text{ При } a = -0,01, \frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left(\frac{(a+2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \times$$

$$\times \left(\frac{2 \cdot (a+2+a)}{4 \cdot (a-1)(a+1) - \frac{3}{a(a-1)}} \right) = \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \left(\frac{4 \cdot (a+1)}{4 \cdot (a-1)(a+1) - \frac{3}{a-1}} \right) =$$

$$= \frac{(a-1)^2}{a-3} \cdot \frac{a-3}{a(a-1)} = \frac{a-1}{a} = \frac{-0,01-1}{-0,01} = 101.$$

$$8. (x^{-2} - y^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{x^{-1}} - \frac{1}{y^{-1}} \right)^{-2} = \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right) \cdot \frac{1}{(x-y)^2} =$$

$$= \frac{x+y}{x^2 y^2 (x-y)}.$$

$$9. \left(\frac{b}{b^2-36} - \frac{b-6}{b^2+6b} \right) : \frac{2b-6}{b^2+6b} - \frac{b}{b-6} = \frac{b^2 - b^2 + 12b - 36}{b(b+6)(b-6)} \cdot \frac{b(b+6)}{2 \cdot (b-3)} -$$

$$- \frac{b}{-6} = \frac{6}{b-6} - \frac{b}{b-6} = \frac{6-b}{b-6} = -1.$$

10. 1) Пусть x — собственная скорость моторной лодки, тогда время которое она двигалась по течению $\frac{16}{x+2}$, а против течения $\frac{16}{x-2}$. Составим и решим уравнение $\frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = 12 \text{ мин} = \frac{1}{5} \text{ ч}.$

$$2) \frac{16}{x-2} - \frac{16}{x+2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{16 \cdot ((x+2) - (x-2))}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{32 \cdot 2}{x^2 - 4} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$x^2 - 4 = 5 \cdot 32 \cdot 2 = 320 \Rightarrow x^2 = 324 \Rightarrow x = \pm 18.$$

3) Так как скорость величина неотрицательная, то скорость лодки $x = 18 \text{ км/ч}.$

Глава 2. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня

§9. Рациональные числа

9.1. а) $-8 \in Z$; б) $-12 \in Q$; в) $79 \in N$; г) $15 \in Z$.

9.2. а) $-10 \notin N$; б) $-5,7 \notin Z$; в) $0 \notin N$; г) $\frac{2}{13} \notin Z$.

9.3. а) истина; б) истина; в) ложь; г) ложь.

9.4. а) ложь; б) истина; в) истина; г) ложь.

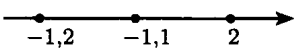
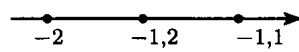
9.5. а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

9.6. а) истина; б) истина; в) ложь; г) ложь.

9.7. а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

9.8. а) истина; б) ложь; в) истина; г) ложь.

9.9. а) истина; б) истина; в) ложь; г) истина

9.10. а)  б) 

в) нет такого целого числа; г) 

9.11. а) обратное: $\frac{1}{3}$, противоположное: -3 ; б) обратное: $-\frac{1}{12}$, противоположное: 12 ; в) обратное: $\frac{1}{8}$, противоположное: -8 ; г) обратное: $-\frac{1}{7}$, противоположное: 7 .

9.12. а) обратное: 3 , противоположное: $-\frac{1}{3}$; б) обратное: $-\frac{7}{2}$, противоположное: $\frac{2}{7}$; в) обратное: $\frac{6}{5}$, противоположное: $-\frac{5}{6}$; г) обратное: $-\frac{9}{4}$, противоположное: $\frac{4}{9}$.

9.13. а) $1; 5; 10$; б) $-1; -5; -10$; в) $-5; 0; 10$; г) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{6}{100}$.

9.14. а) $1; 5; 10$; б) $1; 5; 10$; в) $1; 2; 3$; г) $1; 3; 5$.

9.15. а) $\frac{3}{11} = 0,(27)$; б) $\frac{8}{33} = 0,(24)$; в) $\frac{5}{99} = 0,(05)$; г) $\frac{2}{15} = 0,1(3)$.

9.16. а) $\frac{29}{6} = 4,(6)$; б) $\frac{34}{9} = 3,(7)$; в) $\frac{53}{12} = 4.41(6)$; г) $\frac{78}{11} = 7.(09)$.

9.17. а) $6,335 = 6,335(0)$; б) $0,48 = 0,48(0)$; в) $7,31 = 7,31(0)$; г) $91,856 = 91,856(0)$.

9.18. а) $1 = 1,(0)$; б) $35 = 35,(0)$; в) $108 = 108,(0)$; г) $572 = 572,(0)$.

9.19. а) $0,(3) = \frac{1}{3}$; б) $0,(15) = \frac{5}{33}$; в) $0,(6) = \frac{2}{3}$;
г) $0,(108) = \frac{4}{37}$.

9.20. а) $15,(3) = 15\frac{1}{3}$; б) $2,(14) = 2\frac{14}{99}$; в) $7,(2) = 7\frac{2}{9}$;
г) $23,(25) = 23\frac{25}{99}$.

9.21. а) $0,0(24) = \frac{7}{165}$; б) $0,00(3) = \frac{1}{300}$; в) $0,0(6) = \frac{1}{15}$;
г) $0,00(18) = \frac{1}{550}$.

9.22. а) $1,6(1) = 1\frac{11}{18}$; б) $2,03(5) = 2\frac{8}{225}$; в) $3,9(12) = 3\frac{301}{330}$.
г) $0,7(72) = \frac{17}{22}$.

9.23. а) 3; б) $\frac{7}{4}$; в) 10; г) $\frac{15}{2}$.

9.24. а) 1; б) 1,6; в) -4; г) $\frac{9}{2}$.

9.25. а) $[-3; 3]$; б) $[25; 100]$; в) 4; г) $\frac{27}{2}$.

9.26. а) обратное число: $\frac{20}{7}$, противоположно число -
-0,35; б) обратное число: $-\frac{25}{28}$, противоположно число
1,12; в) обратное число: $\frac{10}{37}$, противоположно число -3,7;
г) обратное число: $-\frac{25}{133}$, противоположно число 5,32.

9.27. а) $\frac{2}{7} = 0,(285714)$; б) $\frac{12}{35} = 0,3(428571)$; в) $\frac{17}{23} =$
 $= 0,(7391304347826086956521)$; г) $\frac{13}{14} = 0,9(285714)$.

9.28. а) $0,15(3) = \frac{23}{150}$; б) $0,7(27) = \frac{8}{11}$; в) $0,15(63) = \frac{43}{275}$;
г) $0,3(306) = \frac{367}{1110}$.

9.29. а) $1,52(3) = \frac{157}{300}$; б) $2,1(61) = 2\frac{16}{99}$; в) $6.12(8) = 6\frac{29}{225}$;
г) $0.3(36) = \frac{37}{110}$.

§10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа

10.1. а) $\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$, и $6 > 0$; б) $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$, и
 $11 > 0$; в) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$, и $5 > 0$; г) $\sqrt{196} = \sqrt{14^2} = 14$,
и $14 > 0$.

10.2. а) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$ — верно; б) $\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{3}{2} =$
 $= 1,5$ — верно; в) $\sqrt{100} = \frac{10^2}{10} = 10$ — верно; г) $\sqrt{1\frac{7}{9}} =$
 $= \sqrt{\frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{4^2}{3^2}} = \frac{4}{3}$ — верно.

10.3. а) $\sqrt{25} = -5$ — неверно, так как $-5 < 0$; б) $\sqrt{36} =$
 $= 6,5$ — неверно, так как $\sqrt{36} = 6$; в) $\sqrt{100} = 10.1$ —

неверно, так как $\sqrt{100} = 10$; г) $\sqrt{-81} = -9$ — неверно, так как $-81 < 0$ и $-9 < 0$.

10.4. а) $\sqrt{4} = 2$; б) $\sqrt{25} = 5$; в) $\sqrt{49} = 7$; г) $\sqrt{1} = 1$.

10.5. а) $\sqrt{144} = 12$; б) $\sqrt{169} = 13$; в) $\sqrt{225} = 15$; г) $\sqrt{361} = 19$.

10.6. а) $\sqrt{0,36} = \sqrt{(0,6)^2} = 0,6$; б) $\sqrt{0,04} = \sqrt{(0,2)^2} = 0,2$; в) $\sqrt{0,64} = \sqrt{(0,8)^2} = 0,8$; г) $\sqrt{0,81} = \sqrt{(0,9)^2} = 0,9$.

10.7. а) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$; б) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$; в) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$; г) $\sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}} = \frac{4}{11}$.

10.8. а) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$; б) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$; в) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$; г) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$.

10.9. а) $\sqrt{1156} = \sqrt{34^2} = 34$; б) $\sqrt{1521} = \sqrt{39^2} = 39$; в) $\sqrt{1024} = \sqrt{32^2} = 32$; г) $\sqrt{1849} = \sqrt{43^2} = 43$.

10.10. а) и б) не имеют смысла.

10.11. а) $a \geq 0$; б) при любом a ; в) $a \leq 0$; г) $a > 0$.

10.12. а) $(\sqrt{5})^2 = \sqrt{25} = 5$; б) $\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = \frac{5}{7}$; в) $(\sqrt{4,5})^2 = \sqrt{(4,5)^2} = 4,5$; г) $\left(\sqrt{\frac{1}{12}}\right)^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{12}\right)^2} = \frac{1}{12}$.

10.13. а) $(-\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 = 11$; б) $-(\sqrt{21})^2 = -\sqrt{21^2} = -21$; в) $-(-\sqrt{2})^2 = -(\sqrt{2})^2 = -2$; г) $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{3^2} = -3$.

10.14. а) $(2\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2^2} \sqrt{3})^2 = (\sqrt{12})^2 = 12$; б) $(3\sqrt{7})^2 = (\sqrt{3^2} \sqrt{7})^2 = (\sqrt{63})^2 = 63$; в) $(4\sqrt{11})^2 = (\sqrt{4^2} \sqrt{11})^2 = (\sqrt{176})^2 = 176$; г) $(6\sqrt{2})^2 = (\sqrt{6^2} \sqrt{2})^2 = (\sqrt{72})^2 = 72$.

10.15. а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$; б) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 = \frac{1}{7}$; в) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 = \frac{5}{4}$; г) $\left(-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$.

10.16. а) $(\sqrt{3})^6 = ((\sqrt{3})^2)^3 = 3^3 = 27$; б) $(3\sqrt{2})^4 = ((\sqrt{18})^2)^2 = 18^2 = 324$; в) $(-\sqrt{11})^4 = ((\sqrt{11})^2)^2 = 11^2 = 121$; г) $(\sqrt{5})^6 = ((\sqrt{5})^2)^3 = 5^3 = 125$.

10.17. а) $\sqrt{3 + \sqrt{36}} = \sqrt{3 + 6} = \sqrt{9} = 3$;
 б) $\sqrt{44 + \sqrt{25}} = \sqrt{44 + 5} = \sqrt{49} = 7$; в) $\sqrt{7 + \sqrt{81}} = \sqrt{7 + 9} = \sqrt{16} = 4$; г) $\sqrt{7 - \sqrt{9}\sqrt{7-3}} = \sqrt{4}$.

10.18. а) $\sqrt{16 + \sqrt{100}} = 4 + 10 = 14$; б) $\sqrt{49 + \sqrt{0}} = 7 + 0 = 7$; в) $\sqrt{121 - \sqrt{64}} = 11 - 8 = 3$; г) $\sqrt{81 + \sqrt{1}} = 9 + 1 = 10$.

10.19. а) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{4} = 8 \cdot 2 = 16$; б) $\sqrt{121} \cdot \sqrt{9} = 11 \cdot 3 = 33$;
 в) $\sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$; г) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{225} = 5 \cdot 15 = 75$.

10.20. а) $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,36} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 = 0,2$; б) $0,2 \cdot \sqrt{1600} = 0,2 \cdot 40 = 8$; в) $-7 \cdot \sqrt{0,04} = -7 \cdot 0,2 = -1,4$; г) $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900} = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6$.

10.21. а) $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$; б) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$; в) $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$; г) $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$.

10.22. а) $x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$; б) $x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm\sqrt{11}$;
 в) $x^2 = 13 \Rightarrow x = \pm\sqrt{13}$; г) $x^2 = 17 \Rightarrow x = \pm\sqrt{17}$.

10.23. а) $\frac{1}{3}x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$; б) $4x^2 - 28 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 28 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$; в) $\frac{1}{6}x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$; г) $3x^2 - 78 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 78 \Rightarrow x^2 = 26 \Rightarrow x = \pm\sqrt{26}$.

10.24. а) $x > \sqrt{2} \Rightarrow x^2 > 2$, например $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 > 2$; б) $2x < \sqrt{3} \Rightarrow 4x^2 < 3 \Rightarrow x^2 < \frac{3}{4}$, например $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0 < \frac{3}{4}$; в) $x > \sqrt{5} \Rightarrow x^2 > 5$, например $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9 > 5$; г) $3x < \sqrt{11} \Rightarrow 9x^2 < 11 \Rightarrow x^2 < \frac{11}{9}$, например $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < \frac{11}{9}$.

10.25. а) $2x > \sqrt{5} \Rightarrow x > \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{5}{4}$, например $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$; б) $2x < \sqrt{7} \Rightarrow x^2 < 3,5$, например $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$; в) $3x < \sqrt{2} \Rightarrow x < \sqrt{\frac{2}{9}} \Rightarrow x^2 < \frac{2}{9}$, например $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 0$; г) $5x > \sqrt{10} \Rightarrow x > \frac{\sqrt{10}}{5}$; $x^2 > \frac{2}{5}$; $x_1 = 1$, $x_2 = 5$, $x_3 = 10$.

10.26. а) $a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$, так как $a > 0$, то $a = 2$ см;
 б) $a^2 = 100 \Rightarrow a = \pm 10$, так как $a > 0$, то $a = 10$ см;
 в) $a^2 = 2,25 \Rightarrow a = \pm 1,5$, так как $a > 0$, то $a = 1,5$ см;
 г) $a^2 = 17 \Rightarrow a = \pm\sqrt{17}$, так как $a > 0$, то $a = \sqrt{17}$ м.

10.27. а) $\sqrt{x} = 11 \Rightarrow x = 11^2 = 121$; б) $\sqrt{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$; в) $\sqrt{x} = 1,1 \Rightarrow x = 1,1^2 = 1,21$; г) $\sqrt{x} = \frac{7}{8} \Rightarrow x = (\frac{7}{8})^2 = \frac{49}{64}$.

10.28. а) при $a = 1$, $\sqrt{6 - 2a} = \sqrt{6 - 2} = \sqrt{4} = 2$; б) при $b = 2$, $\sqrt{5b^2 + 10b + 9} = \sqrt{20 + 20 + 9} = \sqrt{49}$; в) при $c = 1,5$, $\sqrt{4 - 2c} = \sqrt{4 - 3} = \sqrt{1} = 1$; г) при $d = 5$, $\sqrt{d^3 - d^2} = \sqrt{125 - 25} = \sqrt{100} = 10$.

10.29. а) при $a = 4$ и $b = 7$, $\sqrt{2a - b} = \sqrt{8 - 7} = \sqrt{1} = 1$; б) при $p = 25$ и $q = 16$, $\sqrt{p + 11} - \sqrt{(\frac{q}{2})^2} = \sqrt{36} - \sqrt{8^2} = 6 - 8 = -2$; в) при $m = 33$ и $n = 2$, $\sqrt{m - 4n} = \sqrt{33 - 8} = \sqrt{25} = 5$; г) при $s = 25$ и $t = 16$, $\sqrt{\frac{s}{t}} + \sqrt{\frac{t}{s}} = \sqrt{9} + \sqrt{\frac{1}{9}} = 3\frac{1}{3}$.

10.30. а) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48$; б) $\frac{9,5}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{9,5}{19} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$; в) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$; г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$.

10.31. а) $5 - \frac{1}{7}\sqrt{1\frac{27}{169}} = 5 - \frac{1}{7} \cdot \sqrt{\frac{196}{169}} = 5 - \frac{2}{13} = 4\frac{11}{13}$;
 б) $8 \cdot \sqrt{5\frac{1}{16}} + 3 = 8 \cdot \sqrt{\frac{81}{16}} + 3 = 8 \cdot \frac{9}{4} = 18 + 3 = 21$;
 в) $2 \cdot \sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 2 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{3}{2}$; г) $4 - \frac{1}{4}\sqrt{5\frac{11}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \times \sqrt{\frac{162}{49}} = 4 - \frac{1}{4} \frac{16}{7} = 3\frac{3}{7}$.

10.32. а) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{196} + 1,5 \cdot \sqrt{036} = \frac{14}{2} + \frac{3}{2} \cdot 0,6 = 7,9$;
 б) $0,5 \cdot \sqrt{0,04} + \frac{1}{6} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 0,2 + 2 = 2,1$; в) $3,6 \cdot \sqrt{0,25} + \frac{1}{32} \cdot \sqrt{256} = 3,6 \cdot 0,5 + \frac{16}{32} = 2,3$; г) $2,5 \cdot \sqrt{3,24} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{225} = 2,5 \cdot 1,8 - \frac{15}{2} = -3$.

10.33. а) так как $9 < 14 < 16$, то $3 < \sqrt{14} < 4$; б) так как $36 < 48 < 49$, то $6 < \sqrt{48} < 7$; в) так как $0 < 0,8 < 1$, то $0 < \sqrt{0,8} < 1$; г) так как $25 < 28 < 36$, то $-6 < -\sqrt{28} < -5$.

10.34. а) так как $0 < 0,3 < 1$, то $-1 < -\sqrt{0,3} < 0$;
 б) так как $324 < 325 < 361$, то $18 < \sqrt{325} < 19$; в) так как $100 < 105 < 121$, то $10 < \sqrt{105} < 11$; г) так как $225 < 238 < 256$, то $-16 < -\sqrt{238} < -15$.

10.35. а) $x \leq \sqrt{5} \Rightarrow x^2 \leq 5$, значит $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$;
 б) $2x \leq \sqrt{7} \Rightarrow x^2 \leq \frac{7}{4}$, значит $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$; в) $3x \leq \sqrt{2} \Rightarrow x^2 \leq \frac{2}{9}$, значит $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$; г) $x \leq \sqrt{3} \Rightarrow x^2 \leq 3$,
 значит $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$.

10.36. а) $x > \sqrt{7} \Rightarrow x^2 > 7$, значит $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$;
 б) $x > \sqrt{10} \Rightarrow x^2 > 10$, значит $x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$;
 в) $x > \sqrt{62} \Rightarrow x^2 > 62$, значит $x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$; г) $x > \sqrt{103} \Rightarrow x^2 > 103$, значит $x^2 = 121 \Rightarrow x = 11$.

10.37. а) $\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3$, значит $[1, \sqrt{5}]$ содержит два
 целых числа; б) $-\sqrt{2} > -\sqrt{4} = -2$ и $\sqrt{3} < \sqrt{4} = 2$,
 значит $(-\sqrt{2}; \sqrt{3})$ содержит три целых числа; в) $-\sqrt{3} > -\sqrt{4} = -2$ и $\sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$, значит $(-\sqrt{3}; \sqrt{6})$ содержит
 четыре целых числа; г) $\sqrt{7} > \sqrt{4} = 2$, значит $(\sqrt{7}; 7)$
 содержит четыре целых числа.

10.38. а) $\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$; б) $\sqrt{4x+1} = 7 \Rightarrow 4x+1 = 49 \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12$;
 в) $\sqrt{x+2} = 5 \Rightarrow x+2 = 25 \Rightarrow x = 23$; г) $\sqrt{7x-1} = 1 \Rightarrow 7x-1 = 1 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$.

10.39. а) $\sqrt{289-x^2} = 8 \Rightarrow 289-x^2 = 64 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm 15$;
 б) $\sqrt{x^2+144} = 13 \Rightarrow x^2+144 = 169 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$;
 в) $\sqrt{25-x^2} = 0 \Rightarrow 25-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$;
 г) $\sqrt{x^2-144} = 5 \Rightarrow x^2-144 = 25 \Rightarrow x^2 = 169 \Rightarrow x = \pm 13$.

10.40. а) $\sqrt{2116} = \sqrt{529 \cdot 4} = \sqrt{23^2 \cdot 2^2} = 23 \cdot 2 = 46$;
 б) $\sqrt{4225} = \sqrt{169 \cdot 25} = \sqrt{13^2 \cdot 5^2} = 13 \cdot 5 = 65$;
 в) $\sqrt{9801} = \sqrt{121 \cdot 81} = \sqrt{11^2 \cdot 9^2} = 11 \cdot 9 = 99$;
 г) так как $3^2 = 9$, то $\sqrt{5329} = 73$.

10.41. а) так как $8464 < 8467 < 8649 \Rightarrow 92 < \sqrt{8467} < 93$, то $\sqrt{8467} \notin Z$;
 б) так как $2209 < 2215 < 2304 \Rightarrow 47 < \sqrt{2215} < 48$, то $\sqrt{2215} \notin Z$;
 в) так как $2025 < 2113 < 2116 \Rightarrow 45 < \sqrt{2113} < 46$, то $\sqrt{2113} \notin Z$;
 г) так как $1225 < 1228 < 1296 \Rightarrow 35 < \sqrt{1228} < 36$, то $\sqrt{1228} \notin Z$.

10.42. а) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$; б) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$; в) $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$;
 г) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$.

10.43. а) $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10^3} = 10$; б) $\sqrt[3]{3,375} = \sqrt[3]{1,5^3} = 1,5$;
 в) $\sqrt[3]{0,001} = \sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$; г) $\sqrt[3]{7^{12}} = \sqrt[3]{(7^4)^3} = 7^4$.

§11. Иррациональные числа

11.1. а) $\sqrt{9} = 3$ — рациональное число; б) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ — иррациональное число; в) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ — иррациональное число; г) $\sqrt{25} = 5$ — рациональное число.

11.2. Возведем числа в квадрат: а) $6,1 < \sqrt{38} < 6,2$; $37,21 < 38 < 38,44$ — верно; б) $10,5 < \sqrt{111} < 10,6$; $110,25 < 111 < 112,36$ — верно; в) $4,4 < \sqrt{20} < 4,5$; $19,36 < 20 < 20,25$ — верно; г) $21,5 < \sqrt{463} < 21,6$; $462,25 < 463 < 466,56$ — верно.

11.3. $4 < 7 < 9 \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$.

11.4. $4 < \sqrt{20} < 5$, $4 < \sqrt{21} < 5$, $4 < \sqrt{22} < 5$.

11.5. а) $\sqrt{7} < 3$, так как $7 < 9$; б) $\sqrt{173} > 4$, так как $17,3 > 16$; в) $\sqrt{5} > 2$, так как $5 > 4$; г) $\sqrt{10} > 3,16$, так как $10 > 9,9856$.

11.6. а) $-\sqrt{12} > -4$, так как $-3,4... > -4$; б) $-\sqrt{25,6} < -5$, так как $-5,05... < -5$; в) $-\sqrt{19} > -4,5$, так как $-4,35... > -4,5$; г) $-\sqrt{37} > 6,1$, так как $-6,08... > -6,1$.

11.7. а) $(6 + \sqrt{2}) + (6 - \sqrt{2}) = 12$; б) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$; в) $(3 + 2\sqrt{5}) + (3 - \sqrt{20}) = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6$; г) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4$.

11.8. а) $(1 + \sqrt{5}) + (1 - \sqrt{5}) = 2$; б) $1 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 1$.

11.9. а) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7$. б) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$.

11.10. Нет, неверно, так как $\sqrt{x^2} = x$.

11.11. а) $\sqrt{4} = 2$; б) $\sqrt{6,25} = 2,5$; в) $\sqrt{2} = 1,41421...;$ г) $\sqrt{25} = 5, (0)$.

11.12. а) Пусть $r = 5 + \sqrt{3}$ — рациональное число, тогда $r - 5 = \sqrt{3}$ — рациональное число, но $\sqrt{3}$ — иррациональное число, следовательно $5 + \sqrt{3}$ — иррациональное число. б) Пусть $r = 7 - \sqrt{2}$ — рациональное число, тогда $7 - r = \sqrt{2}$ — рациональное число, но $\sqrt{2}$ — иррациональное число, следовательно $2 - \sqrt{2}$ — иррациональное число. в) Пусть $r = 1 + \sqrt{8}$ — рациональное число, тогда $r - 1 = \sqrt{8}$ — рациональное число, но $\sqrt{8}$ — иррациональное число, следовательно $1 + \sqrt{8}$ — иррациональное число. г) Пусть $r = 3 - \sqrt{5}$ — рациональное число, тогда

$3 - r = \sqrt{5}$ — рациональное число, но $\sqrt{5}$ — иррациональное число, следовательно $5 + \sqrt{3}$ — иррациональное число.

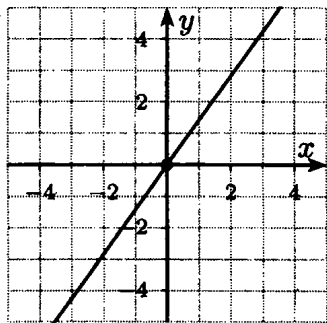
11.13. Пусть r — рациональное число, а i — иррациональное, тогда $a = r + i$ — иррациональное число, так как иначе, если a — рациональное число, то $i = a - r$ — рациональное число, но i — иррациональное число.

11.14. Пусть r — рациональное число, а i — иррациональное, тогда $a = r \cdot i$ — иррациональное число, так как иначе, если a — рациональное число, то $i = \frac{a}{r}$ — рациональное число, но i — иррациональное число.

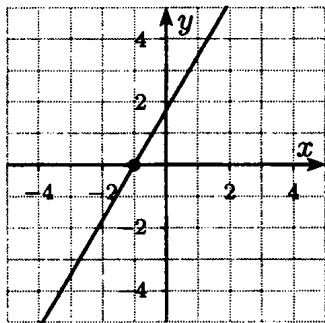
11.15. а) $r + a$ — иррациональное число; б) a^2 — рациональное или иррациональное число; в) $2a$ — рациональное или иррациональное число; г) $r^2 - a^2$ — рациональное или иррациональное число.

11.16. Так как $y = \sqrt{2}x \Rightarrow \frac{y}{x} = \sqrt{2}$ — иррациональное число, то x и y не могут быть целыми, кроме $x = y = 0$.

11.17. Так как $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{y - \sqrt{3}}{x} = \sqrt{3}$ — иррациональное число, то x и y не могут быть целыми, кроме $x = -1, y = 0$.



11.16.



11.17.

§12. Множество действительных чисел

12.1. а) 0, 1, 2; б) $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{10}$; в) -5, 1, 5; г) 2,5, $\sqrt{7}$, 0.

12.2. а) 5,6, 8, 0; б) 0, 4, 7; в) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{11}$; г) таких чисел нет.

12.3. На координатной прямой есть точки с иррациональными координатами. Необходимо добавить иррациональные числа.

12.4. а) $7,5 > 7,498$; б) $3,1416 > 3,14159$; в) $54,46 < 54,64$; г) $1,2112 < 1,2121$.

12.5. а) $-0,25 > -0,26$; б) $-5,123 > -5,1231$; в) $-27,36 > -27,63$; г) $-7,3434 > -7,4343$.

12.6. а) $3,(7) > \frac{26}{7}$; б) $0,(1) = \frac{1}{9}$; в) $6,3 = 6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$; г) $4,(2) > \frac{21}{5} = 4,2$.

12.7. а) $4,8 < \sqrt{29}$; $23,24 < 29$; б) $-\sqrt{10} < -3,16$; $10 > -9,9856$; в) $-\sqrt{3} < -\frac{71}{41}$; $-1,732\dots < -1,731\dots$; г) $\sqrt{45} > 5,9$; $6,7\dots > 5,9$.

12.8. а) $x - y = 3 > 0 \Rightarrow x > y$; б) $x - y = -0,001 \Rightarrow x < y$; в) $x - y = \sqrt{7} > 0 \Rightarrow x > y$; г) $x - y = -\sqrt{3} < 0 \Rightarrow x < y$.

12.9. Так как $a < b$, то $a - b < 0$, следовательно подходит только б).

12.10. Так как $a(a+2) - (a-3)(a+2) = a^2 + 2a - a^2 - 2a + 3a + 6 = 3a + 6$, то при $a > 0 \Rightarrow a(a+2) > (a-3)(a+2)$, значит при: а) $a = 2$, $a(a+2) > (a-3)(a+2)$; б) $a = -\sqrt{3} \Rightarrow a(a+2) < (a-3)(a+2)$; в) $a = 3,23 \Rightarrow a(a+2) > (a-3)(a+2)$; г) $a = -\sqrt{5} \Rightarrow a(a+2) < (a-3)(a+2)$.

12.11. а) $x = y - 5 \Rightarrow x - y = -5 \Rightarrow x < y$; б) $x + 1 = 2y$, где $y > 1$, $x = 2y - 1 \Rightarrow x - y = 2y - 1 - y = y - 1 > 0 \Rightarrow x > y$; в) $y + 3 = x + 2\sqrt{2} \Rightarrow x - y = 3 - 2\sqrt{2} > 0 \Rightarrow x > y$; г) $y - x = 1 + y^2 > 0 \Rightarrow y > x \Rightarrow x < y$.

12.12. а) $mn > 0$, $\frac{m}{n} > 0$; б) $mn < 0$, $\frac{m}{n} < 0$.

12.13. а) $abcd > 0$, так как $ab > 0$ и $cd > 0$; б) $\frac{abd}{c} > 0$, так как $ab > 0$ и $\frac{d}{c} > 0$; в) $\frac{ac}{bd} > 0$, так как $\frac{a}{b} > 0$ и $\frac{c}{d} > 0$; г) $a^2b^3c^4d^5 < 0$, так как $a^2b^3 > 0$, $c^4 > 0$, $d^5 < 0$.

12.14. $A(1,3)$, так как $1 < 1,3 < 2$; $B(\pi)$, так как $3 < \pi < 4$.

12.15. $C(-\frac{\pi}{4})$, так как $-1 < -\frac{\pi}{4} < 0$; $D(\sqrt{8})$ так как $2 < \sqrt{8} < 3$.

12.16. а) $\sqrt{5} = 2,23\dots$, $\frac{13}{6} = 2,16\dots$, следовательно $0 < \frac{13}{6} < \sqrt{5}$; б) $\pi = 3,14\dots$, следовательно $3 < 3,1 < \pi$;

в) $\frac{\pi}{6} = 0,52\dots$, следовательно $0,6 < 0,5 < \frac{\pi}{6}$; г) $-\sqrt{10} = -3,16\dots$, следовательно $-3,2 < -\sqrt{10} < -3$.

12.17. а) $2\pi = 6,28\dots$, следовательно $5,81 < 2\pi < 6,3$;
 а) $-\frac{4}{\sqrt{2}} = -2,82\dots$, $-\frac{15}{7} = -2,14$, следовательно $-\frac{4}{\sqrt{2}} < -\frac{15}{7} < 0$; в) $\frac{\pi}{2} = 1,57\dots$, следовательно $1,5 < \frac{\pi}{2} < 1,6$;
 г) $-\frac{\sqrt{2}}{2} = -0,7\dots$, следовательно $-1 < -\frac{\sqrt{2}}{2} < -0,5$.

12.18. а) $pq > 0$, следовательно либо $p > 0$ и $q > 0$, либо $p < 0$ и $q < 0$; б) $p^2q < 0$, следовательно $p \neq 0$, а $q < 0$; в) $\frac{p}{q} < 0$, следовательно, либо $p > 0$ и $q < 0$, либо $p < 0$ и $q > 0$; г) $\frac{p^2}{q^2} > 0$, следовательно $p > 0$, а $q \neq 0$.

12.19. а) $a > 0$: а) $3a - 6 > 0$; б) $\frac{a-2}{a-1} > 0$; в) $\frac{-5}{2-a} > 0$;
 г) $(a-2)(1-a) < 0$.

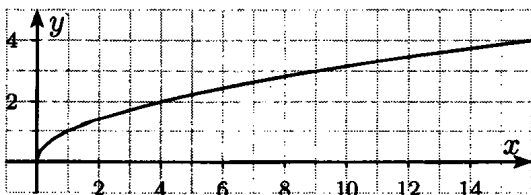
12.20. б) $b < 3$: а) $(b-1)^2 \cdot (b-3) < 0$; б) $\frac{b-4}{3-b} < 0$;
 в) $14 - 4b > 0$; г) $\frac{b^2+7}{(b-7)(3-b)} < 0$.

12.21. а) $s < 1$, следовательно $(s-1)(s-4) > 0$; б) $s > 4$, следовательно $(s-1)(s-4) > 0$; в) $1 < s < 4$, следовательно $(s-1)(s-4) < 0$; г) $s > 5$, следовательно $(s-1)(s-4) > 0$.

12.22. а) $K(-2)$, $L(-\sqrt{3})$, $M(-\frac{\pi}{2})$; б) $K(\frac{1}{\sqrt{3}})$, $L(1)$, $M(\sqrt{3})$; в) $K(\sqrt{5})$, $L(\frac{\sqrt{21}}{2})$, $M(2,5)$; г) $K(\sqrt{20})$, $L(4,5)$, $M(\frac{3\pi}{2})$.

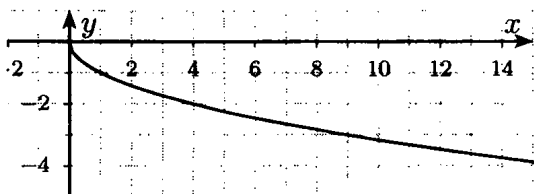
§13. Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график

13.1.



а) 2; 2,6; 4; б) 0; 1; 9; в) $y_{\min} = 0$; $y_{\max} = 2$; г) при $x > 1$ и при $x \in [0; 1)$.

13.2. а) 0; 1; 1,5; б) 4; 6,25; 16; в) $y_{\min} = 1$; $y_{\max} = 3$;
 г) $x > 4$ и при $x \in [0; 4)$.

13.3.

а) -1 ; $-1,5$; -3 ; б) 0 ; 4 ; 16 ; в) $y_{\min} = -2$; $y_{\max} = -1,4$;
 г) $x \in [0; 4)$ и $x > 4$.

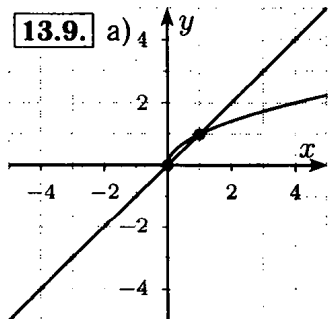
13.4. а) да, так как $y(2) = \sqrt{2}$; б) нет, так как $y(1) = \sqrt{1} = 1 \neq 0$; в) да, так как $y(6,25) = \sqrt{6,25} = 2,5$;
 г) нет, так как $y(-9) = \sqrt{-9}$ не имеет смысла.

13.5. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

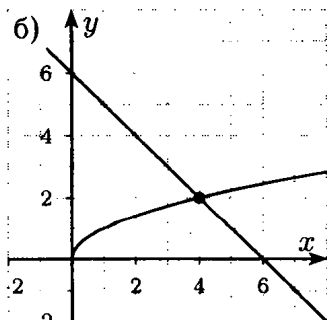
13.6. а) $y_{\min} = 0$ при $x = 0$; $y_{\max} = 1$ при $x = 1$; б) y_{\min} не существует; $y_{\max} = 3$ при $x = 9$; в) $y_{\min} = 1$ при $x = 1$; $y_{\max} = 2$ при $x = 4$; г) $y_{\min} = 2$ при $x = 4$; y_{\max} не существует.

13.7. а) $y_{\min} = 0$ при $x^2 = 0$; $y_{\max} = \infty$; б) $y_{\min} = \sqrt{2}$ при $x = 2$; $y_{\max} = \infty$; в) $y_{\min} = 3$ при $x^2 = 9$; $y_{\max} = \infty$;
 г) $y_{\min} = \sqrt{5}$ при $x = 5$; $y_{\max} = \infty$.

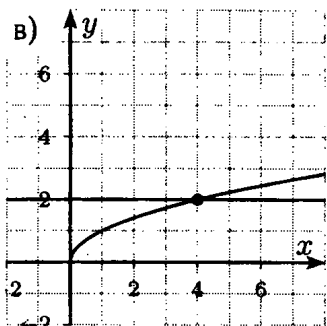
13.8. а) $y_{\min} = -2$, $y_{\max} = 0$; б) $y_{\min} = -\infty$, $y_{\max} = -1$;
 в) $y_{\min} = -3$, $y_{\max} = -1$; г) $y_{\min} = -3$, $y_{\max} = -\sqrt{2}$.



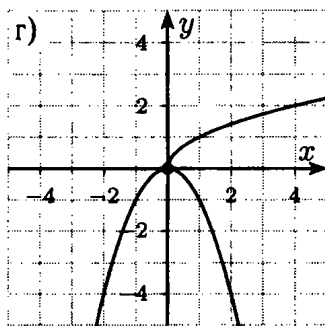
$x = 0$, $x = 1$



$x = 4$

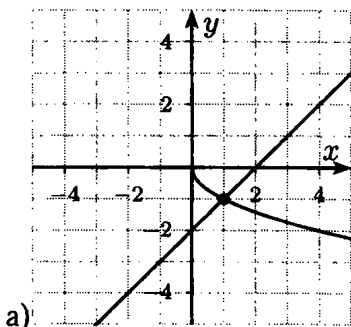


$$x = 4$$

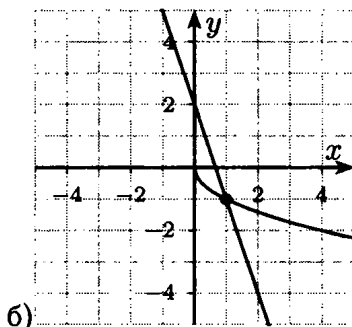


$$x = 0$$

13.10.

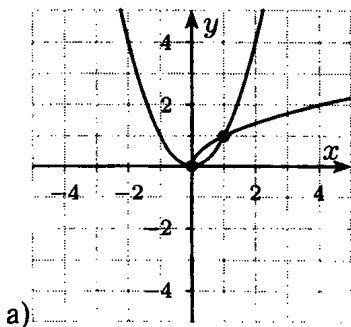


$$x = 1$$

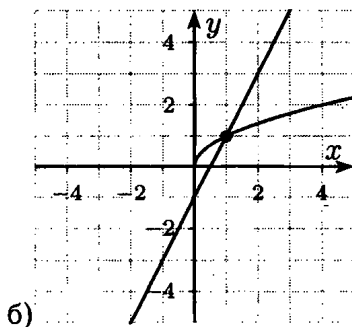


$$x = 1$$

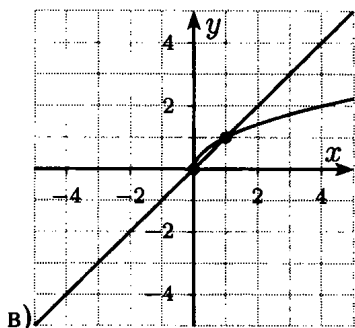
13.11.



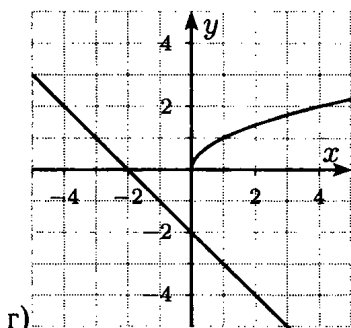
$$(0; 0), (1; 1)$$



$$(1; 1)$$

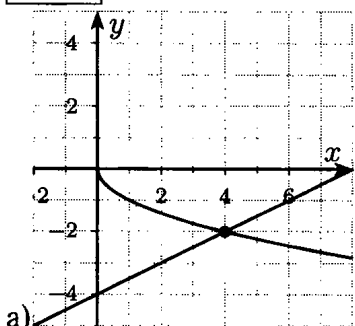


в) $(0; 0), (1; 1)$

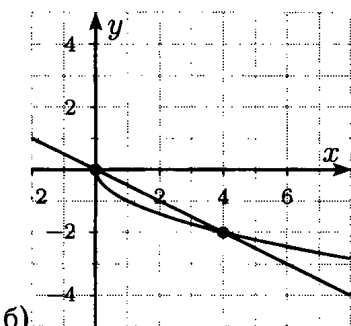


г) нет решения

13.12.



а) $(4; -2), (1; 1)$



б) $(0; 0), (4; -2)$

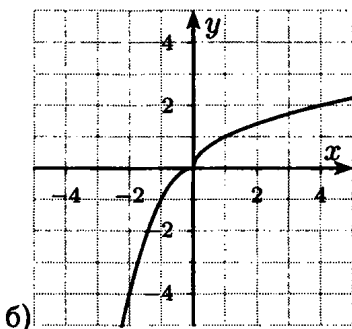
13.13. а) $f(9) = 3; f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{2}; f(6,25) = 2,5$; б) $f(a) = \sqrt{a}$ при $a \geq 0$; $f(-a) = \sqrt{-a}$ при $a \leq 0$; $f(2a) = \sqrt{2a}$ при $a \geq 0$; в) $f(a+1) = \sqrt{a+1}$ при $a \geq -1$; $f(2-a) = \sqrt{2-a}$ при $a \leq 2$; $f(3a-1) = \sqrt{3a-1}$ при $a \geq \frac{1}{3}$; г) $f(a)+1 = \sqrt{a}+1$ при $a \geq 0$; $f(2a)-1 = \sqrt{2a}-1$ при $a \geq 0$; $f(a-3)+1 = \sqrt{a-3}+1$ при $a \geq 3$.

13.14. а) $f(x^4) = \sqrt{x^4} = |x^2| = x^2 = g(x)$; б) $(f(x))^8 = (\sqrt{x})^8 = x^4 = (x^2)^2 = g(x^2)$.

13.15. а) $f(x-1) = \sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$; б) $f(2x) = \sqrt{2x} = 4 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$.

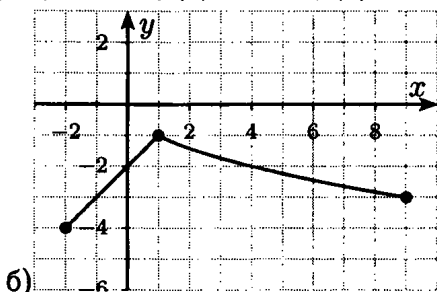
13.16. а) выпукла вверх на $[-1; 1]$; выпукла вниз на $[1; 4]$; б) выпукла вверх на $[0; 4]$; выпукла вниз на $(-\infty; 0)$; в) выпукла вверх на $[-3; -2]$ и на $[-1; 1]$; выпукла вниз на $[-2; -1]$; г) выпукла вниз на $[-3; -1]$ и на $[-1; +\infty)$.

13.17. а) $f(-2) = -4, f(0) = 0, f(1) = 1$;



- в) 1. $D(f) = R$. 2. $y = 0$ при $x = 0$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$; $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$ 3. Функция непрерывна. 4. Функция неограничена 5. y_{\min} и y_{\max} не существуют.

13.18. а) $f(-2) = -4$, $f(1) = -1$, $f(4) = -2$, $f(9) = -3$;



- в) 1. $D(f) = [-2; 9]$; $F(f) = [-4; -1]$. 2. $f(x)$ возрастает на $[-2; 1]$; $f(x)$ убывает на $[1; 9]$. 3. Функция непрерывна. 4. Функция ни четная, ни нечетная, непериодическая; 5. $y_{\min} = -4$ и $y_{\max} = -1$.

13.19. а) $[0; 1]$; б) $[4; 16]$; в) $[0; 9]$; г) $[1; 25]$.

13.20.

а) $[0; 3]$; б) $[2; +\infty]$; в) $[1; 2]$; г) $[3; +\infty)$.

13.21. а) $[\sqrt{2}; 2]$; б) $(2; \sqrt{7}]$; в) $[\sqrt{3}; 3]$; г) $[1; \sqrt{5})$.

13.22. а) $[1; 9]$; б) $[4; +\infty)$; в) $[4; 16]$; г) $[9; +\infty)$.

13.23. а) $[0; 9]$; б) $[1; 4]$.

13.24. а) $[0; 2]$; б) $(\sqrt{2}; 3)$; в) $[2; 3]$; г) $(\sqrt{3}; 2)$.

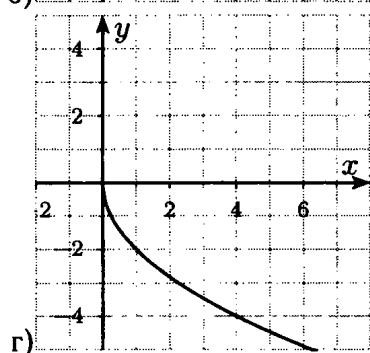
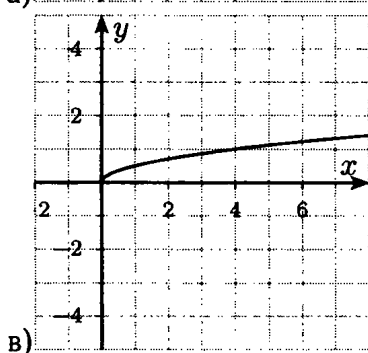
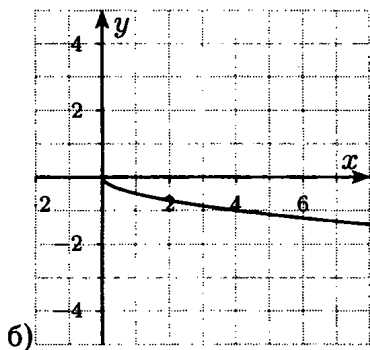
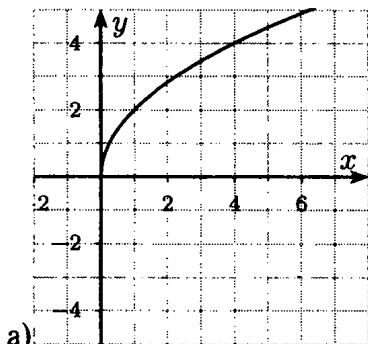
13.25. а) $(1; +\infty)$; б) $(0; \sqrt{5}]$; в) $[0; 2]$; г) $[0; \sqrt{10})$.

13.26. а) $[0; 4]$; б) $(1; 16)$; в) $[1; 9]$; г) $(4; 9)$.

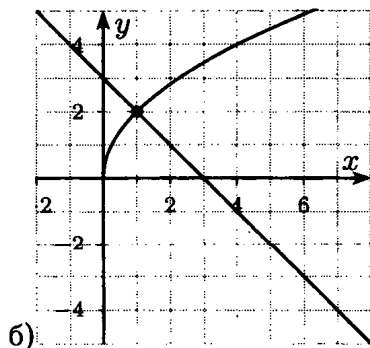
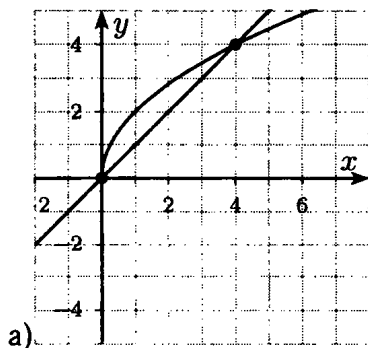
13.27. а) $(1; +\infty)$; б) $[0; 9]$; в) $[0; 4]$; г) $[1; +\infty)$.

13.28. а) $[-\sqrt{3}; -1]$; б) $(-\infty; -2]$; в) $[-2; -\sqrt{2}]$;
 г) $(-\infty; -1]$.

13.29.

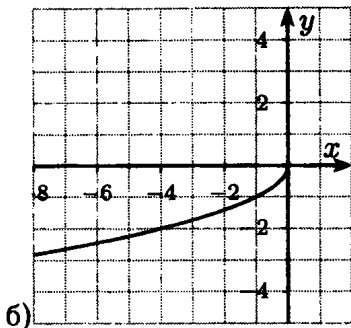
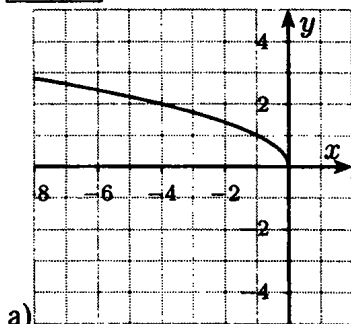
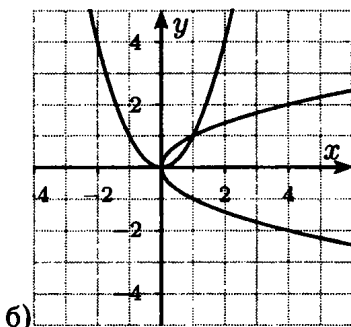
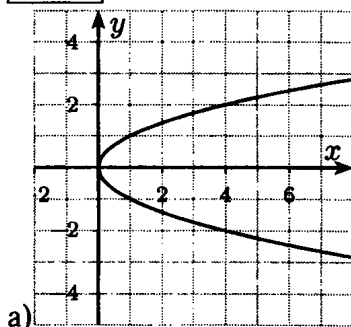


13.30.



$(0; 0), (4; 4)$

$(1; 2)$

13.31.**13.32.****§14. Свойства квадратных корней**

14.1. а) $\sqrt{49} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$; б) $\sqrt{1625} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$; в) $\sqrt{4982} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{81} = 7 \cdot 9 = 63$; г) $\sqrt{6436} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{36} = 8 \cdot 6 = 48$.

14.2. а) $\sqrt{0,01 \cdot 0,09} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,09} = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$; б) $\sqrt{0,36 \cdot 0,49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,49} = 0,6 \cdot 0,7 = 0,42$; в) $\sqrt{0,4 \cdot 1,21} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{1,21} = 0,2 \cdot 1,1 = 0,22$; г) $\sqrt{0,81 \cdot 0,81} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,81} = 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$.

14.3. а) $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$; б) $\sqrt{0,64 \cdot 0,36 \cdot 9} = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 3 = 1,44$; в) $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 4} = 9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$; г) $\sqrt{0,01 \cdot 81 \cdot 0,25} = 0,1 \cdot 9 \cdot 0,5 = 0,45$.

14.4. а) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$; б) $\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$;
в) $\sqrt{\frac{144}{196}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$; г) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$.

14.5. а) $\sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{63}$; б) $\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$; в) $\sqrt{\frac{9}{49} \cdot \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{9}{49}} \cdot \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$; г) $\sqrt{\frac{100}{121} \cdot \frac{4}{81}} = \sqrt{\frac{100}{121}} \cdot \sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{10}{11} \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{99}$.

14.6. а) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$; б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$;
в) $\sqrt{1\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6}$; г) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$.

14.7. а) $\sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$;
б) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{56}{20} = \frac{28}{10} = 2,8$;
в) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot \frac{64}{100}} = \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{100}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{10} = 1$; г) $\sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16}} \cdot \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{9}{4} \cdot \frac{14}{9} = 7 \cdot \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$.

14.8. а) $\sqrt{4^4} = 4^2 = 16$; б) $\sqrt{5^8} = 5^4 = 625$; в) $\sqrt{9^6} = 9^3 = 729$; г) $\sqrt{6^4} = 6^2 = 36$.

14.9. а) $\sqrt{5^4} = 5^2 = 25$; б) $\sqrt{(-2)^8} = (-2)^4 = 16$;
в) $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$; г) $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$.

14.10. а) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = 3^2 \cdot 5 = 45$; б) $\sqrt{2^6 \cdot 7^4} = 2^3 \times 7^2 = 8 \cdot 49 = 392$; в) $\sqrt{7^2 \cdot 3^6} = 7 \cdot 3^3 = 7 \cdot 27 = 189$;
г) $\sqrt{2^4 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5 = 20$.

14.11. а) $\sqrt{\frac{81 \cdot 25}{16}} = \frac{9 \cdot 5}{4} = \frac{45}{4}$; б) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 121}} = \frac{6}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$;
в) $\sqrt{\frac{9 \cdot 16}{25 \cdot 49}} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$; г) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 100}} = \frac{11 \cdot 16}{5 \cdot 10} = \frac{276}{50} = \frac{352}{100} = 3,52$.

14.12. а) $\sqrt{115600} = \sqrt{1156 \cdot 100} = 340$; б) $\sqrt{577600} = \sqrt{5776 \cdot 100} = 760$; в) $\sqrt{608400} = \sqrt{6084 \cdot 100} = 780$;
г) $\sqrt{902500} = \sqrt{9025 \cdot 100} = 950$.

14.13. а) $\sqrt{20,25} = \sqrt{2025 \cdot \frac{1}{100}} = 4,5$; б) $\sqrt{43,56} = \sqrt{4356} \times \frac{1}{10} = 6,6$; в) $\sqrt{96,04} = \sqrt{9604 \cdot \frac{1}{100}} = 9,8$; г) $\sqrt{37,21} = \sqrt{3721} \cdot \frac{1}{10} = 6,1$.

14.14. а) 15; б) $2 \cdot 7^2 = 98$; в) $-3 \cdot 2^3 = -24$; г) $5 \cdot 2^4 = 80$.

14.15. а) $\sqrt{9a^{16}} = 3a^8$; б) $\sqrt{36b^8} = 6b^4$; в) $\sqrt{49c^4} = 7c^2$;
г) $\sqrt{1d^6} = 1d^3$.

14.16. а) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 2x = -10x$ б) $-3\sqrt{9y^6} = -3 \cdot 3y^3 = -9y^3$; в) $-0,1 \cdot \sqrt{100z^8} = -0,1 \cdot 10z^4 = -z^4$; г) $-\sqrt{0,25t^2} = -0,5t$.

14.17. а) $\sqrt{x^2y^4} = xy^2$; б) $\sqrt{z^6t^8} = z^3t^4$; в) $\sqrt{m^{12}n^{16}} = m^6n^8$; г) $\sqrt{p^8q^{10}} = p^4q^5$.

14.18. а) $\sqrt{25a^4b^6} = 5a^2b^3$; б) $\sqrt{\frac{81}{49}p^{12}q^{26}} = \frac{9}{7}p^6q^{13}$; в) $\sqrt{36m^2n^8} = 6mn^4$; г) $\sqrt{\frac{1}{4}r^{18}s^2} = \frac{1}{2}r^9s$.

14.19. а) $\sqrt{\frac{4a^2}{b^6}} = \frac{2a}{b^3}$; б) $\sqrt{\frac{169a^{18}}{25b^{30}}} = \frac{13a^9}{5b^{15}}$; в) $\sqrt{\frac{49a^{11}}{81b^6}} = \frac{7a^{\frac{11}{2}}}{9b^3}$; г) $\sqrt{\frac{576a^{12}}{25b^{26}}} = \frac{24a^6}{5b^{13}}$.

14.20. а) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{64} = 8$; б) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{5} \sqrt{9 \cdot 5} \cdot \sqrt{5} = 15$; в) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{49} = 21$; г) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{9} = 30$.

14.21. а) $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2} = \sqrt{6,76} = 2,6$; б) $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{0,7} = \sqrt{1,96} = 1,4$; в) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{1} = 1$; г) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{225} = 15$.

14.22. а) $\sqrt{0,05} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{2,25} = 1,5$; б) $\sqrt{1,92} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5,76} = 2,4$; в) $\sqrt{2,7} \cdot \sqrt{1,2} = \sqrt{3,24} = 1,8$; г) $\sqrt{16,9} \times \sqrt{0,4} = \sqrt{6,76} = 2,6$.

14.23. а) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{160}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{16}} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$; б) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$; в) $\frac{\sqrt{117}}{\sqrt{52}} = \sqrt{2,25} = 1,5$; г) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}} = \sqrt{9} = 3$.

14.24. а) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$; б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$; в) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{242}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$; г) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{49}}{9} = \frac{7}{3}$.

14.25. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-4} \cdot (-3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{(\sqrt{3})^{-4}} (3)^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{2^{-4}}{3^{-2}} \cdot 3^{-2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$; б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-4} : (3)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^4} \cdot 3^3 = \frac{1}{3/4} - \frac{1}{81/4} \cdot 27 = \frac{4}{3} - \frac{4}{81} \cdot 27 = 0$; в) $(\sqrt{6})^{-4} + \left(\frac{6}{\sqrt{2}} 1^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right) = \frac{1}{(\sqrt{6})^4} + \frac{1}{\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2} \cdot 8 = \frac{1}{36} + \frac{1}{36/2} \times 8 = \frac{1}{36} + \frac{4}{9} = \frac{17}{36}$; г) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot (\sqrt{6})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2} = \frac{4}{3} \cdot 6 - 5 = 3$.

14.26. а) $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{25} = 5$; б) $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25 - 24)(25 + 24)} = \sqrt{49} = 7$.

$$= 7; \text{ в) } \sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41 - 40)(41 + 40)} = 9;$$

$$\text{г) } \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85 - 84)(85 + 84)} = 13.$$

$$\boxed{14.27.} \text{ а) } 20\sqrt{\frac{a}{400}} = 20\frac{\sqrt{a}}{20} = \sqrt{a}; \text{ б) } \frac{1}{13} \cdot \sqrt{169b} = \frac{1}{13} \times$$

$$\times 13\sqrt{b} = \sqrt{b}; \text{ в) } \frac{1}{15} \cdot \sqrt{225c} = \frac{1}{15} \cdot 15\sqrt{c} = \sqrt{c}; \text{ г) } 12 \times$$

$$\times \sqrt{\frac{d}{144}} = 12 \cdot \frac{\sqrt{d}}{12} = \sqrt{d}.$$

$$\boxed{14.28.} \text{ а) } \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225} = 17;$$

$$\text{б) } \sqrt{145^2 - 144^2} = \sqrt{145 + 144} = 17; \text{ в) } \sqrt{5^2 + 12^2} =$$

$$= \sqrt{25 + 144} = 13; \text{ г) } \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{313 + 312} = 25.$$

$$\boxed{14.29.} \text{ а) } \sqrt{72,5^2 - 71,5^2} = \sqrt{72,5 + 71,5} = 12;$$

$$\text{б) } \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{10}\sqrt{3,6} = 6; \text{ в) } \sqrt{9,85^2 - 9,75^2} =$$

$$= \sqrt{98,5 + 97,5} = 14; \text{ г) } \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{40} \cdot \sqrt{3,6} = 12.$$

$$\boxed{14.30.} \text{ а) } \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \frac{\sqrt{41} \cdot \sqrt{289}}{\sqrt{164}} = \frac{17}{2} = 8,5;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \frac{\sqrt{73} \cdot \sqrt{225}}{\sqrt{73} \cdot \sqrt{841}} = \frac{15}{29}; \text{ в) } \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{64} \cdot \sqrt{288}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}; \text{ г) } \sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{194,5^2 - 31,5^2}} = \frac{\sqrt{49} \cdot \sqrt{242}}{\sqrt{162} \sqrt{225}} =$$

$$= \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}.$$

$$\boxed{14.31.} \text{ а) } \sqrt{4356} = 66; \text{ б) } \sqrt{8464} = 92; \text{ в) } \sqrt{3844} = 62;$$

$$\text{г) } \sqrt{9025} = 95.$$

$$\boxed{14.32.} \text{ а) } \sqrt{0,6} = \frac{\sqrt{60}}{10} \approx 0,77; \text{ б) } \sqrt{240} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{60} \approx 15,4;$$

$$\text{в) } \sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot 10 \approx 77; \text{ г) } \sqrt{540} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{60} \approx 23,1.$$

$$\boxed{14.33.} \text{ а) } \sqrt{810} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{90} \approx 28,5; \text{ б) } \sqrt{360} + 2 = \sqrt{4} \times$$

$$\times \sqrt{90} + 2 \approx 21; \text{ в) } \sqrt{2250} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{90} \approx 47,5; \text{ г) } \sqrt{9000} -$$

$$- 4 = \sqrt{90} \cdot 10 - 4 \approx 91.$$

$$\boxed{14.34.} \text{ а) при } x > 0; y > 0, \sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}; \text{ б) при } x < 0;$$

$$y < 0, \sqrt{xy} = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}.$$

$$\boxed{14.35.} \text{ а) } \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0;$$

$$a = 0, b = 1; \text{ не верно при } a = 3, b = 2; a = 5 \text{ и } b = 6;$$

$$\text{б) } \sqrt{ab} = a\sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0; a = 1, b = 1; \text{ не}$$

$$\text{верно при } a = 3, b = 2; a = 4, b = 4; \text{ в) } \sqrt{a-b} = \sqrt{a} -$$

$$- \sqrt{b}; \text{ верно при } a = 0, b = 0; a = 1, b = 0; \text{ не верно при}$$

$$a = 4, b = 1; a = 5, b = 1; \text{ г) } \sqrt{ab} = ab; \text{ верно при } a = 0;$$

$$b = 5; a = 1, b = 1; \text{ не верно при } a = 8, b = 5; a = 2, b = 6.$$

14.36. а) $f(4x) = -\sqrt{4x} = -2\sqrt{x} = 2f(x)$; б) $f(x^4) = -\sqrt{x^4} = -x^2 = -(f(x))^4$; в) $f(0,01x) = -0,1\sqrt{x} = 0,1f(x)$; г) $f(x^5) = -\sqrt{x^5} = -x^2 \cdot \sqrt{x} = x^2 \cdot f(x)$.

§15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня

15.1. а) $\sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$; б) $\sqrt{2 \cdot 144} = 12\sqrt{2}$; в) $\sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$; г) $\sqrt{196 \cdot 7} = 14\sqrt{7}$.

15.2. а) $\sqrt{\frac{2}{25}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$; б) $\sqrt{\frac{121}{10}} = \frac{11}{\sqrt{10}}$; в) $\sqrt{\frac{6}{49}} = \frac{\sqrt{6}}{7}$; г) $\sqrt{\frac{225}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}}$.

15.3. а) $\sqrt{\frac{25}{16 \cdot 2}} = \frac{5}{4\sqrt{2}}$; б) $\sqrt{\frac{36 \cdot 2}{169 \cdot 5}} = \frac{6}{13}\sqrt{\frac{2}{5}}$; в) $\sqrt{\frac{6 \cdot 49}{121}} = \frac{7}{11}\sqrt{6}$; г) $\sqrt{\frac{144 \cdot 3}{7 \cdot 25}} = \frac{12}{5}\sqrt{\frac{3}{7}}$.

15.4. а) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$; в) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; г) $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$.

15.5. а) $\sqrt{275} = \sqrt{25 \cdot 11} = 5\sqrt{11}$; б) $\sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = 11\sqrt{3}$; в) $\sqrt{675} = \sqrt{225 \cdot 3} = 15\sqrt{3}$; г) $\sqrt{108} = \sqrt{3 \cdot 36} = 6\sqrt{3}$.

15.6. а) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{120} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{30} = \sqrt{30}$; в) $\frac{1}{10}\sqrt{200} = \sqrt{2}$; г) $\frac{1}{5}\sqrt{150} = \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{6} = \sqrt{6}$.

15.7. а) $\sqrt{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{40}{63}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{7}}$; в) $\sqrt{\frac{54}{125}} = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}$; г) $\sqrt{\frac{243}{128}} = \frac{9}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}$.

15.8. а) $\sqrt{1\frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{13}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{13}{3}}$; б) $\sqrt{10\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{81}{8}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$; в) $\sqrt{1\frac{13}{32}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{32}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}$; г) $\sqrt{1\frac{17}{81}} = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}\sqrt{2}$;

15.9. Рассматривая квадраты чисел: а) $A = 3\sqrt{50}$ и $B = 2\sqrt{98}$; $450 > 392 \Rightarrow A > B$; б) $A = 3\sqrt{\frac{8}{9}}$ и $B = \frac{1}{2}\sqrt{48}$; $8 < 12 \Rightarrow A < B$; в) $A = 4\sqrt{48}$ и $B = 5\sqrt{27}$; $768 > 675$; $A > B$; г) $A = \frac{1}{7}\sqrt{80}$ и $B = 2\sqrt{\frac{24}{49}}$; $\frac{80}{49} < \frac{96}{49} \Rightarrow A < B$.

15.10. а) $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$; б) $\sqrt{25b} = 5\sqrt{b}$; в) $\sqrt{16c} = 4\sqrt{c}$;
 г) $\sqrt{49d} = 7\sqrt{d}$.

15.11. а) $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$; б) $\sqrt{b^5} = b^2\sqrt{b}$; в) $\sqrt{c^7} = c^2\sqrt{c^3}$;
 г) $\sqrt{d^{11}} = d^5\sqrt{d}$.

15.12. а) $\sqrt{x^{11}y^2} = x^5y\sqrt{x}$; б) $\sqrt{x^8t^9} = x^4t^4\sqrt{t}$;
 в) $\sqrt{m^{21}n^{16}} = m^{10}n^8\sqrt{m}$; г) $\sqrt{p^{10}q^{13}} = p^5q^6\sqrt{q}$.

15.13. а) $\sqrt{100x^3} = 10x\sqrt{x}$; б) $\sqrt{32y^4} = 4y^2\sqrt{2}$;
 в) $\sqrt{96z^5} = 4z^2\sqrt{6z}$; г) $\sqrt{50t^{10}} = 5t^5\sqrt{2}$.

15.14. а) $\sqrt{\frac{m^3}{n^3}} = \frac{m}{n}\sqrt{\frac{m}{n}}$; б) $\sqrt{\frac{x^3}{8y^3}} = \frac{x}{2}\sqrt{\frac{x}{2y}}$; в) $\sqrt{\frac{81c^6}{a^3}} =$
 $= \frac{9c^3}{a}\sqrt{\frac{1}{a}}$; г) $\sqrt{\frac{32c^7}{9b^6}} = \frac{4c^3}{3b^3}\sqrt{2c}$.

15.15. а) $\sqrt{\frac{50m^4n^3}{9r^4}} = \frac{5m^2n}{3r^2}\sqrt{2n}$; б) $\sqrt{\frac{9x^2y}{4z^2}} = \frac{3x}{2z}\sqrt{y}$;
 в) $\sqrt{\frac{72a^6b^7}{49y^8}} = \frac{6a^3b^3}{7y^4}\sqrt{2b}$; г) $\sqrt{\frac{27x^{11}y^{13}}{25w^6}} = \frac{3x^5y^6}{5w^3}\sqrt{3xy}$.

15.16. а) $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$; б) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$; в) $11\sqrt{5} = \sqrt{605}$;
 г) $7\sqrt{6} = \sqrt{294}$.

15.17. а) $-3\sqrt{8} = -\sqrt{72}$; б) $-11\sqrt{3} = -\sqrt{363}$; в) $-$
 $-13\sqrt{5} = -\sqrt{845}$; г) $-6\sqrt{2} = -\sqrt{72}$.

15.18. а) $\frac{1}{4}\sqrt{32} = \sqrt{2}$; б) $-\frac{2}{3}\sqrt{15} = -\sqrt{4} = 2$; в) $-\frac{5}{2}\sqrt{8} =$
 $= -\sqrt{100} = -10$; г) $\frac{4}{7}\sqrt{35} = \sqrt{\frac{80}{7}}$.

15.19. а) $x\sqrt{12} = \sqrt{12x^2}$; б) $y\sqrt{32} = \sqrt{32y^2}$; в) $z\sqrt{5} =$
 $= \sqrt{5z^2}$; г) $t\sqrt{11} = \sqrt{11t^2}$.

15.20. а) $a^2\sqrt{7} = \sqrt{7a^4}$; б) $-b\sqrt{10} = -\sqrt{10b^2}$; в) $c^2\sqrt{11} =$
 $= \sqrt{11c^4}$; г) $-d\sqrt{3} = -\sqrt{3d^2}$.

15.21. а) $-3x^2\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3x^4}$; б) $4x^2y\sqrt{0,5xy} = \sqrt{8x^5y^3}$;
 в) $-5m^6\sqrt{5m} = -\sqrt{125m^{13}}$; г) $\frac{1}{2}p\sqrt{\frac{20q}{p}} = \sqrt{5pq}$.

15.22. Рассмотрим квадраты чисел: а) 36; 32; 25; 26, искомый порядок: 5; $\sqrt{26}$; $2\sqrt{8}$; 6; б) 4; 7; 12; 9, искомый порядок: 2; $\sqrt{7}$; 3; $2\sqrt{3}$; в) 16; 18; 20, 25; 19, искомый порядок: 4; 3 $\sqrt{2}$; $\sqrt{19}$; $4\frac{1}{2}$; г) 1; $\frac{7}{9}$; $\frac{3}{4}$; 0,49, искомый порядок: 0,7; 0,5 $\sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{7}}{3}$; 1.

15.23. а) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x}(2 + 3 - 5) = 0$; б) $5\sqrt{a} + 3\sqrt{b} - \sqrt{a} + 2\sqrt{b} = 4\sqrt{a} + 5\sqrt{b}$; в) $\sqrt{z} - 3\sqrt{z} + 9\sqrt{z} = 7\sqrt{z}$; г) $8\sqrt{c} + \sqrt{d} - \sqrt{d} - 4\sqrt{c} = 4\sqrt{c}$;

15.24. а) $\sqrt{216} - 2\sqrt{6} = 6\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$; б) $\sqrt{20} + \sqrt{125} = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$; в) $\sqrt{125} + 7\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$; г) $\sqrt{32} - \sqrt{128} = 4\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$.

15.25. а) $5\sqrt{3} - \sqrt{300} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{80} = 10\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$; в) $3\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$; г) $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{27} = 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

15.26. а) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$; б) $5 + \frac{1}{2}\sqrt{12x} - 10\sqrt{0,03x} = 5\sqrt{3x} + \sqrt{3x} - \sqrt{3x} = 5\sqrt{3x}$; в) $\sqrt{5b} - 2\sqrt{20b} - 3\sqrt{80b} = \sqrt{5b} - 4\sqrt{5b} - 12\sqrt{5b} = -15\sqrt{5b}$; г) $3\sqrt{2y} - \sqrt{8y} + 0,1\sqrt{200y} = 3\sqrt{2y} - 2\sqrt{2y} + \sqrt{2y} = 2\sqrt{2y}$.

15.27. а) $\sqrt{a^3b} + \frac{2}{3a}\sqrt{a^5b} = a\sqrt{ab} + \frac{2a}{3}\sqrt{ab} = \frac{5}{3}a\sqrt{ab}$; б) $\sqrt{m^5} + 4m\sqrt{m^3} - m^2\sqrt{m} = \sqrt{m}(m^2 + 4m^2 - m^2) = 4m^2\sqrt{m}$; в) $2a\sqrt{a^7b} + \sqrt{a^9b} = 2a^4\sqrt{ab} - a^4\sqrt{ab} = a^4\sqrt{ab}$; г) $\sqrt{81d^3} - 5d\sqrt{d} + \frac{3}{d}\sqrt{4d^5} = 9\sqrt{d} - 5d\sqrt{d} + 6d\sqrt{d} = 10d\sqrt{d}$.

15.28. а) $(6\sqrt{12} - \sqrt{75}) \cdot \sqrt{3} = (12\sqrt{3} - 5\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 21$; б) $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{20}) \cdot \sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}) \times \sqrt{5} = -\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = -5$; в) $(\sqrt{32} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} = (4\sqrt{2} + 6\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20$; г) $(2\sqrt{50} - 5\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = (10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 10$.

15.29. а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{x}) = \sqrt{ax} - x$; б) $\sqrt{mn}(\sqrt{m} + \sqrt{n}) = m\sqrt{n} + n\sqrt{m}$; в) $(\sqrt{c} + \sqrt{d})\sqrt{c} = c + \sqrt{cd}$; г) $(\sqrt{p} - \sqrt{q})\sqrt{pq} = p\sqrt{q} - q\sqrt{p}$.

15.30. а) $(\sqrt{50} + \sqrt{6}) : \sqrt{2} = 5 + \sqrt{3}$; б) $(12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5} = (36\sqrt{5} - 12\sqrt{5}) : 3\sqrt{5} = 8$; в) $(\sqrt{12} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = (2\sqrt{3} - \sqrt{15}) : \sqrt{3} = 2 - \sqrt{5}$; г) $(4\sqrt{75} - 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3} = (20\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) : 2\sqrt{3} = 12$.

15.31. а) $(2 + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - 2 + 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 1$; б) $(5 + \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$; в) $(3 - \sqrt{5}) \cdot (5 + \sqrt{5}) = 15 + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5 = 10 - 2\sqrt{5}$;

$$r) (3 + \sqrt{21}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 7\sqrt{3} = -4\sqrt{3}.$$

$$\boxed{15.32.} \quad a) (a + \sqrt{b}) \cdot (2a - 3\sqrt{b}) = 2a^2 + 2a\sqrt{b} - 3b - 3a\sqrt{b} = 2a^2 - a\sqrt{b} - 3b; \quad б) (2\sqrt{a} - 5\sqrt{3b}) \times (2\sqrt{a} + \sqrt{3b}) = 4a + 2\sqrt{3ab} - 10\sqrt{3ab} - 15b = 4a - 8\sqrt{3ab} - 15b; \quad в) (\sqrt{x} - 2y) \cdot (2\sqrt{x} + y) = 2x + y\sqrt{x} - 4y\sqrt{x} - 2y^2 = 2x - 3y\sqrt{x} - 2y^2; \quad r) (\sqrt{m} - 2\sqrt{n}) \cdot (\sqrt{m} - \sqrt{n}) = m - 2\sqrt{mn} - \sqrt{mn} + 2n = m - 3\sqrt{mn} + 2n;$$

$$\boxed{15.33.} \quad a) (\sqrt{7} - \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{5}) = 7 - 5 = 2; \quad б) (7 - 5\sqrt{2}) \cdot (7 + 5\sqrt{2}) = 49 - 50 = -1; \quad в) (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 6 - 2 = 4; \quad r) (8 + 3\sqrt{7}) \cdot (8 - 3\sqrt{7}) = 64 - 63 = 1.$$

$$\boxed{15.34.} \quad a) (a + \sqrt{b}) \cdot (a - \sqrt{b}) = a^2 - b; \quad б) (\sqrt{x} - \sqrt{y}) \times (\sqrt{x} + \sqrt{y}) = x - y; \quad в) (\sqrt{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} - 1) = x - 1; \quad г) (\sqrt{y} + \sqrt{3})^2 = y + 2\sqrt{3y} + 3; \quad r) (\sqrt{3p} - \sqrt{5q}) \times (\sqrt{3p} + \sqrt{5q}) = 3p - 5q.$$

$$\boxed{15.35.} \quad a) (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b; \quad б) (\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = x - 6\sqrt{xy} + 9y; \quad в) (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{mn} + n; \quad r) (\sqrt{t} + 2\sqrt{x})^2 = t + 4\sqrt{tx} + 4x.$$

$$\boxed{15.36.} \quad a) (\sqrt{2} + 4)^2 = 2 + 8\sqrt{2} + 16 = 18 + 8\sqrt{2}; \quad б) (\sqrt{5} - 1)^2 = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = 6 - 2\sqrt{5}; \quad в) (2 + \sqrt{17})^2 = 4 + 4\sqrt{17} + 17 = 21 + 4\sqrt{17}; \quad r) (3 - \sqrt{8})^2 = 9 - 6\sqrt{8} + 8 = 17 - 6\sqrt{8}.$$

$$\boxed{15.37.} \quad a) (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 = 12 - 12\sqrt{6} + 18 = 30 - 12\sqrt{6}; \quad б) (\sqrt{6} + \sqrt{12})^2 = 6 + 12\sqrt{12} + 12 = 18 + 12\sqrt{2}; \quad в) (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2 = 45 - 30\sqrt{15} + 75 = 120 - 30\sqrt{15}; \quad r) (\sqrt{14} + \sqrt{8})^2 = 14 + 8 + 2\sqrt{814} = 22 + 8\sqrt{7}.$$

$$\boxed{15.38.} \quad a) (\sqrt{m} - \sqrt{n}) \cdot (m + \sqrt{mn} + n) = \sqrt{m^3} - \sqrt{n^3} = m\sqrt{m} - n\sqrt{n}; \quad б) (c + \sqrt{d}) \cdot (c^2 - \sqrt{d} + d) = c^3 +$$

$$+ d\sqrt{d}; \text{ B) } (\sqrt{r} - 2\sqrt{n}) \cdot (r + 2\sqrt{rn} + 4n) = r\sqrt{r} - 8n\sqrt{n};$$

$$\text{r) } (2\sqrt{s} + 3\sqrt{t}) \cdot (4s - 6\sqrt{st} + 9t) = 8s\sqrt{s} + 27t\sqrt{t}.$$

$$\boxed{15.39.} \text{ a) } \frac{x}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}x}{7}; \text{ б) } \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}; \text{ B) } \frac{y}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}; \text{ r) } \frac{42}{5\sqrt{p}} = \frac{42\sqrt{p}}{5p}.$$

$$\boxed{15.40.} \text{ a) } \frac{3}{\sqrt{a+b}} = \frac{3\sqrt{a+b}}{a+b}; \text{ б) } \frac{a+3}{\sqrt{a^2-9}} = \frac{\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}} = \frac{\sqrt{a^2-9}}{a-3};$$

$$\text{B) } \frac{1}{\sqrt{c-d}} = \frac{\sqrt{c-d}}{c-d}; \text{ r) } \frac{b-2}{\sqrt{4-b^2}} = -\frac{\sqrt{2-b}}{\sqrt{2+b}} = -\frac{\sqrt{4-b^2}}{2+b}.$$

$$\boxed{15.41.} \text{ a) } \frac{4a}{\sqrt{2a}} = 2\sqrt{2a}; \text{ б) } \frac{a^2b}{\sqrt{ab^3}} = \frac{a^2}{\sqrt{ab}} = a^2 \frac{\sqrt{ab}}{ab} = \frac{a\sqrt{ab}}{b};$$

$$\text{B) } \frac{c^2}{\sqrt{c^5}} = \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{c}}{c}; \text{ r) } \frac{9a^2bc}{\sqrt{27ab^3c}} = \frac{3a^2bc\sqrt{3ab^3}}{3ab^3c} = \frac{a\sqrt{3abc}}{b}.$$

$$\boxed{15.42.} \text{ a) } \frac{5}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}; \text{ б) } \frac{1}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{a+2\sqrt{ab}+b}{(a-b)^2}; \text{ B) } \frac{3}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m-n}; \text{ r) } \frac{6}{(\sqrt{p}+\sqrt{q})} =$$

$$= \frac{6 \cdot (\sqrt{p}-\sqrt{q})^3}{(p-q)^3}.$$

$$\boxed{15.43.} \text{ a) } \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3} = \sqrt{7} + \sqrt{3}; \text{ б) } \frac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{4 \cdot (\sqrt{10}-\sqrt{2})}{8} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}; \text{ B) } \frac{6}{\sqrt{15}+\sqrt{12}} = \frac{6 \cdot (\sqrt{15}-\sqrt{12})}{3} =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{15}-\sqrt{12}); \text{ r) } \frac{36}{\sqrt{18}-\sqrt{12}} = \frac{36 \cdot (\sqrt{18}+\sqrt{12})}{6} = 6 \times$$

$$\times (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}).$$

$$\boxed{15.44.} \text{ a) } \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}; \text{ б) } \frac{\sqrt{5}-3}{3+\sqrt{5}} =$$

$$= -\frac{(\sqrt{5}-3)^2}{9-5} = -\frac{14-6\sqrt{5}}{4} = \frac{3\sqrt{5}-7}{2}; \text{ B) } \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})^2}{4-2} =$$

$$= \frac{6+4\sqrt{2}}{2} = 3 + 2\sqrt{2}; \text{ r) } \frac{5+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}} = \frac{(5+\sqrt{7}) \cdot (5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7}) \cdot (5+\sqrt{7})} =$$

$$= \frac{25+7+10\sqrt{7}}{25-7} = \frac{32+10\sqrt{7}}{18} = \frac{16+5\sqrt{7}}{9}.$$

$$\boxed{15.45.} \text{ a) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y} = \frac{x^2-x\sqrt{y}}{x^2-y}; \text{ б) } \frac{a^2-b}{a-\sqrt{b}} = a + \sqrt{b};$$

$$\text{B) } \frac{s}{2s+\sqrt{3r}} = \frac{s(2s-\sqrt{3r})}{4s^2-3r}; \text{ r) } \frac{25b^2-3a}{\sqrt{3a-5b}} = -(5b + \sqrt{3a}).$$

$$\boxed{15.46.} \text{ a) } \frac{1}{\sqrt{a+3}-2} = \frac{\sqrt{a+3}+2}{a-1}; \text{ б) } \frac{y-3}{\sqrt{4-y}+1} =$$

$$= \frac{(1-\sqrt{4-y}) \cdot (1+\sqrt{4-y})}{\sqrt{4-y}+1} = 1 - \sqrt{4-y}; \text{ B) } \frac{2}{3-\sqrt{2x-1}} =$$

$$= \frac{2 \cdot (3 + \sqrt{2x-1})}{10-2x} = \frac{3 + \sqrt{2x-1}}{5-x}; \quad \text{r) } \frac{3-b}{2-\sqrt{b+1}} = \frac{4-(b+1)}{2-\sqrt{b+1}} = 2 + \sqrt{b+1}.$$

$$\boxed{15.47.} \quad \text{a) } \frac{p-\sqrt{pq}+q}{\sqrt{p}-\sqrt{q}} = \frac{\sqrt{p^3}+\sqrt{q^3}}{p-q} = \frac{p\sqrt{p}+q\sqrt{q}}{p-q}; \quad \text{б) } \frac{4+2\sqrt{t}+t}{2+\sqrt{t}} = \frac{8-t\sqrt{t}}{4-t}; \quad \text{в) } \frac{x-3\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} = \frac{x\sqrt{x}+27}{x-9}; \quad \text{r) } \frac{a+2\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{a}-8b\sqrt{b}}{a-4b}.$$

$$\boxed{15.48.} \quad \text{a) } 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} + 1); \quad \text{б) } \sqrt{b} - b = \sqrt{b}(1 - \sqrt{b}); \quad \text{в) } 3 - \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - 1); \quad \text{r) } \sqrt{a} + a = \sqrt{a}(1 + \sqrt{a}).$$

$$\boxed{15.49.} \quad \text{a) } 10 + 5\sqrt{3} = 5 \cdot (2 + \sqrt{3}); \quad \text{б) } 8 - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 1); \quad \text{в) } 20 + 60\sqrt{7} = 20 \cdot (1 + 3\sqrt{7}); \quad \text{r) } 45 - 9\sqrt{5} = 9\sqrt{5} \cdot (\sqrt{5} - 1).$$

$$\boxed{15.50.} \quad \text{a) } \sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}); \quad \text{б) } 2 + \sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1); \quad \text{в) } \sqrt{5} + 5 - \sqrt{10} = \sqrt{5} \cdot (1 + \sqrt{5} - \sqrt{2}); \quad \text{r) } 7 + \sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{2} - 1).$$

$$\boxed{15.51.} \quad \text{a) } a - 2\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 2); \quad \text{в) } \sqrt{a} - 2a = \sqrt{a}(1 - 2\sqrt{a}); \quad \text{б) } \sqrt{3b} - b = \sqrt{b}(\sqrt{3} - \sqrt{b}); \quad \text{r) } a + \sqrt{ab} = \sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}).$$

$$\boxed{15.52.} \quad \text{a) } a + b + \sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a+b} + 1); \quad \text{б) } \sqrt{a^2 - b^2} - \sqrt{a+b} = \sqrt{a+b}(\sqrt{a-b} - 1); \quad \text{в) } 3a - 3b - 2\sqrt{a-b} = \sqrt{a-b}(3\sqrt{a-b} - 2); \quad \text{r) } a\sqrt{a-b} + \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a-b}(a + \sqrt{a+b}).$$

$$\boxed{15.53.} \quad \text{a) } a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + a\sqrt{b} + b\sqrt{a} = a(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + b(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = (a+b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}); \quad \text{б) } 2 + b\sqrt{a} - 2\sqrt{ab} - \sqrt{b} = 2 \cdot (1 - \sqrt{ab}) - \sqrt{b}(1 - \sqrt{ab}) = (2 - \sqrt{b})(1 - \sqrt{ab}); \quad \text{в) } a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 = \sqrt{ab}(\sqrt{a} + 1) - 1 \cdot (\sqrt{a} + 1) = (\sqrt{ab} - 1)(\sqrt{a} + 1); \quad \text{r) } ab + a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + \sqrt{ab} = a(b + \sqrt{a}) + \sqrt{b}(b + \sqrt{a}) = (a + \sqrt{b})(b + \sqrt{a}).$$

$$\boxed{15.54.} \quad \text{a) } a^2 - 5 = (a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5}); \quad \text{б) } 25 - p = (5 - \sqrt{p})(5 + \sqrt{p}); \quad \text{в) } 11 - b^2 = (\sqrt{11} - b)(\sqrt{11} + b); \quad \text{r) } m - 100 = (\sqrt{m} - 10)(\sqrt{m} + 10).$$

$$\boxed{15.55.} \quad \text{a) } b - 3 = (\sqrt{b} - \sqrt{3})(\sqrt{b} + \sqrt{3}); \quad \text{б) } 16z - 5 = (4\sqrt{z} - \sqrt{5})(4\sqrt{z} + \sqrt{5}); \quad \text{в) } a - c = (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{a} + \sqrt{c}); \quad \text{r) } 7 - 64t = (\sqrt{7} - 8\sqrt{t})(\sqrt{7} + 8\sqrt{t}).$$

$$\boxed{15.56.} \quad \text{a) } 1 - 2\sqrt{p} + p = (1 - \sqrt{p})^2; \quad \text{б) } x + 6\sqrt{xy} + 9y^2 = (\sqrt{x} + 3y)^2; \quad \text{в) } c - 2\sqrt{cd} + d = (\sqrt{c} - \sqrt{d})^2; \quad \text{r) } q + 4p\sqrt{q} + 4p^2 = (\sqrt{q} + 2p)^2$$

15.57. а) $49a - 14\sqrt{ab} + b^2 = (7\sqrt{a} - b)^2$; б) $3c^2 + 10\sqrt{3}c + 25 = (\sqrt{3}c + 5)^2$; в) $9 - 6\sqrt{mn} + n = (3\sqrt{m} - \sqrt{n})^2$; г) $2a + 2\sqrt{2ab} + b^2 = (\sqrt{2a} + b)^2$.

15.58. а) $4 + 4\sqrt{3} + 3 = (\sqrt{3} + 2)^2$; б) $(3 - 2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} - 1)^2$; в) $2 + 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} + 1)^2$; г) $7 - 4\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 2)^2$

15.59. а) $\frac{a^2-7}{a-7} = a + \sqrt{7}$; б) $\frac{b+\sqrt{3}}{3-b^2} = \frac{1}{\sqrt{3}-b}$; в) $\frac{c^2-11}{c-\sqrt{11}} = c + \sqrt{11}$; г) $\frac{b+\sqrt{21}}{21-b^2} = \frac{1}{\sqrt{21}-b}$.

15.60. а) $\frac{x-9}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} - 3$; б) $\frac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$; в) $\frac{9-t}{t-81} = \frac{-1}{\sqrt{t}+9}$; г) $\frac{\sqrt{r}+\sqrt{s}}{r-s} = \frac{1}{\sqrt{r}-\sqrt{s}}$.

15.61. а) $\frac{3\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{9x-16y} = \frac{1}{3\sqrt{x}+4\sqrt{y}}$; б) $\frac{121a^2-144b}{12\sqrt{b}-11a} = -(11a + 12\sqrt{b})$; в) $\frac{25a-49b}{5\sqrt{a}+7\sqrt{b}} = 5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}$; г) $\frac{9\sqrt{ab}-4\sqrt{c}}{16c-81ab} = -\frac{1}{4\sqrt{c}+9\sqrt{ab}}$.

15.62. а) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{2}$; в) $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; г) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{3}$.

15.63. а) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{15}-3} = \frac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$; б) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$; в) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{5-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$; г) $\frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}}{\sqrt{15}+\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6}{5}}$.

15.64. а) $\frac{4a+4\sqrt{3}}{3-a^2} = \frac{4\cdot(a+\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-a)(\sqrt{3}+a)} = \frac{4}{\sqrt{3}-a}$; б) $\frac{x-y}{\sqrt{5y}-\sqrt{5x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{y}-\sqrt{x})} = -\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{5}}$; в) $\frac{x-25}{3\sqrt{x}+15} = \frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}{3\cdot(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{3}$; г) $\frac{\sqrt{mn}+n}{m-n} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}$.

15.65. а) $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$; б) $\frac{x^2-6x\sqrt{y}+9y}{3\sqrt{y}-x} = 3\sqrt{y} - x$; в) $\frac{\sqrt{s}-\sqrt{r}}{r-2\sqrt{rs}+s} = \frac{1}{\sqrt{s}-\sqrt{r}}$; г) $\frac{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}{3a+5b+\sqrt{60ab}} = \frac{1}{\sqrt{3a}+\sqrt{5b}}$.

15.66. а) $\frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{x-4y} = \frac{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}$; б) $\frac{2a+6\sqrt{2ab}+9b}{6a-27b} = \frac{(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})^2}{3\cdot(\sqrt{2a}-3\sqrt{b})(\sqrt{2a}+3\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2a}+3\sqrt{b}}{\sqrt{2a}-3\sqrt{b}}$.

$$= \frac{\sqrt{2a+3\sqrt{b}}}{3(\sqrt{2a-3\sqrt{b}})}; \text{ B) } \frac{x^2-25y}{x^2+5y-x\sqrt{20y}} = \frac{(x-5\sqrt{y})(x+5\sqrt{y})}{(x-5\sqrt{y})^2} = \frac{x+5\sqrt{y}}{x-5\sqrt{y}};$$

$$\text{r) } \frac{6x^2y-2xy^2}{3x+y-\sqrt{12xy}} = \frac{2xy(\sqrt{3x-\sqrt{y}})(\sqrt{3x+\sqrt{y}})}{(\sqrt{3x-\sqrt{y}})^2} = \frac{2xy(\sqrt{3x+\sqrt{y}})}{\sqrt{3}\sqrt{x-\sqrt{y}}}$$

$$\text{15.67. a) } \frac{\sqrt{a^3+\sqrt{b^3}}}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} = a - \sqrt{ab} + b; \text{ б) } \frac{x\sqrt{x-8}}{\sqrt{x-2}} = x + 2\sqrt{x} + 4;$$

$$\text{B) } \frac{c^3-d^3}{c+\sqrt{cd}+d} = \sqrt{c} - \sqrt{d}; \text{ r) } \frac{27+a\sqrt{a}}{3+\sqrt{a}} = 9 - 3\sqrt{a} + a.$$

$$\text{15.68. a) } \frac{\sqrt{x-\sqrt{y}\sqrt{x}}}{55} = -\frac{\sqrt{y}}{5}; \text{ б) } \frac{11\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} -$$

$$-\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{12\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(3\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x}; \text{ B) } \frac{\sqrt{m}}{12} - \frac{\sqrt{m+\sqrt{n}}}{12} =$$

$$= -\frac{\sqrt{n}}{12} \text{ r) } \frac{2\sqrt{c}-\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} - \frac{8\sqrt{c}+6\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c}-3\sqrt{d}}{5\sqrt{c}} = \frac{2\sqrt{d}-5\sqrt{c}}{5\sqrt{c}}.$$

$$\text{15.69. a) } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a+3}} + \frac{3}{\sqrt{a+3}} = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a+3}} = 1; \text{ б) } \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-13}} + \frac{13}{13-\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{\sqrt{n}-13}{\sqrt{n}-13} = 1; \text{ B) } \frac{4}{\sqrt{q}-4} - \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = \frac{4-\sqrt{q}}{\sqrt{q}-4} = -1; \text{ r) } \frac{\sqrt{t}}{3-\sqrt{t}} +$$

$$+ \frac{3}{\sqrt{t}-3} = \frac{\sqrt{t}-3}{3-\sqrt{t}} = -1.$$

$$\text{15.70. a) } \frac{a}{\sqrt{a}-3} - \frac{9}{\sqrt{a}-3} = \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3; \text{ б) } \frac{c}{\sqrt{c}-10} -$$

$$- \frac{20\sqrt{c}-100}{\sqrt{c}} = \frac{(\sqrt{c}-10)^2}{\sqrt{c}-10} = \sqrt{c} - 10; \text{ B) } \frac{c}{\sqrt{c}+9} - \frac{81}{\sqrt{c}+9} =$$

$$= \frac{(\sqrt{c}-9)(\sqrt{c}+9)}{\sqrt{c}+9} = \sqrt{c} - 9; \text{ r) } \frac{d}{\sqrt{d}+7} + \frac{14\sqrt{d}+49}{\sqrt{d}+7} = \frac{(\sqrt{d}+7)^2}{\sqrt{d}+7} =$$

$$= \sqrt{d} + 7.$$

$$\text{15.71. a) } \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{yz}} = \frac{z+x}{\sqrt{xyz}}; \text{ б) } \frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{m}-\sqrt{r}}{\sqrt{nr}} =$$

$$= \frac{\sqrt{mr}-\sqrt{nr}+m-\sqrt{nu}}{\sqrt{mnr}} = \frac{m-\sqrt{nr}}{\sqrt{mr}}; \text{ B) } \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{cd}} - \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{dm}} = \frac{m-c}{\sqrt{cdm}};$$

$$\text{r) } \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}+\sqrt{ab}-\sqrt{ac}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{bc}+\sqrt{ab}}{\sqrt{abc}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{ac}}.$$

$$\text{15.72. a) } \frac{4}{\sqrt{a}-5} + \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{4\sqrt{a}+\sqrt{a}-5}{a-5\sqrt{a}} = \frac{5(\sqrt{a}-1)}{a-5\sqrt{a}}; \text{ б) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} -$$

$$-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} = \frac{x+\sqrt{xy}-\sqrt{xy}}{\sqrt{y}(\sqrt{x+\sqrt{y}})} = \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x+\sqrt{y}})}; \text{ B) } \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{b}-2} - \frac{\sqrt{b}+3}{\sqrt{b}} =$$

$$= \frac{b+\sqrt{b}-b-\sqrt{b}+6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)} = \frac{6}{\sqrt{b}(\sqrt{b}-2)}; \text{ r) } \frac{\sqrt{d}\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{dc}-\sqrt{dc}+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} =$$

$$= \frac{d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}.$$

$$\text{15.73. a) } \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-12} - \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-8} = \frac{2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}+9}{6(\sqrt{x}-4)} = \frac{7-\sqrt{x}}{6(\sqrt{x}-4)};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{p}+1}{p-\sqrt{pq}} - \frac{\sqrt{q}-1}{\sqrt{pq}-q} = \frac{\sqrt{pq}+\sqrt{q}-\sqrt{pq}+\sqrt{p}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})} = \frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{\sqrt{pq}(\sqrt{p}-\sqrt{q})};$$

$$\text{B) } \frac{\sqrt{c}-2}{3\sqrt{c}+3} - \frac{3\sqrt{c}-4}{7\sqrt{c}+7} = \frac{7(\sqrt{c}-2)-3(3\sqrt{c}-4)}{21(\sqrt{c}+1)} = \frac{26-2\sqrt{c}}{21(\sqrt{c}+1)};$$

$$\text{r) } \frac{\sqrt{d}+3}{\sqrt{cd}+d} - \frac{\sqrt{c}-3}{\sqrt{cd}+c} = \frac{\sqrt{cd}+3\sqrt{c}-\sqrt{cd}+3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}+\sqrt{d})} = \frac{3}{\sqrt{cd}}.$$

$$\boxed{15.74.} \text{ а) } \frac{2}{5+2\sqrt{6}} + \frac{2}{5-2\sqrt{6}} = \frac{10-4\sqrt{6}+10+4\sqrt{6}}{25-24} = 20 \text{ — верно;}$$

$$\text{б) } \frac{6}{7-4\sqrt{3}} - \frac{6}{7+4\sqrt{3}} = \frac{42+24\sqrt{3}-42+24\sqrt{3}}{49-48} = 48\sqrt{3} = \frac{144}{\sqrt{3}} \text{ —}$$

$$\text{верно. в) } \frac{3}{5\sqrt{2}-7} + \frac{3}{5\sqrt{2}+7} = \frac{15\sqrt{2}+21+15\sqrt{2}-21}{50-49} = 30\sqrt{2} \text{ —}$$

$$\text{верно; г) } \frac{1}{9+4\sqrt{5}} - \frac{1}{9-4\sqrt{5}} = \frac{-8\sqrt{5}}{81-80} = -8\sqrt{5} = -2\sqrt{80} \text{ —}$$

$$\boxed{15.75.} \text{ а) } \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-4b} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{a-4b} = \frac{a+4b}{a-4b};$$

$$\text{б) } \frac{2\sqrt{a}-3\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+3\sqrt{b}} - \frac{12\sqrt{ab}}{9b-4a} = \frac{4a+9b-12\sqrt{ab}}{4a-9b} + \frac{12\sqrt{ab}}{4a-9b} = \frac{4a+9b}{4a-9b}.$$

$$\boxed{15.76.} \text{ а) } \frac{\sqrt{a}}{x-3\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{a}}{3\sqrt{x}-9} = \frac{3\cdot(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)\cdot\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{x}; \text{ б) } \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{n}} \times$$

$$\times \frac{n}{3+3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{na}}{3}; \text{ в) } \frac{\sqrt{rx}+r}{x} : \frac{\sqrt{x}+\sqrt{r}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{rx}}{x}; \text{ г) } \frac{6\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}} :$$

$$: \frac{3\sqrt{an}}{2\sqrt{n}-2} - \frac{2\cdot 2}{\sqrt{n}\cdot\sqrt{a}} = \frac{4}{\sqrt{na}}.$$

$$\boxed{15.77.} \text{ а) } \frac{x-16}{8x} : \frac{\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}}; \text{ б) } \frac{z-25}{z-3\sqrt{z}} : \frac{\sqrt{z}+5}{9-z} =$$

$$= -\frac{(\sqrt{z}-5)(\sqrt{z}+3)}{\sqrt{z}}; \text{ в) } \frac{5-\sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{7y}{y-25} = -\frac{7\sqrt{y}}{5+\sqrt{y}}; \text{ г) } \frac{3c-3d}{c+\sqrt{cp}} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{c}+\sqrt{p}}{6\sqrt{d}-6\sqrt{c}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}} = -\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{2\sqrt{c}}.$$

$$\boxed{15.78.} \text{ а) } \frac{x-10\sqrt{x}+25}{3\sqrt{x}+12} : \frac{2\sqrt{x}-10}{x-16} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2\cdot(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}{3\cdot(\sqrt{x}+4)2\cdot(\sqrt{x}-5)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{x}\sqrt{x})}{6}; \text{ б) } \frac{1-a}{4\sqrt{a}+8} \cdot \frac{a+4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{b}3-3\sqrt{a}} = \frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})^2}{12\cdot(\sqrt{a}+2\sqrt{b})(1-\sqrt{a})} =$$

$$= \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{12}; \text{ в) } \frac{c-25}{c+12\sqrt{c}+36} \cdot \frac{3\sqrt{c}+18}{2\sqrt{c}+10} =$$

$$= \frac{(\sqrt{c}-5)(\sqrt{c}+5)\cdot 3\cdot(\sqrt{c}+6)}{2\cdot(\sqrt{c}+6)^2\cdot(\sqrt{c}+5)} = \frac{3\cdot(\sqrt{c}-5)}{2\cdot(\sqrt{c}+6)}; \text{ г) } \frac{5\sqrt{m}-10\sqrt{n}}{\sqrt{m}-5} :$$

$$: \frac{4n-4\sqrt{mn}+m}{15-3\sqrt{m}} = \frac{5\cdot(\sqrt{m}-2\sqrt{n})\cdot(2\sqrt{n}-\sqrt{m})^2}{(\sqrt{m}-5)\cdot(3\cdot(5-\sqrt{m}))} = -\frac{5\cdot 3}{(\sqrt{m}-2\sqrt{n})} =$$

$$= -\frac{15}{\sqrt{m}-2\sqrt{n}} = \frac{15}{2\sqrt{n}-\sqrt{m}}.$$

$$\boxed{15.79.} \text{ а) } \left(2 + \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right) \cdot \frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8} = \frac{(3\sqrt{t}+2)\cdot 3\sqrt{t}(\sqrt{t}+1)}{(\sqrt{t}+1)\cdot 4\cdot(3\sqrt{t}+2)} = \frac{3}{4}\sqrt{t};$$

$$\text{б) } \left(\frac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot \frac{xy}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$$

$$\boxed{15.80.} \text{ а) } \left(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a}+1}\right) \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)\sqrt{a}} = \sqrt{a} - 1;$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{cd}-d}{c+d} \left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}} + \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}}\right) = \frac{\sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{c+d} \cdot \frac{c+d}{c-d} = \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}+\sqrt{d}}.$$

$$\boxed{15.81.}$$

$$\text{а) } \frac{a-16}{\sqrt{a}+3} \cdot \frac{1}{a+4\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+4}{a-3\sqrt{a}} = \frac{(a-16)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)^2\cdot(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+4)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}-3) - (\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{-14\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a-9)} = \frac{14}{9-a};$$

$$\text{б) } \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{b+3\sqrt{b}}{4b-1} : \frac{3+\sqrt{b}}{4\sqrt{b}+2} = \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2b(\sqrt{b}+3)(\sqrt{b}+1)}{(4b-1)(3+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{1-2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}+1} + \frac{2\sqrt{b}}{2\sqrt{b}-1} = \frac{4\sqrt{b}-1+2\sqrt{b}}{4b-1} = \frac{6\sqrt{b}-1}{4b-1}.$$

$$\text{15.82. а) } a\sqrt{12} = -\sqrt{12a^2}; \text{ б) } -a\sqrt{5} = \sqrt{5a^2}; \text{ в) } 3a\sqrt{2} = -\sqrt{18a^2}; \text{ г) } -2a\sqrt{7} = \sqrt{28a^2}.$$

$$\text{15.83. а) } (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 11 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11; \text{ б) } \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = 2\sqrt{15} + 8 - 2\sqrt{15} = 8;$$

$$\text{в) } (\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = 20 + 2 \cdot 6 - 30 = 2; \text{ г) } (6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 38 - 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 38.$$

$$\text{15.84. а) } (\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1)^2 = 5 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 1 = 6 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}; \text{ б) } (\sqrt{5} - \sqrt{2} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 1 = 8 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2};$$

$$\text{в) } (\sqrt{6} + \sqrt{2} - 1)^2 = 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 1 = 9 - 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{2};$$

$$\text{г) } (\sqrt{3} - \sqrt{2} + 6)^2 = 5 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 36 = 41 - 2\sqrt{6} + 12\sqrt{3} - 12\sqrt{2}.$$

$$\text{15.85. а) } \sqrt{\frac{1}{6}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{54} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{18} + \sqrt{12} - 18\sqrt{6}}{\sqrt{36}} =$$

$$= \frac{-12\sqrt{6}}{6} = -2\sqrt{6}; \text{ б) } 0,1 \cdot \sqrt{140} - \sqrt{\frac{7}{5}} - \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{7-7-5}{\sqrt{35}} =$$

$$= -\frac{1}{7}\sqrt{35}; \text{ в) } \sqrt{18} - \sqrt{\frac{2}{9}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{18-2-9}{\sqrt{18}} = \frac{7\sqrt{2}}{6}; \text{ г) } \sqrt{\frac{1}{14}} +$$

$$+ 2\sqrt{\frac{2}{7}} - \sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{14} = \frac{1+4-7-14}{\sqrt{14}} = -\frac{8\sqrt{14}}{7}.$$

$$\text{15.86. а) } 3\sqrt{\frac{1}{15}} + 6\sqrt{0,6} - \sqrt{60} = \frac{3+6\cdot 3-30}{\sqrt{15}} = -\frac{3}{5}\sqrt{15};$$

$$\text{б) } 5\sqrt{20} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} + 5\sqrt{0,8} = \frac{50-15+10}{\sqrt{5}} = 9\sqrt{5}; \text{ в) } 10\sqrt{0,18} -$$

$$- 2\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{50} = \frac{6-2-30}{\sqrt{2}} = -13\sqrt{2}; \text{ г) } 20\sqrt{0,27} - 5\sqrt{0,12} +$$

$$+ 7\sqrt{0,03} = \frac{18-3+2,1}{\sqrt{3}} = 5,7\sqrt{3}.$$

$$\text{15.87. а) } \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{1+2\sqrt{2}+2} = \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} =$$

$$= 1 + \sqrt{2}; \text{ б) } \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} =$$

$$= \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}; \text{ в) } \sqrt{23-4\sqrt{15}} =$$

$$= \sqrt{20-4\sqrt{15}+3} = \sqrt{(20-\sqrt{3})^2} = \sqrt{20}-\sqrt{3} = 2\sqrt{5}-3;$$

$$\text{г) } \sqrt{(\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2} = \sqrt{5+6\sqrt{10}+18} = \sqrt{23+6\sqrt{10}}.$$

15.88. а) $(3 + 2\sqrt{2})(1 - \sqrt{2})^2 = (3 + 2\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2} + 2) = (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$; б) $(\sqrt{3} - 1)^2 \cdot (4 + 2\sqrt{3}) = (4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3}) = 16 - 12 = 4$; в) $(7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^2 = (7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3}) = 49 - 48 = 1$; г) $(\sqrt{2} - 3)^2 \cdot (11 + 6\sqrt{2}) = (11 - 6\sqrt{2})(11 + 6\sqrt{2}) = 121 - 72 = 49$

15.89. а) $(1 - \sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$ — равенство верно; $\sqrt{3} - 2\sqrt{2} \neq 1 - \sqrt{2}$, так как $(1 - \sqrt{2}) < 0$; б) $(\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$ — равенство верно; $\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$, так как $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) > 0$; $\sqrt{2} - 1 > 0$ и $\sqrt{3} - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$.

15.90. $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} \neq \sqrt{3} - 5$, так как $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} > 0$; $(\sqrt{3} - 5) < 0$; б) $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} > 0$, $(5 - \sqrt{3}) > 0$ и $\sqrt{28 - 10\sqrt{3}} = (5 - \sqrt{3})^2$. Таким образом верно равенство б).

15.91. а) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} + \frac{2a}{a - b} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - 2\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + 2a}{a - b} = \frac{\sqrt{ab} - b - 2a - 2\sqrt{ab} + 2a}{a - b} = \frac{-b - \sqrt{ab}}{a - b} = -\frac{\sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$;

б) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{2\sqrt{ab}}{b - a} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) + \sqrt{b}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - 2\sqrt{ab}}{a - b} = \frac{a - 2\sqrt{ab} + b}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$;

15.92. а) $\left(\frac{\sqrt{m}}{n - \sqrt{mn}} + \frac{\sqrt{n}}{m - \sqrt{mn}}\right) \cdot \frac{\sqrt{mn}}{\sqrt{n} + \sqrt{m}} = \frac{(m - n)\sqrt{mn}}{\sqrt{mn}(\sqrt{n} - \sqrt{m})(\sqrt{n} + \sqrt{m})} = -1$.

б) $\left(\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) \cdot \frac{a - b}{a^2 + ab} = \frac{a + \sqrt{ab} - \sqrt{ab} + b}{a - b} \cdot \frac{a - b}{a(a + b)} = \frac{1}{a}$.

15.93. а) $\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) : \left(\sqrt{x} - \frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} - 2\sqrt{y}}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} - x - y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{1}{y}$;

б) $\frac{z + 2\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} : \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{-z} - 2} - \frac{z - 12}{z - 4} + \frac{4}{z + 2\sqrt{z}}\right) = \frac{z + 2\sqrt{z}}{\sqrt{z} - 2} : \left(\frac{\sqrt{z} \cdot \sqrt{z}(\sqrt{z} + 2) - (z - 2)\sqrt{z} - 4 \cdot (\sqrt{z} - 2)}{\sqrt{z}(z - 4)}\right) = \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z} + 2)}{\sqrt{z} - 2} \times \frac{\sqrt{z}(\sqrt{z} - 2)(\sqrt{z} + 2)}{2z + 8\sqrt{z} + 8} = \frac{z(\sqrt{z} + 2)^2}{2(\sqrt{z} + 2)^2} = \frac{z}{2}$.

$$\text{15.94. a) } \frac{9x}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} : \frac{12\sqrt{x^3}}{4x-y} \cdot \frac{4}{6x+3\sqrt{xy}} = \frac{9\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} \times$$

$$\times \frac{(2\sqrt{x}-\sqrt{y})(2\sqrt{x}+\sqrt{y})}{2x\sqrt{x}} \cdot \frac{4}{3\sqrt{x}(2\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{mn^3}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{m-n}{6n\sqrt{m}} : \frac{\sqrt{mn+n}}{6m} = \frac{n\sqrt{mn}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} \cdot \frac{(\sqrt{m}-\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{6n\sqrt{m}} \times$$

$$\times \frac{6m}{\sqrt{n}(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = m.$$

$$\text{15.95. a) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) \cdot \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} =$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b}) + \sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^{-1} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

$$\text{б) } \left(\sqrt{c} - \sqrt{d} + \frac{2\sqrt{cd}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}} \right) = \left(\frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} \right)^{-1} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{c}(\sqrt{c}+\sqrt{d}) - \sqrt{d}(\sqrt{c}-\sqrt{d})}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} \cdot \frac{c+d}{\sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} = \frac{1}{\sqrt{c}}.$$

$$\text{15.96. a) при } x = \sqrt{2} + 1, x^2 - 2x\sqrt{2} + 2 = (x - \sqrt{2})^2 =$$

$$= 1^2 = 1;$$

$$\text{б) при } a = 5\sqrt{2}, 2a^2 - 8a\sqrt{2} + 16 = (\sqrt{2}a - 4)^2 = (10 -$$

$$- 4)^2 = 36;$$

$$\text{в) при } y = 4 - \sqrt{3}, y^2 + 2y\sqrt{3} + 3 = (y + \sqrt{3})^2 = 4^2 = 16;$$

$$\text{г) при } b = 3\sqrt{3}, 3b^2 + 2b\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3}b + 1)^2 = 10^2 = 100.$$

$$\text{15.97. a) при } a = \sqrt{5} + 1 \text{ и } b = \sqrt{5} - 1, 2a^2 - ab - b^2 =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) - (\sqrt{5} - 1)^2 = 2 \cdot (6 +$$

$$+ 2\sqrt{5}) - 4 - (6 - 2\sqrt{5}) = 2 + 6\sqrt{5};$$

$$\text{б) при } a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ и } b = \sqrt{6} - \sqrt{5}, 2a^2 - 5ab + 2b^2 =$$

$$= 2 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - 5 \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5}) + 2 \cdot (\sqrt{6} -$$

$$- \sqrt{5})^2 = 2 \cdot (11 + 2\sqrt{30}) - 5 \cdot 1 + 2 \cdot (11 - 2\sqrt{30}) = 39.$$

$$\text{15.98. a) } A = \frac{1}{3\sqrt{3}-5} + \frac{1}{3\sqrt{3}+5} = \frac{6\sqrt{3}}{27-25} = 3\sqrt{3} < B = \sqrt{10} \times$$

$$\times \sqrt{3} = \sqrt{30};$$

$$\text{б) } A = \frac{2}{4+2\sqrt{5}} - \frac{2}{4-2\sqrt{5}} = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{20} < B = \sqrt{24} = B;$$

$$\text{в) } A = \frac{3}{2\sqrt{6}-3} + \frac{3}{2\sqrt{6}+3} = 3 \cdot \frac{4\sqrt{6}}{24-9} = \frac{4\sqrt{6}}{5} = \sqrt{\frac{120}{25}} = \sqrt{\frac{48}{10}} >$$

$$> B = \sqrt{3};$$

$$\text{г) } A = \frac{1}{2+3\sqrt{2}} - \frac{1}{2-3\sqrt{2}} = \frac{-6\sqrt{2}}{4-18} = \frac{3\sqrt{2}}{7} = \sqrt{\frac{18}{49}} < B = \sqrt{2} =$$

$$= B.$$

$$\boxed{15.99.} \quad \text{a) } \frac{\frac{x}{x-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}}{\frac{x^2+2}{x^2+x\sqrt{2}}} = \frac{\frac{x^2+2}{x^2-2}}{\frac{x^2+2}{x(x+\sqrt{2})}} = \frac{x(x+\sqrt{2})}{x^2-2} = \frac{x}{x-\sqrt{2}};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\frac{a^2+ab}{a-b}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a(a+b)}{a-b}} = \frac{1}{a}.$$

$$\boxed{15.100.} \quad \text{a) } \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{3+4\sqrt{3}+4} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3};$$

$$\text{б) } \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1;$$

$$\text{в) } \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3};$$

$$\text{г) } \sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = \sqrt{2}+1.$$

$$\boxed{15.101.} \quad \frac{1}{4} \cdot (xa^{-1} - ax^{-1}) \cdot \left(\frac{a^{-1} - x^{-1}a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}a^{-1} - x^{-1}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{x}{a} - \frac{a}{x} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}} - \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{x}} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \left(\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2 - a^2}{ax} \times$$

$$\times \frac{-4ax}{x^2 - a^2} = -1.$$

$$\boxed{15.102.} \quad \frac{1+ax^{-1}}{a^{-1}x^{-1}} \cdot \frac{a^{-1}}{a^{-1}x - ax^{-1}} : \frac{ax^1}{x-a} \cdot x^2 = \frac{1+\frac{a}{x}}{\frac{1}{ax}} \cdot \frac{\frac{1}{a} - \frac{a}{x}}{\frac{1}{a} - \frac{a}{x}} : \frac{\frac{a}{x}}{x-a} \times$$

$$\times \frac{1}{x^2} = (ax + a^2) \cdot \frac{x}{(x^2 - a^2)} \cdot \frac{(x-a)x}{a} \cdot \frac{1}{x^2} = 1.$$

$$\boxed{15.103.} \quad \left(\left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-4} + 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right)^{-2} = \left(\frac{(a-1)^2}{(a+1)^2} + 1 \right);$$

$$\frac{a+1}{a^2+1} = \frac{2a^2+2}{(a+1)^2} \cdot \frac{a+1}{a^2+1} = \frac{2}{(a+1)} = \left(\sqrt{\frac{a+1}{2}} \right)^{-2}.$$

$$\boxed{15.104.} \quad \text{a) } \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{5}+5} = \sqrt{5}-2+3-\sqrt{5} = 1.$$

$$\text{б) } \sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{16-6\sqrt{7}} = \sqrt{7-4\sqrt{7}+4} + \sqrt{9-6\sqrt{7}+7} = \sqrt{7}-2+3-\sqrt{7} = 1.$$

$$\boxed{15.105.} \quad \left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}-2+\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{(2+\sqrt{2})^2}{2+2\sqrt{2}} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{2\sqrt{2}-2} \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{16}{2} = 8.$$

$$\boxed{15.106.} \quad \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} =$$

$$= \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{8+4\sqrt{2}+1}}} =$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{10 + 8\sqrt{2 + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}} = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} = \\
&= \sqrt{10 + 8\sqrt{1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}} = \sqrt{10 + 8 + 8\sqrt{2}} = \\
&= \sqrt{16 + 8\sqrt{2} + 2} = \sqrt{(4 + \sqrt{2})^2} = 4 + \sqrt{2}.
\end{aligned}$$

§16. Модуль действительного числа

16.1. а) $|16| = 6$; б) $|-2| = (-2) = 2$; в) $|-4| = -(-4) = 4$; г) $|25| = 25$.

16.2. а) $|-2,56| = -(-2,56) = 2,56$; б) $|1,7| = 1,7$; в) $|5,09| = 5,09$; г) $|-3,75| = -(-3,75) = 3,75$.

16.3. а) $|\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$; б) $|\sqrt{3}-5| = -(\sqrt{3}-5) = 5-\sqrt{3}$; в) $|\sqrt{8}-4| = -(\sqrt{8}-4) = 4-\sqrt{8}$; г) $|\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2$.

16.4. а) $|9|^2 = 9^2 = 81$; б) $|-2|^2 = (-2)^2 = 4$; в) $|5|^2 = (-5)^2 = 25$; г) $|8|^2 = 8^2 = 64$.

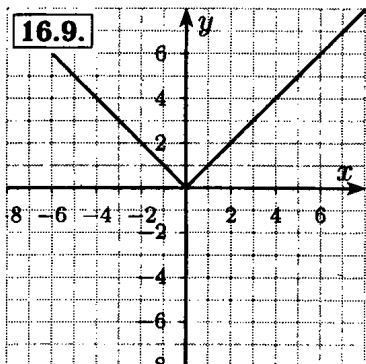
16.5. а) $|3| = |-3|$ — верно; б) $-|2| = |2|$ — неверно; в) $|7| = |7|$ — верно; г) $|-10| = -|10|$ — неверно

16.6.

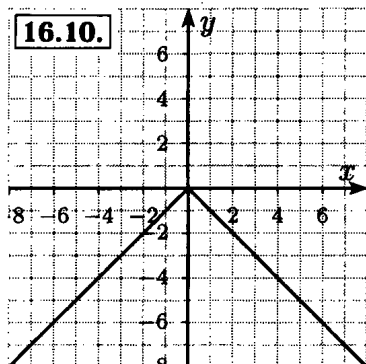
а) при $a = 7$, $|a| + 3 = |7| + 3 = 7 + 3 = 10$; б) при $b = -\sqrt{3}$, $|b| + \sqrt{3} = |-\sqrt{3}| + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$; в) при $b = 0$, $|b| - 2 = |0| - 2 = -2$; г) при $d = -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} - |d| = \sqrt{2} - |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$.

16.7. а) при $a = \sqrt{2} - 1$, $|\sqrt{2} - 1| + 1 = \sqrt{2} - 1 + 1 = \sqrt{2}$; б) при $a = 2 - \sqrt{5}$, $|2 - \sqrt{5}| + 2 = \sqrt{5} - 2 + 2 = \sqrt{5}$; в) при $a = \sqrt{3} - 1$, $\sqrt{3} - |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) = 1$; г) при $a = \sqrt{3} - 2$, $|\sqrt{3} - 2| - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 - 2\sqrt{3}$.

16.8. а) $|1 - \sqrt{2}| + |3 + \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1 + 3 + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$; б) $|(2\sqrt{7} - 5) + (\sqrt{7} - 3)| = |3\sqrt{7} - 8| = 8 - 3\sqrt{7}$; в) $|2 - \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 2 - (\sqrt{5} - 1) = -1$;



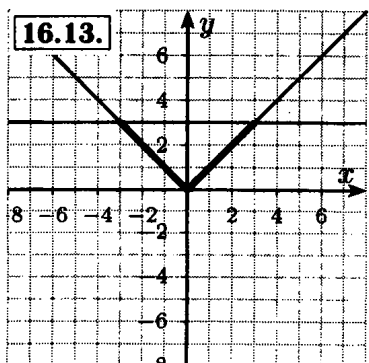
а) 5, 0, 2,5; б) $\pm 7, \pm 3, \pm 1$; в) $y_{\min} = 1, y_{\max} = 4$ г) функция убывает при $x \in (-\infty; 0]$, функция возрастает при $x \in [0; +\infty)$.



а) $-6, -1, -4$; б) $\pm 8, \pm 6, 0$; в) $y \in [-4; 0]$ г) функция убывает при $x \in [0; +\infty)$, функция возрастает при $x \in (-\infty; 0]$.

16.11. а) $y_{\min} = 0, y_{\max} = 1$; б) $y_{\min} = 0, y_{\max}$ — не существует; в) $y_{\min} = 2, y_{\max} = 7$; г) $y_{\min} =, y_{\max}$ — не существует.

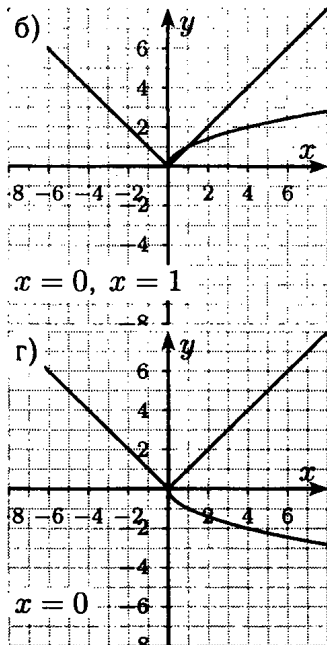
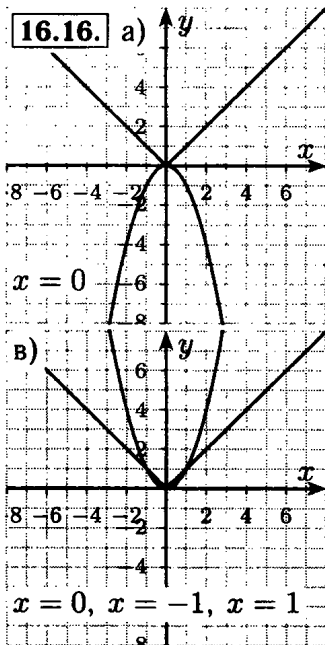
16.12. а) $y_{\min} = 0, y_{\max}$ — не существует; б) $y_{\min} = 0, y_{\max} = 7$; в) $y_{\min} = 0, y_{\max} = +\infty$; г) $y_{\min} = 0, y_{\max} = 3$.



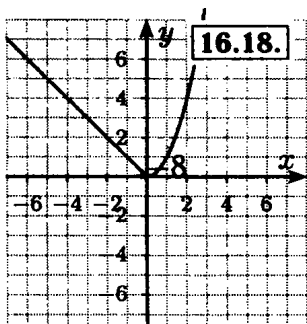
а) $x = \pm 3$; б) $x \in (-3; 3)$; г) $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

16.14. а) $x = \pm 2$; б) $y > 2$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; $y < 2$ при $x \in (-2; 2)$; в) $-5 < x < -2$; г) $y > 2$.

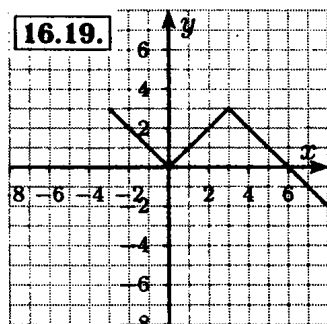
16.15. а) $x = \pm 4$; б) $y > 2$ при $x \in (-4; 4)$; $y < 4$ при $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$; в) $x < -4$; г) $x \in [-4; -1] \cup [1; 4]$.



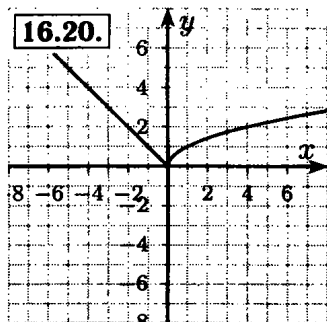
16.17. а) $x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$; б) $x \in [-1; 1]$; в) $x \in (-4; 4)$; г) $x \in [-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.



а) $f(-2) = 2$, $f(0) = 0$, $f(5) = 25$; в) $D(f) = (-\infty; +\infty)$; $E(f) = [0; +\infty)$; $f(x)$ возрастает при $x \in [0; +\infty)$ и убывает при $x \in (-\infty; 0]$.



а) $f(-3) = 3$, $f(3) = 3$, $f(4,5) = 1,5$; в) $D(f) = [-3; +\infty)$; $E(f) = (-\infty; 3]$; $f(x)$ возрастает при $x \in [0; 3]$ и убывает при $x \in [-3; 0] \cup [3; +\infty)$.



а) $f(-4) = 4$, $f(-1) = 1$, $f(0) = 0$; в) $D(f) = (-\infty; +\infty)$; $E(f) = [0; +\infty)$; $f(x)$ возрастает при $x \in [0; +\infty)$ и убывает при $x \in (-\infty; 0)$.

16.21. а) $|x - \sqrt{3}| = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}$; б) $|x + 7| = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$; в) $|x + \sqrt{5}| = 0 \Rightarrow x + \sqrt{5} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$; г) $|x - 6| = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$.

16.22. а) $x = \pm 5,5$; б) $x = \pm 1$; в) $x = \pm 3$; г) $x = \pm 0,2$.

16.23. а) $|x - 3| = 2 \Rightarrow x - 3 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 1$; б) $|x - 5| = 4 \Rightarrow x - 5 = \pm 4 \Rightarrow x_1 = 9, x_2 = 1$; в) $|x - 7| = 5 \Rightarrow x - 7 = \pm 5 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 12$; г) $|x - 11| = 9 \Rightarrow x - 11 = \pm 9 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 20$;

16.24. а) $|x + 2,5| = 1 \Rightarrow x + 2,5 = \pm 1 \Rightarrow x_1 = -1,5, x_2 = -3,5$; б) $|x - 1\frac{5}{6}| = 2 \Rightarrow x - 1\frac{5}{6} = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 3\frac{5}{6}, x_2 = -\frac{1}{6}$; в) $|x + 0,75| = 3,75 \Rightarrow x + 0,75 = \pm 3,75 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4,5$; г) $|x - \frac{2}{3}| = \frac{1}{3} \Rightarrow x - \frac{2}{3} = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}$.

16.25. а) при $x - 3 \geq 0$; $\sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3| = x - 3$; б) при $x - 3 < 0$; $\sqrt{(x - 3)^2} = |x - 3| = -(x - 3) = 3 - x$.

16.26. а) при $x + 5 > 0$; $\sqrt{(x + 5)^2} = |x + 5| = x + 5$; б) при $x + 5 \leq 0$; $\sqrt{(x + 5)^2} = |x + 5| = -(x + 5) = -x - 5$.

16.27. а) $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |1 - \sqrt{3}| = -(1 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1$, так как $1 - \sqrt{3} < 0$; б) $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$, так как $2 - \sqrt{3} > 0$; в) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} = |\sqrt{5} - 3| = -(\sqrt{5} - 3) = 3 - \sqrt{5}$, так как $\sqrt{5} - 3 < 0$; г) $\sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} = |3 - \sqrt{6}| = 3 - \sqrt{6}$, так как $3 - \sqrt{6} > 0$.

16.28. а) $\sqrt{(4 - 2\sqrt{5})^2} = |4 - 2\sqrt{5}| = -(4 - 2\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} - 4$, так как $4 - 2\sqrt{5} < 0$; б) $\sqrt{(\pi - 3)^2} = |\pi - 3| = \pi - 3$, так как $\pi - 3 > 0$; в) $\sqrt{(6 - 3\sqrt{6})^2} = |6 - 3\sqrt{6}| = -(6 - 3\sqrt{6}) = 3\sqrt{6} - 6$, так как $6 - 3\sqrt{6} < 0$; г) $\sqrt{(4 - \pi)^2} = |4 - \pi| = 4 - \pi$, так как $4 - \pi > 0$.

16.29. а) $|2x - 1| = 3 \Rightarrow 2x_1 - 1 = 3$ и $2x_2 - 1 = -3 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1$; б) $|1 + 3x| = 2 \Rightarrow 1 + 3x_1 = 2$ и $1 + 3x_2 = -2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -1$; в) $|2 + 2x| = 6 \Rightarrow 2 + 2x_1 = 6$ и $2 + 2x_2 = -6 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4$; г) $|4x + 1| = 5 \Rightarrow 4x_1 + 1 = 5$ и $4x_2 + 1 = -5 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{3}{2}$.

16.30. а) $|0,2x - 2| = 3,6 \Rightarrow |0,2 \cdot (x - 10)| = 3,6 \Rightarrow 0,2|x - 10| = 3,6 \Rightarrow |x - 10| = 18 \Rightarrow x_1 = 28, x_2 = -8$; б) $|3 - 1,5x| = 2,5 \Rightarrow |1,5x - 3| = 2,5 \Rightarrow 1,5|x - 2| = 2,5 \Rightarrow |x - 2| = \frac{5}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{11}{3}$; в) $|2 - 3,5x| = 6,2 \Rightarrow |3,5x - 2| = 6,2 \Rightarrow 3,5|x - \frac{4}{7}| = 6,2 \Rightarrow |x - \frac{4}{7}| = \frac{62}{35} \Rightarrow x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = \frac{82}{35}$; г) $|0,4x + 1| = 2,3 \Rightarrow |0,4 \cdot (x + 2,5)| = 2,3 \Rightarrow 0,4|x + 2,5| = 2,3 \Rightarrow |x - (-2,5)| = 5,75 \Rightarrow x_1 = -\frac{33}{4}, x_2 = \frac{13}{4}$.

16.31. а) $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} = \frac{\sqrt{(x - 2)^2}}{x - 2} = \frac{|x - 2|}{x - 2} = \pm 1$;
 б) $\frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x + 3} = \frac{|x + 3|}{x + 3} = \pm 1$; в) $\frac{\sqrt{x^2 + 10x + 25}}{x + 5} = \frac{|x + 5|}{x + 5} = \pm 1$;
 г) $\frac{\sqrt{x^2 - 12x + 36}}{x - 6} = \frac{|x - 6|}{x - 6} = \pm 1$.

16.32. а) $2 + \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} = 2 + \sqrt{5} - |\sqrt{5} - 3| = 2 + \sqrt{5} + \sqrt{5}\sqrt{5}$; б) $4 + \sqrt{6} - \sqrt{(\sqrt{6} - 2)^2} = 4 + \sqrt{6} - |\sqrt{6} - 2| = 4 + \sqrt{6} - \sqrt{6} + 2 = 6$; в) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{7} + 2 = |2 - \sqrt{7}| + \sqrt{7} + 2 = \sqrt{7} - 2 + \sqrt{7} + 2 = 2\sqrt{7}$;
 г) $\sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2} - \sqrt{10} - 4 = |\sqrt{10} - 4| - \sqrt{10} - 4 = 4 - \sqrt{10} - \sqrt{10} - 4 = -2\sqrt{10}$.

16.33. а) $\sqrt{(5 - \sqrt{30})^2} + \sqrt{(6 - \sqrt{30})^2} = |5 - \sqrt{30}| + |6 - \sqrt{30}| = \sqrt{30} - 5 + 6 - \sqrt{30} = 1$; б) $\sqrt{(4 - 2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(5 - 2\sqrt{3})^2} = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 2\sqrt{3}| = 4 - 2\sqrt{3} - 5 +$

$$+2\sqrt{3} = -1; \text{ в) } \sqrt{(6 - \sqrt{42})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{42})^2} = |6 - \sqrt{42}| +$$

$$+ |4 - \sqrt{42}| = 6 - \sqrt{42} - 4 + \sqrt{42} = 2; \text{ г) } \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} +$$

$$+ \sqrt{(2 - 2\sqrt{2})^2} = |3 - 2\sqrt{2}| + |2 - 2\sqrt{2}| = 3 - 2\sqrt{2} - 2 +$$

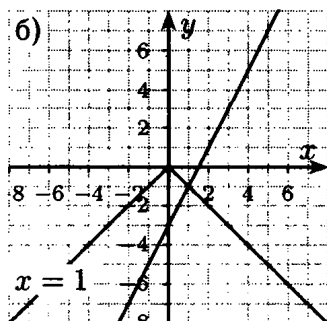
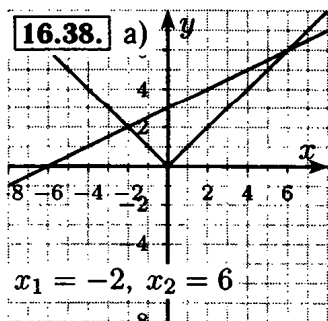
$$+ 2\sqrt{2} = 1.$$

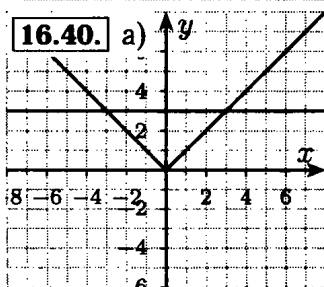
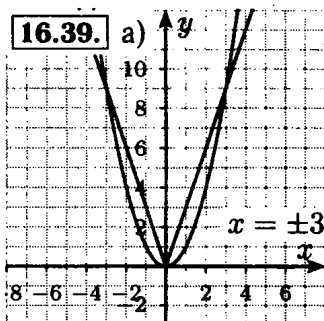
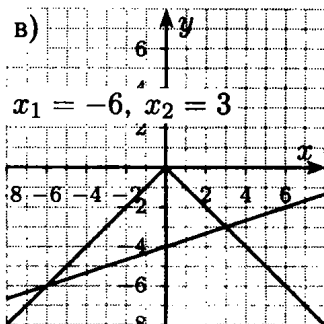
16.34. а) при $x < 0$; $\frac{1-x-x+x}{3x(x-1)} = \frac{-x+1}{3x(x-1)} = -\frac{1}{3x}$; б) при $0 < x < 1$; $\frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{x+1}{3x(x-1)}$; в) при $x > 1$; $\frac{x-1+x+x}{3x(x-1)} = \frac{-3x-1}{3x(x-1)}$; г) при $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{4}$; $\frac{1-x+x+x}{3x(x-1)} = \frac{1+x}{3x(x-1)}$.

16.35. а) при $b < 0$; $\frac{b(b+1)}{b^2-b+1+b} = \frac{b(b-1)}{b^2+1}$; б) при $0 < b < 1$; $\frac{-b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b(1-b)}{b(b-1)+(1-b)} = \frac{b(1-b)}{(1-b)(1-b)} = \frac{b}{1-b}$; в) при $b > 1$; $\frac{b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b}{1-b} = \frac{b}{b-1}$; г) при $5 \leq b \leq 6$; $\frac{b(b-1)}{b^2-b+1-b} = \frac{b}{1-b} = \frac{b}{b-1}$.

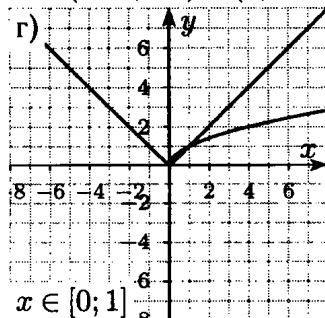
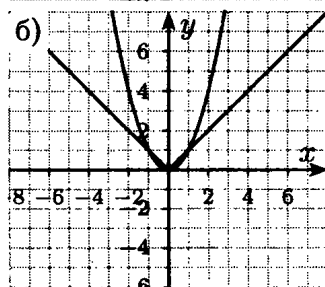
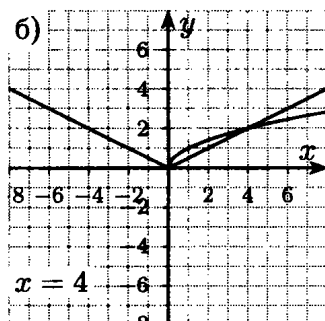
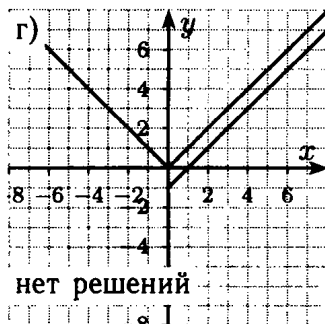
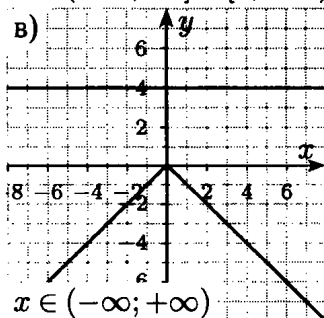
16.36. $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x + 2| - |x - 3|$:
а) при $x < -2$; $-(x + 2) + (x + 3) = -x - 2 + x - 3 = -5$;
б) при $-2 < x < 3$; $(x + 2) + (x - 3) = 2x - 1$; в) при $x > 3$;
 $(x + 2) - (x - 3) = x + 2 - x + 3 = 5$; г) при $-7 \leq x \leq -4$,
т.е. $x < -2$ (см. а)).

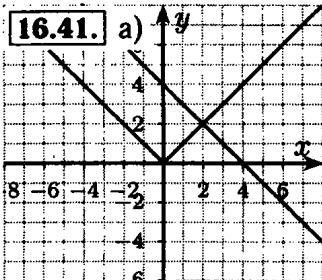
16.37. $\sqrt{x^2 - 4x + 4}\sqrt{x^2 + 2x + 11} - 2|x - 5|$: а) при $x < -1$;
 $-(x - 2) - (x + 1) + 2 \cdot (x - 5) = -x + 2 - x - 1 +$
 $+ 2x - 10 = -9$; б) при $-1 < x < 2$; $-(x - 2) + (x + 1) +$
 $+ 2 \cdot (x - 5) = -x + 2 + x + 1 + 2x - 10 = 2x - 7$; в) при
 $2 < x < 5$; $(x - 2) + (x + 1) + 2 \cdot (x - 5) = 4x - 11$; г) при
 $x > 5$; $(x - 2) + (x + 1) - 2 \cdot (x - 5) = 9$.



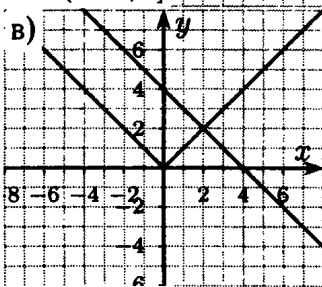


$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

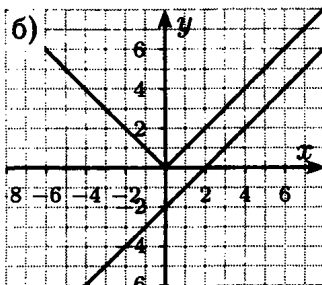
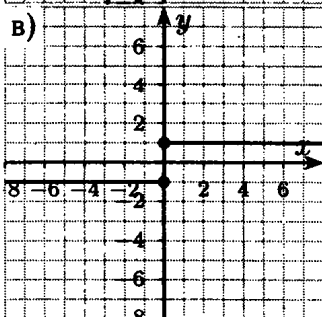
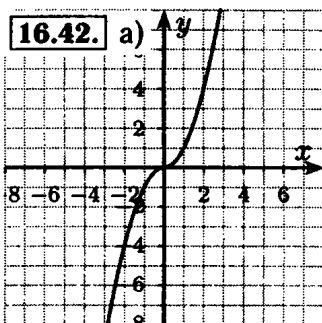




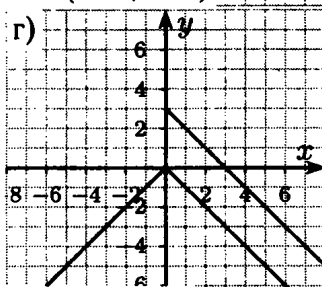
$x \in (-\infty; 2]$



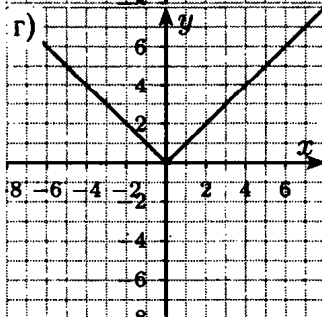
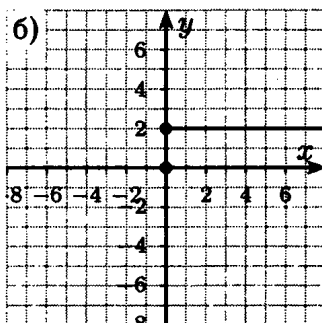
$x \in (2; +\infty)$

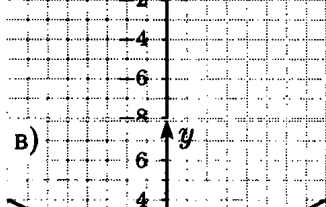
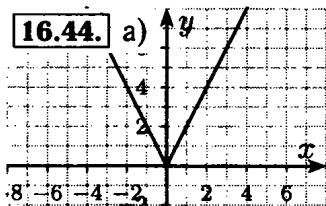
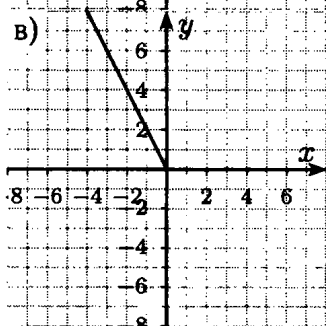
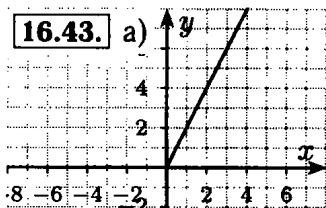
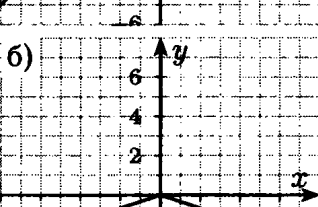
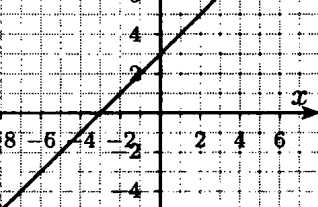
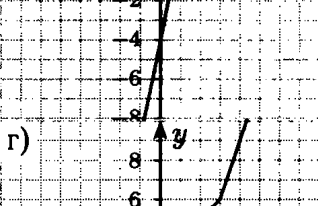
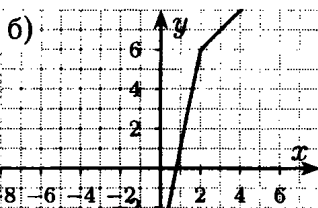
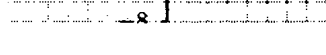
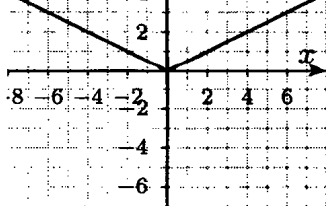
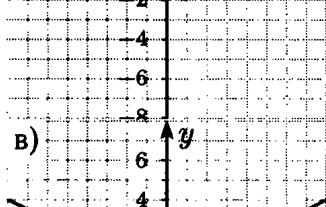
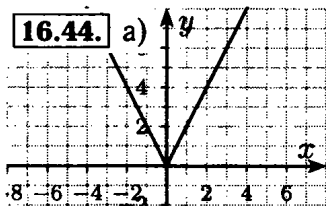


$x \in (-\infty; +\infty)$



нет решений



16.43.**16.44.**

Домашняя контрольная работа №2

Вариант 1

1. а) $\frac{4}{15} = 0,2(6)$; б) $1,2(34) = \frac{611}{495}$.

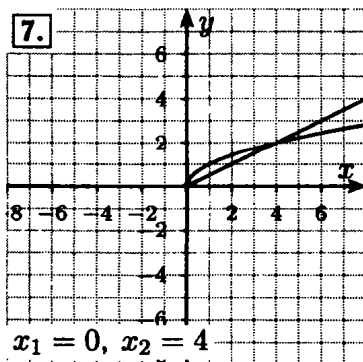
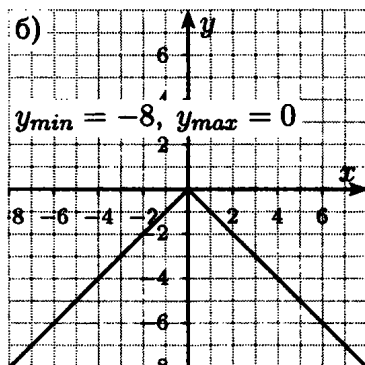
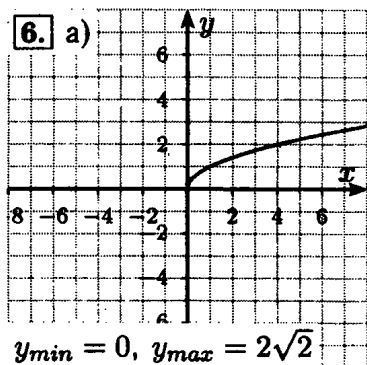
2. $\sqrt{54756} = 234$;

3. $a = \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}-2-\sqrt{5}}{4-5} = 2\sqrt{5}$; $a^2 = 20 < b^2 = 20,25 \Rightarrow a < b$.

4. а) $5\sqrt{18} + 7\sqrt{50} - 30\sqrt{2} = 15\sqrt{2} + 35\sqrt{2} - 30\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$;

б) $\frac{\sqrt{5a^3b^{12}}}{\sqrt{125a^7b^5}} = \frac{\sqrt{b^7}}{\sqrt{25a^4}} = \frac{b^3\sqrt{b}}{5a^2}$.

5. а) $\frac{p\sqrt{p+q}\sqrt{q}-p\sqrt{q}-q\sqrt{p}}{p\sqrt{p-q}\sqrt{q}+p\sqrt{q}-q\sqrt{p}} = \frac{p(\sqrt{p-q})+q(\sqrt{q}-\sqrt{p})}{p(\sqrt{p+q})-q(\sqrt{p+q})} =$
 $= \frac{(p-q)(\sqrt{p-q})}{(p-q)(\sqrt{p+q})} = \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p+q}}$; б) $\frac{4x-12\sqrt{xy}+9y}{\sqrt{4x^3-\sqrt{9x^2y}}} = \frac{(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})^2}{2x\sqrt{x}-3x\sqrt{y}} =$
 $= \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{x}$.



$$8. \left(\frac{\sqrt{c}-7\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-d} - \frac{7\sqrt{c}+\sqrt{d}}{\sqrt{cd}-c} \right) : \frac{c+d}{\sqrt{c}-\sqrt{d}} = \frac{c-7\sqrt{cd}+7\sqrt{cd}+d}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}-\sqrt{d})} \times \frac{\sqrt{c}-\sqrt{d}}{c+d} = \frac{1}{\sqrt{cd}}.$$

$$9. \sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{x^2-10x+25} = |x-3| + |x-5| = x-3+5-x=2.$$

Вариант 2

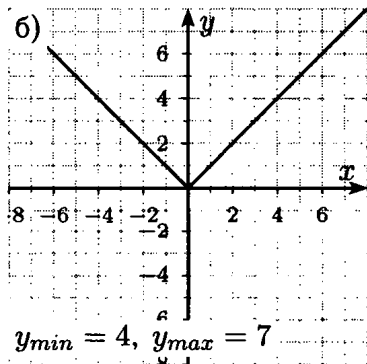
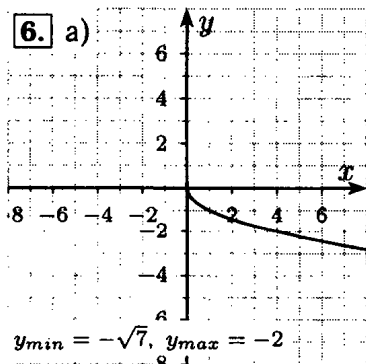
$$1. a) \frac{7}{30} = 0,2(3); \text{ б) } 0,2(31) = \frac{229}{990}.$$

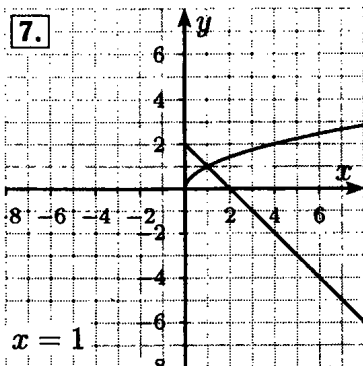
$$2. \sqrt{126736} = 356.$$

$$3. a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}}{9-8} = 4\sqrt{2}; a^2 = 32 > b^2 = 30,25 \Rightarrow a > b.$$

$$4. a) 3 \cdot \sqrt{27} + 5\sqrt{75} - 35\sqrt{3} = 3 \cdot 3\sqrt{3} + 25\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = 34\sqrt{3} - 35\sqrt{3} = -\sqrt{3}; \text{ б) } \frac{\sqrt{48x^7y^5}}{\sqrt{3x^3y^{12}}} = \frac{\sqrt{16x^4}}{\sqrt{y^7}} = \frac{4x^2}{y^3\sqrt{y}}.$$

$$5. a) \frac{m\sqrt{m}+n\sqrt{n}+m\sqrt{n}+n\sqrt{m}}{m\sqrt{m}-n\sqrt{n}+m\sqrt{n}-n\sqrt{m}} = \frac{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})+n(\sqrt{m}+\sqrt{n})}{m(\sqrt{m}+\sqrt{n})-n(\sqrt{m}+\sqrt{n})} = \frac{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m+n)}{(\sqrt{m}+\sqrt{n})(m-n)} = \frac{m+n}{m-n}. \text{ б) } \frac{9x+24\sqrt{xy}+16y}{\sqrt{9x^5}+\sqrt{16x^4y}} = \frac{(3\sqrt{x}+4\sqrt{y})^2}{3x^2\sqrt{x}+4x^2\sqrt{y}} = \frac{3\sqrt{x}+4\sqrt{y}}{x^2}.$$





8.
$$\left(\frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = \frac{a-b}{\sqrt{ab}(\sqrt{b}-\sqrt{a})} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} =$$

$$= -\frac{b-a}{b-a} = -1.$$

9.
$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 8x + 16} = |x - 2| + |x - 4| = x -$$

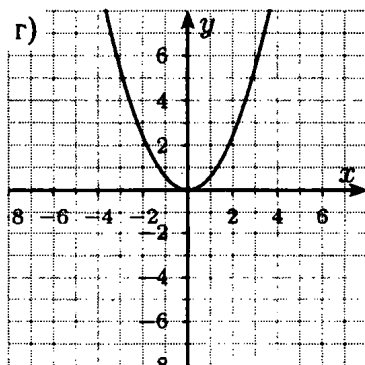
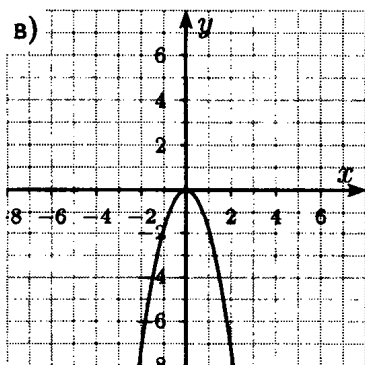
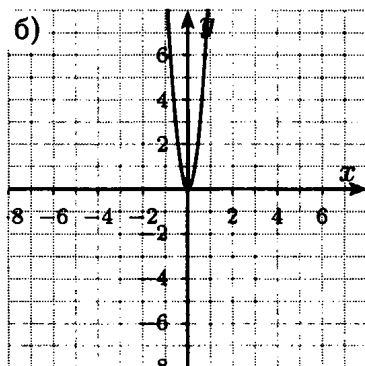
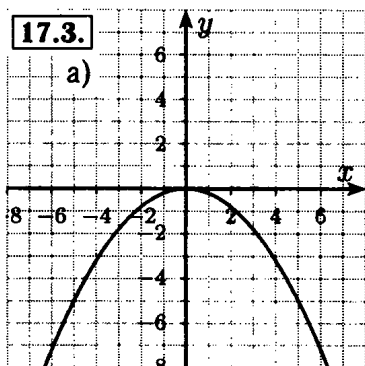
$$-2 + 4 - x = 2.$$

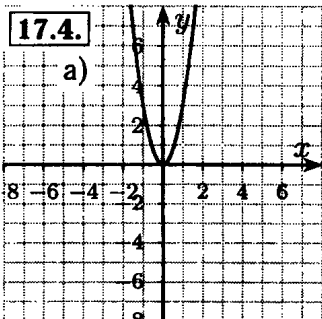
Глава 3. Квадратичная функция $y = \frac{k}{x}$

§17. Функция $y = kx^2$, её свойства и график

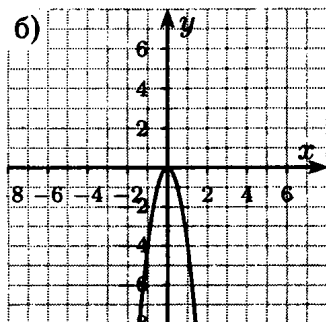
17.1. а) $k = 2$; б) $k = -8$; в) $k = 7$; г) $k = -1$.

17.2. а) $k = 0,2$; б) $k = -\frac{1}{8}$; в) $k = -1,85$; г) $k = -\frac{1}{37}$.

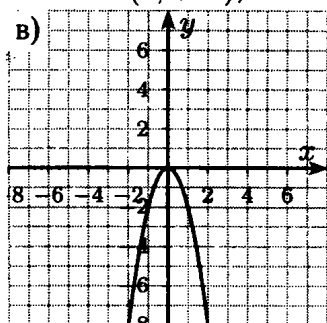




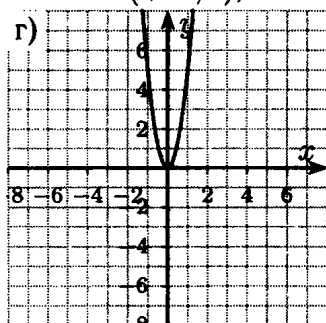
функция убывает $x \in (-\infty; 0)$; функция возрастает $x \in (0; +\infty)$;



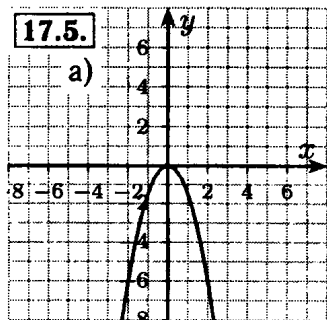
функция убывает $x \in (0; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 0)$;



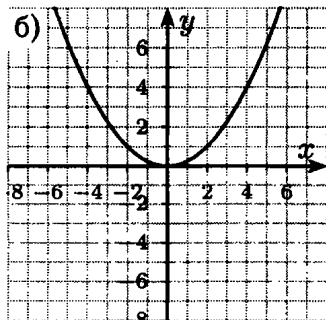
функция убывает $x \in (0; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 0)$;



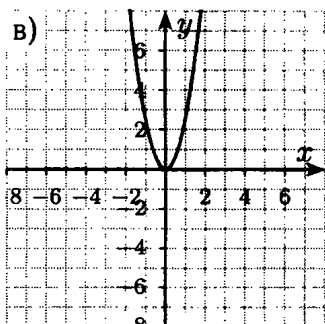
функция убывает $x \in (-\infty; 0)$; функция возрастает $x \in (0; +\infty)$;



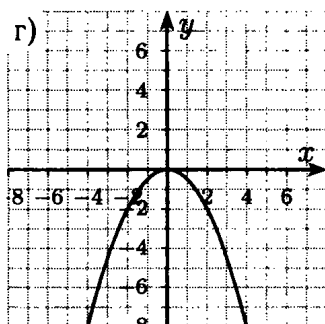
функция убывает $x \in (0; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 0)$;



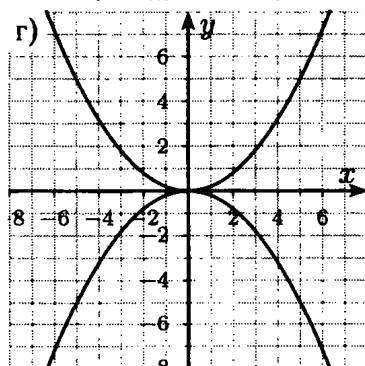
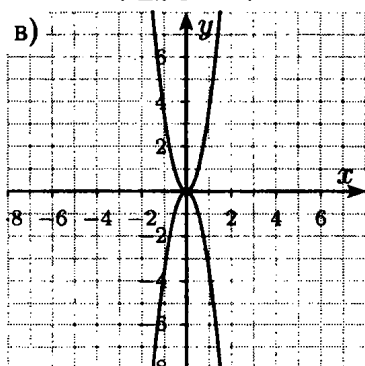
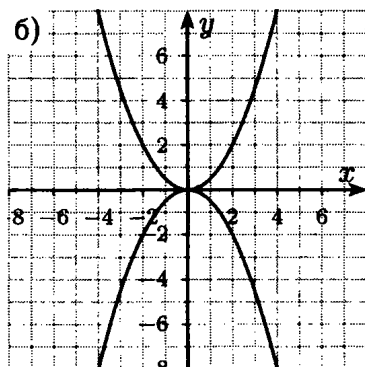
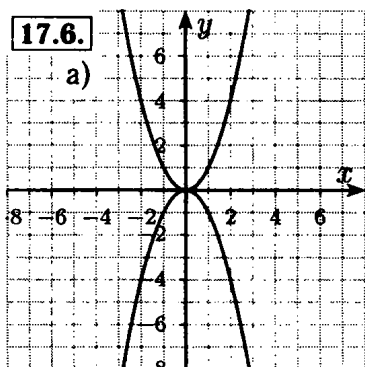
функция убывает $x \in (-\infty; 0)$; функция возрастает $x \in (0; +\infty)$;



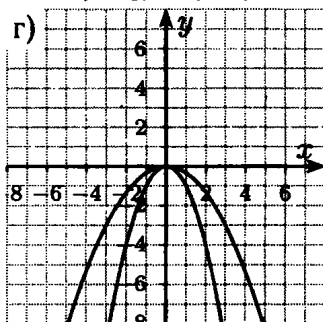
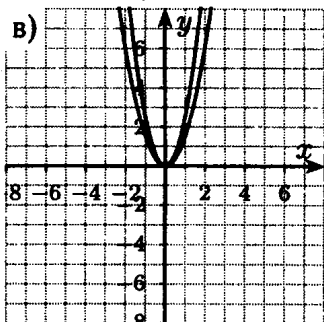
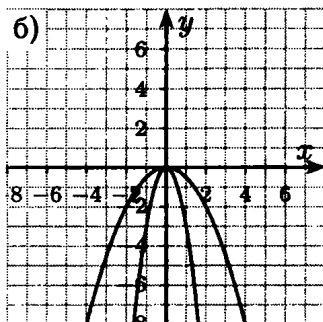
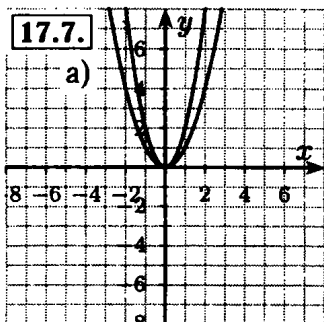
функция убывает $x \in (-\infty; 0)$;
 функция возрастает $x \in (0; +\infty)$;



функция убывает $x \in (0; +\infty)$;
 функция возрастает $x \in (-\infty; 0)$;



Графики симметричны относительно оси абсцисс. Вершины графиков совпадают.



Вершины графиков совпадают. Графики функций относительно друг друга растянуты или ужаты по оси ординат.

17.8. Вершины графиков совпадают. Графики симметричны относительно оси абсцисс.

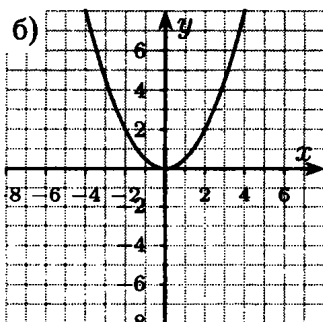
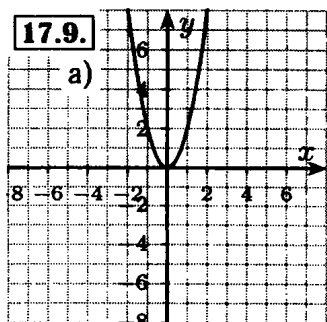


График получается растяжением $y = x^2$ вдоль оси y в два раза.

График получается сжатием $y = x^2$ вдоль оси y в два раза.

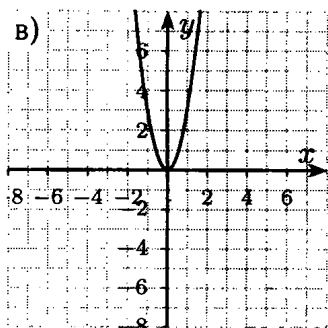


График получается растяжением $y = x^2$ вдоль оси y в три раза.

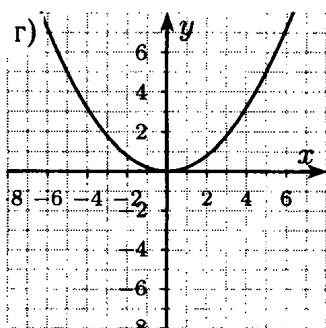


График получается сжатием $y = x^2$ вдоль оси y в три раза.

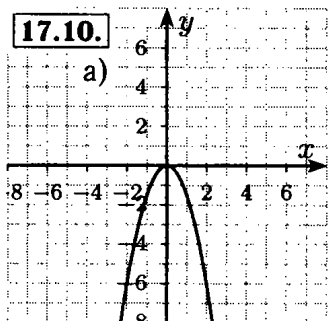


График получается растяжением $y = -x^2$ вдоль оси y в 1.5 раза.

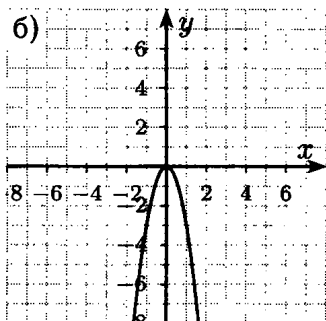


График получается растяжением $y = -x^2$ вдоль оси y в три раза.

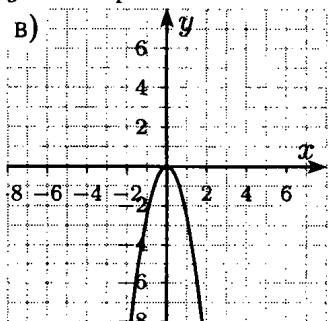


График получается растяжением $y = -x^2$ вдоль оси y в 2,5 раза.

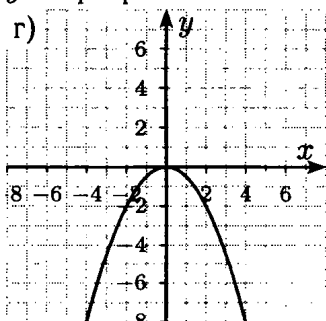
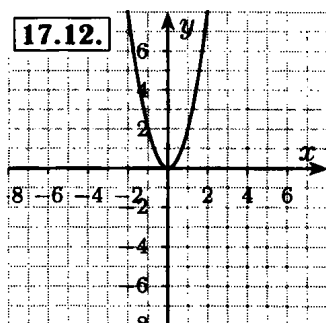


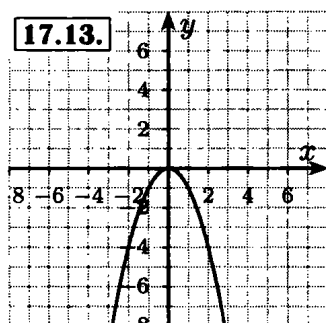
График получается сжатием $y = -x^2$ вдоль оси y в два раза.

Вершины графиков совпадают. Графики лежат ниже оси абсцисс.

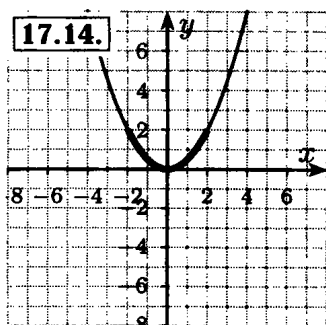
17.11. а) $k > 0$; б) $k < 0$.



а) $y = 0, 2, 8$; б) $x = 0, 1, 2$; в) $y_{\min} = 0, y_{\max} = 8$; г) $x \in [1; 2]$.



а) $y = 0, -4, -9$; б) $x = 0, 2, 3$; в) $y_{\min} = -9, y_{\max} = 0$; г) $x \in (1; 2]$.



а) $x = \pm 2$; б) $x \in (-2; 2)$; в) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; г) $y \geq 2$.

17.15. а) $x = \pm 1$; б) $x \in (-1; 1)$; $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

17.16. $y = -220x^2 \Rightarrow \frac{y}{x^2} = -220$: а) $\frac{-220}{1^2} = -220$ — принадлежит; б) $\frac{-880}{4^2} = -55$ — не принадлежит; в) $\frac{1320}{(-3)^2} = 146,6(6)$ — не принадлежит; г) $\frac{-495}{1,5^2} = -220$ — принадлежит.

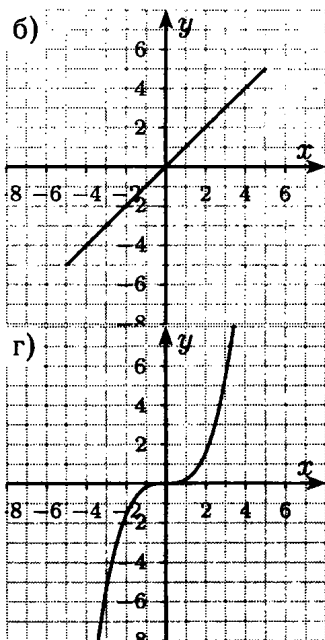
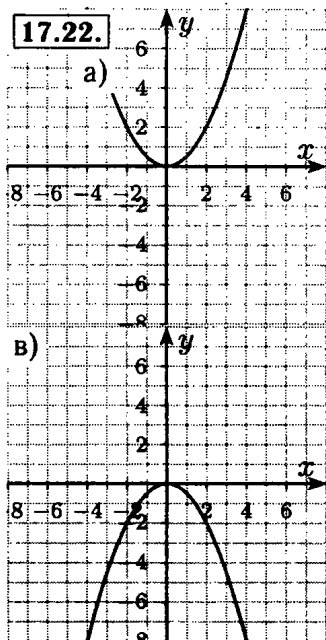
17.17. $y = kx^2 \Rightarrow k = \frac{y}{x^2}$: а) $k = \frac{20}{2^2} = 5$; б) $k = \frac{27}{(-3)^2} = 3$; в) $k = \frac{10}{(-1)^2} = 10$; г) $k = \frac{-96}{4^2} = -6$.

17.18. а) $y = x^2$; б) $y = -3x^2$; в) $y = -2x^2$; г) $y = 2x^2$.

17.19. а) да, $y_{\min} = 0$; б) нет; в) нет; г) да, $y_{\min} = -4$.

17.20. а) нет; б) нет; в) да, $y_{\max} = 0$; г) да, $y_{\max} = 8$.

17.21. а) да, функция ограничена сверху и ограничена снизу; б) нет, функция ограничена сверху и не ограничена снизу; в) нет, функция не ограничена сверху и ограничена снизу; г) нет, функция не ограничена сверху и не ограничена снизу.



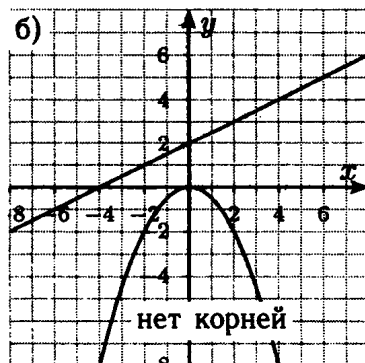
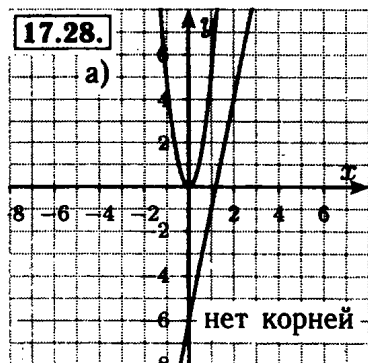
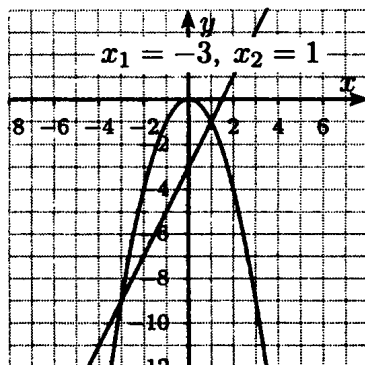
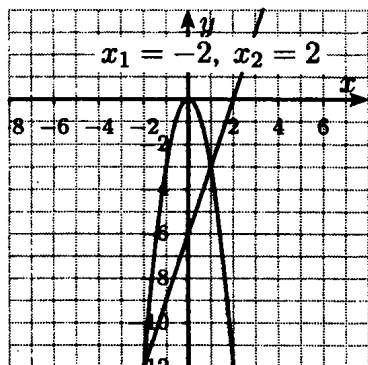
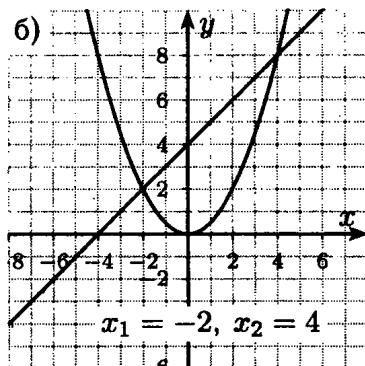
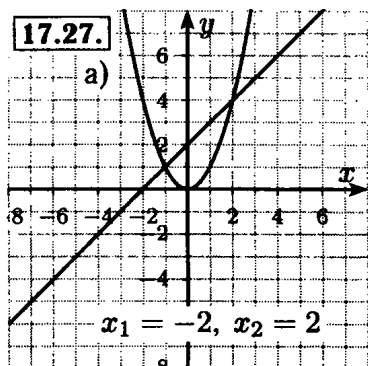
17.23. а) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 8$; б) $y_{\min} = 0$, y_{\max} — не существует; в) $y_{\min} = 2$, $y_{\max} = 18$; г) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$.

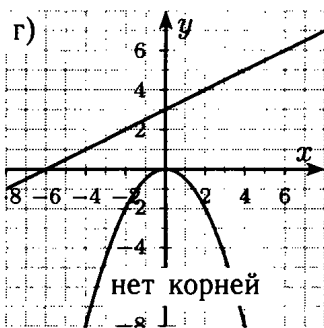
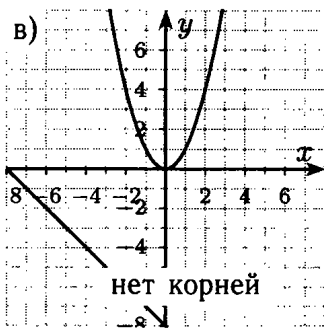
17.24. а) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 0$; б) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 0$; в) $y_{\min} = -8$, $y_{\max} = 0$; г) $y_{\min} = -\infty$, $y_{\max} = 0$.

17.25. а) y_{\min} — не существует, y_{\max} — не существует; б) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 3$; в) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$; г) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = \frac{16}{3}$.

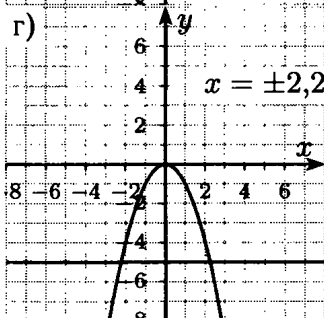
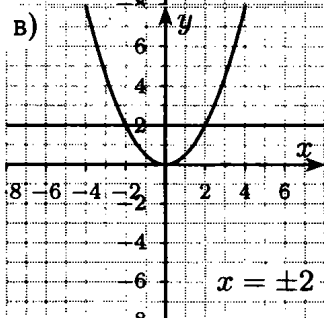
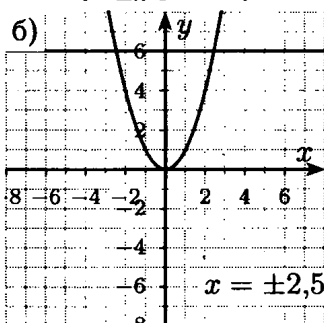
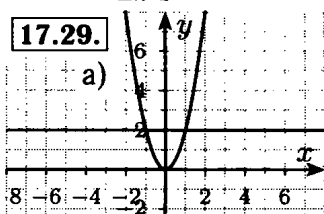
17.26. а) $y = x^2$ и $y = 2x \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$ — точки пересечения $(0; 0)$ и $(2; 4)$;
 б) $y = -0,5x^2$ и $y = 2 \Rightarrow -0,5x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = -4$ — нет точек пересечения; в) $y = -3x^2$ и $y = -3x \Rightarrow -3x^2 = -3x \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$ — точки

пересечения $(0; 0)$ и $(1; -3)$; г) $y = \frac{1}{3}x^2$ и $y = 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 3$ — точки пересечения $(-3; 3)$ и $(3; 3)$.

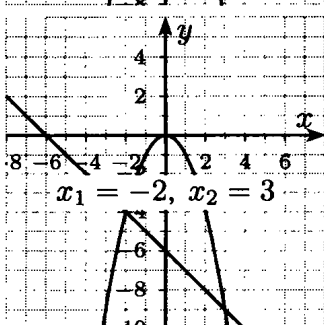
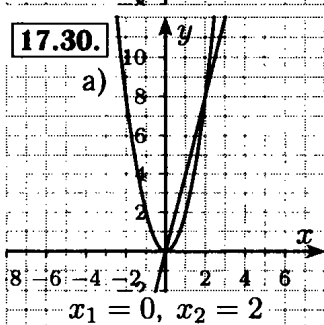


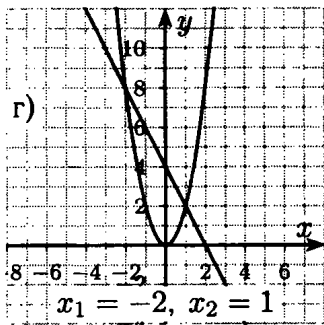
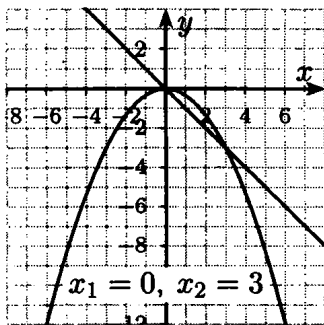


17.29.

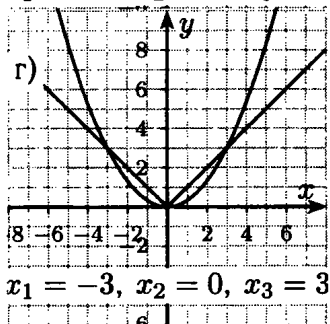
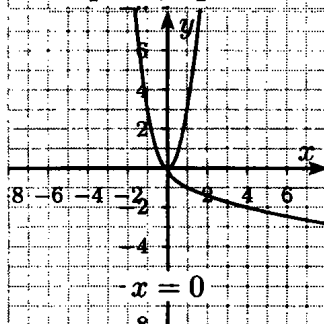
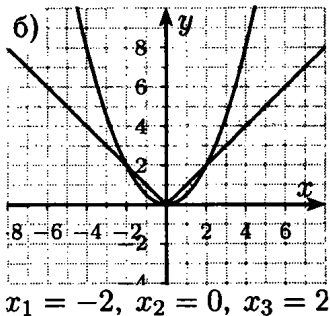
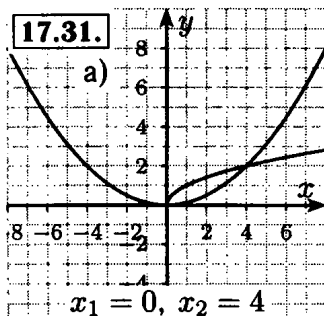


17.30.

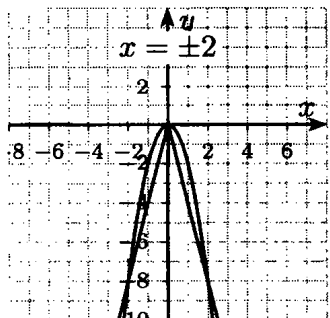
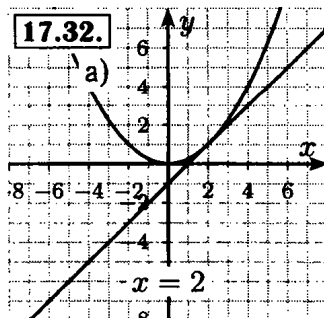


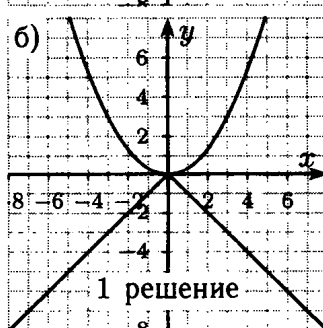
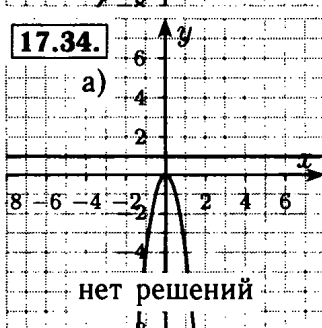
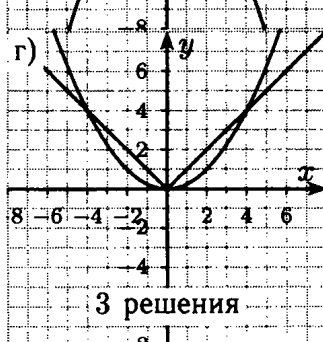
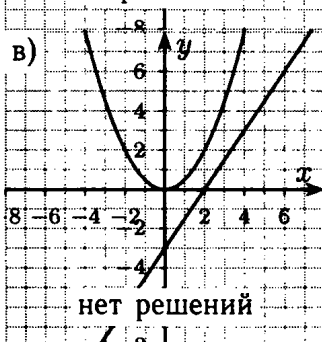
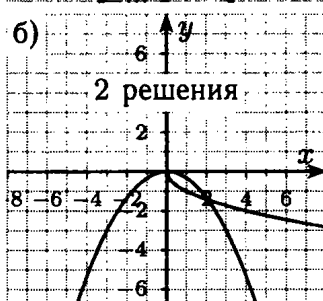
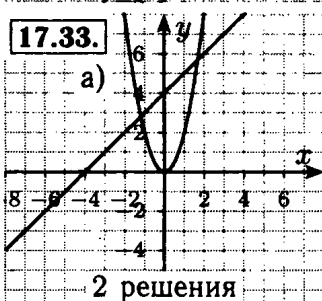
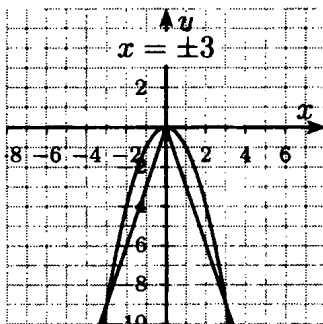
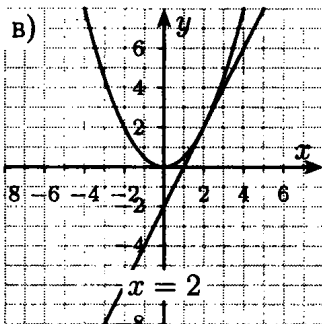


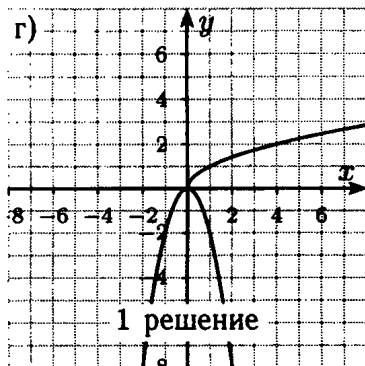
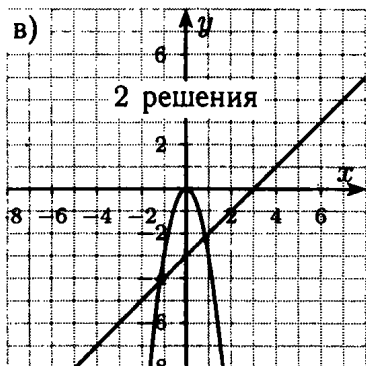
17.31.



17.32.







17.35. $y = 2x^2$: а) $f(0) = 0$; $f(1) = 2$; $f(-3) = 18$; $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{8}$; б) $f(a) = 2a^2$; $f(4a) = 32a^2$; $f(-2a) = 8a^2$; $f(-0,5a) = 0,5a^2$; в) $f(a+1) = 2 \cdot (a+1)^2$; $f(b-2) = 2 \times (b-2)^2$; $f(x-3) = 2 \cdot (x-3)^2$; $f(x+9) = 2 \cdot (x+9)^2$; г) $f(a)+1 = 2a^2+1$; $f(x)-2 = 2x^2-2$; $f(a)+b = 2a^2+b$; $f(x)-a = -a$.

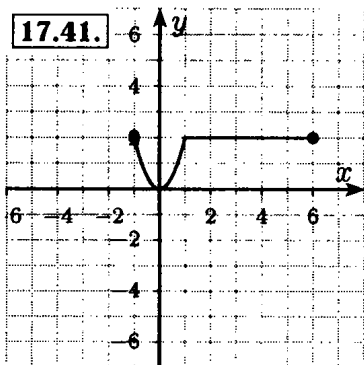
17.36. $y = -4x^2$: а) $f(1) = -4$; $f(-2) = -16$; $f(0) = 0$; $f(\frac{1}{4}) = -\frac{1}{4}$; б) $f(a) = -4a^2$; $f(-a) = -4a^2$; $f(-2a) = -16a^2$; $f(5a) = -100a^2$; в) $f(a+2) = -4 \cdot (a+2)^2$; $f(a-3) = -4 \cdot (a-3)^2$; $f(x-1) = -4 \cdot (x-1)^2$; $f(x+6) = -4 \cdot (x+6)^2$; г) $f(a)+1 = 1-4a^2$; $f(x)-5 = -4x^2-5$; $f(x+2)-1 = -4 \cdot (x+2)^2-1$; $f(x-c)+d = -4 \cdot (x-c)^2+d$.

17.37. а) $y \in [0; 3]$; б) $y \in [0; 12]$; в) $y \in (3; 6)$; г) $y \in [0; 3]$.

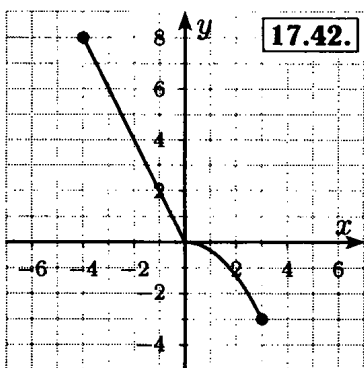
17.38. а) $y \in (0; +\infty)$; б) $y \in [3; +\infty)$; в) $y \in [0; +\infty)$; г) $y \in (3; +\infty)$.

17.39. а) $x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$; б) $x \in (1; 3)$; в) $x \in (-3; 3)$; г) $x \in [3; 6]$.

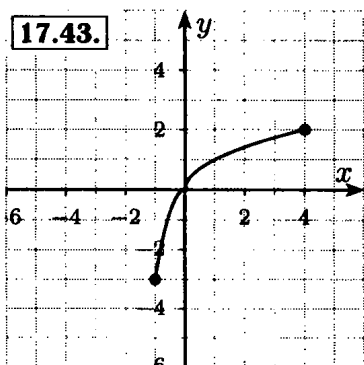
17.40. а) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; б) $x \in [-2; 2]$; в) $x \in [-2; 2]$; г) $x \in (-3; -2] \cup [2; +\infty)$.



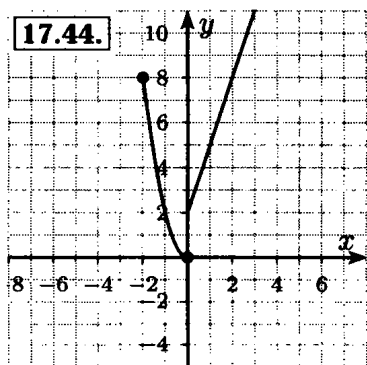
а) $f(-1) = 2$, $f(6) = 2$;
 $f(1) = 2$; в) $D(f) = [-1; 6]$;
 $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при
 $x \in [-1; 0) \cup (0; 6]$; функция
 непрерывна и ограничена
 сверху и снизу; $y_{\min} = 0$,
 $y_{\max} = 2$.



а) $f(-4) = 8$, $f(0,5) =$
 $= -\frac{1}{12}$, $f(3) = -3$;
 в) $D(f) = [-4; 6]$; $y = 0$
 при $x = 0$; $y < 0$ при $x \in$
 $(0; 3)$; функция непрерывна
 и ограничена сверху и
 снизу; $y_{\min} = -3$, $y_{\max} =$
 $= 8$.

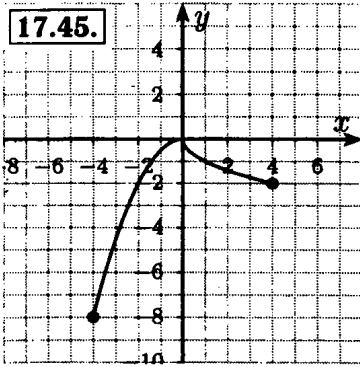


а) $f(0) = 0$, $f(2) = \sqrt{2}$,
 $f(4) = 2$; в) $D(f) = [-1; 4]$;
 $F(f) = [-3; 2]$; функция
 возрастает при $x \in [-1; 4]$.



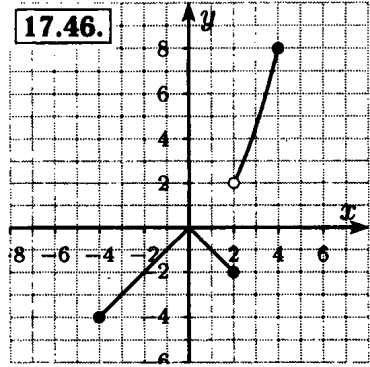
а) $f(-2) = 8$, $f(0) = 0$,
 $f(1) = 5$; б) $x = -1$, $x = 0$,
 $x = -2$, $x = 2$.

17.45.



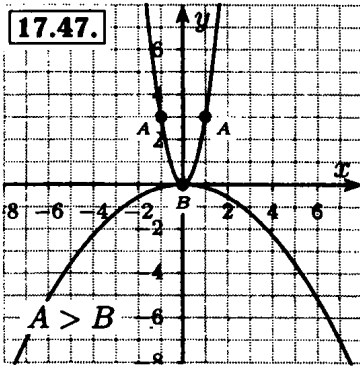
a) $f(-1) = -0,5$, $f(0) = 0$,
 $f(2) = \sqrt{2}$; б) $x = -2$,
 $x = 0$, $x = -4$.

17.46.



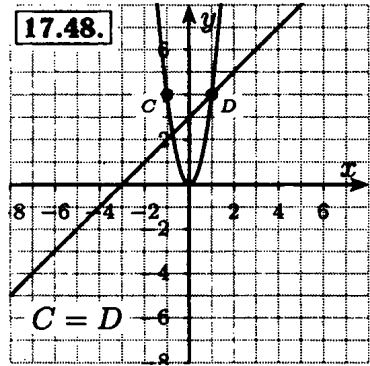
a) $f(-2) = -2$, $f(2) = -2$,
 $f(4) = 8$; б) $x = \pm 1$, нет,
 $x = -3$.

17.47.



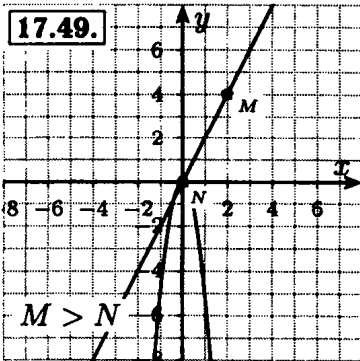
$A > B$

17.48.



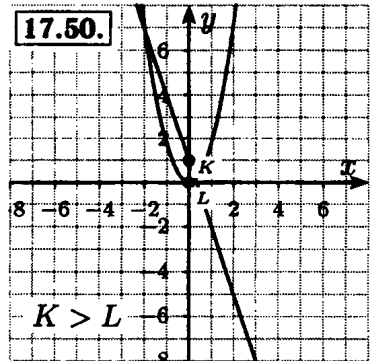
$C = D$

17.49.

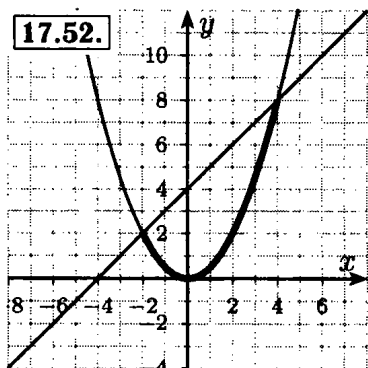
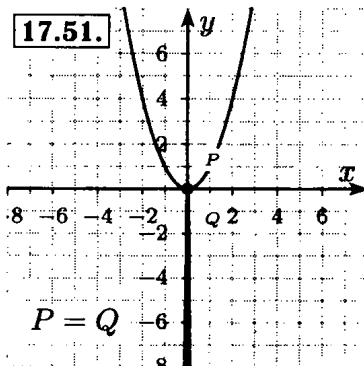


$M > N$

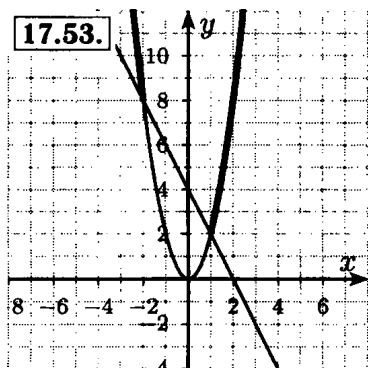
17.50.



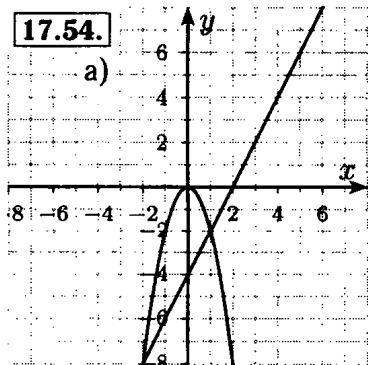
$K > L$



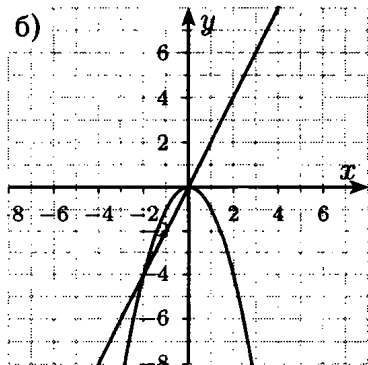
б) $x = -2$ и $x = 4$; г)
 $x \in (-2; 4)$.



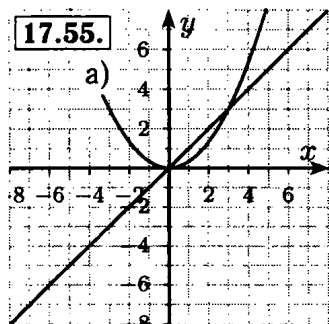
б) $x = -2$ и $x = 1$; г)
 $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.



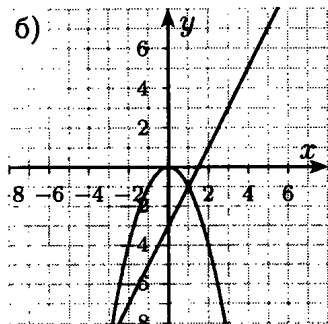
$x \in (-2; 1)$



$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$



$$x \in (0; 3)$$



$$x \in [-3; 1]$$

17.56. а) $f(-x) = 2 \cdot (-x)^2 = 2x^2$; б) $f(x^2) = 2 \cdot (x^2)^2 = 2x^4$; в) $f(x^3) = 2 \cdot (x^3)^2 = 2x^6$; г) $f(-x^2) = 2 \cdot (-x^2)^2 = 2x^4$.

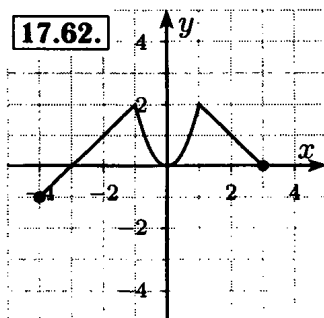
17.57. а) $f(x^2) = 1,5x^4$; б) $f(2x^2) = 6x^4$; в) $f(-x^2) = 1,5x^4$; г) $f(-2x^2) = 6x^4$.

17.58. а) $f(x^2) = -4 \cdot (x^2)^2 = -4x^4$; б) $f(2x^2) = -4 \times (2x^2)^2 = -16x^4$; в) $f(-3x^2) = -4 \cdot (-3x^2)^2 = -36x^4$; г) $f(x^3) = -4 \cdot (x^3)^2 = -4x^6$.

17.59. $f(x+1) = f(x+4) \Rightarrow (x+1)^2 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 8x + 16 \Rightarrow 6x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{6} = -2,5$.

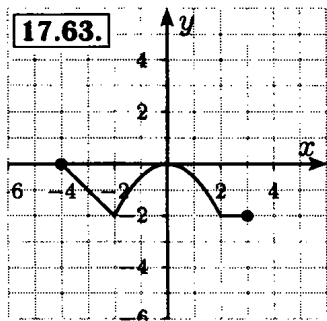
17.60. $4f(x+3) = f(2x) - 24 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot (x+3)^2 = 2 \cdot (2x)^2 - 24 \Rightarrow 9x^2 + 48x + 72 = 6x^2 - 24 \Rightarrow 48x = -96 \Rightarrow x = -2$.

17.61. $f(x-3) = f(x+5) \Rightarrow -(x-3)^2 = -(x+5)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow 16x = -16 \Rightarrow x = -1$.



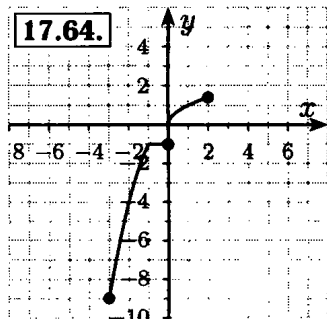
а) $p \in [-1; 0)$; б) $p = 2$;
в) $p = 0$; г) $p \in (0; 2)$.

17.63.



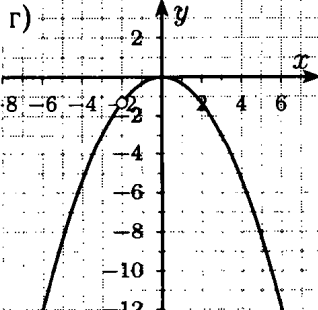
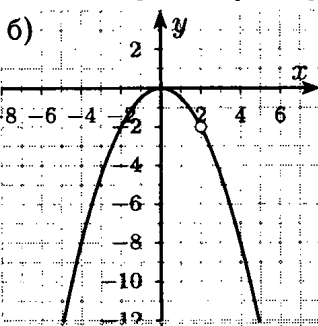
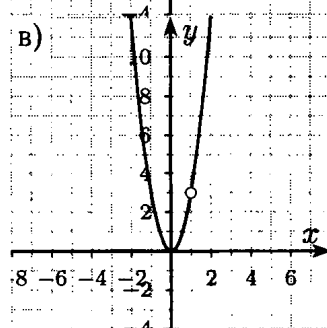
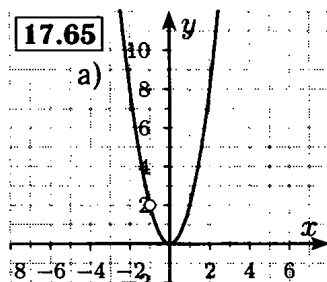
а) $f(-2) = -2$, $f(2) = -2$, $f(2,4) = -2$; б) $D(f) = [-4; 3]$; $E(f) = [-2; 0]$; функция возрастает при $x \in [-2; 0]$, убывает при $x \in [-4; -2] \cup [0; 2]$ и постоянна при $x \in [2; 3]$.

17.64.



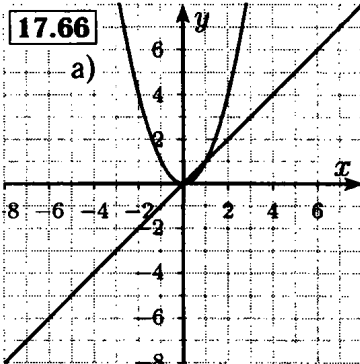
а) $f(-2,5) = -6,25$, $f(-0,5) = -1$, $f(4)$ — не определена, $f(\sqrt{5} - 3) = -1$; в) $D(f) = [-3; 2]$; $E(f) = [-9; -1] \cup (0; \sqrt{2})$; функция возрастает при $x \in [-3; -1] \cup (0; 2)$ и постоянна при $x \in [-1; 0]$.

17.65

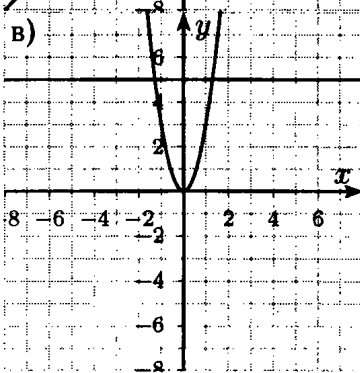


17.66

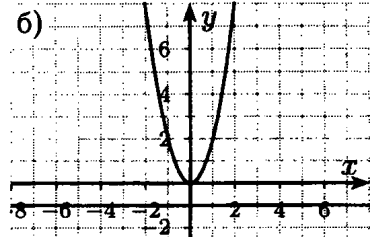
а)



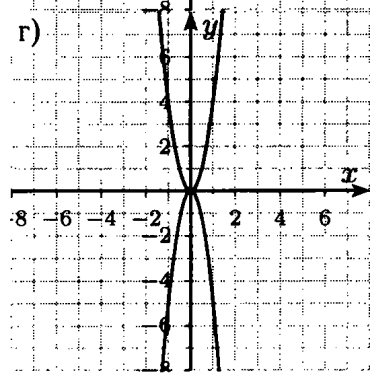
в)



б)



г)

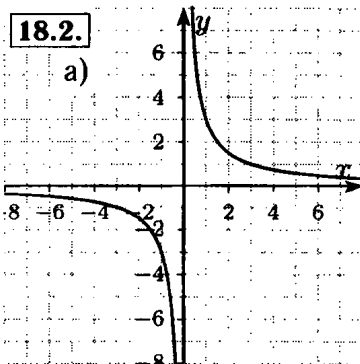


§18. Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график

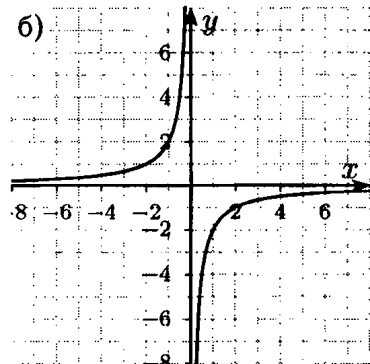
18.1. а) $k = 1$; б) $k = 2$; в) $k = \frac{1}{5}$; г) $k = -3$.

18.2.

а)

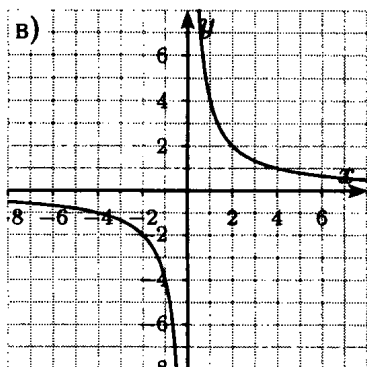


б)

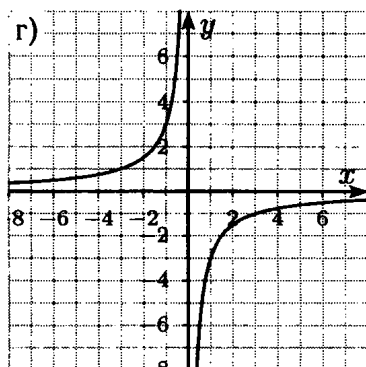


функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

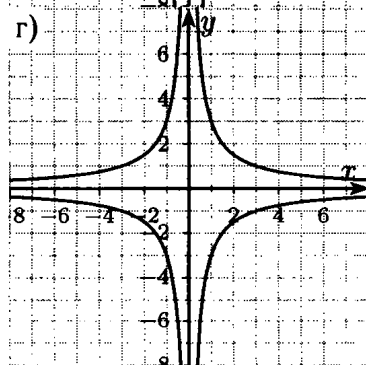
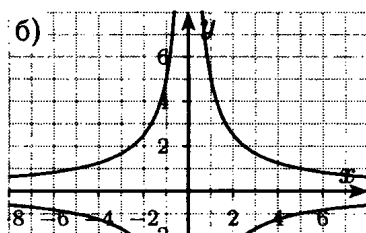
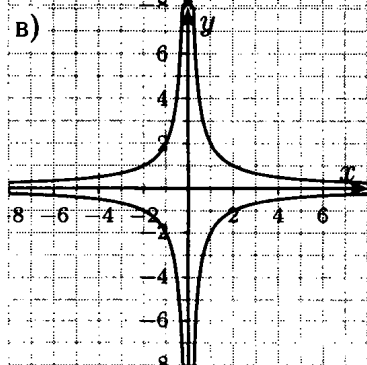
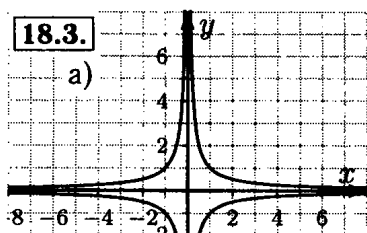
функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.



функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

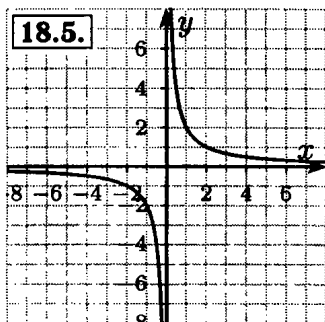


функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

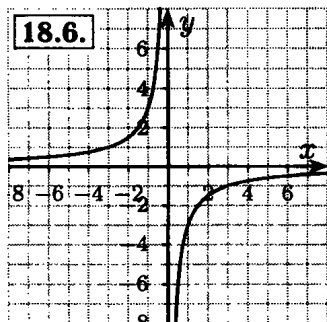


Графики функций симметричны относительно оси ординат.

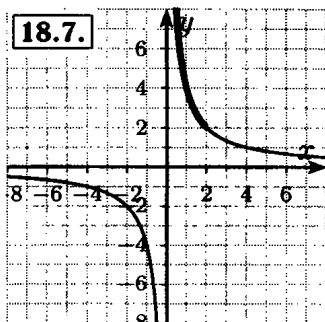
18.4. а) $k > 0$; б) $k < 0$.



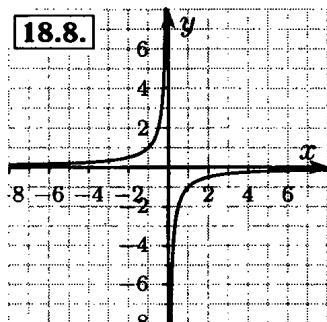
а) $y = 2, -1, \frac{1}{2}$; б) $x = -2, 1, -\frac{1}{2}$; в) $y_{\min} = 1, y_{\max} = 4$; г) $x \in [-2; -1]$.



а) $y = 1, -3, -\frac{1}{2}$; б) $x = -1, 3, \frac{1}{2}$; в) $y_{\min} = 1, y_{\max} = 3$; г) $x \in [1; 6]$.



б) $x = 2$; в) $x \in (0; 2)$; г) $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.



б) $x = -1$; в) $x \in (-1; 0)$; г) $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

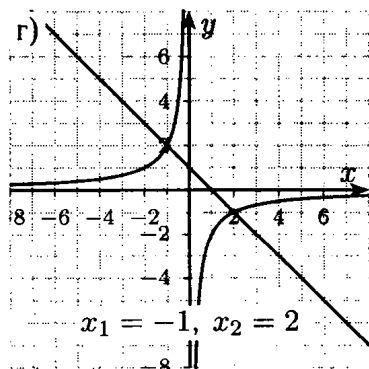
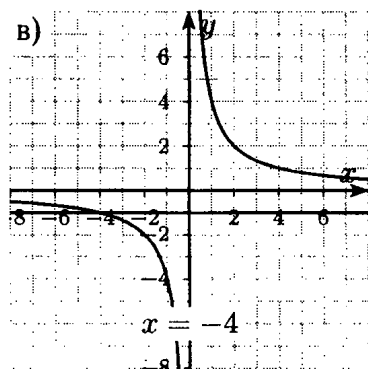
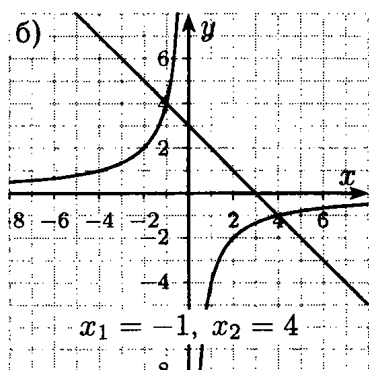
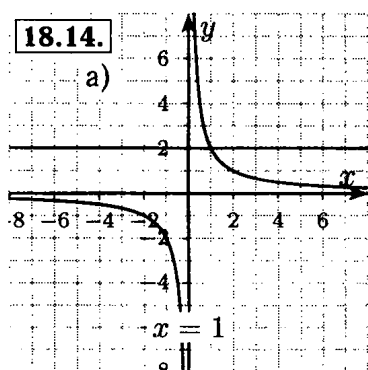
18.9. а) $y(1) = \frac{68}{1} = 68$ — принадлежит; б) $y(5) = \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5} \neq 13$ — не принадлежит; в) $y(-2) = -\frac{68}{2} = -34 \neq 34$ — не принадлежит; г) $f(-4) = -\frac{68}{4} = -17$ — принадлежит.

18.10. а) $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 7 = \frac{k}{3} \Rightarrow k = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{x}$. б) $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 12 = \frac{k}{-0,2} \Rightarrow k = -\frac{12}{5} \Rightarrow y = -\frac{12}{5x}$. в) $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 19 = \frac{k}{-4} \Rightarrow k = -76 \Rightarrow y = -\frac{76}{x}$. г) $y = \frac{k}{x} \Rightarrow 8 = \frac{k}{2,5} \Rightarrow k = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{x}$.

18.11. а) $y_{\min} = -2, y_{\max} = -1$; б) y_{\min} — не определено, $y_{\max} = 2$; в) $y_{\min} = -2, y_{\max} = 0$; г) y_{\min} — не определено, y_{\max} — не определено.

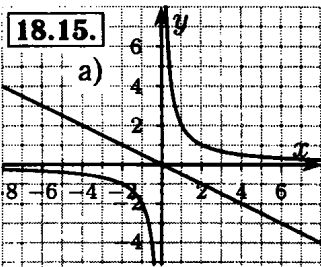
18.12. а) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} = 2$; б) y_{\min} — не определено, y_{\max} — не определено; в) $y_{\min} = -2$, $y_{\max} = 0$; г) y_{\min} — не определено, $y_{\max} = 2$.

18.13. а) $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$, точки пересечения $(-1; -2)$ и $(1; 2)$; б) $y = -\frac{5}{x}$ и $y = -5 \Rightarrow -\frac{5}{x} = -5 \Rightarrow x = 1$, точка пересечения $(1; -5)$; в) $y = -\frac{3}{x}$ и $y = -3x \Rightarrow -\frac{3}{x} = -3x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$, точки пересечения $(-1; 3)$ и $(1; 3)$; г) $y = \frac{4}{x}$ и $y = 1 \Rightarrow \frac{4}{x} = 1 \Rightarrow x = 4$, точка пересечения $(4, 1)$.



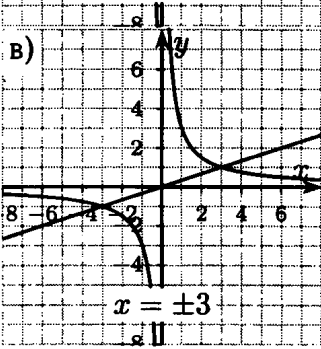
18.15.

а)



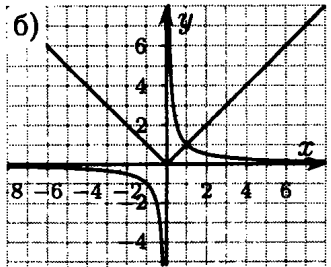
нет решения

б)



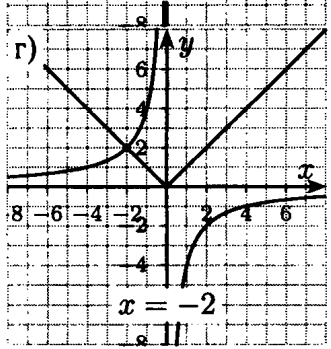
$x = \pm 3$

б)



$-x = 1$

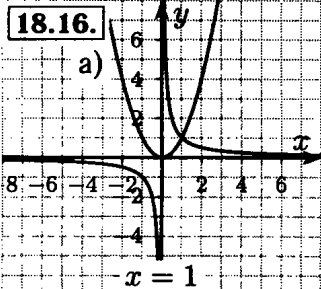
г)



$x = -2$

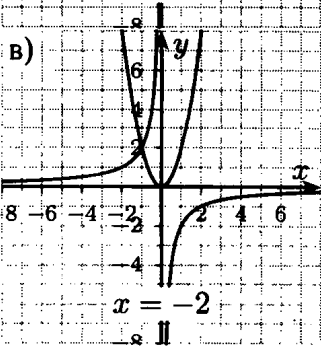
18.16.

а)



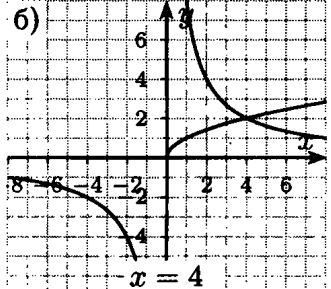
$x = 1$

б)



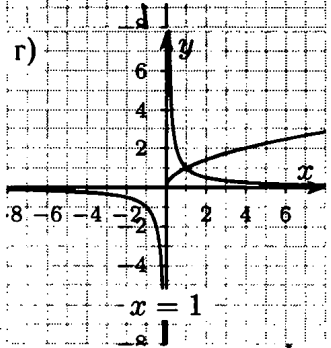
$x = -2$

б)

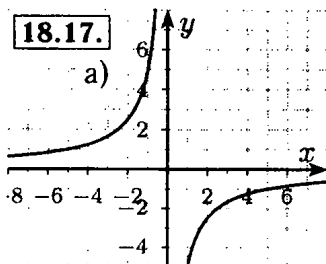


$x = 4$

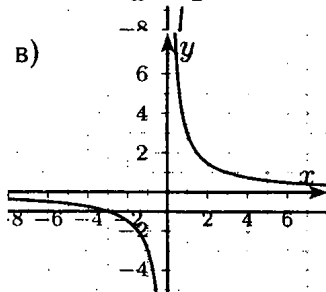
г)



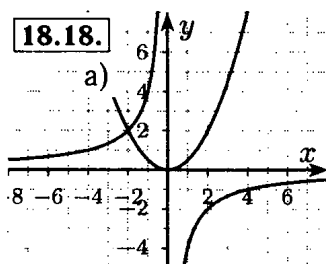
$x = 1$

18.17.

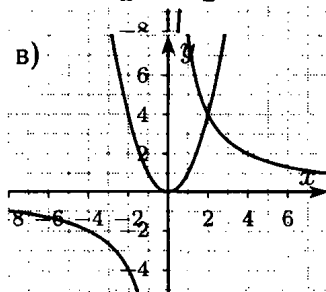
$$-x = 1$$



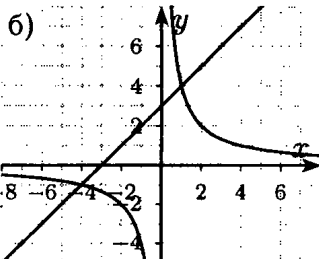
$$x = -3$$

18.18.

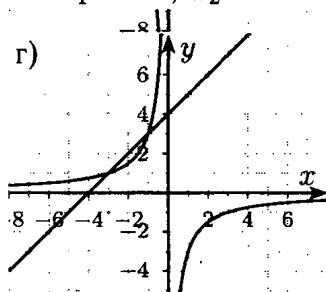
$$x = -2$$



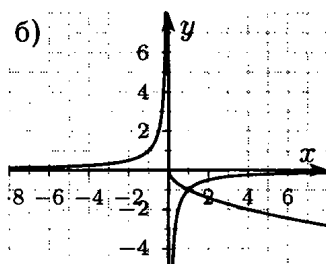
$$-x = 2$$



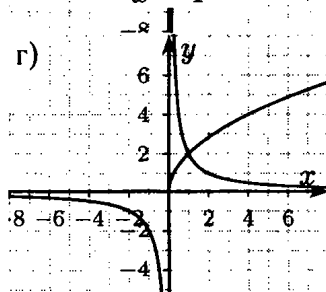
$$x_1 = -4, x_2 = 1$$



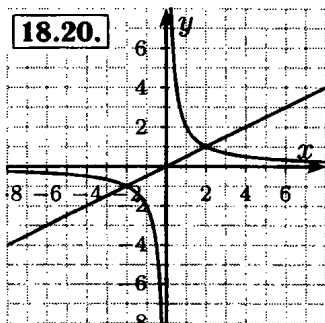
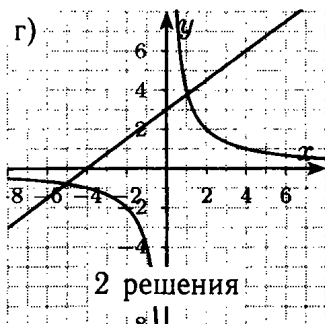
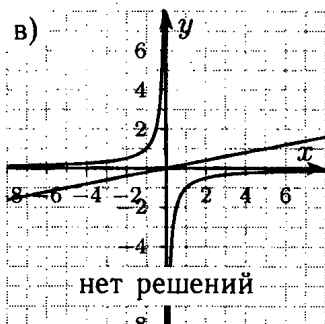
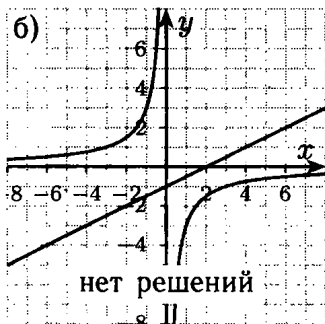
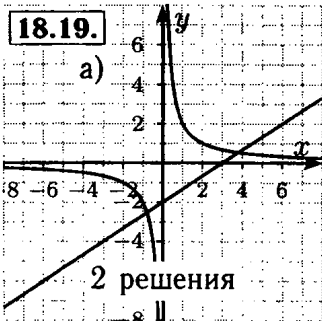
$$x_1 = -3, x_2 = 1$$



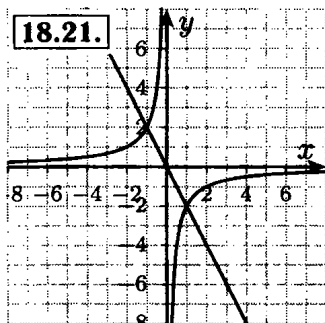
$$-x = 1$$



$$-x = 1$$



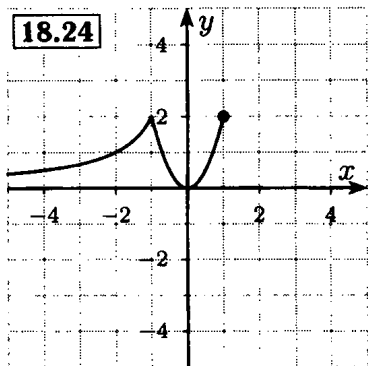
- а) $x \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$;
 б) $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$.



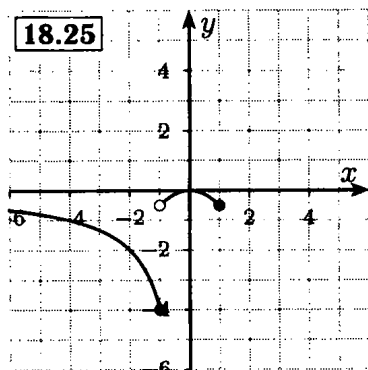
- а) $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$;
 б) $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

18.22. а) $f(1) = 4$; $f(-2) = -2$; $f(0,3) = \frac{40}{3}$; $f(-\frac{1}{6}) = -24$; б) $f(-a) = -\frac{4}{a}$; $f(2a) = -\frac{2}{a}$; $f(3x) = \frac{4}{3x}$; $f(-x) = -\frac{4}{x}$; в) $f(a+1) = \frac{4}{a+1}$; $f(b-3) = \frac{4}{b-3}$; $f(x+1) = \frac{4}{x+1}$; $f(x-10) = \frac{4}{x-10}$; г) $f(a)+1 = \frac{4}{a}+1$; $f(x)-2 = \frac{4}{x}-2$; $f(x-2) = \frac{4}{x-2}+1$; $f(x+1)-1 = \frac{4}{x+1}-1$.

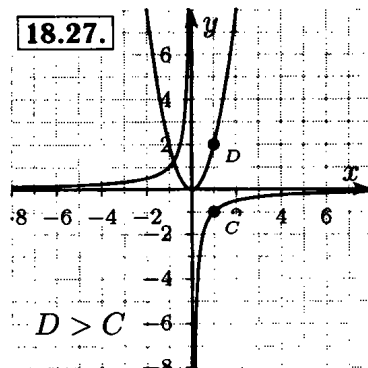
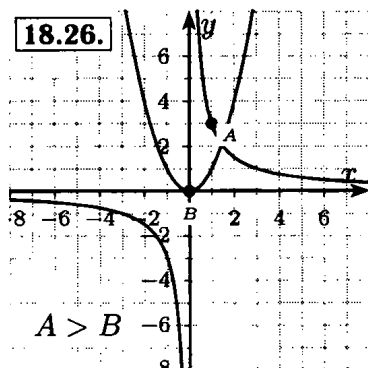
18.23. а) $f(-1) = 6$; $f(-3) = 2$; $f(\frac{1}{2}) = -12$; $f(\frac{2}{3}) = -9$;
 б) $f(3a) = -\frac{2}{a}$; $f(6a) = -\frac{1}{a}$; $f(-2x) = \frac{3}{x}$; $f(-\frac{1}{3}x) = \frac{18}{x}$;
 в) $f(a-2) = \frac{6}{2-a}$; $f(b+4) = -\frac{6}{b+4}$; $f(x-1) = \frac{6}{1-x}$; $f(x+2) = -\frac{6}{x+2}$;
 г) $f(x) = -4 = -\frac{6}{x} - 4$; $f(2x) + 1 = -\frac{3}{x} + 1$;
 $f(x-1) + 2 = \frac{6}{1-x} + 2$; $2f(x+3) = -1 = -\frac{12}{x+3} - 1$.



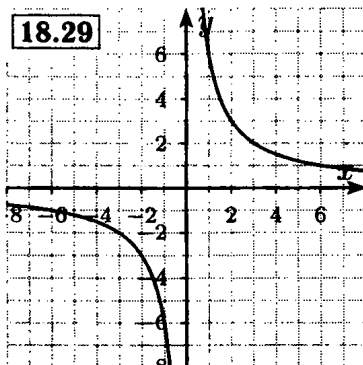
а) $f(-2) = 1$, $f(-1) = 2$,
 $f(1) = 2$; б) $x = \pm 1$;
 $x = 0$; $x = \pm \frac{1}{2}$.



а) $f(-4) = -1$; $f(-1) =$
 $= -4$; $f(1) = -\frac{1}{2}$; б) $x =$
 $= -2$; $x = 0$; $x = \pm 1$.



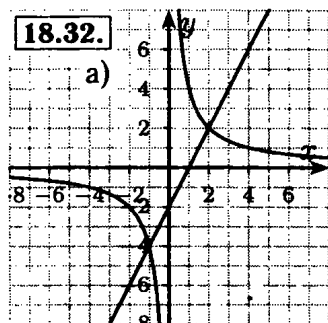
18.28. При $x \in [1; 7]$ $y_{\max} = \frac{78}{x} = 78$. При $x \in [-5; 4]$
 $y_{\max} = -103x^2 = 0$. Следовательно $P > Q$.



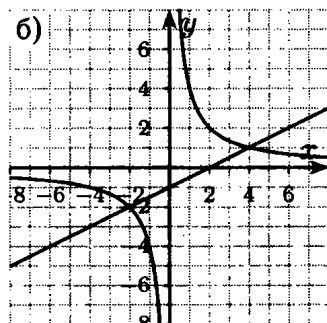
- а) $x \in [2; 6]$; б) $x \in (-3; 0)$;
 в) $x \in [-6; -3]$; г) $x \in (0; 1]$.

18.30. а) $f(x^2) = \frac{4}{x^2}$; б) $\frac{1}{4}f(x^3) = \frac{1}{x^3}$; в) $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4 \cdot x}{1} = 4x$;
 г) $-f(x^5) = -\frac{4}{x^5}$.

18.31. а) $f^2(x) = \left(\frac{4}{x}\right)^2 = \frac{16}{x^2}$; б) $\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\frac{4}{x}} = \frac{x}{4}$; в) $f^3 \times$
 $\times (x) = \left(\frac{4}{x}\right)^3 = \frac{64}{x^3}$ г) $-\frac{2}{f(x)} = -\frac{2}{\frac{4}{x}} = -\frac{x}{2}$.



$x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2)$



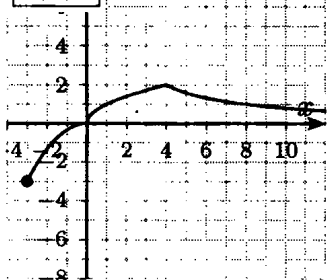
$x \in (-2; 0) \cup (4; +\infty)$

18.33. $f(x+1) - f(x-1) = \frac{4}{x+1} - \frac{4}{x-1} = \frac{4 \cdot (x-1-x-1)}{(x+1)(x-1)} =$
 $= -\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{(x+1)(x-1)} = -\frac{1}{2}f(x+1) \cdot f(x-1)$.

18.34. $f(x+2) + f(2-x) = \frac{3}{x+2} + \frac{3}{2-x} = \frac{6-3x+3x+6}{(x+2)(2-x)} =$
 $= -4 \cdot \frac{3}{x^2-4} = -4f(x^2-4)$.

18.35. $f(x+3) = 2f(x+5) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow \frac{2}{x+5} \Rightarrow \frac{2x+6-x-5}{(x+3)(x+5)} =$
 $= 0 \Rightarrow \frac{x+1}{(x+3)(x+5)} = 0 \Rightarrow x = -1$.

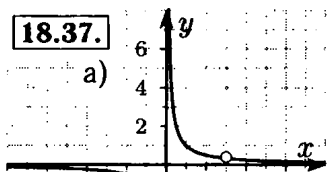
18.36



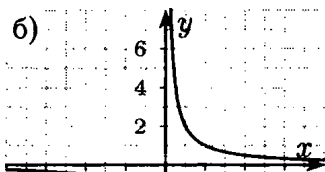
а) $f(-3) = -3$; $f(1) = 1$; $f(\sqrt{33} - 1) = \frac{8}{\sqrt{33}-1} = \frac{8(\sqrt{33}+1)}{33-1} = \frac{1}{4}(\sqrt{33}+1)$; в) $D(f) = [-3; +\infty)$; $E(J) = [-3; 2]$; функция возрастает на $[-3; 4]$, функция убывает на $[4; +\infty)$.

18.37.

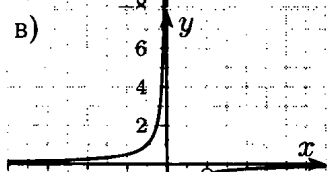
а)



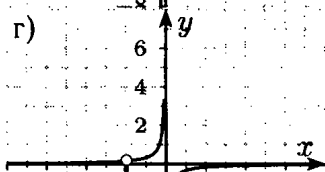
б)



в)

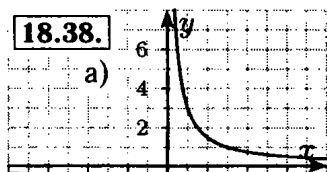


г)

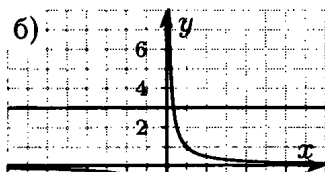


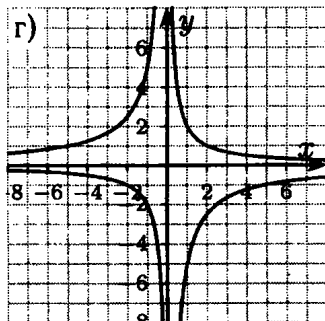
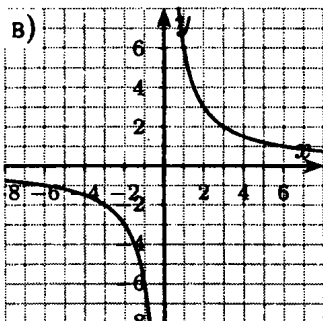
18.38.

а)

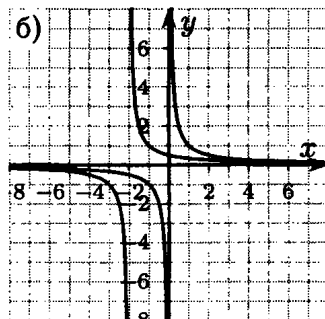
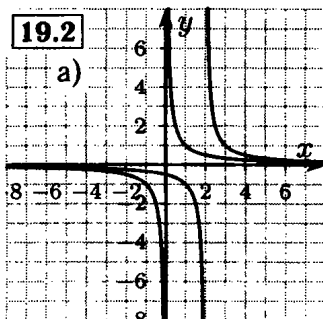
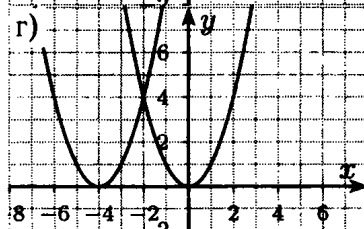
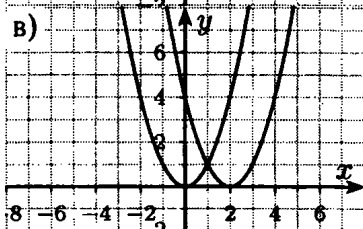
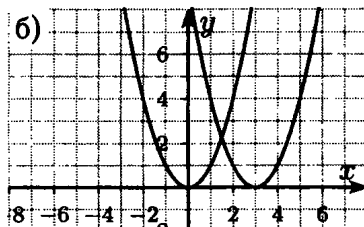
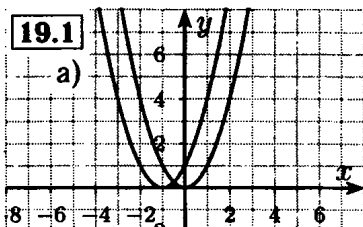


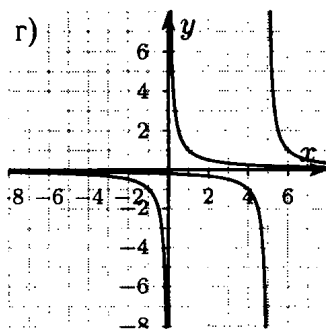
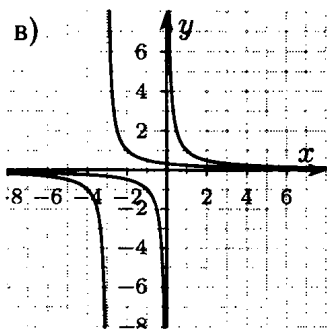
б)





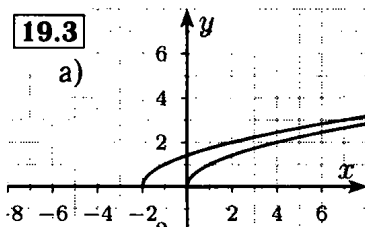
§19. Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$



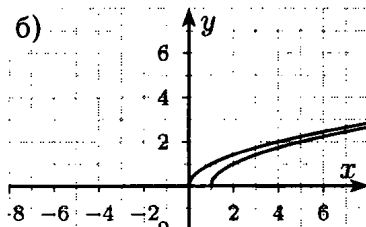


19.3

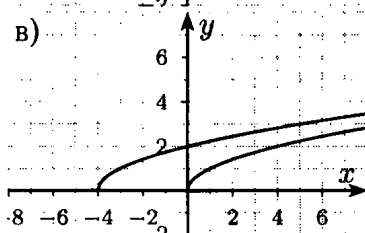
а)



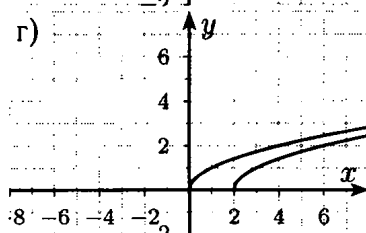
б)



В)

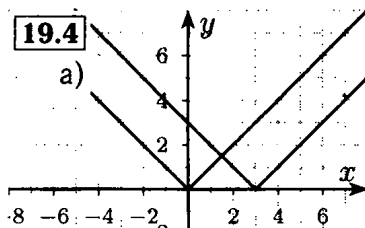


Г)

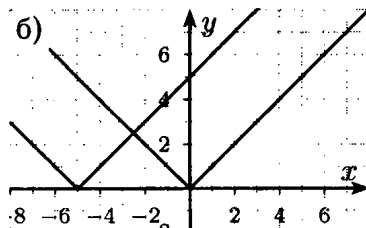


19.4

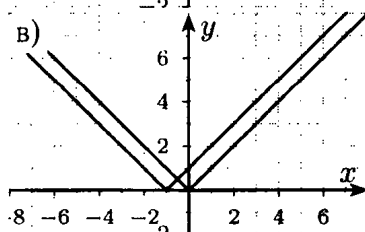
а)



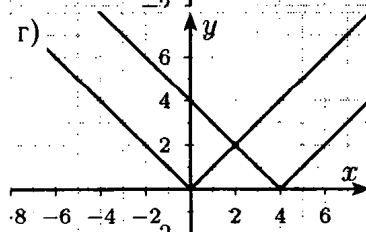
б)



В)

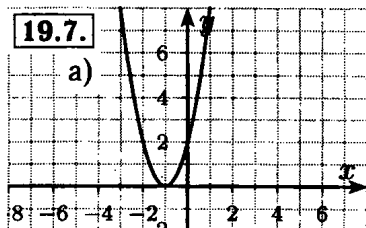


Г)

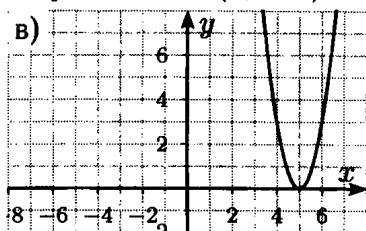


19.5. а) $y = 3 \cdot (x + 4)^2$; б) $y = -\frac{7}{x-3}$; в) $y = \sqrt{x-2}$;
 г) $y = |x + 1|$.

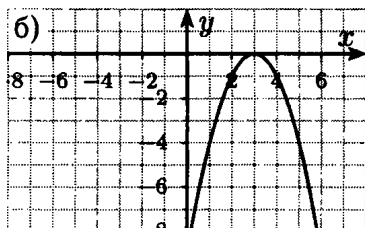
19.6. а) $y = -\frac{1}{3}(x - 0,5)^2$; б) $y = \frac{2}{x+2}$; в) $y = -|x - 4|$;
 г) $y = -\sqrt{x + 1,5}$.



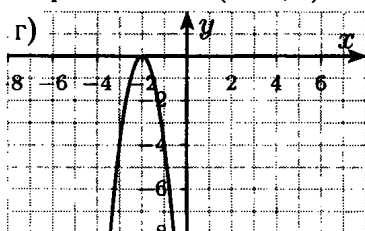
функция убывает $x \in (-\infty; 1)$; функция возрастает $x \in (1; +\infty)$.



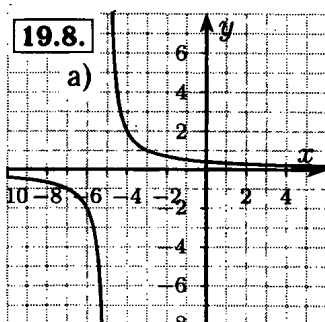
функция убывает $x \in (-\infty; 5)$; функция возрастает $x \in (5; +\infty)$.



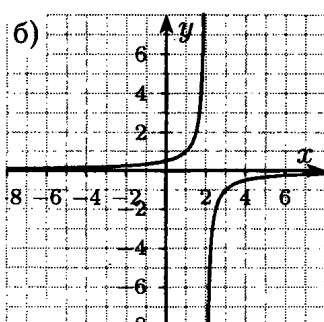
функция убывает $x \in (3; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 3)$.



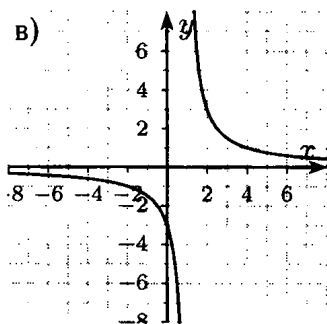
функция убывает $x \in (2; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 2)$.



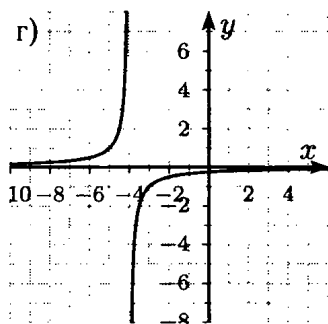
функция убывает $x \in (-\infty; 5) \cup x \in (5; +\infty)$.



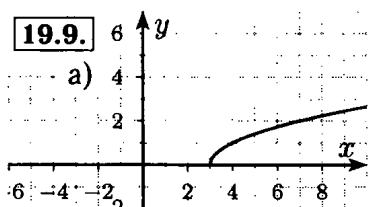
функция возрастает $x \in (-\infty; 0) \cup x \in (0; +\infty)$.



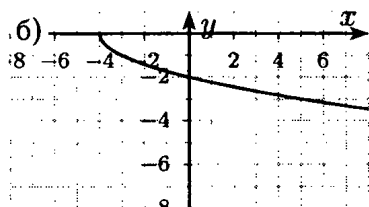
функция убывает $x \in (-\infty; 1) \cup x \in (1; +\infty)$.



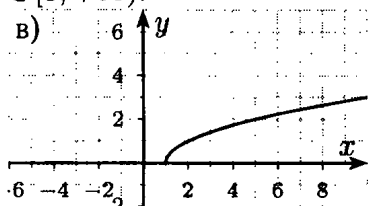
функция возрастает $x \in (-\infty; -4) \cup x \in (-4; +\infty)$.



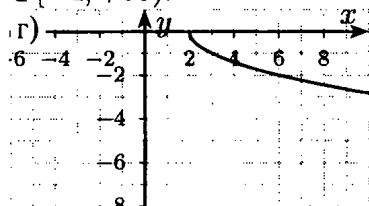
функция возрастает $x \in [3; +\infty)$.



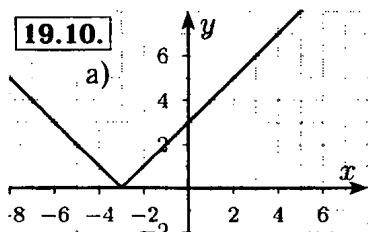
функция убывает $x \in [-4; +\infty)$.



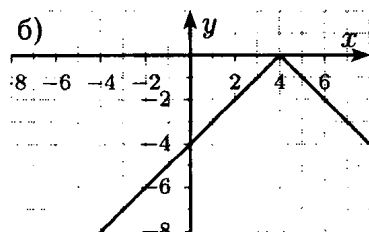
функция возрастает $x \in [1; +\infty)$.



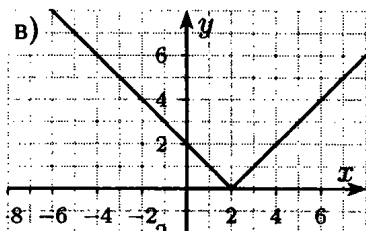
функция убывает $x \in [2; +\infty)$.



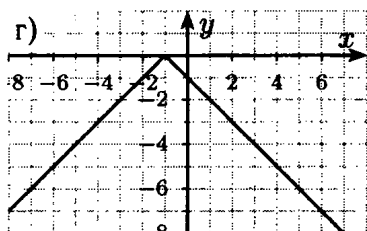
функция убывает $x \in (-\infty; -3)$; функция возрастает $x \in (-3; +\infty)$.



функция убывает $x \in (4; +\infty)$; функция возрастает $x \in (-\infty; 4)$.



функция убывает $x \in (-\infty; 2)$;
 функция возрастает $x \in (2; +\infty)$.



функция убывает $x \in (-1; +\infty)$;
 функция возрастает $x \in (-\infty; -1)$;

19.11. а) $y = (x-2)^2$; б) $y = -2 \cdot (x+1)^2$; в) $y = 3 \cdot (x+2)^2$;
 г) $y = -\frac{1}{2}(x-4)^2$.

19.12. а) $y = \sqrt{x-2}$; б) $y = \sqrt{x+3}$; в) $y = -\sqrt{x+4}$;
 г) $y = -\sqrt{x+1}$.

19.13. а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = -\frac{2}{x+2}$; в) $y = \frac{3}{x-2}$; г) $y = -\frac{1}{x+2}$.

19.14. а) $y = |x-1|$; б) $y = -|x+2|$; в) $y = -|x-4|$;
 г) $y = |x+3|$.

19.15. а) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 2$; б) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$;
 в) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$; г) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 2$.

19.16. а) $y_{\min} = -5$, $y_{\max} = 0$; б) y_{\min} — не существует,
 $y_{\max} = 0$; в) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 0$; г) $y_{\min} = -\infty$,
 $y_{\max} = 0$.

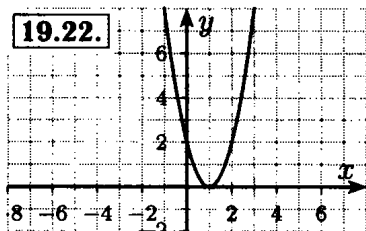
19.17. а) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} = 4$; б) $y_{\min} = -2$, y_{\max} —
 не существует; в) $y_{\min} = 4$, y_{\max} — не существует;
 г) $y_{\min} = 1$, y_{\max} — не существует.

19.18. а) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} = 2$; б) $y_{\min} = -\frac{1}{2}$, $y_{\max} = 0$;
 в) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = -1$; г) $y_{\min} = 2$,
 $y_{\max} = -1$.

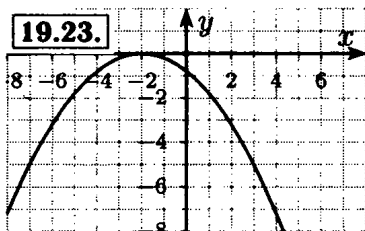
19.19. а) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} = 2$; б) $y_{\min} = 3$, y_{\max} — не
 существует.

19.20. а) $y_{\min} = -2$, $y_{\max} = -1$; б) $y_{\min} = -\sqrt{3}$, $y_{\max} = 0$.

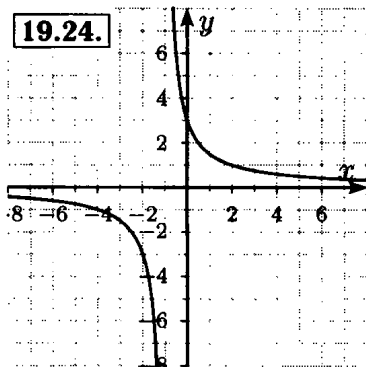
19.21. а) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 2$; б) $y_{\min} = 0$, y_{\max} —
 не существует; в) $y_{\min} = 0$, y_{\max} — не существует;
 г) $y_{\min} = 3$, $y_{\max} = 6$.

19.22.

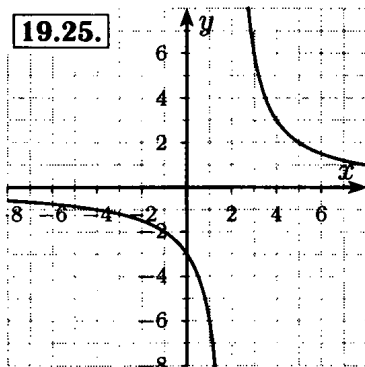
а) $y = 8, 2, 0$; б) $x = 0, 2$,
 -1, 3, 1; в) функция убывает
 $x \in (-\infty; 1)$; функция
 возрастает $x \in (1; +\infty)$;
 г) $x = 1$.

19.23.

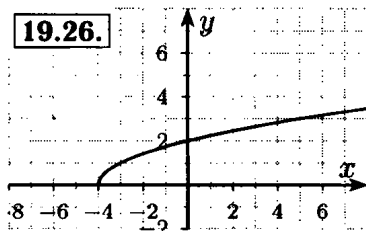
а) $y = 0, -1, -4$; б) $x =$
 $= -2, -4, 0, 2, -6$;
 в) функция убывает
 $x \in (-\infty; -2)$; функция
 возрастает $x \in (-2; +\infty)$;
 г) $x - 2$.

19.24.

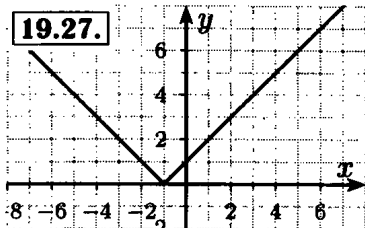
а) $y = -3, 3, 1$; б) $x = -\frac{1}{2}$,
 $-4, -\frac{3}{2}$; в) функция
 убывает $x \in (-\infty; -1) \cup (-$
 $-1; +\infty)$; г) $x = -1$ и
 $y = 0$.

19.25.

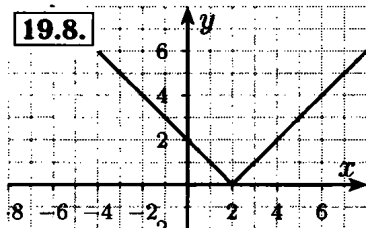
а) $y = 2, 3, -6$; б) $x = 0, 8$,
 6; в) функция возрастает
 $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$;
 г) $x = 2$ и $y = 0$.

19.26.

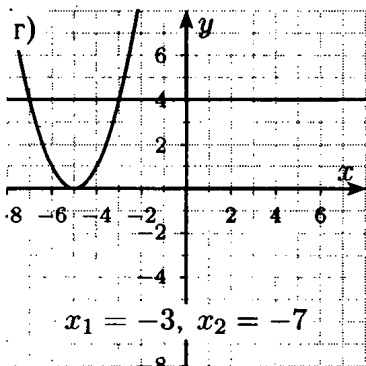
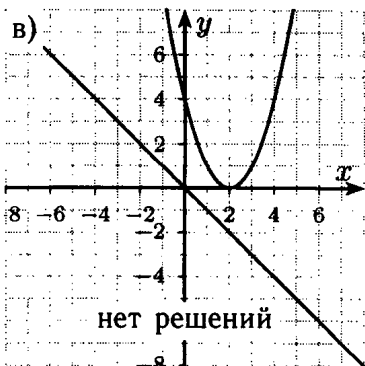
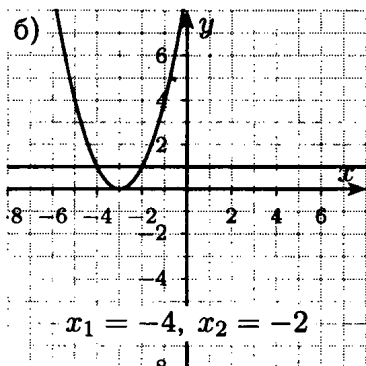
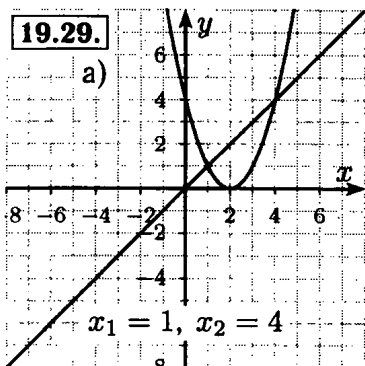
а) $y = 0, 2, 3$; б) $x = -3$,
 $-4, 5$; в) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} =$
 $= 2$; г) $x \in (-4; 5)$.

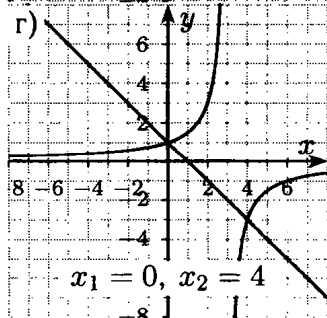
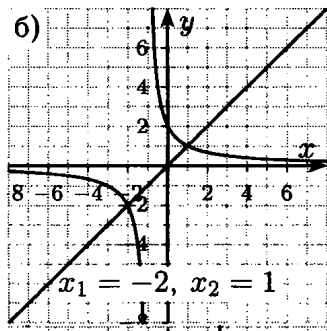
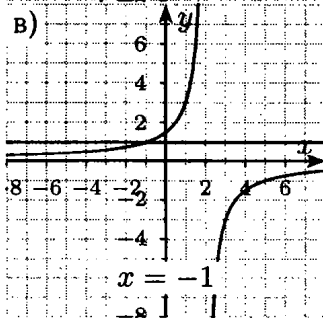
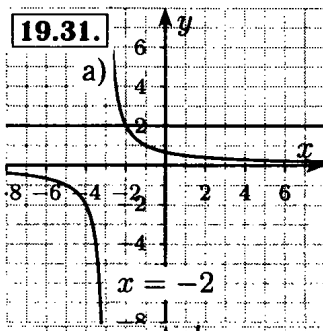
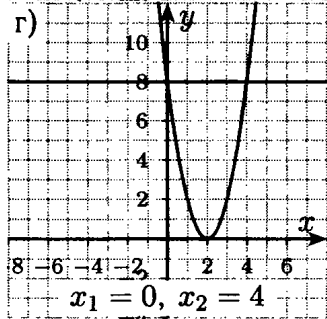
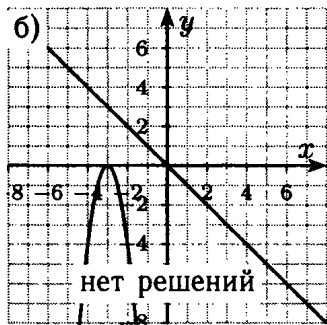
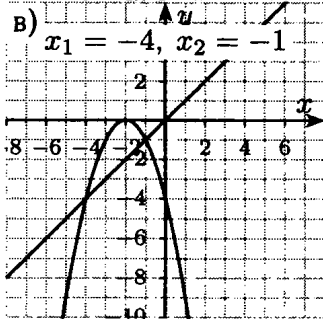
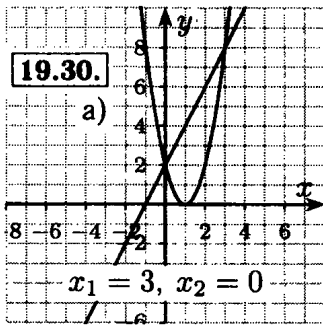


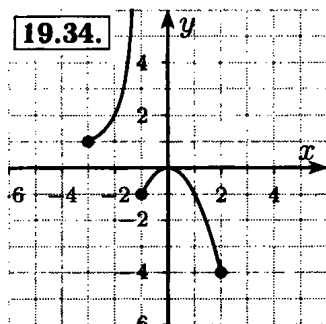
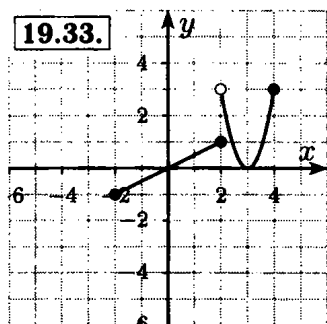
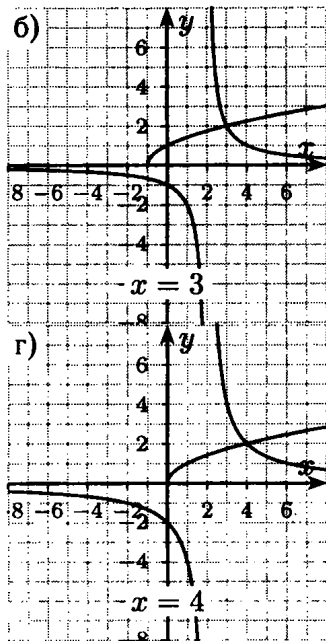
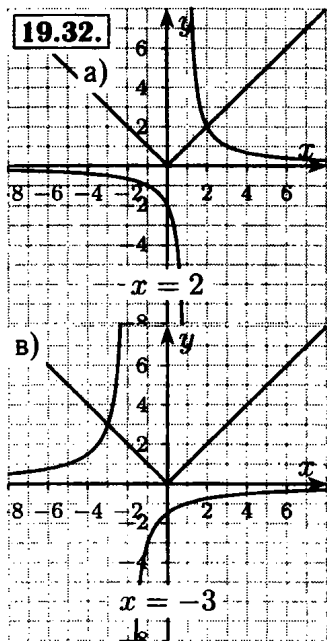
- а) $y = 0, 1, 5$; б) $x = -2$ или $0, -1, -6$ или 4 ; в) функция убывает $x \in (-\infty; -1)$; функция возрастает $x \in (-1; +\infty)$; г) $x \in [-2; 0]$.



- а) $y = 5, 2, 1$; б) $x = 1$ или $3, 2, -2$ или 6 ; в) функция убывает $x \in (-\infty; 2)$; функция возрастает $x \in (2; +\infty)$; г) $x \in (-\infty; 0] \cup (4; +\infty)$.





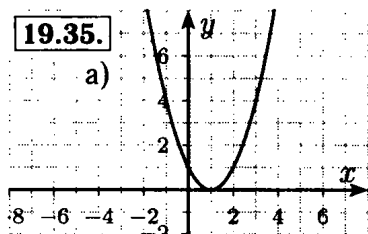


а) $f(-1) = -\frac{1}{2}$, $f(2) = 1$, $f(4) = 3$; в) $D(f) = [-2; 4]$; $y = 0$ при $x = 0$ и $x = 3$; $y > 0$ при $x \in (0; 3) \cup (3; 4)$; $y < 0$ при $x \in [-2; 0)$; функция имеет разрыв при $x = 2$; функция ограничена снизу и сверху; $y_{\min} = -2$, $y_{\max} = 4$.

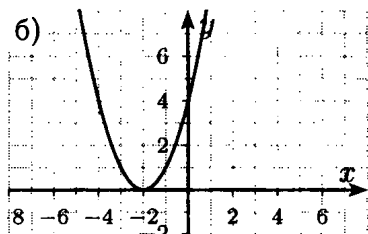
а) $f(-1,5) = 4$, $f(-1) = -1$, $f(2) = -4$; в) $D(f) = [-3; 2]$; $y = 0$ при $x = 0$; $y > 0$ при $x \in [-3; -1)$; $y < 0$ при $x \in [-1; 0) \cup (0; 2]$; функция имеет разрыв при $x = -1$; функция ограничена снизу и не ограничена сверху; $y_{\min} = -4$, y_{\max} — нет.

19.35.

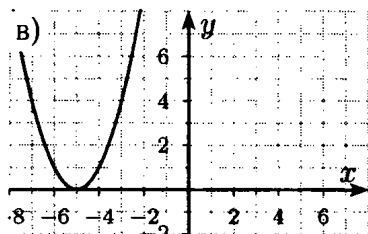
a)



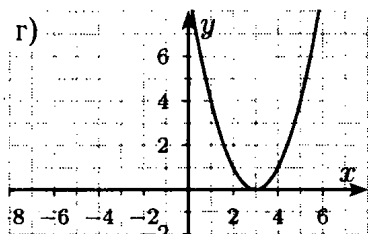
б)



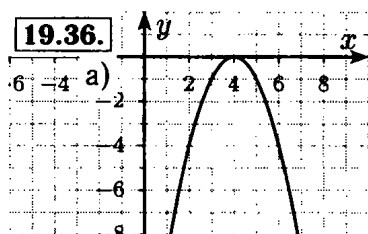
B)



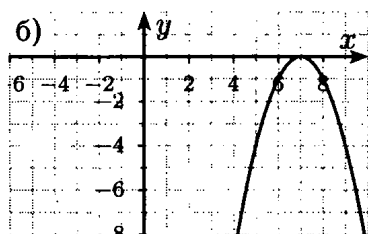
Г)

**19.36.**

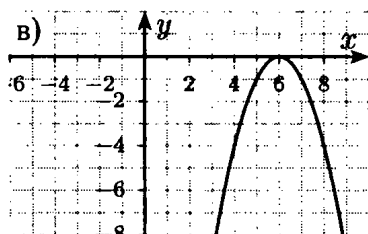
a)



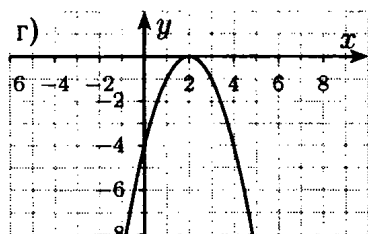
б)



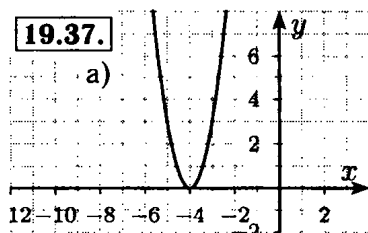
B)



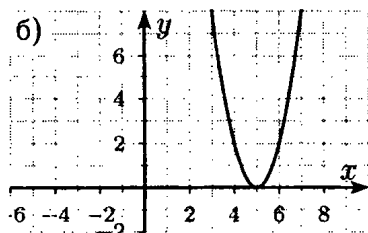
Г)

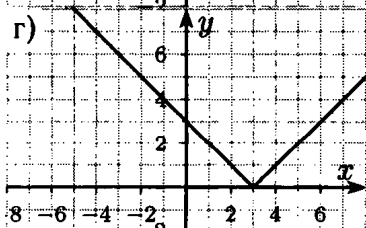
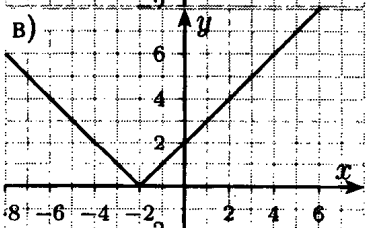
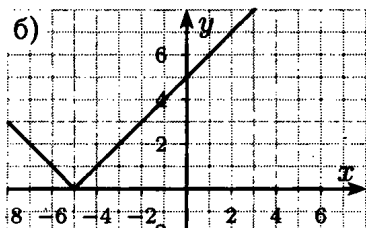
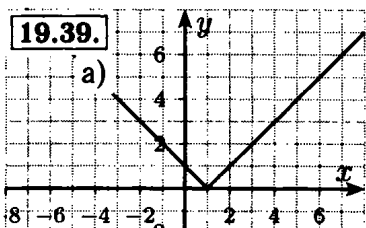
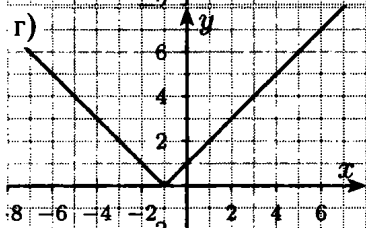
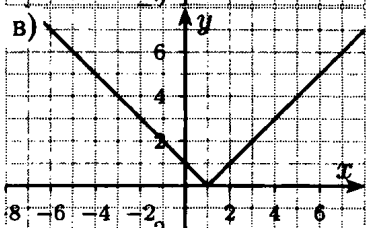
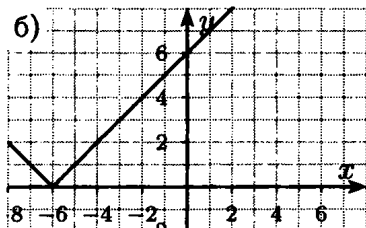
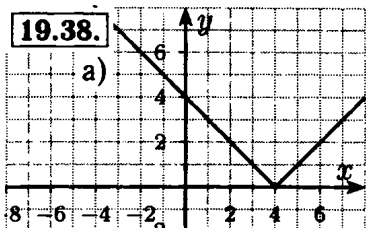
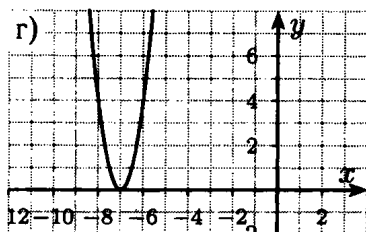
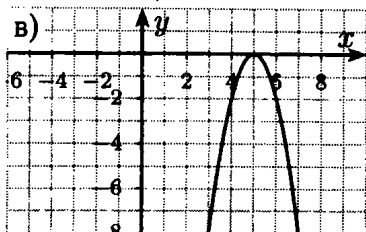
**19.37.**

a)



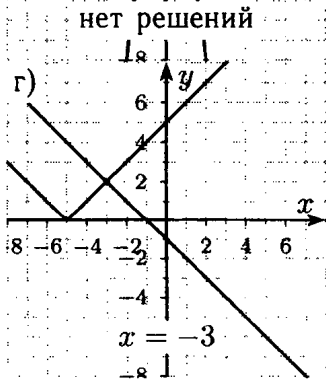
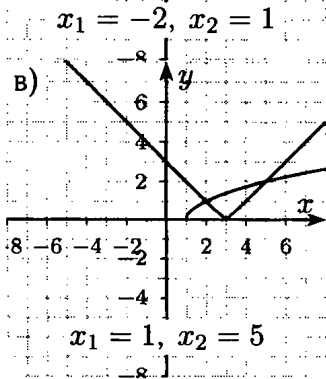
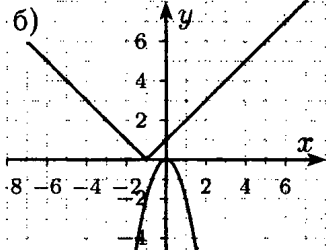
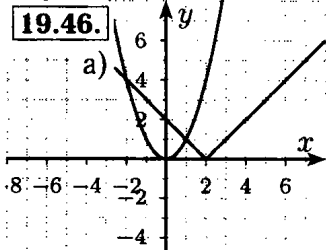
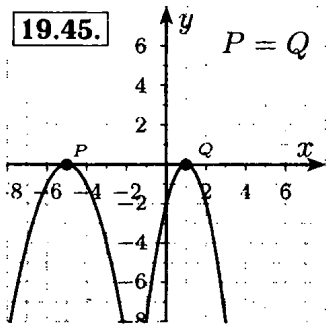
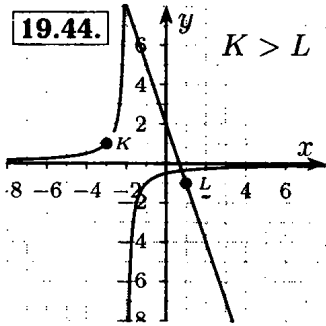
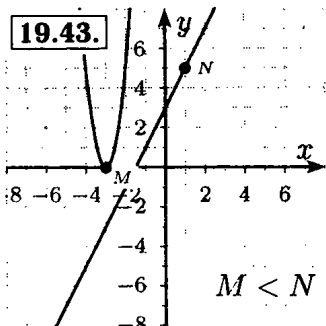
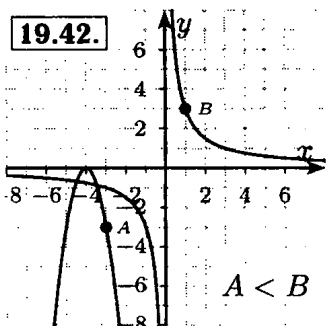
б)

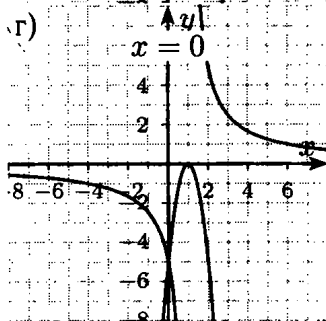
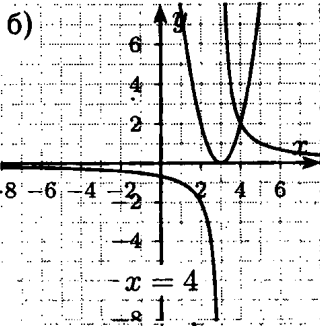
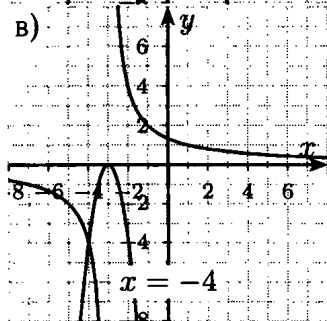
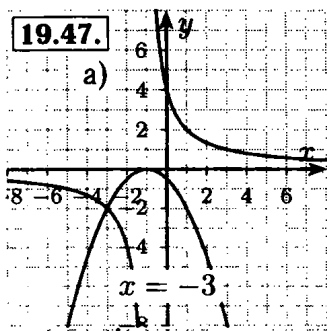
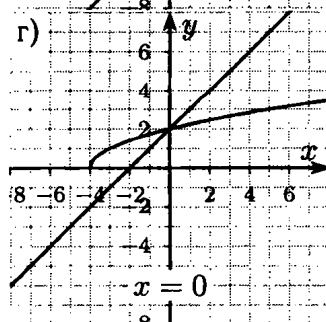
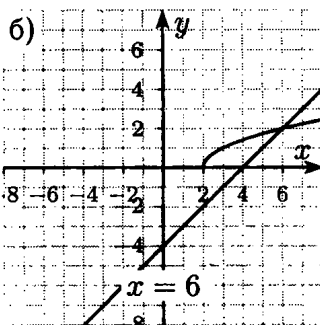
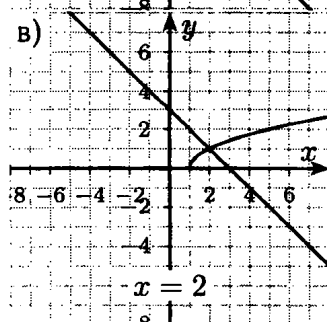
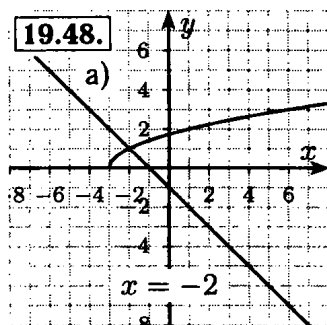




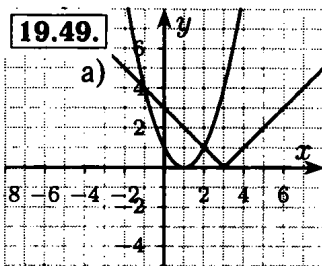
19.40. а) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 3$; б) $y_{\min} = 1$, $y_{\max} = +\infty$;
 В) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$; г) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 4$.

19.41. а) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 2$; б) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$;
 В) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = +\infty$; г) $y_{\min} = 0$, $y_{\max} = 6$.

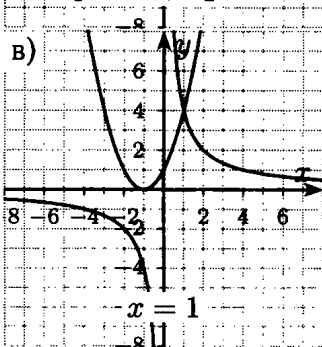


19.47.**19.48.**

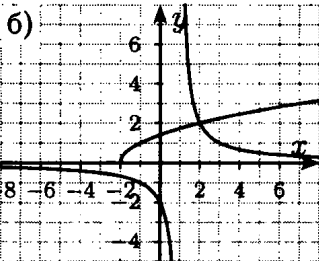
19.49.



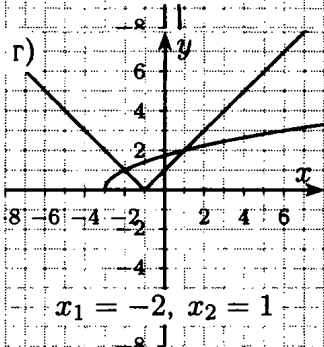
$x_1 = -1, x_2 = 2$



$x = 1$

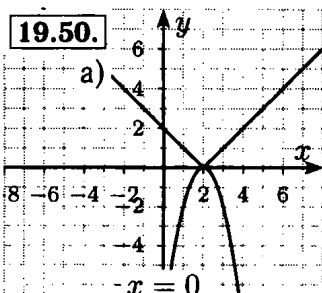


$-x = 2$

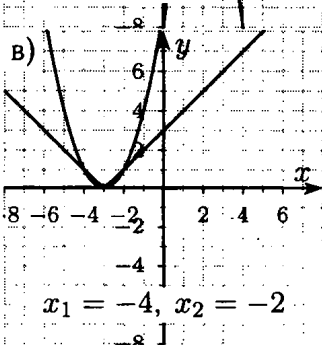


$x_1 = -2, x_2 = 1$

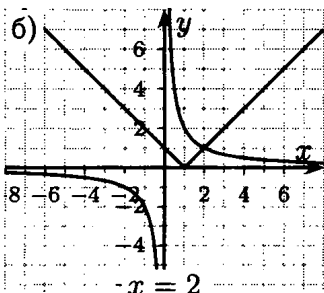
19.50.



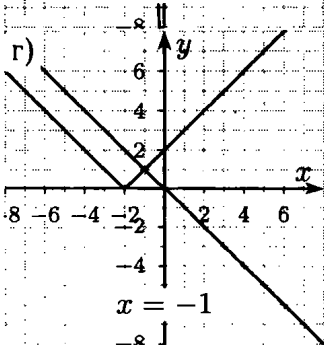
$-x = 0$



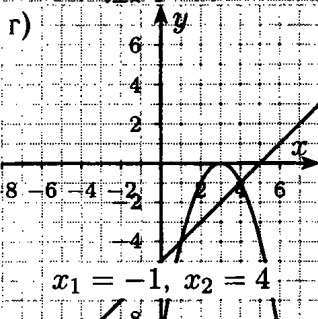
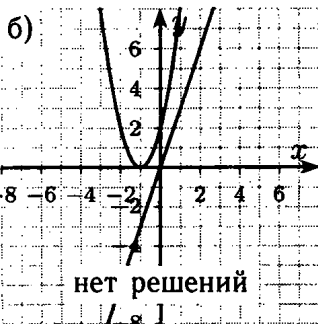
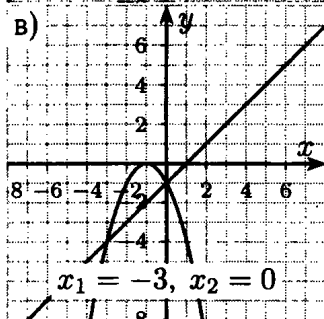
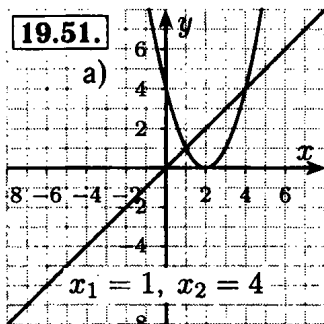
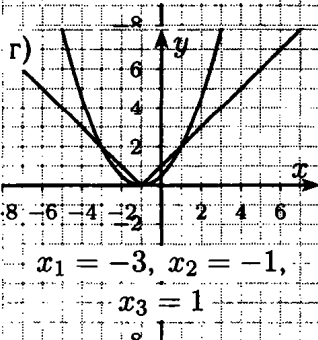
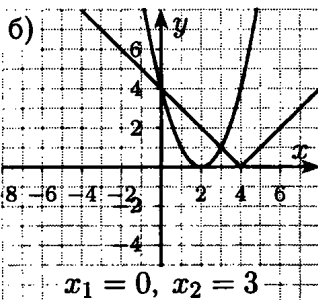
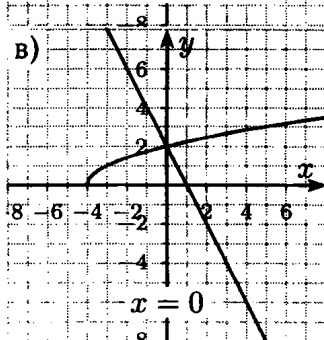
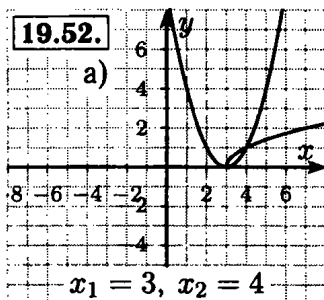
$x_1 = -4, x_2 = -2$

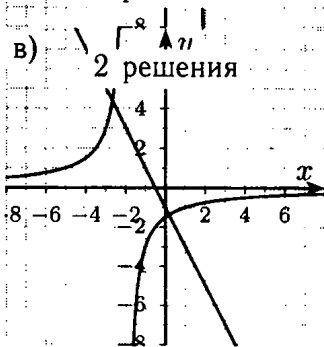
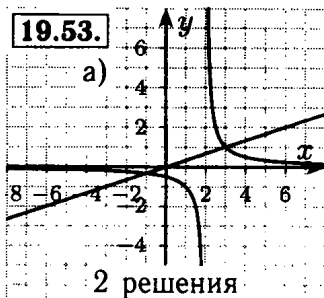
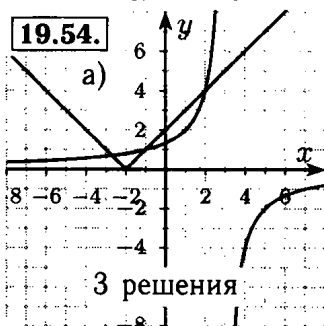
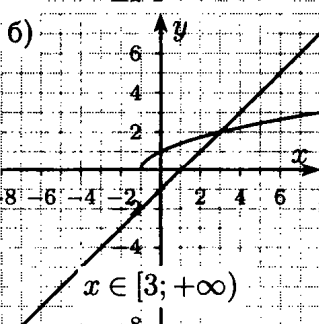
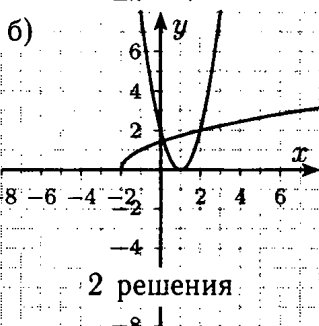
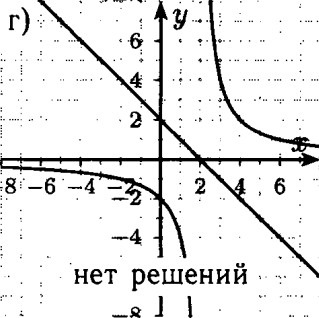
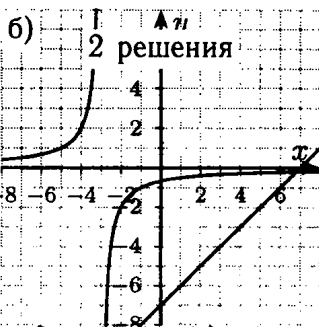
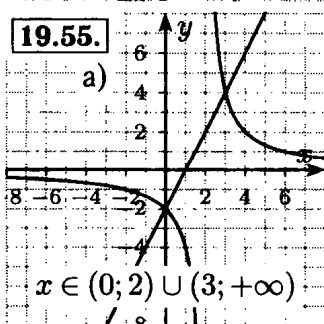


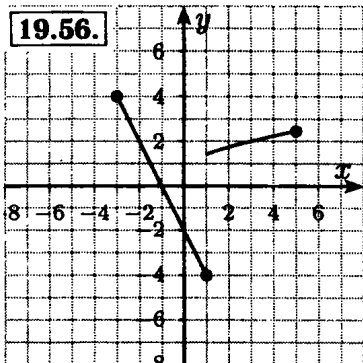
$-x = 2$



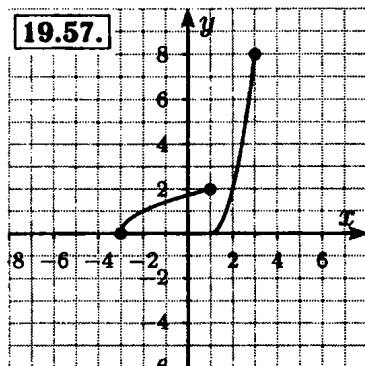
$x = -1$

19.51.**19.52.**

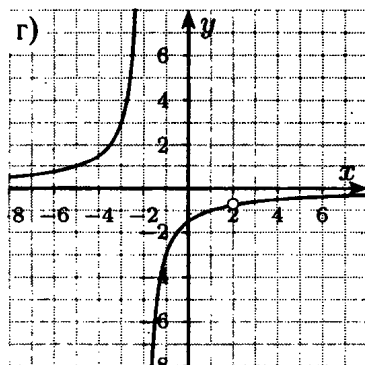
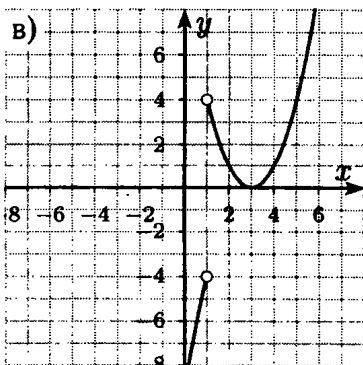
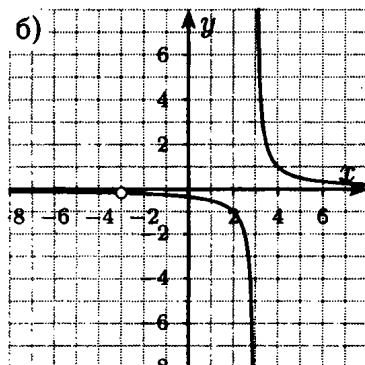
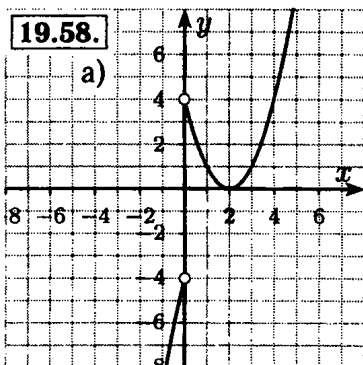
19.53.**19.54.****19.55.**



а) $f(-2,8) = 3,6$, $f(3,84) = 2,2$, $f(0) = -2$; б) $x = -2$, $x = -2$ или 3 , -3 .



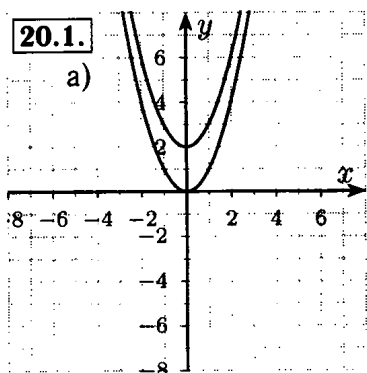
1 корень — $p = 0 \cup (2; 8]$;
2 корня — $p \in (0; 2)$.



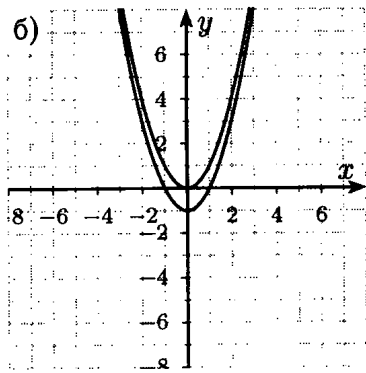
§20. Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$

20.1.

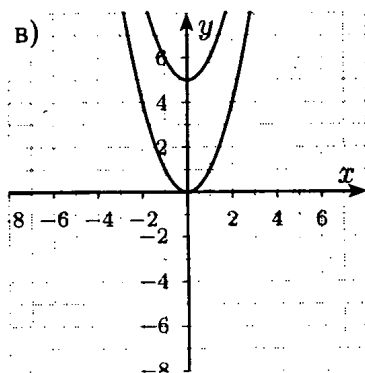
а)



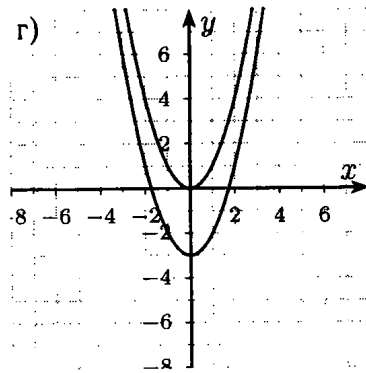
б)



в)

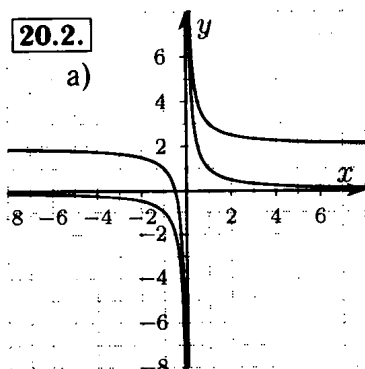


г)

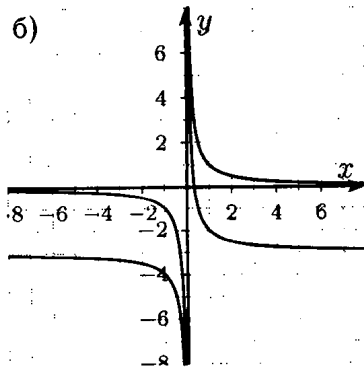


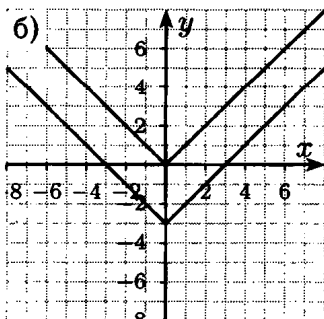
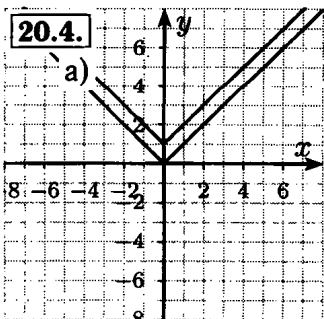
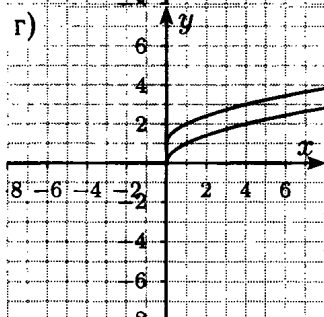
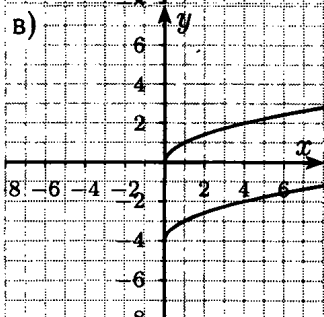
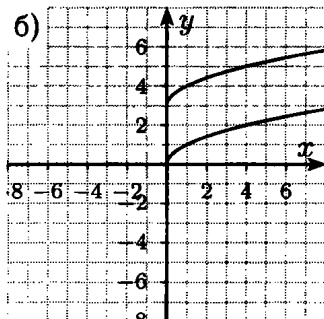
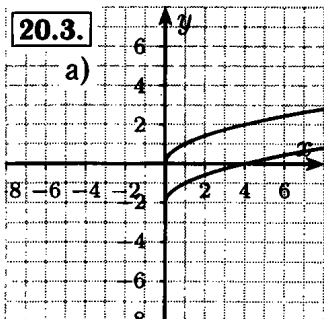
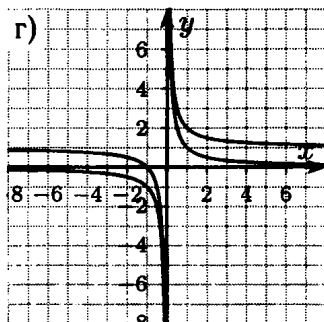
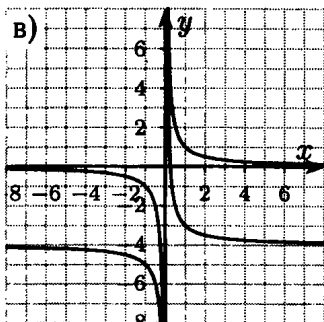
20.2.

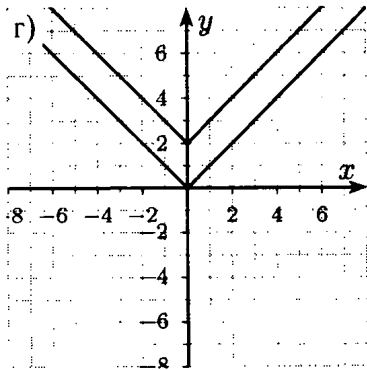
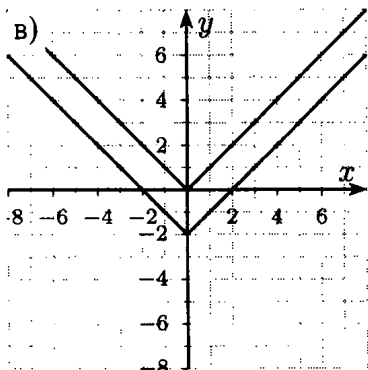
а)



б)





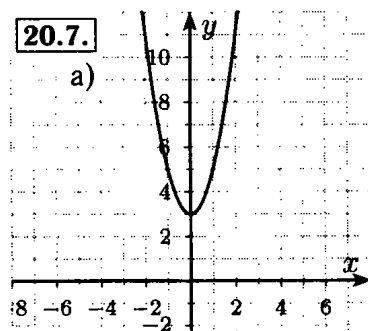


20.5. а) $y = 2x^2 + 3$; б) $y = \frac{9}{x} - 1$; в) $y = \sqrt{x} - 2$;
 г) $y = |x| + 4$.

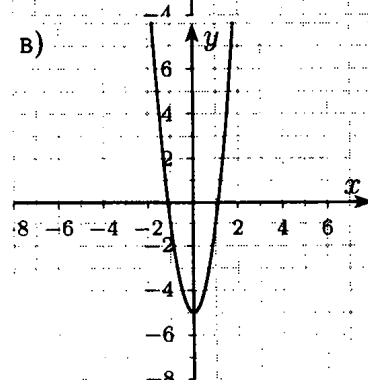
20.6. а) $y^2 = -0,5x^2 - 1$; б) $y = 4 - \frac{8}{x}$; в) $y = -\sqrt{x} + 3$;
 г) $y = -|x| - 2$.

20.7.

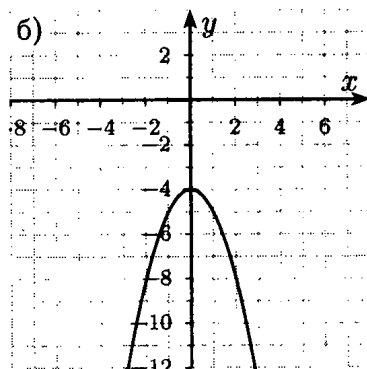
а)



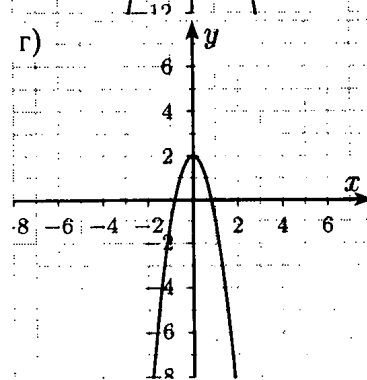
в)



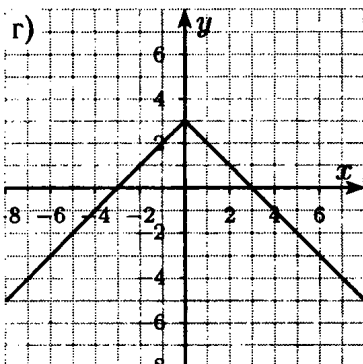
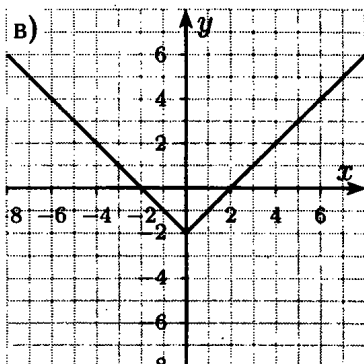
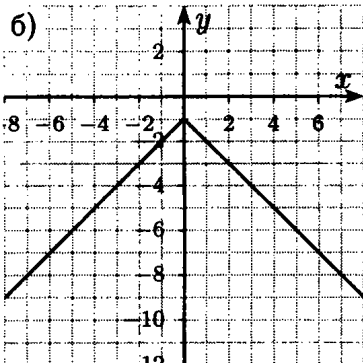
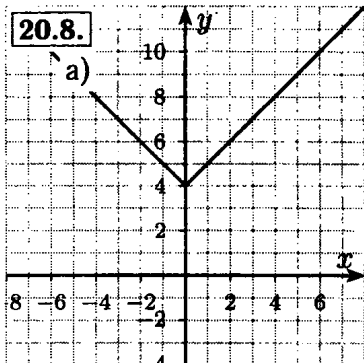
б)



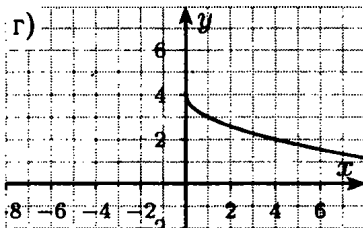
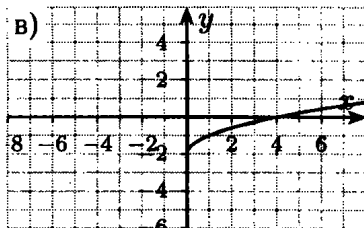
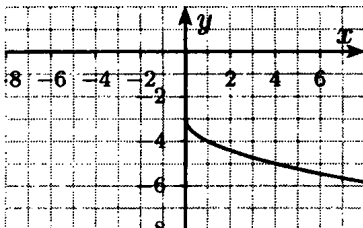
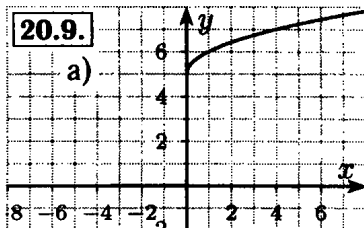
г)

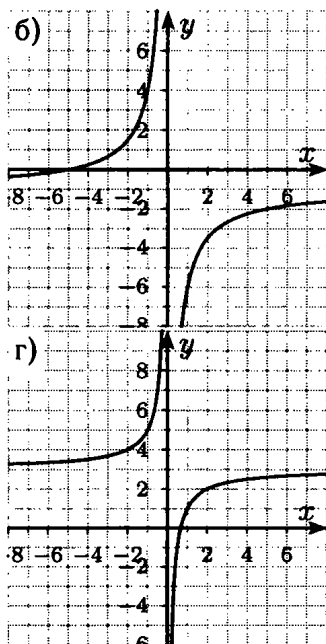
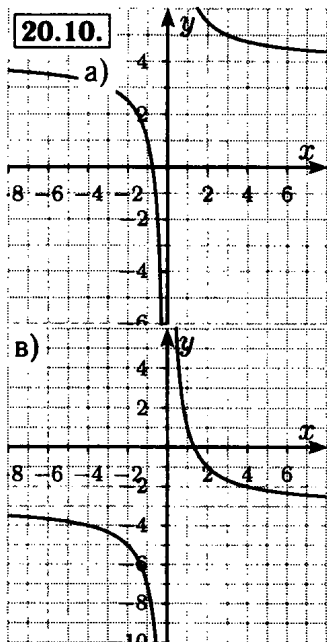


20.8.



20.9.





20.11. а) $y = 2x^2 + 1$; б) $y = 3 - \frac{1}{2}x^2$; в) $y = -2x^2 - 2$;
г) $y = x^2 - 7$.

20.12. а) $y = \frac{1}{x} + 2$; б) $y = -\frac{2}{x} - 3$; в) $y = \frac{3}{x} + 1$;
г) $y = -\frac{1}{x} - 3$.

20.13. а) $y = \sqrt{x} + 2$; б) $y = -\sqrt{x} - 2$; в) $y = \sqrt{x} - 1$;
г) $y = 3 - \sqrt{x}$.

20.14. а) $y = |x| - 4$; б) $y = 3 - |x|$; в) $y = |x| + 2$;
г) $y = -1 - |x|$.

20.15. а) $y_{\min} = -5$ при $x = 0$, $y_{\max} = -3$ при $x = \pm 1$;
б) $y_{\min} = -5$ при $x = 0$, y_{\max} — не существует; в) $y_{\min} = -5$ при $x = 0$, $y_{\max} = 3$ при $x = -2$; г) $y_{\min} = -5$ при $x = 0$, y_{\max} — не существует.

20.16. а) $y_{\min} = -1$ при $x = 2$, $y_{\max} = 0$ при $x = 1$; б) $y_{\min} = -4$ при $x = -1$, y_{\max} — не существует;
в) $y_{\min} = -6$ при $x = -2$, $y_{\max} = -2$ при $x = -3$;
г) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = -1$ при $x = 2$.

20.17. а) $y_{\min} = -1$ при $x = \pm 1$, $y_{\max} = 4$ при $x = 0$;
б) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 4$ при $x = 0$; в) y_{\min} —

не существует, $y_{\max} = 4$ при $x = 0$; г) $y_{\min} = 1$ при $x = -1$, $y_{\max} = 4$ при $x = 0$.

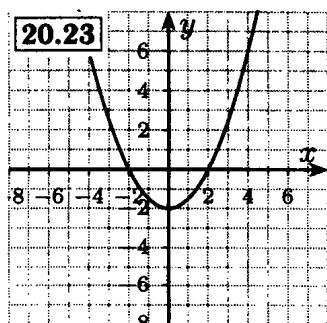
20.18. а) $y_{\min} = 0$ при $x = -1$, $y_{\max} = \frac{2}{3}$ при $x = 3$;
 б) $y_{\min} = 0$ при $x = 1$, y_{\max} — не существует; в) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 2$ при $x = -1$; г) $y_{\min} = \frac{5}{4}$ при $x = -4$, $y_{\max} = \frac{3}{2}$ при $x = -2$.

20.19. а) $y_{\min} = -1$ при $x = 1$, $y_{\max} = 0$ при $x = 4$;
 б) $y_{\min} = 0$ при $x = 4$, y_{\max} — не существует; в) $y_{\min} = 0$ при $x = 4$, $y_{\max} = 1$ при $x = 9$; г) $y_{\min} = -1$ при $x = 1$, y_{\max} — не существует.

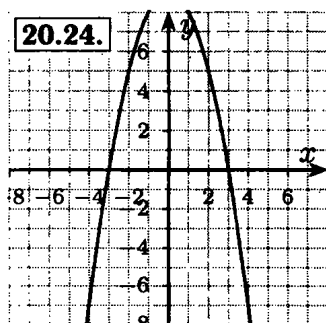
20.20. а) $y_{\min} = 0$ при $x = 1$, $y_{\max} = 1$ при $x = = 0$; б) $y_{\min} = -2$ при $x = 9$, y_{\max} — не существует;
 в) $y_{\min} = -2$ при $x = 9$, $y_{\max} = 0$ при $x = 1$; г) $y_{\min} = -$ не существует, $y_{\max} = -1$ при $x = 4$.

20.21. а) $y_{\min} = -2$ при $x = 2$, $y_{\max} = 2$ при $x = = 6$; б) $y_{\min} = -3$ при $x = -1$, y_{\max} — не существует;
 в) $y_{\min} = -4$ при $x = 0$, y_{\max} — не существует; г) $y_{\min} = = -4$ при $x = 0$, $y_{\max} = 1$ при $x = 5$.

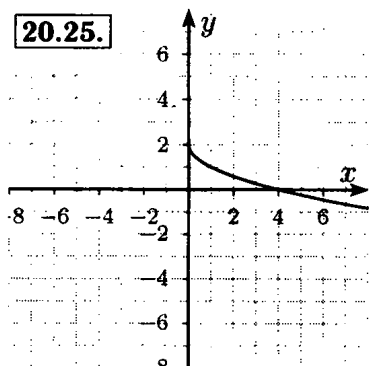
20.22. а) $y_{\min} = 0$ при $x = -2$, $y_{\max} = 2$ при $x = 0$;
 б) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 2$ при $x = 0$; в) $y_{\min} = 0$ при $x = 2$, $y_{\max} = 2$ при $x = 0$; г) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 2$ при $x = 0$.



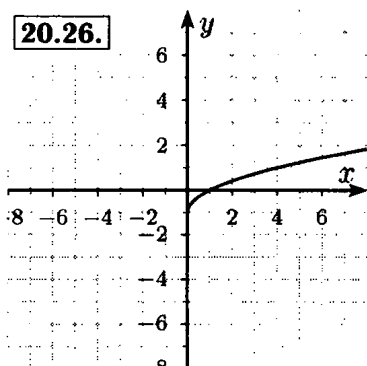
а) $y = -1,5$, $y = -2$, $y = 0$;
 б) $x = \pm 2$, $x = 0$, $x = \pm 4$;
 в) $y_{\min} = -2$; г) $y < 0$ при $x \in (-2; 2)$, $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.



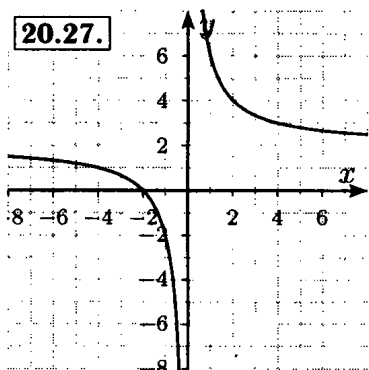
а) $y = 0$, $y = 9$, $y = 8$;
 б) $x = 0$, $x = \pm 2$, $x = \pm 3$;
 в) $y_{\max} = 9$; г) $y > 0$ при $x \in (-3; 3)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

20.25.

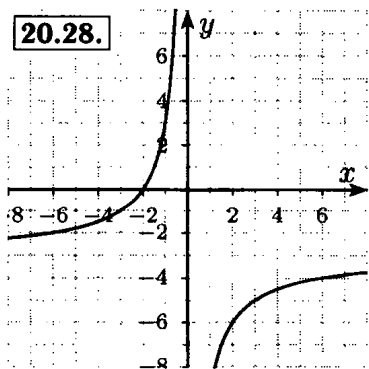
- а) $y = 2$, $y = 1$, $y = -1$;
 б) $x = 1$, $x = 4$, $x = 16$;
 в) $x \in (-\infty; 2]$; г) $y > 0$ при $x \in [0; 4)$; $y < 0$ при $x > 4$.

20.26.

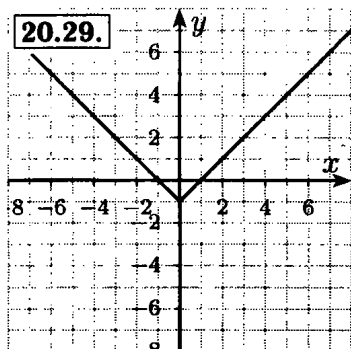
- а) $y = -1$, $y = 0$, $y = 3$;
 б) $x = 0$, $x = 1$, $x = 4$;
 в) $x \in [-1; +\infty)$; г) $y < 0$ при $x \in [0; 1)$, $y > 0$ при $x > 1$.

20.27.

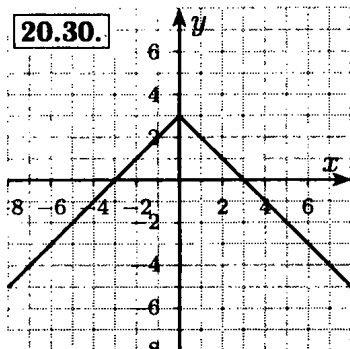
- а) $y = 1$, $y = 0$, $y = 6$;
 б) $x = -4$, $x = -2$, $x = -1$;
 в) $y < 0$ при $x \in (-2; 0)$,
 $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$; г) $y = 2$; $x = 0$.

20.28.

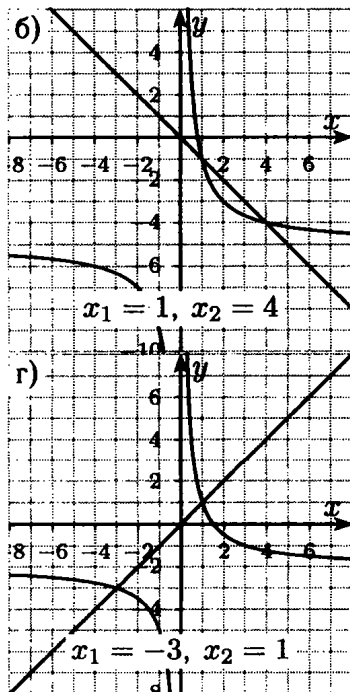
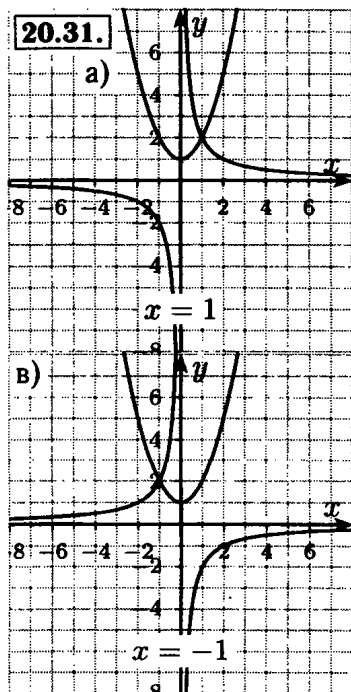
- а) $y = -1$, $y = -6$, $y = -4$;
 б) $x = -2$, $x = -3$, $x = -1$;
 в) $y > 0$ при $x \in (-2; 0)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ г) $x = 0$; $y = -3$.



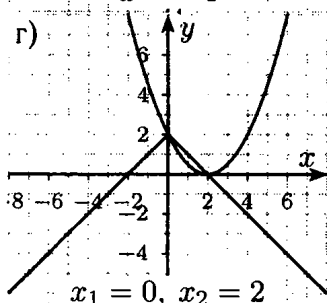
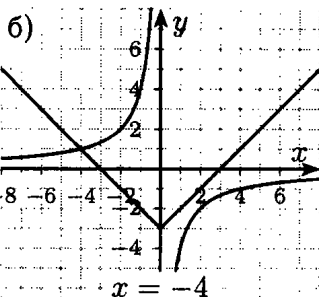
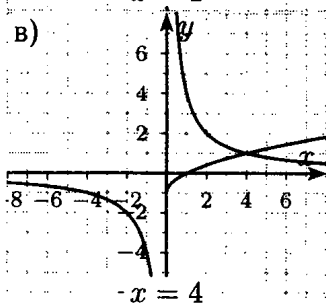
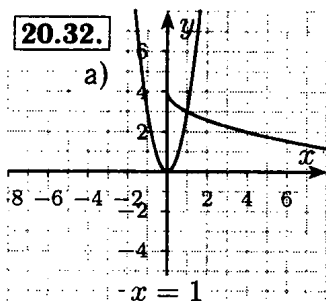
- а) $y = -1$, $y = 1$, $y = 2$;
 б) $x = \pm 4$, $x = \pm 1$,
 при $y = -2$ функция не
 определена; в) $y < 0$ при
 $x \in (-1; 1)$; $y > 0$ при
 $x \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$;
 г) $y_{\min} = -1$.



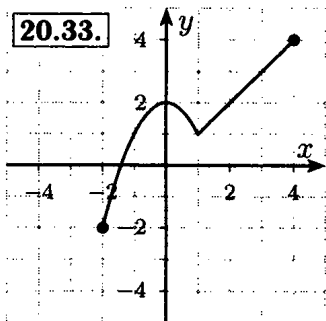
- а) $y = -1$, $y = 3$, $y = 2$;
 б) $x = 0$, $x = \pm 3$, $x = \pm 5$;
 в) $y > 0$ при $x \in (-3; 3)$;
 $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$;
 г) y_{\max} —
 не существует.



20.32.

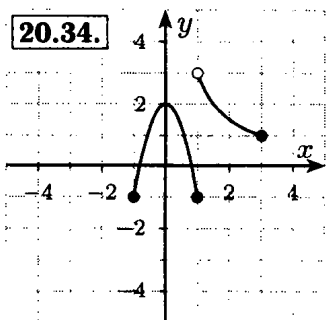


20.33.

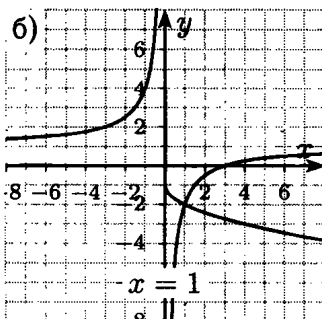
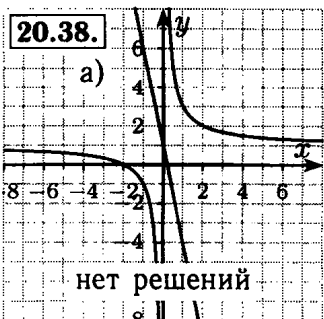
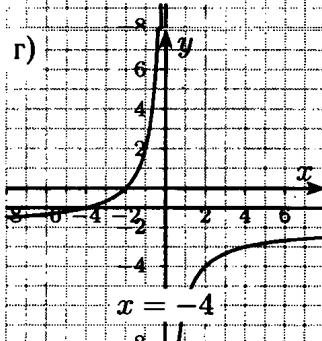
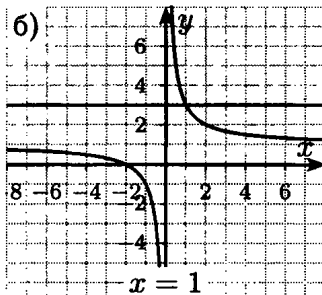
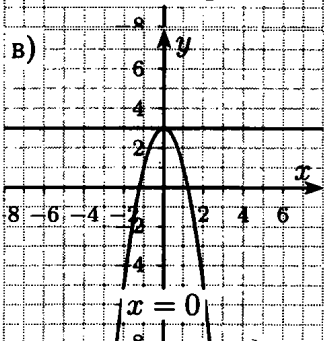
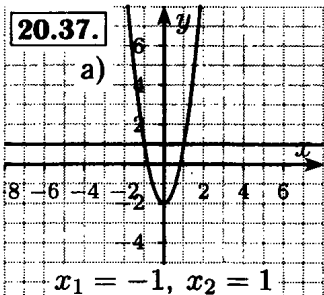
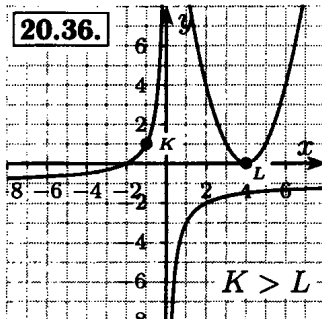
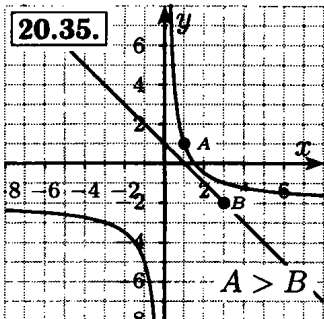


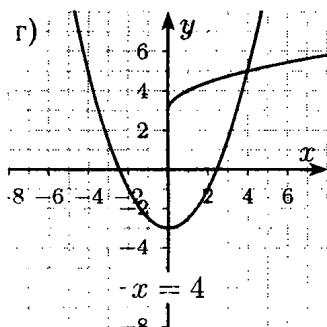
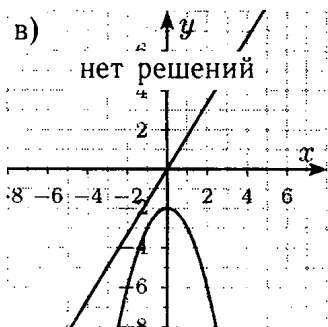
$f(-1.5) = -(-\frac{3}{2})^2 + 2 = -\frac{1}{4}$,
 $f(1) = -(1)^2 + 2 = 1$, $f(4) = 4$; в) $x = 0$ и $x = 2$; $x = \pm 1$;
 $x = -2$.

20.34.

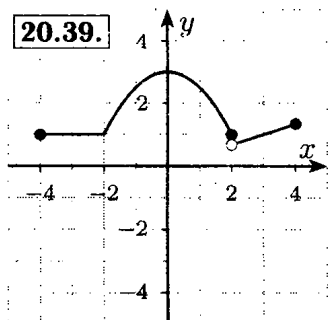


а) $f(-1) = -1$, $f(\frac{1}{3}) = \frac{12}{3}$,
 $f(3) = 1$; в) $D(y) = [-1; 3]$;
 $y = 0$ при $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$, $y > 0$
при $x \in (-\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{2}{3}}) \cup (1; 3)$;
 $y < 0$ при $x \in [-1; -\sqrt{\frac{2}{3}}) \cup$
 $(-\sqrt{\frac{2}{3}}; 1]$; разрыв при $x = 1$;
функция ограничена сверху и
снизу; $y_{\min} = -1$ при $x = \pm 1$,
 y_{\max} нет.



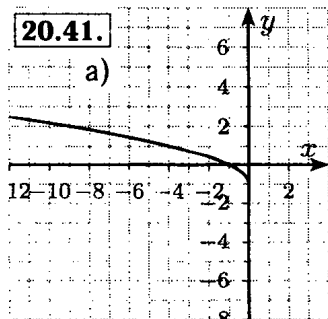


20.39.

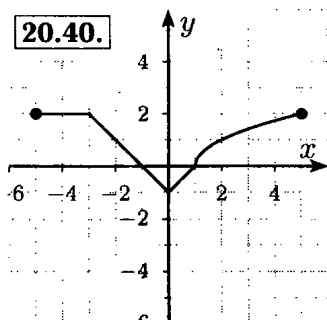


а) $f(-2) = 1$, $f(0) = -0.5 \cdot 0^2 + 3 = 3$, $f(4) = \frac{4}{3}$; в) $D(y) = [-4; 4]$; $y \neq 0$ $y > 0$ при $x \in [-4; 4]$; разрыв функции при $x = 2$; функция ограничена сверху и снизу; y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 3$ при $x = 0$.

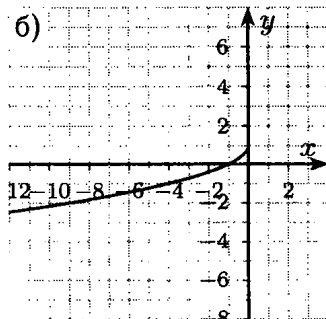
20.41.



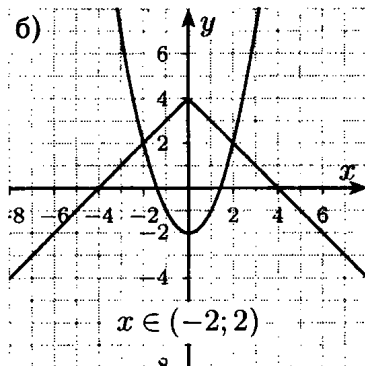
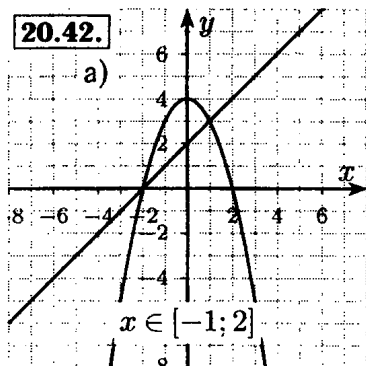
20.40.



а) $f(-5) = 2$, $f(1) = 0$, $f\left(\frac{\pi^2}{4} + 1\right) = \frac{\pi}{2}$; б) $D(f) = [-5; 5]$, $E(f) = [-1; 2]$.

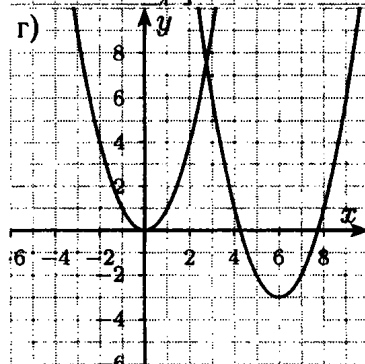
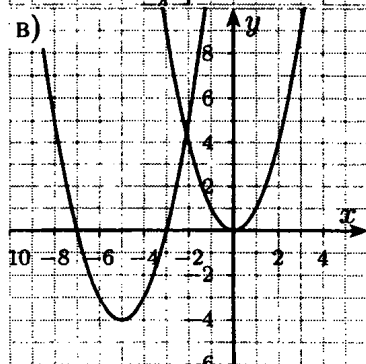
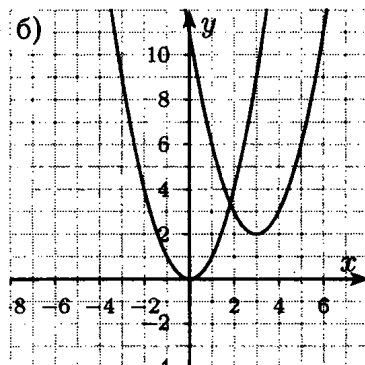
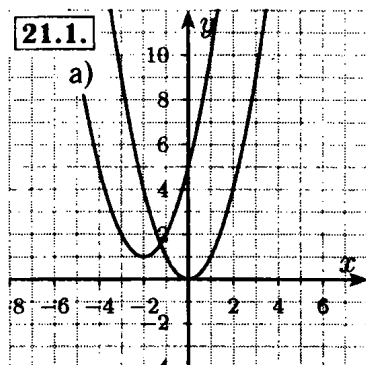


20.42.



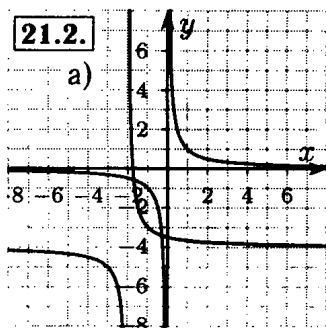
§21. Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$

21.1.

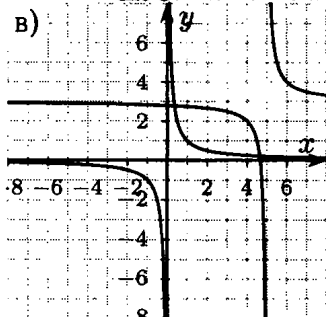


21.2.

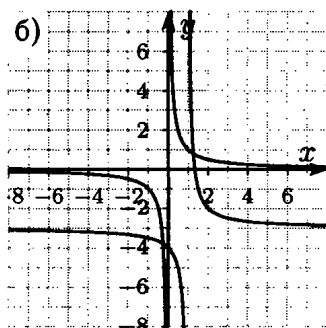
a)



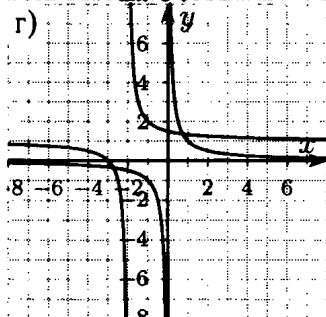
b)



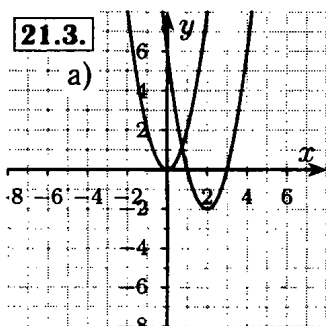
б)



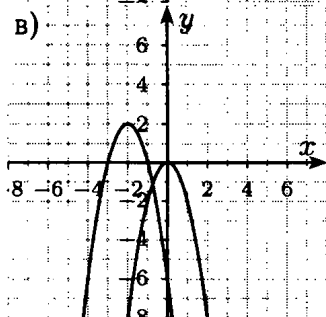
в)

**21.3.**

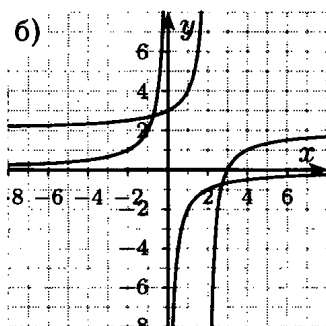
a)



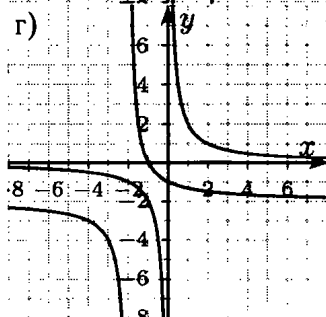
б)



б)

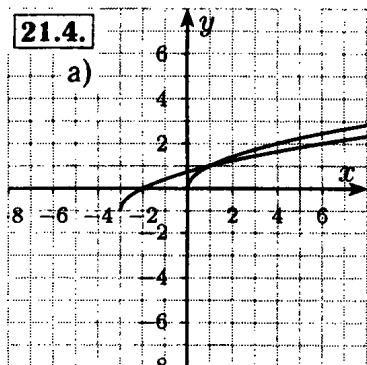


в)

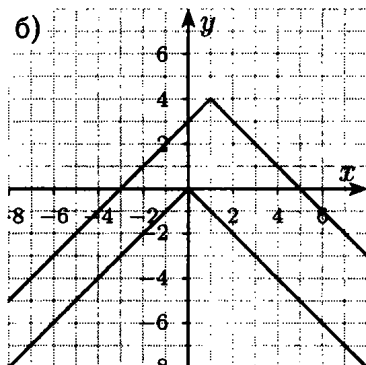


21.4.

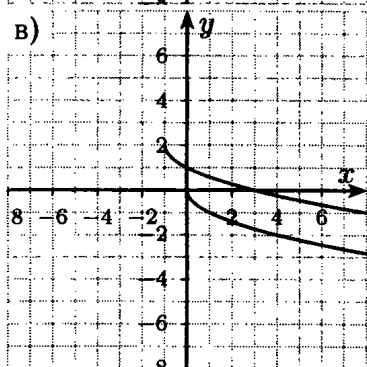
a)



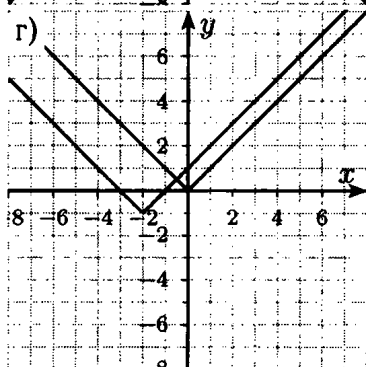
б)



в)



г)

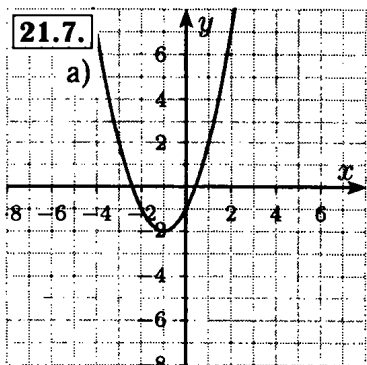


21.5. а) $y = 2,5 \cdot (x + 3)^2 - 4$; б) $y = -\frac{4}{x-2} + 1$; в) $y = \sqrt{x+1} + 2$; г) $y = |x-3| - 1$.

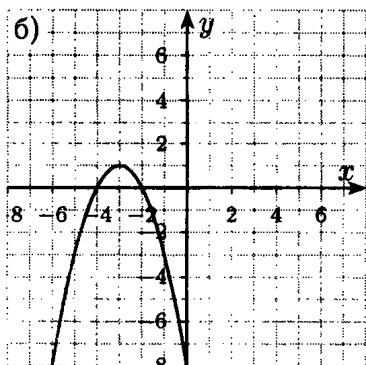
21.6. а) $y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$; б) $y = \frac{3}{x-1} - 2$; в) $y = -\sqrt{x+4} - 2$; г) $y = -|x-6| + 3$.

21.7.

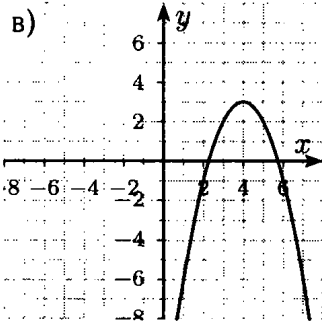
а)



б)

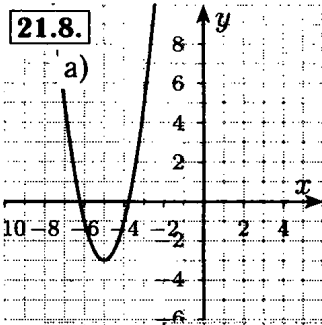


В)

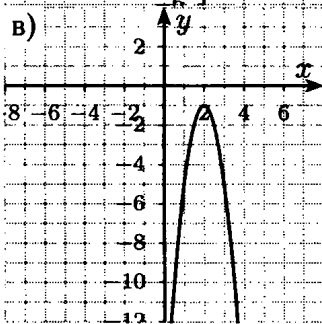


21.8.

а)

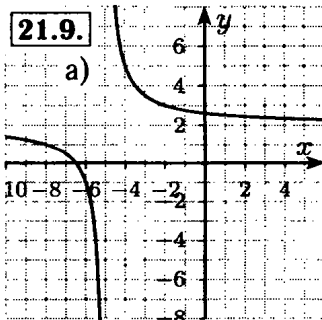


В)

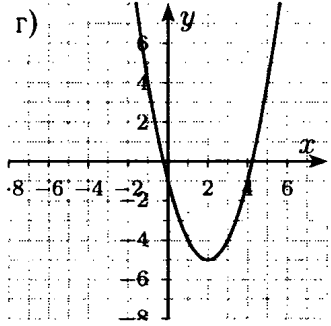


21.9.

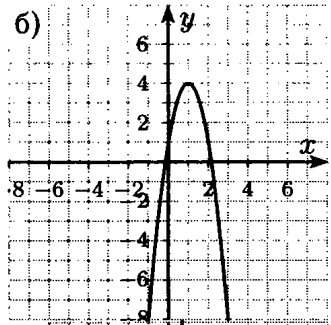
а)



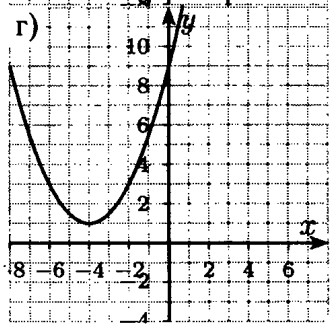
Г)



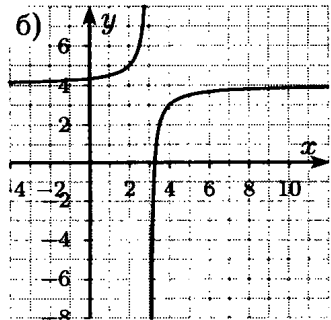
б)

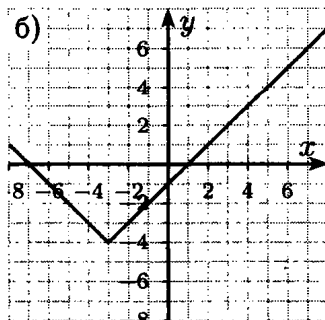
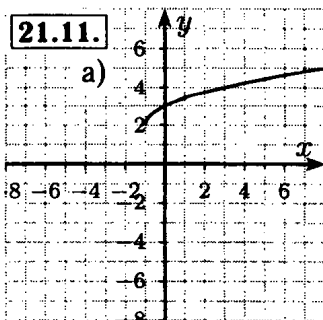
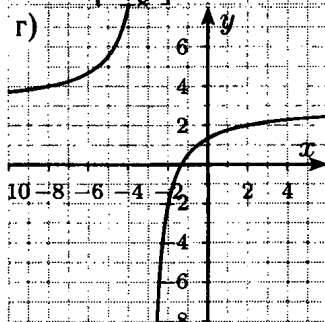
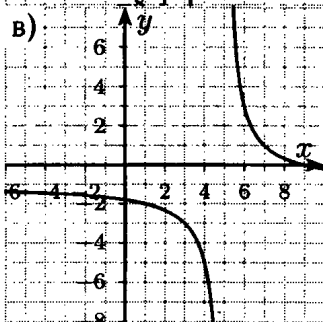
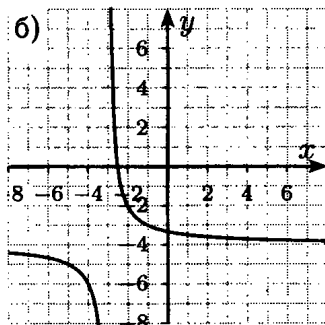
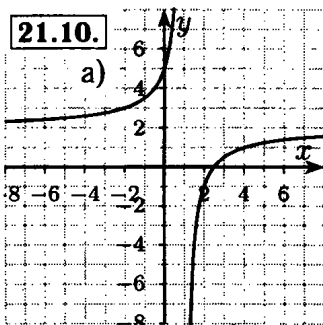
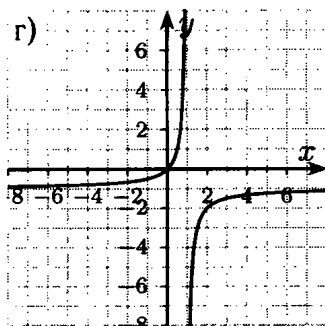
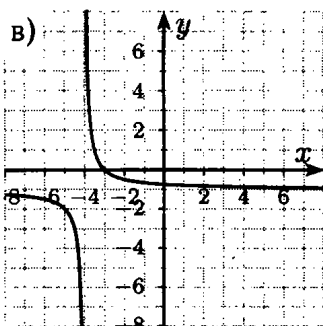


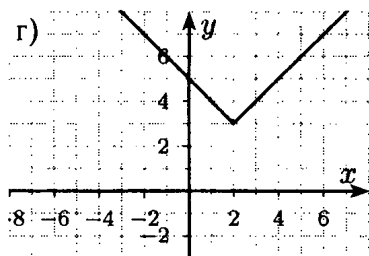
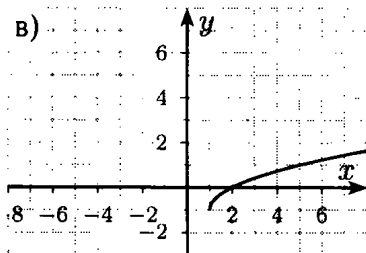
Г)



б)







21.12. а) $y = -2 \cdot (x + 2)^2 + 2$; б) $y = (x - 3)^2 - 5$;
 в) $y = -3 \cdot (x - 4)^2 + 9$; г) $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$.

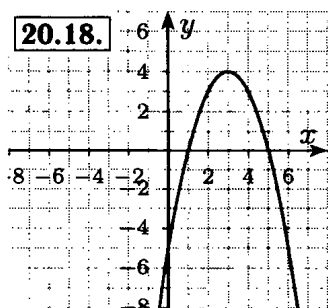
21.13. а) $y = \frac{1}{x-1} + 2$; б) $y = \frac{3}{x+3} + 2$; в) $y = -\frac{1}{x-4} - 3$;
 г) $y = \frac{2}{x+2} - 1$.

21.14. а) $y = \sqrt{x+1} - 1$; б) $y = 4 - |x - 2|$; в) $y = -\sqrt{x-1} + 2$; г) $y = |x + 3| + 1$.

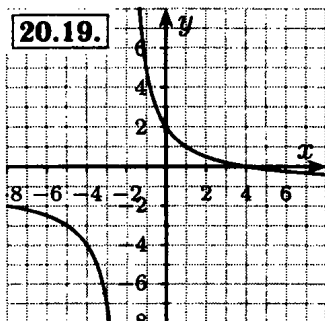
21.15. а) $y_{\min} = 3$ при $x = 1$, $y_{\max} = 5$ при $x = 0$;
 б) $y_{\min} = 3$ при $x = 1$, y_{\max} — не существует; в) $y_{\min} = 3$ при $x = 1$, $y_{\max} = 5$ при $x = 2$; г) $y_{\min} = 5$ при $x = 0$, y_{\max} — не существует.

21.16. а) $y_{\min} = -2$ при $x = 2$, $y_{\max} = 0$ при $x = 0$;
 б) $y_{\min} = -3$ при $x = +\infty$, $y_{\max} = 0$ при $x = 0$; в) $y_{\min} = \frac{5}{2}$ при $x = 5$, $y_{\max} = -2$ при $x = 2$; г) $y_{\min} = -6$ при $x = -2$, $y_{\max} = -3$ при $x = -\infty$.

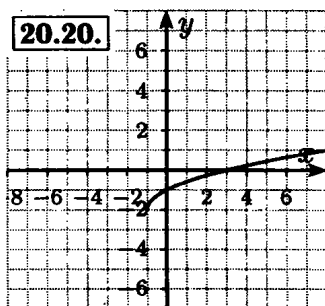
21.17. а) $y_{\min} = -3$ при $x = -2$, $y_{\max} = -1$ при $x = 2$;
 б) y_{\min} — не существует, y_{\max} — не существует;
 в) $y_{\min} = 2$ при $x = 23$, y_{\max} — не существует; г) $y_{\min} = \sqrt{5} - 3$ при $x = 3$, y_{\max} — не существует;



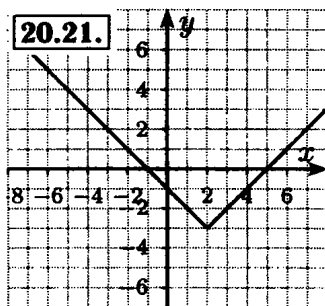
а) $y = 0$ при $x = 1$ и $x = 5$, $y > 0$ при $x \in (1; 5)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$; б) $y \in [3; +\infty]$ — функция убывает, $y \in (-\infty; 3]$ — функция возрастает; в) $y_{\max} = 4$; г) $x = 3$.



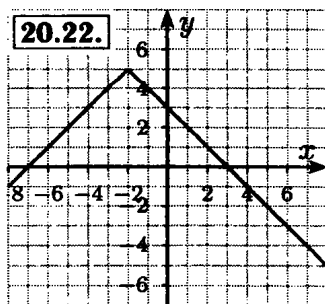
- а) $y = 0$ при $x = 4$, $y > 0$ при $x \in (-2; 4)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$;
 б) $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$;
 в) $x = -2$; г) $x = -2$; $y = -1$.



- а) $[-1; +\infty)$; б) $[-2; +\infty)$;
 в) $(0; -1)$ или $(3; 0)$; г) $y > 0$ при $x > 3$, $y < 0$ при $x \in [-1; 3)$.

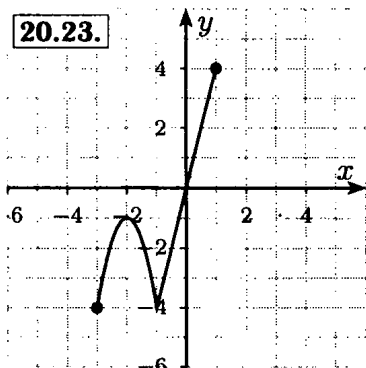


- а) $y_{\max} = -3$; б) функция убывает на $(-\infty; 2]$, функция возрастает на $[2; +\infty)$;
 в) $y = 0$ при $x = -1$ или $x = 5$, $y > 0$ при $x \in (-\infty; -7) \cup (5; +\infty)$, $y < 0$ при $x \in (-1; 5)$; г) $E(y) = [-3; +\infty)$.



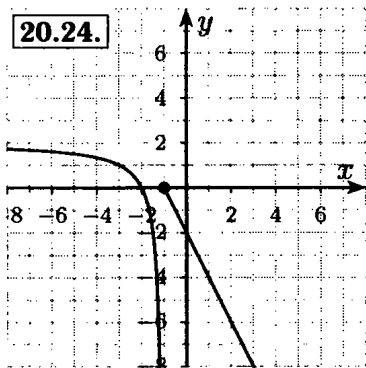
- а) $y_{\max} = 5$; б) функция убывает на $[-2; +\infty)$, функция возрастает на $(-\infty; -2]$; в) $y = 0$ при $x = -7$ и $x = 3$, $y > 0$ при $x \in (-7; 3)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; -7) \cup (3; +\infty)$; г) $E(y) = (-\infty; 5]$.

20.23.



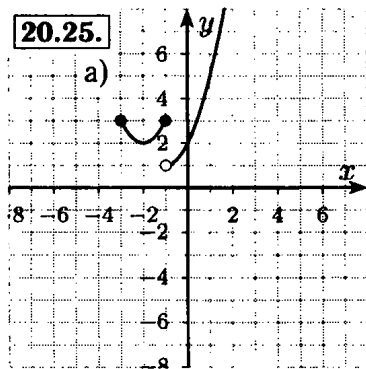
а) $p \in (-1; 4]$; б) $p = -4$
и $p = -1$; в) $p \in (-4, -1)$;
г) $p < -4$.

20.24.



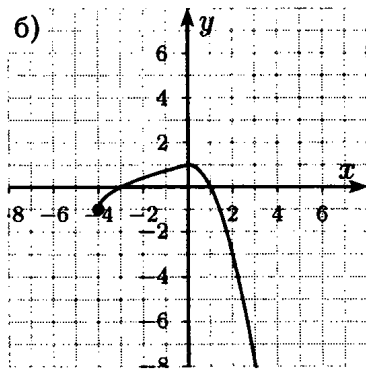
а) $f(-2) = 0, f(-1) = 0,$
 $f(0,25) = -2,5$; в) $x = -3$;
 $x = -2, x = -1; x = -\frac{3}{2},$
 $x = 0$.

20.25.

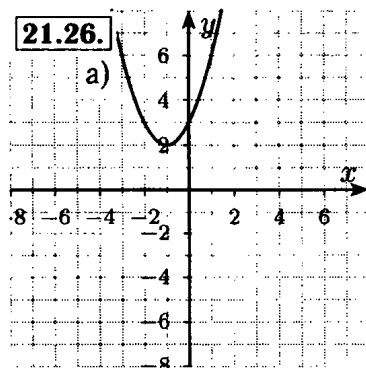


а)

б)

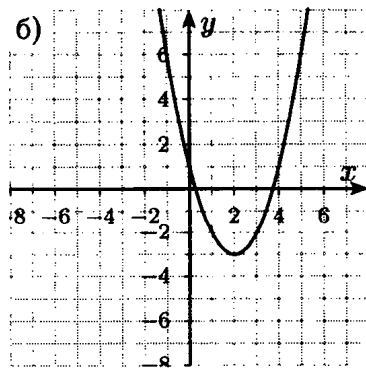


21.26.



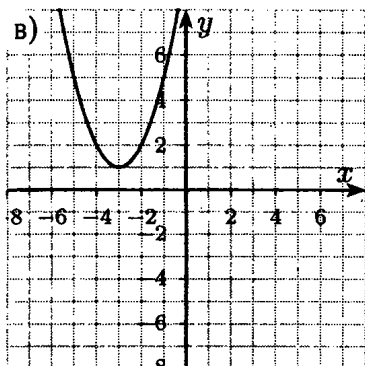
а)

б)

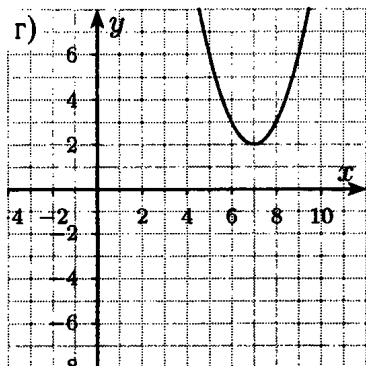


$$y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$$

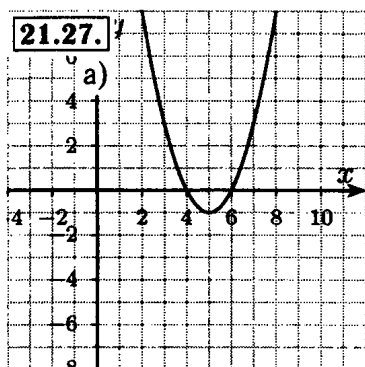
$$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$$



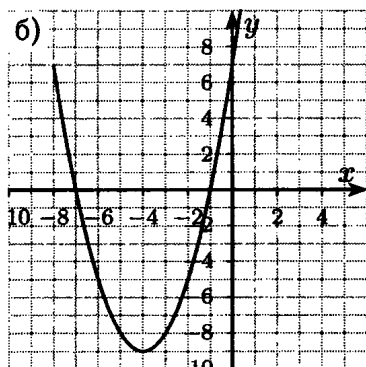
$$y = x^2 + 6x + 10 = (x + 3)^2 + 1$$



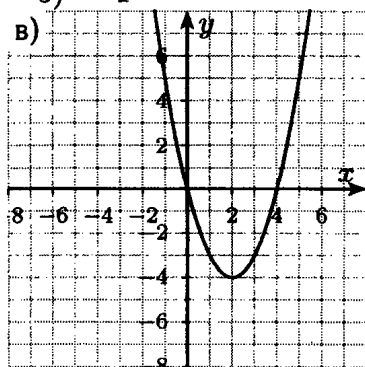
$$y = x^2 - 14x + 51 = (x - 7)^2 + 2$$



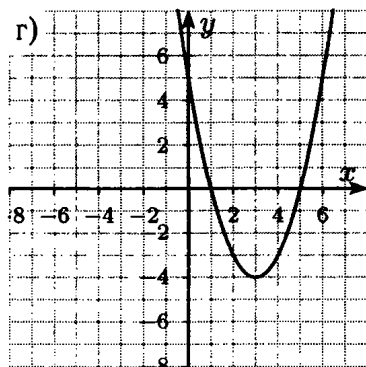
$$y = x^2 - 10x + 24 = (x - 5)^2 - 1$$



$$y = x^2 + 8x + 7 = (x + 4)^2 - 9$$



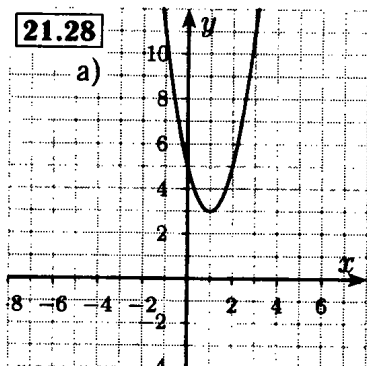
$$y = x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$$



$$y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4$$

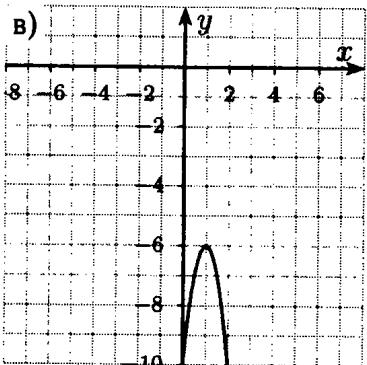
21.28

a)



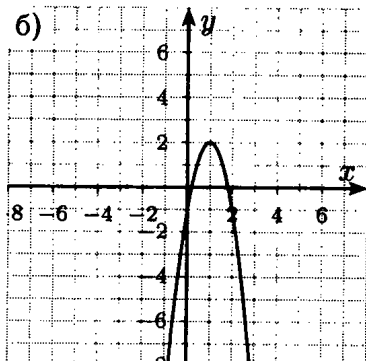
$$y = 2x^2 - 4x + 5 = 2 \cdot (x - 1)^2 + 3$$

b)



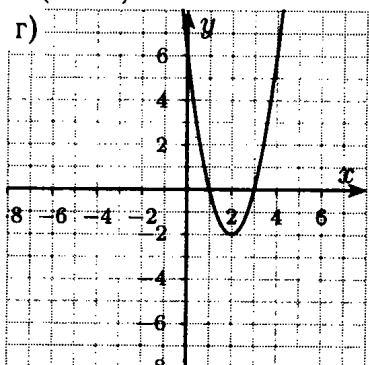
$$y = -4x^2 + 8x - 10 = -4 \times (x - 1)^2 - 6$$

б)

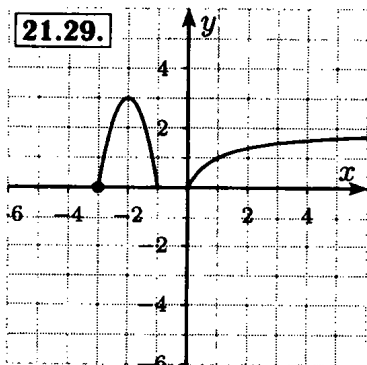


$$y = -3x^2 + 6x - 1 = -3 \times (x - 1)^2 + 2$$

г)



$$2x^2 - 8x + 6 = 2 \cdot (x - 2)^2 - 2$$

21.29.

§22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график

22.1. а) и в) — квадратичные функции.

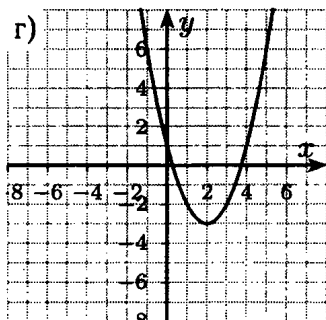
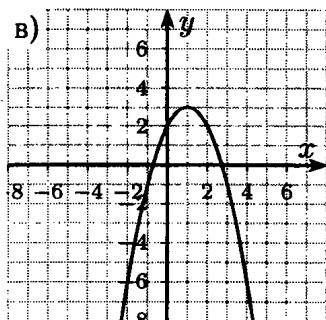
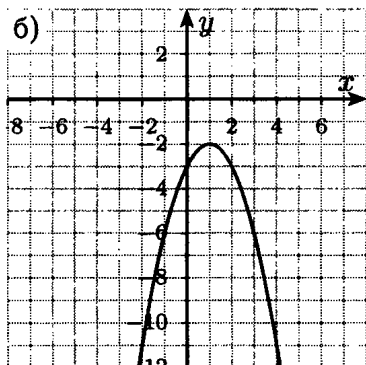
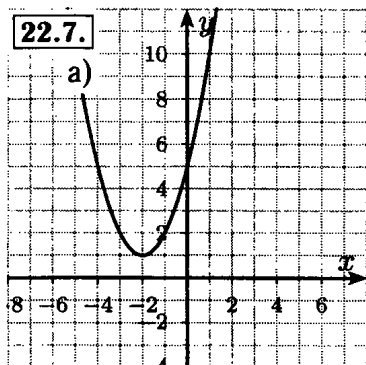
22.2. а) $a = 7$; $b = -3$; $c = -2$; б) $a = \frac{1}{2}$; $b = 0$; $c = 1$;
в) $a = 8$; $b = -2$; $c = 0$; г) $a = -\frac{3}{10}$; $b = \frac{2}{5}$; $c = \frac{1}{7}$.

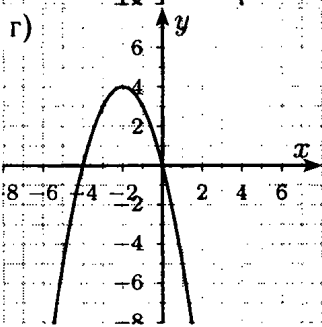
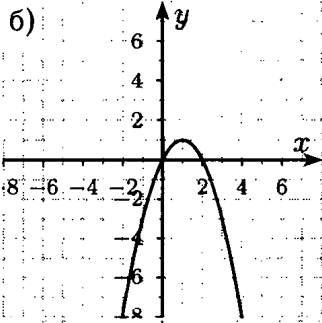
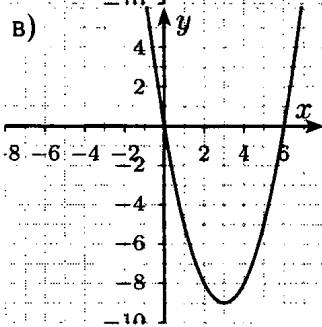
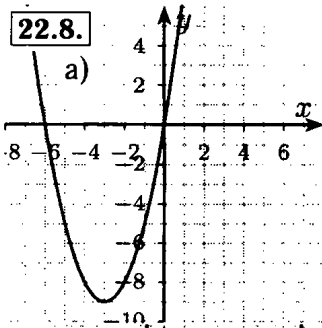
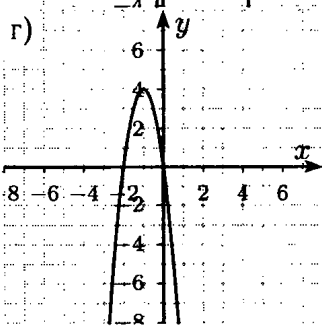
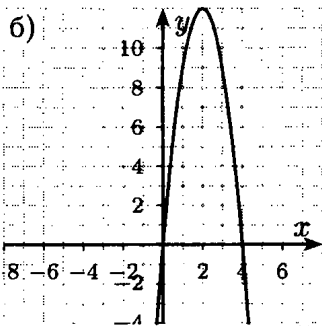
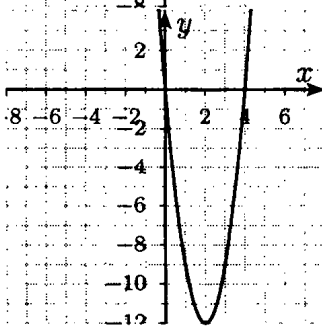
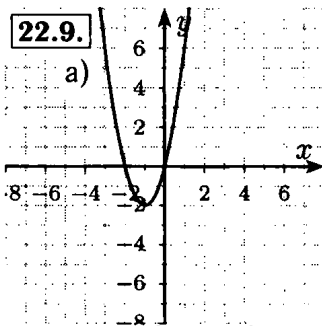
22.3. а) $2x^2 - x + 4$; б) $-x^2 + 7x$; в) $9x^2 - 3x - 1$; г) $x^2 + 5$.

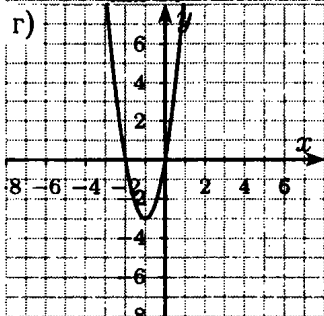
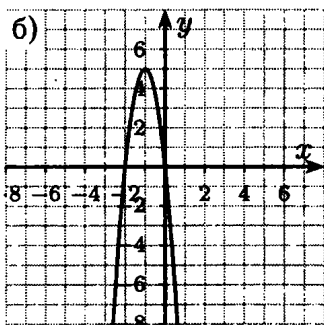
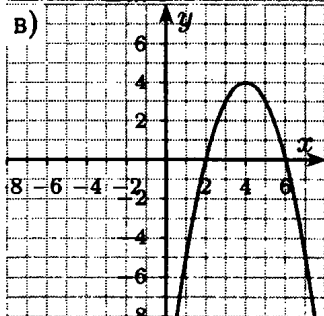
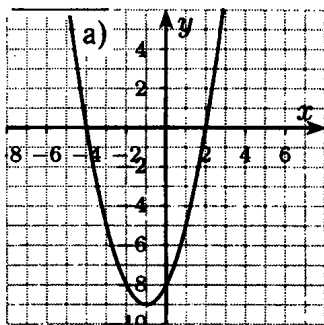
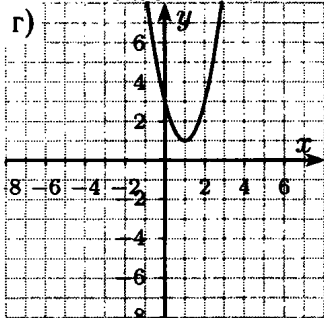
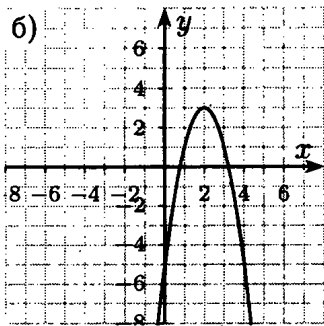
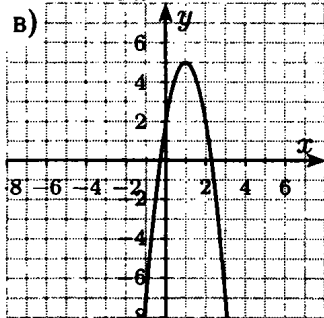
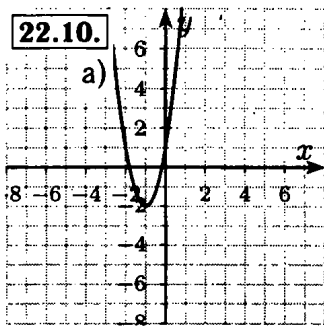
22.4. а) вверх; б) вниз; в) вниз; г) вверх.

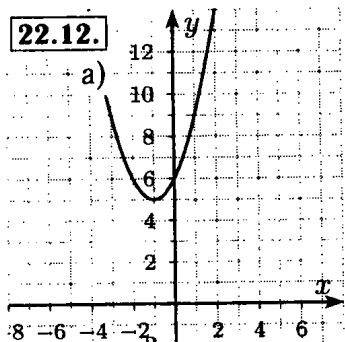
22.5. а) $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4}$; б) $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{-5}$; в) $y = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{7}$; г) $y = -\frac{b}{2a} = 1$.

22.6. а) $x = -\frac{b}{2a} = -1$, $y(-1) = -5$; б) $x = -\frac{b}{2a} = -1$,
 $y(-1) = 5$; в) $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$, $y(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4}$; г) $x = -\frac{b}{2a} = 1$,
 $y(1) = -1$.

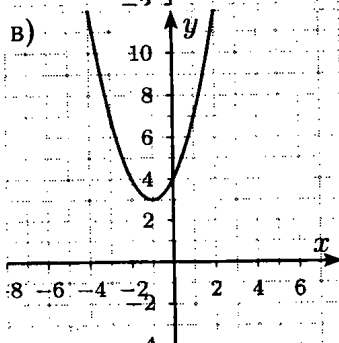


22.8.**22.9.**

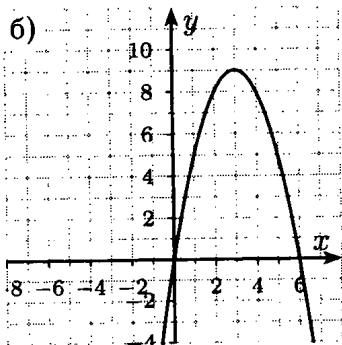
22.10.

22.12.

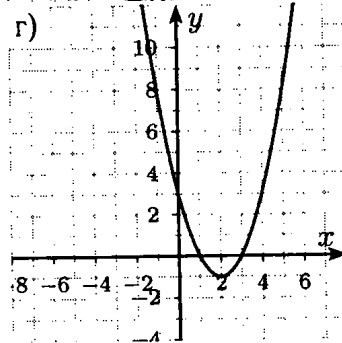
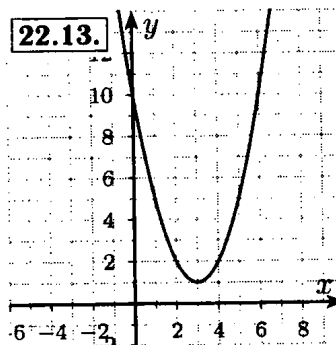
B)



б)

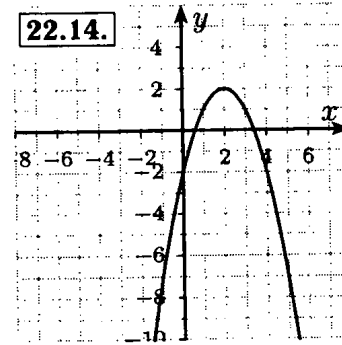


г)

**22.13.**

$$y = x^2 - 6x + c; y_{\min} = 1;$$

$$y_{\min} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(3) = c - 9 \Rightarrow c = 10.$$

22.14.

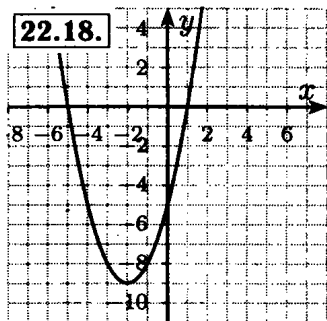
$$y = -x^2 + 4x + c; y_{\max} = 2;$$

$$y_{\max} = y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y(2) = c + 4 \Rightarrow c = -2.$$

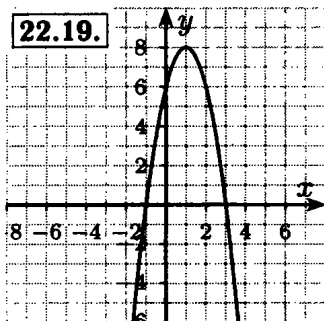
22.15. а) $y_{\min} = -3$ при $x = -1$, $y_{\max} = -1$ при $x = 0$; б) $y_{\min} = -3$ при $x = -1$, y_{\max} — не существует; в) $y_{\min} = -1$ при $x = 0$, $y_{\max} = 69$ при $x = 5$; г) $y_{\min} = 5$ при $x = -3$, y_{\max} — не существует.

22.16. а) $y_{\min} = 3$ при $x = 0$ и $x = 2$, $y_{\max} = 4$ при $x = 1$; б) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 4$ при $x = 1$; в) $y_{\min} = 3$ при $x = 2$, $y_{\max} = 4$ при $x = 1$; г) y_{\min} — не существует, $y_{\max} = 3$ при $x = 2$.

22.17. а) $y_{\min} = -11$ при $x = 2$, $y_{\max} = 1$ при $x = 4$; б) $y_{\min} = -11$ при $x = 2$, $y_{\max} = 1$ при $x = 4$; в) $y_{\min} = -11$ при $x = 2$, $y_{\max} = 1$ при $x = 0$; г) $y_{\min} = -11$ при $x = 2$, $y_{\max} = 1$ при $x = 0$.



а) $y = -8$, $y = -5$, $y = 0$;
 б) $x = -3$ или $x = -1$,
 $x = -4$ или $x = 0$, $x = -5$
 или $x = 1$; в) $y_{\min} = -9$
 при $x = -2$; г) функция
 убывает $(-\infty; -2]$, функ-
 ция возрастает $[-2; +\infty)$
 д) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -$
 $-5) \cup (1; +\infty)$, $y < 0$ при
 $x \in (-5; 1)$.

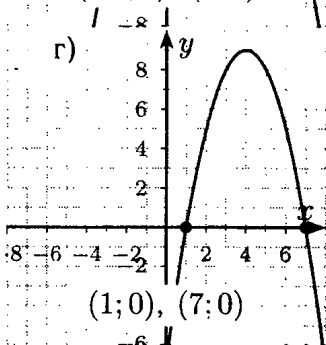
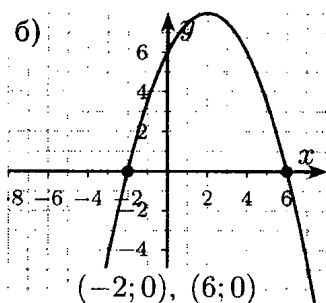
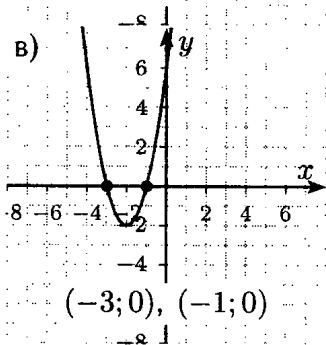
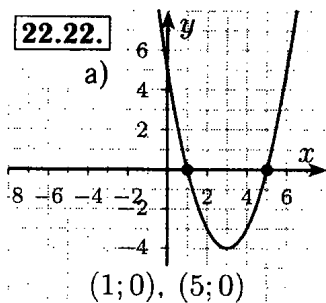


а) $y = -10$, $y = 6$, $y = 0$;
 б) $x = 4$ или $x = -2$,
 $x = 0$ или $x = 2$, $x = -1$
 или $x = 3$; в) $y_{\max} = 8$ при
 $x = 1$; г) функция убывает
 $[8; +\infty)$, функция возрас-
 тает $(-\infty; 8]$; д) $y > 0$
 при $x \in (-1; 3)$, $y < 0$ при
 $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

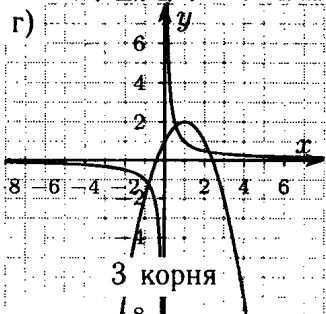
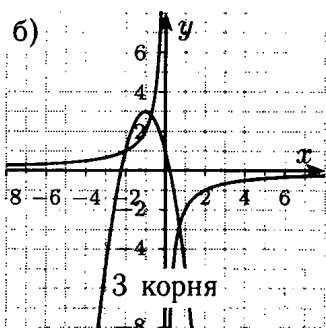
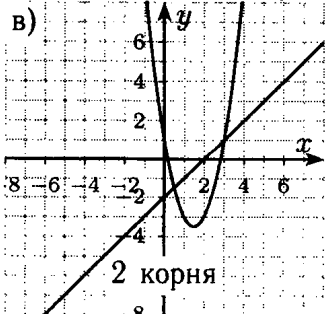
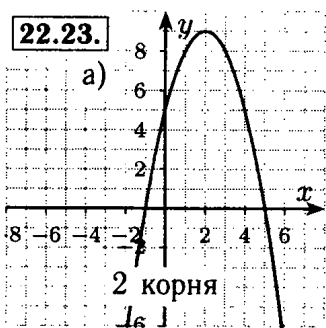
22.20. а) функция возрастает при $x \geq 2$ и убывает при $x \leq 2$; б) функция возрастает при $x \geq 0$ и убывает при $x \leq 0$; в) функция возрастает при $x \leq -1$ и убывает при $x \geq 1$; г) функция возрастает при $x \leq 0$ и убывает при $x \geq 0$.

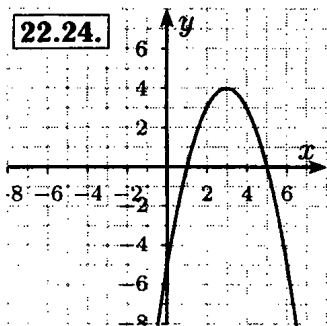
22.20. а) функция возрастает при $x \geq -3$ и убывает при $x \leq -3$; б) функция возрастает при $x \leq 1,5$ и убывает при $x \geq 1,5$; в) функция возрастает при $x \leq 1$ и убывает при $x \geq 1$; г) функция возрастает при $x \geq -2$ и убывает при $x \leq -2$.

22.22.

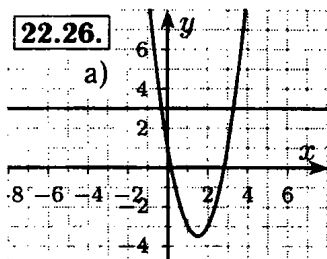


22.23.

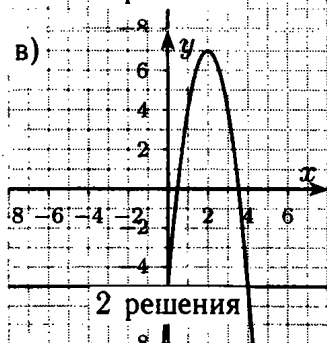


22.24.

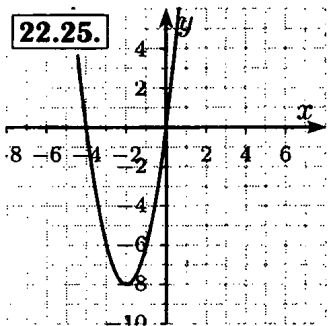
- а) $1 < x < 5$; б) $x \leq 2$,
 $x \geq 4$; в) $x \leq 1$, $x \geq 5$;
 г) $0 < x < 6$.

22.26.

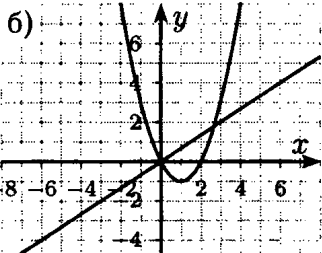
2 решения



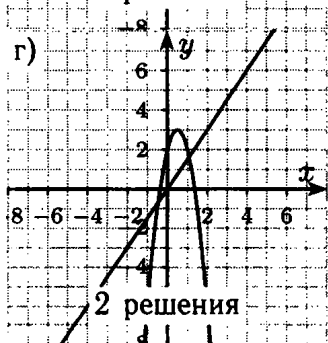
2 решения

22.25.

- а) $x \leq -3$, $x \geq -1$; б) $-4 < x < 0$;
 в) $-3 < x < -1$;
 г) $x \leq 4$, $x \geq 0$.



2 решения



2 решения

22.27. а) $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$; $f(x^5) = 2 \cdot (x^5)^2 - 5x^5 + 3 = 2x^{10} - 5x^5 + 3$; б) $f(x) = -x^2 + 2x - 4$;
 $f(-x-1) = -(-x-1)^2 + 2 \cdot (-x-1) - 4 = -x^2 - 2x - 1 - 2x - 2 - 4 = -x^2 - 4x - 7$.

22.28. а) $y = x^2 + 4x + c$; $A(0; 2)$; $y(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + c = c = 2 \Rightarrow c = 2$. б) $y(0) = c = 4 \Rightarrow c = 4$.

22.29. а) $y = ax^2 + 4x + 5$; $M(-10; 0)$; $y(-10) = 100a - 40 + 5 = 100a - 35 = 0 \Rightarrow a = \frac{35}{100} = 0,35$; б) $y = ax^2 + 4x - 8$; $N(4; 0)$; $y(4) = 16a + 16 - 8 = 16a + 8 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$.

22.30. а) $y = x^2 + bx + 4$. Ось симметрии: $x = 1$; $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1$, $b = -2$. б) $y = 2x^2 + bx - 3$. Ось симметрии: $x = -4$; $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{4} = -4b = 16$.

22.31. Если $x_1 x_2 \in (3; 12)$ и $x_1 < x_2$; то $y_1 = (x_1 - 2)^2 + 1 < (x_2 - 2)^2 + 1 = y_2$, значит функция $y = x^2 - 4x + 5$ является возрастающей на промежутке $(3; 12)$.

22.32. Если $x_1 x_2 \in (-8; -5)$ и $x_1 < x_2$, то $y_1 = (x_1 + 3)^2 - 16 > (x_2 + 3)^2 - 16 = y_2$, значит функция $y = x^2 + 6x - 7$ является убывающей на промежутке $(-8; -5)$.

22.33. а) $f(2) < f(2,0137)$; б) $f\left(\frac{65}{63}\right) < f\left(\frac{63}{65}\right)$; в) $f(1,999) > f(2)$; г) $f(49,7) > f(49,69)$.

22.34. а) $f(-2,43) < f(-3)$; б) $f(59,9) > f(-60)$; в) $f\left(-\frac{25}{7}\right) < f(-3)$; г) $f(-0,99) > f(1,1)$.

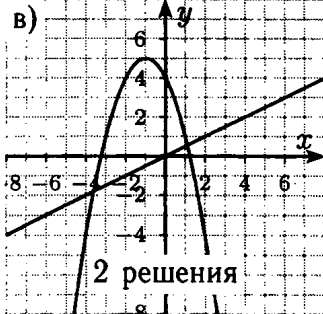
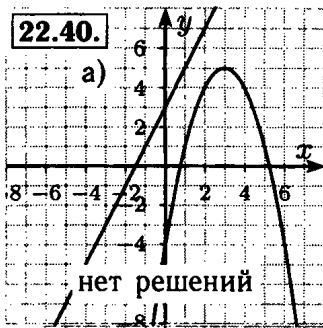
22.35. а) $f(\sqrt{2}) > f(-1)$; б) $f(-12,473) > f(-12,472)$; в) $f(-1) < f(-\sqrt{5})$; г) $f(\sqrt{2}) < f(\sqrt{3})$.

22.36. а) $f(2x) = 20x^2 + 6x - 2$; б) $f(x - 1) = 5x^2 - 10x + 5 + 3x - 3 - 2 = 5x^2 - 7x$; в) $f(x^3) = 5x^6 + 3x^3 - 2$; г) $2f(3x) = 90x^2 + 18x - 4$.

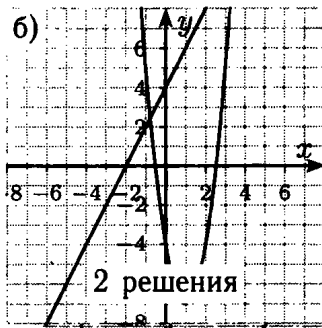
22.37. а) $f(-x) = -2x^2 - x - 4$; б) $f(x + 5) = -20x - 50 + x + 5 - 4 = -19x - 49$; в) $f(-x^2) = -2x^4 - x^2 - 4$; г) $3f(2x) = -24x^2 + 6x - 12$.

22.38. $f(x - 1) = f(x + 1) \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 + 12 = 2x^2 + 4x + 2 - 3x - 3 + 12 \Rightarrow 4x + 3 = 4x - 3 \Rightarrow 8x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$.

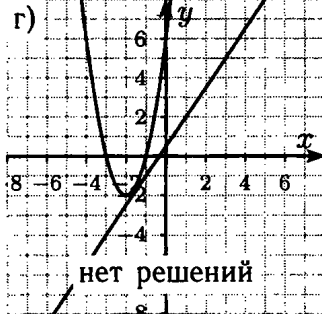
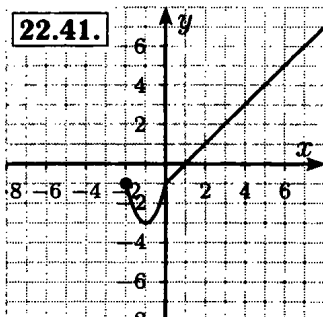
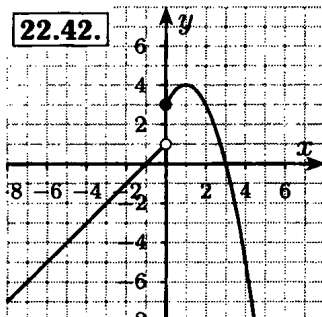
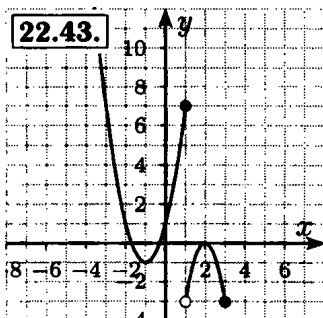
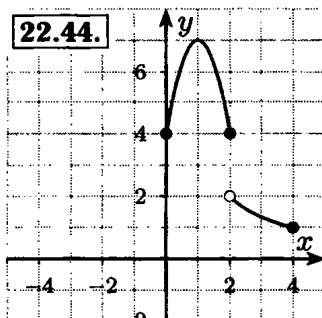
22.39. $f(2x + 3) = 4f(x - 2) \Rightarrow -4x^2 - 12x - 9 + 8x + 12 - 3 = -4x^2 + 16x - 16 + 16x - 32 - 12 \Rightarrow -4x = 32x - 60 \Rightarrow 36x = 60 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$.

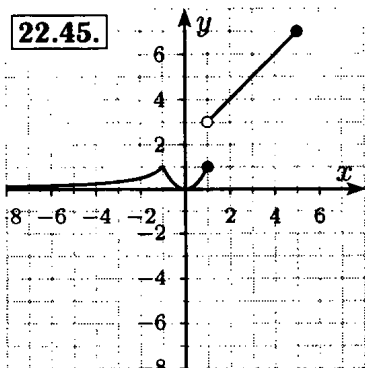
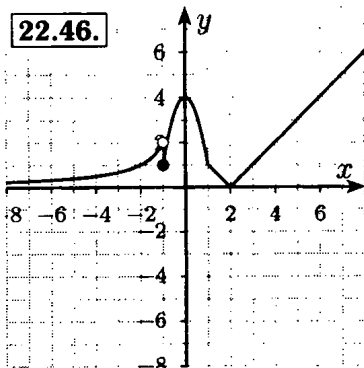
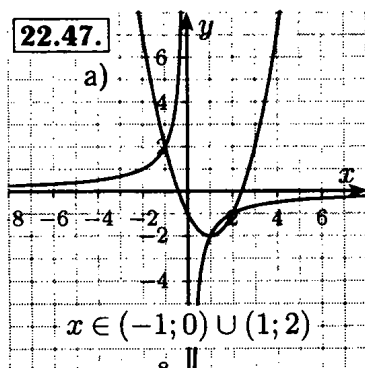
22.40.

б)

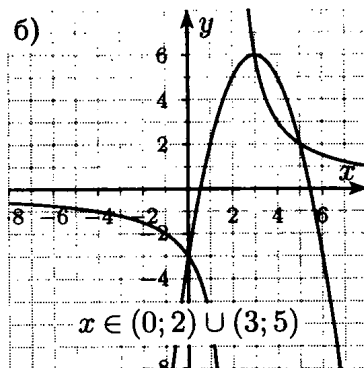


г)

**22.41.****22.42.****22.43.****22.44.**

22.45.**22.46.****22.47.**

б)



22.48. $y = ax^2 - (a+6)x + 9$, $x = 2$ — ось симметрии;
 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{a+6}{2a} = 2 \Rightarrow a = 2$.

22.49. $y = x^2 + 6x + c$, координата вершины: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} = -3$.
 $y(-3) = 9 - 18 + c = c - 9 \Rightarrow (-3)^2 + (c-9)^2 = 25 \Rightarrow 9 + c^2 - 18c + 81 = 25 \Rightarrow c^2 - 18c + 65 = 0 \Rightarrow c = 5$
 или $c = 13$.

22.50. $y = x^2 + bx + c$, $A(1; -2)$ — вершина параболы;
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow y(-1) = 1 + b + c = 1 - 2 + c = -2 \Rightarrow c = -1$.

22.51. $y = ax^2 + bx + c$, $A(1; -2)$ — вершина параболы;
 $B(0; 2)$; $y(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c = 2 \Rightarrow c = 2$; $x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$; $y(-1) = a + b + c = -2 \Rightarrow c - a = -2 \Rightarrow 2 - a = -2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -2a = -8$.

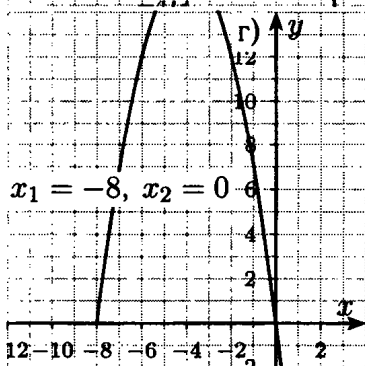
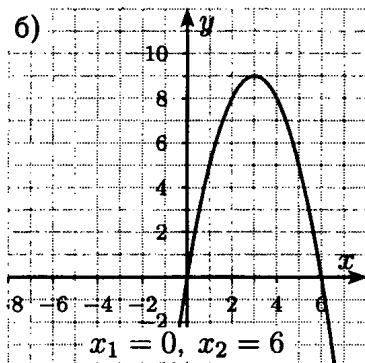
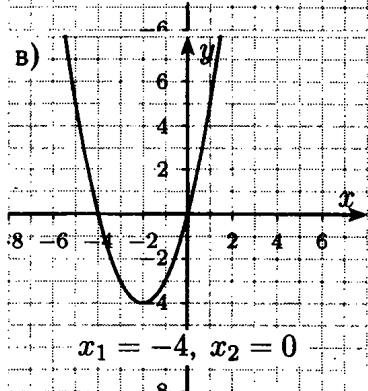
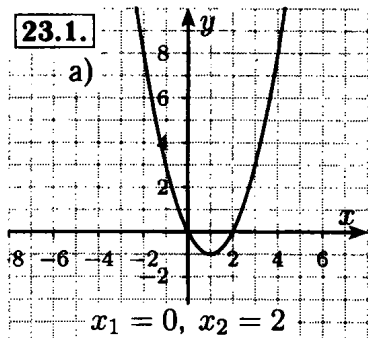
22.52. $y = x^2 + bx + c \Rightarrow y(0) = c = 8 \Rightarrow y(3) = 9 + 3b + 8 = -1 \Rightarrow b = -6$.

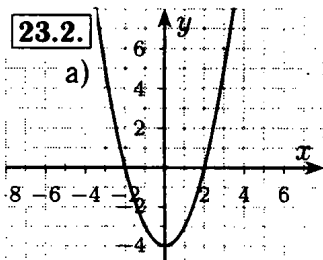
22.53. $y = x^2 + bx + c \Rightarrow y(1) = 1 + b + c = 6b + c = 5 \Rightarrow y(-1) = 1 - b + c = -2 \Rightarrow c - b = -3 \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b = 5 - c = 4.$

22.54. $y = ax^2 + bx + c; K(-2; 3); L(-1; 0); M(0; -9); y(0) = c = -9 \Rightarrow c = -9; y(-2) = 4a - 2b - 9 = 3 \Rightarrow 2a - b = 6; y(-1) = a - b - 9 = 0 \Rightarrow b - a = -9 \Rightarrow a = -3; b = -9 + a = -12.$

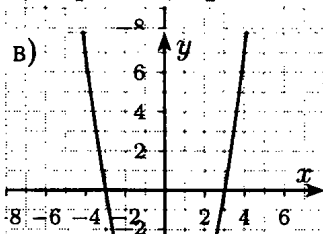
22.55. $y = ax^2 + bx + c; A(2; 3); B(0; 1); C(3; 2); y(0) = c = 1; y(2) = 4a + 2b + 1 = 3 \Rightarrow 2a + b = 1 \Rightarrow y(3) = 9a + 3b + 1 = 2; 3 \cdot (3a + b) = 3 \cdot ((2a + b) + a) = 1 \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \Rightarrow b = 1 - 2a = \frac{7}{3}.$

§23. Графическое решение квадратных уравнений



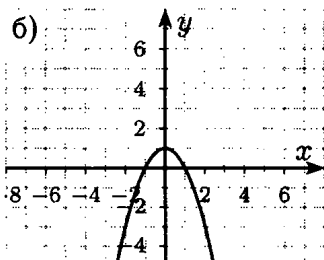
23.2.

$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

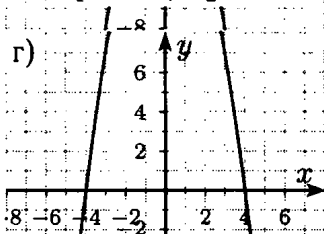


$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

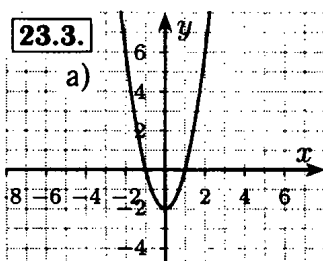
б)



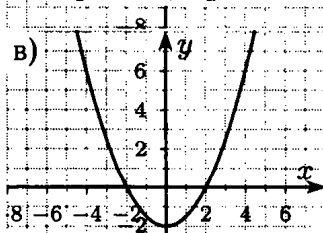
$$x_1 = -1, x_2 = 1$$



$$x_1 = -4, x_2 = 4$$

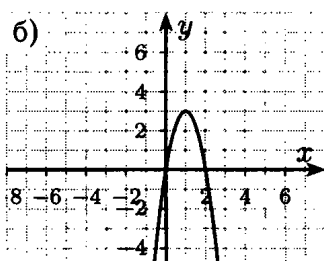
23.3.

$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

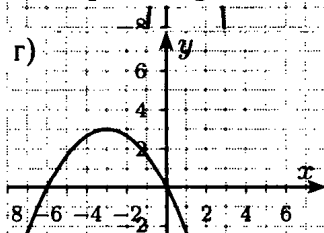


$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

б)



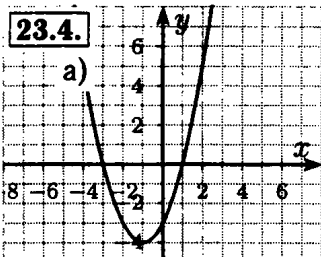
$$x_1 = 0, x_2 = 2$$



$$x_1 = -6, x_2 = 0$$

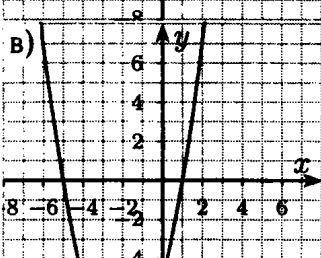
23.4.

a)



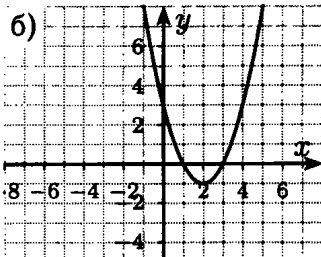
$x_1 = -3, x_2 = 1$

б)



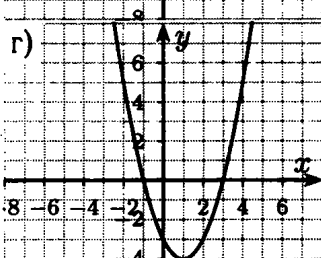
$x_1 = -5, x_2 = 1$

б)



$x_1 = 1, x_2 = 3$

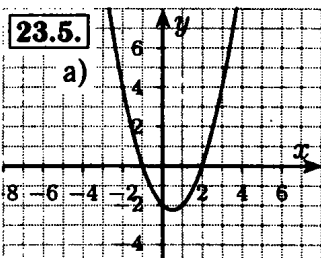
г)



$x_1 = -1, x_2 = 3$

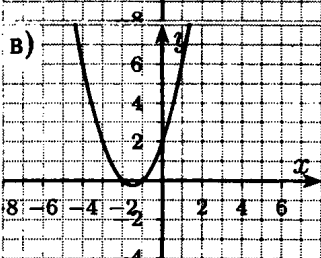
23.5.

a)



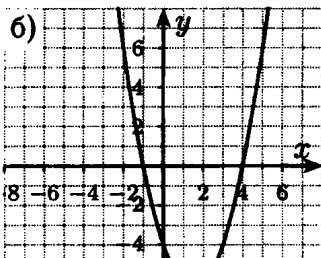
$x_1 = -1, x_2 = 2$

б)



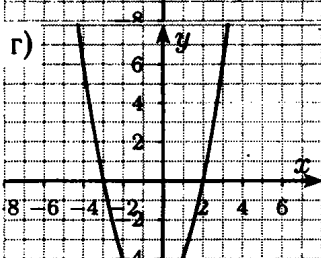
$x_1 = -2, x_2 = -1$

б)



$x_1 = -1, x_2 = 4$

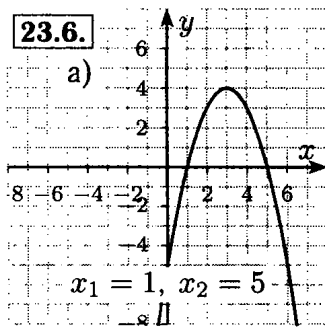
г)



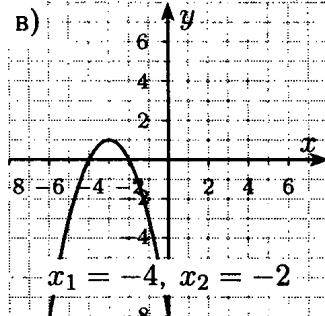
$x_1 = -3, x_2 = 2$

23.6.

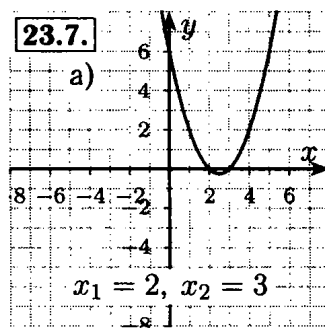
a)



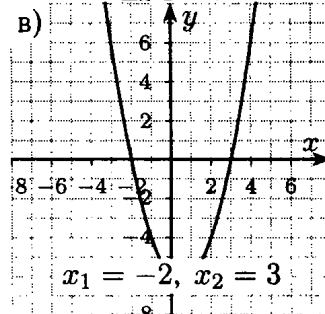
b)

**23.7.**

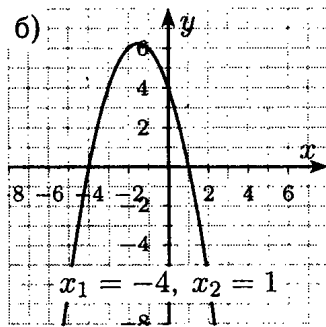
a)



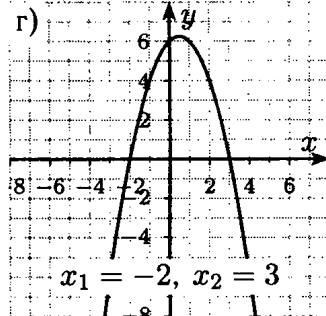
b)



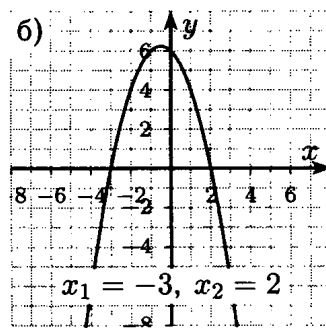
б)



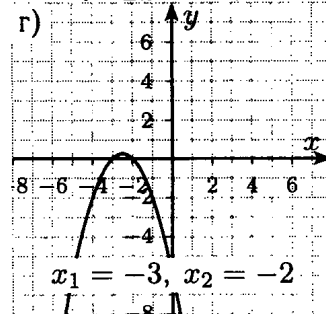
г)



б)

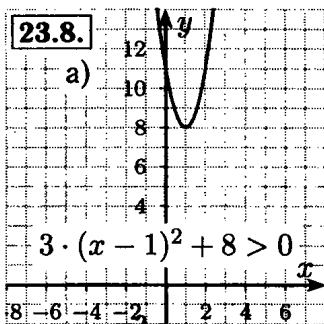


г)

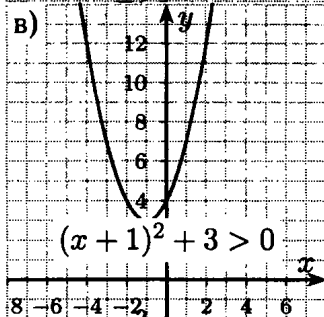


23.8.

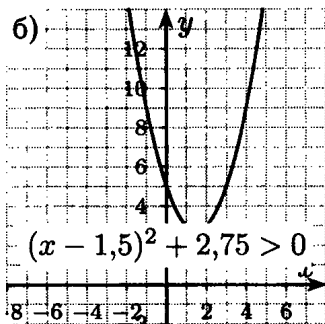
а)



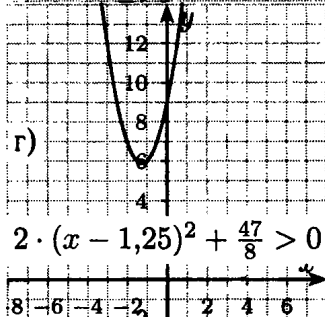
в)



б)



г)



23.9. Пусть длина прямоугольника равна b , тогда его ширина равна $(b - 2)$, а площадь: $b(b - 2) = 8$; $b(b - 2) = 8 \Rightarrow b^2 - 2b - 8 = 0 \Rightarrow (b - 4)(b + 2) = 0 \Rightarrow b - 4 = 0$ или $b + 2 = 0 \Rightarrow b = 4$ или $b = -2$. Так как $a > 0$ и $b > 0$, длина равна 4 см, а ширина равна $(4 - 2) = 2$ см.

23.10. Пусть a и b — стороны прямоугольника. Имеем систему уравнений:
$$\begin{cases} 2a + 2b = 14 \\ ab = 12 \end{cases} \Rightarrow$$

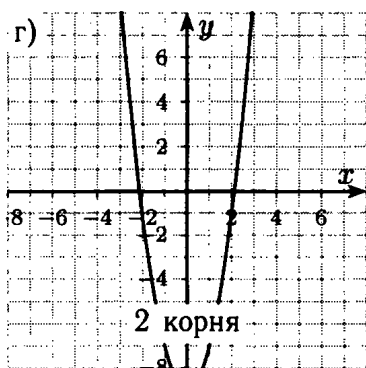
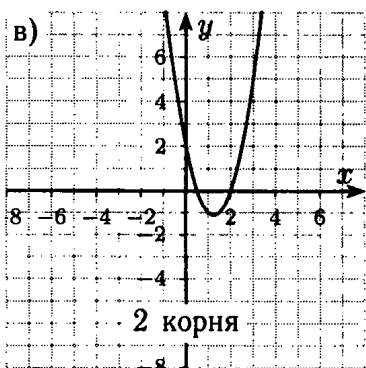
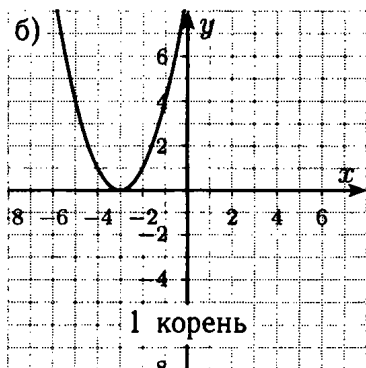
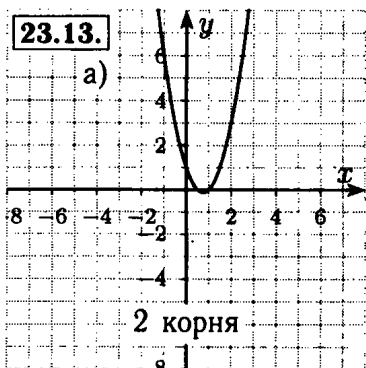
$$\begin{cases} b = 7 - a \\ a(7 - a) = 12 \end{cases} \Rightarrow a(7 - a) = 12 \Rightarrow 7a - a^2 = 12 \Rightarrow a^2 - 7a + 12 = 0 \Rightarrow (a - 4)(a - 3) = 0 \Rightarrow a = 4$$
 или $a = 3$; $b = 4$ или $b = 3$.

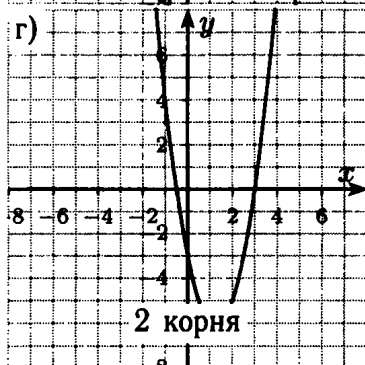
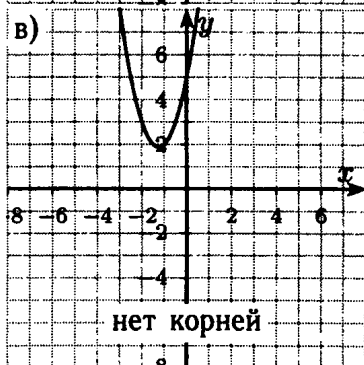
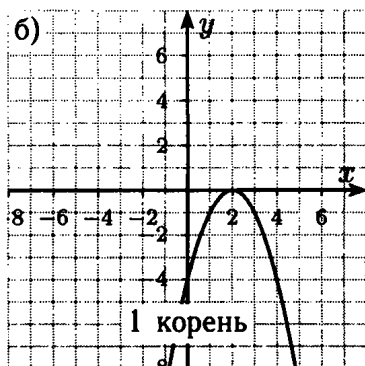
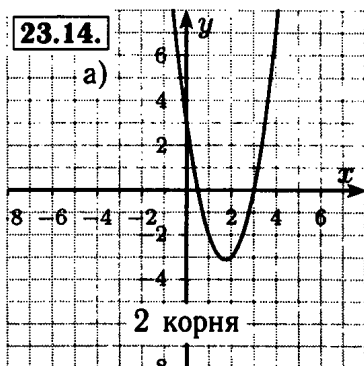
23.11. Пусть длина одного из катетов — y , тогда другого $(y + 1)$. Так как гипотенуза равна 5 см, то $y^2 + (y + 1)^2 = 5^2 \Rightarrow 2y^2 + 2y - 24 = 0 \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow (y + 4)(y - 3) = 0 \Rightarrow y = 3$ или $y = -4$; Так как $y > 0$, то $y = 3$ и $y + 1 = 4$.

23.12. 1 способ. а) $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 1 \Rightarrow x - 3 = \pm 1 \Rightarrow x = 4$ или $x = 2$; б) $x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -4$ или $x = 2$.

+1)² = 9 ⇒ x+1 = ±3 ⇒ x = 2 или x = -4; в) x² - 2x - 8 = 0 ⇒ (x-1)² = 9 ⇒ x-1 = ±3 ⇒ x = 4 или x = -2; г) x² + 6x + 8 = 0 ⇒ (x+3)² = 1 ⇒ x+3 = ±1 ⇒ x = -2 или x = -4.

2 способ. а) x² - 6x + 8 = 0 ⇒ (x² - 2x) - (4x - 8) = 0 ⇒ x(x-2) - 4·(x-2) = 0 ⇒ (x-4)(x-2) = 0 ⇒ x = 4 или x = 2; б) x² + 2x - 8 = 0 ⇒ (x² + 4x) - (2x + 8) = 0 ⇒ x(x+4) - 2·(x+4) = 0 ⇒ (x-2)(x+4) = 0 ⇒ x = 2 или x = -4; в) x² - 2x - 8 = 0 ⇒ (x² + 2x) - (4x + 8) = 0 ⇒ x(x+2) - 4·(x+2) = 0 ⇒ (x-4)(x+2) = 0 ⇒ x = 4 или x = -2; г) x² + 6x + 8 = 0 ⇒ (x² + 2x) + (4x + 8) = 0 ⇒ x(x+2) + 4·(x+2) = 0 ⇒ (x+4)(x+2) = 0 ⇒ x = -2 или x = -4.



23.14.

23.15. $y = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow y(1) = 1 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow p = 0.$

23.16. $y = x^2 + 2x + 3 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow y(-1) = 1 - 2 + 3 = 2 \Rightarrow p < 2.$

23.17. $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow y(2) = 0 \Rightarrow p > 0.$

23.18. $D = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot (-6 - p) = 40 - 4p \geq 0 \Rightarrow p \geq -10.$

23.19. Значение функции $y = x^2 + 6x + 8$ в вершине параболы $x = -\frac{b}{2a} = -3, y(-3) = -1$; а) $p < -1$; б) $p = -1$; в) $p > -1$.

23.10. Пусть x — ширина участка, y — длина, тогда

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ xy = 24 \end{cases} \Rightarrow y = 10 - x \Rightarrow x(10 - x) = 24 \Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 1 \Rightarrow x - 5 = \pm 1 \Rightarrow x = 4; x = 6,$$

то есть $y = 6$ или $y = 6$.

23.21. Пусть один катет равен x , тогда другой $(x - 4)$. Площадь треугольника равна $\frac{1}{2}x(x - 4) = 16 \Rightarrow x^2 - 4x = 32 \Rightarrow x^2 - 4x - 32 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = -4$; Так как $x > 0$, то $x = 8$ а $(x - 4) = 4$.

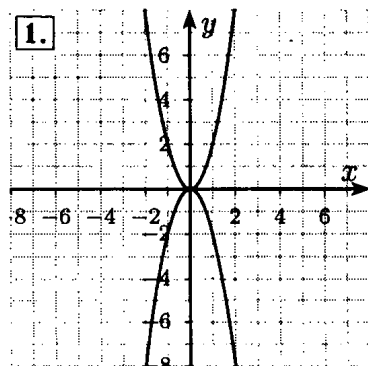
23.22. Пусть один равен y , то другой равен $(y - 1)$, а гипотенуза $(y + 1)$. По теореме Пифагора $y^2 + (y - 1)^2 = (y + 1)^2 \Rightarrow y^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1 \Rightarrow y(y - 4) = 0 \Rightarrow y = 0$ или $y = 4$. Так как $y > 0$, то $y = 4$, значит катеты треугольника равны 4 и $(4 - 1) = 3$ м, а гипотенуза равна $(y + 1) = 5$ м.

23.23. Пусть числитель дроби равен x , тогда знаменатель равен $(p + 2)$ и $p(p + 2) = 15 \Rightarrow p(p + 2) = 15 \Rightarrow p^2 + 2p - 15 = 0 \Rightarrow p = 3$ или $p = -5$. Так как в обыкновенной дроби числитель меньше знаменателя, то $p = 3$ и $(p + 2) = 5$, а искомая дробь $\frac{3}{5}$.

23.24. Пусть v — скорость пешехода. Тогда, $\frac{2}{v} + \frac{2}{v+2} = 1 \Rightarrow \frac{2v+4+3v}{v^2+2v} = 1 \Rightarrow 5v + 4 = v^2 + 2v \Rightarrow v^2 - 3v - 4 = 0 \Rightarrow (v - 1,5)^2 = 6,25 \Rightarrow v - 1,5 = \pm 2,5 \Rightarrow v = 4$ км/ч.

Домашняя контрольная работа № 3

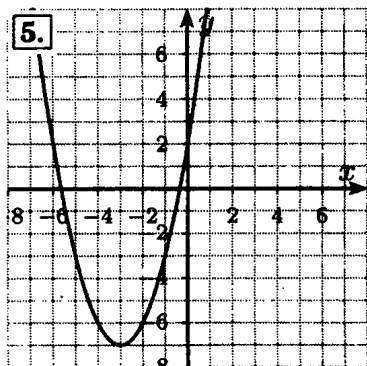
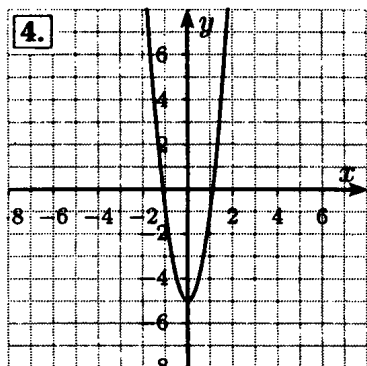
Вариант 1



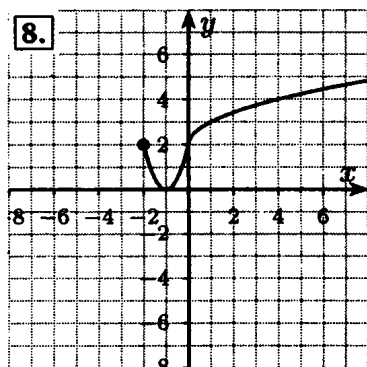
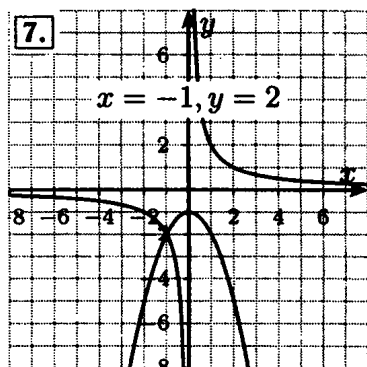
Графики функций симметричны относительно оси абсцисс.

2. $y = -x^2$ и $y = x^2$.

3. $y_{\min} = 1$ при $x = 5$, $y_{\max} = 3$ при $x = 0$.



6. $f(x) = 2x^2$, $g(x) = \frac{4}{x}$, $f(2x^4) = 8x^8$; $2g\left(\frac{1}{x^8}\right) = 2 \frac{4}{x^8} = 8x^8$

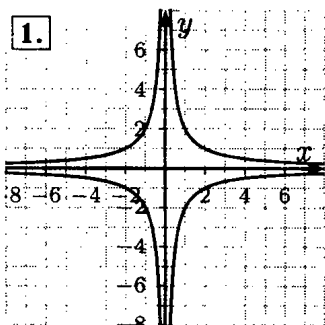


- а) $f(-3)$ не определено;
 б) $f(0) = 2$; $f(9) = 5$;
 в) $D(f) = [-2; +\infty)$;
 $E(f) = [0; +\infty)$

9. Функция возрастает при $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$.

10. $-x^2 + 4x + 6 = p \Rightarrow x^2 - 4x - 6 = -p \Rightarrow (x - 2)^2 = 10 - p \Rightarrow (x - 2)^2 = 10 - p$: а) $10 - p < 0$, $p > 10$.
 б) $10 - p = 0$, $p = 10$; в) $10 - p > 0$, $p < 10$.

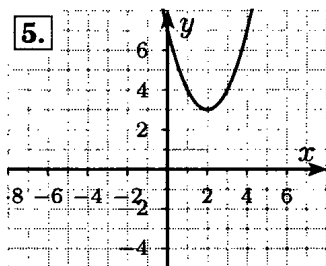
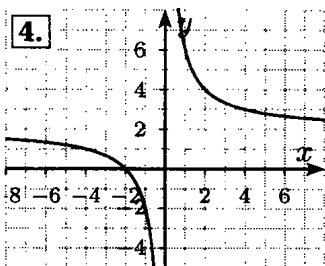
Вариант 2



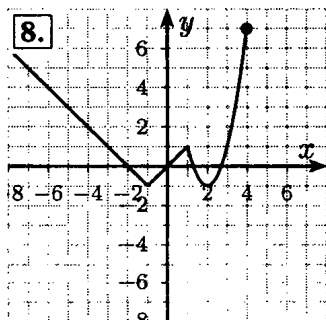
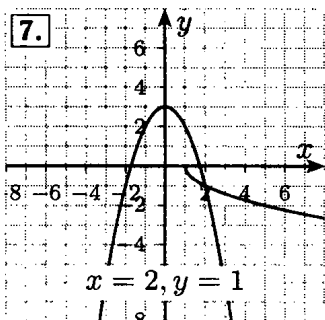
Графики функций симметричны относительно оси ординат.

2. $y = -x^2$ и $y = x^2$.

3. $y_{\min} = -2$ при $x = -2$, $y_{\max} = -\frac{1}{2}$ при $x = -5$.



6. $f(x) = 2x^2$, $g(x) = \frac{4}{x}$, $f(2x^4) = 8x^8$, $2g(\frac{1}{x^8}) = 2 \cdot \frac{4}{x^8} = 8x^8$.



а) $f(-3) = 0$; $f(1) = 1$, $f(9)$ не определено;
 в) $D(f) = (-\infty; 4]$, $E(f) = [-1; +\infty)$.

9. Функция убывает при $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

10. $-x^2 + 6x - 2 = p \Rightarrow x^2 - 6x + 2 = p \Rightarrow (x - 3)^2 - 7 = p \Rightarrow (x - 3)^2 = p + 7$. а) $p + 7 < 0$; $p < -7$; б) $p + 7 = 0$; $p = -7$; в) $p + 7 > 0$; $p = -7$.

Глава 4. Квадратные уравнения

§24. Основные понятия

24.1. а) да; б) нет, так как присутствует слагаемое $5x^3$; в) да, является; г) нет, так как присутствует слагаемое x^3 .

24.2. а) $4x^2 + 5x - 1 = 0$: $a = 4$, $b = 5$, $c = -1$;
б) $15x^2 = 0 \Rightarrow 15x^2 + 0 \cdot x + 0 = 0$: $a = 15$, $b = 0$, $c = 0$;
в) $-x^2 - x = 0 \Rightarrow -x^2 - x + 0 = 0$: $a = -1$, $b = -1$, $c = 0$;
г) $8 - 9x^2 = 0 \Rightarrow -9x^2 + 0 \cdot x + 8 = 0$: $a = -9$, $b = 0$, $c = 8$.

24.3. а) $7x^2 + 12x - 5 = 0$: $a = 7$, $b = 12$, $c = -5$;
б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3}x^2 + 0 \cdot x + \frac{3}{14} = 0$: $a = -\frac{1}{3}$, $b = 0$,
 $c = \frac{3}{14}$; в) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{7}x - \frac{5}{12} = 0$: $a = \frac{2}{5}$, $b = -\frac{1}{7}$, $c = -\frac{5}{12}$;
г) $-4x^2 - 7x + 16 = 0$: $a = -4$, $b = -7$, $c = 16$.

24.4. а) $(3x+1)(2x-3) + 4 \cdot (x-2) = 5 \cdot (4-3x) \Rightarrow 6x^2 - 9x + 2x - 3 + 4x - 8 = 20 - 15x \Rightarrow 6x^2 + 12x - 31 = 0$:
 $a = 6$, $b = 12$, $c = -31$; б) $12 - 6 \cdot (x+3) - 7x = (x-2)(x+3) \Rightarrow 12 - 6x - 18 - 7x = x^2 - 2x + 3x - 6 \Rightarrow -6 - 13x = x^2 + x - 6 \Rightarrow x^2 + 14x + 0 = 0$: $a = 1$, $b = 14$,
 $c = 0$; в) $(2x+10)(x-1) + 5 \cdot (x-2) = 2 \cdot (7+x) \Rightarrow 2x^2 + 10x - 2x - 10 + 5x - 10 = 14 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 13x - 20 = 14 + 2x \Rightarrow 2x^2 + 11x - 34 = 0$: $a = 2$, $b = 11$, $c = -34$;
г) $1+3 \cdot (2x-4) + (2x-1)(3-2x) = 8 \Rightarrow 1+6x-12+6x-3-4x^2+2x = 8 \Rightarrow -4x^2+14x-22 = 0,2 \Rightarrow x^2-7x+11 = 0$:
 $a = 1$, $b = -7$, $c = 11$.

24.5. а) $2 \cdot (x+6)(x-6) + 3 \cdot (x+6) = x^2 - 5x \Rightarrow 2 \times \times (x^2 - 36) + 3x + 18 = -5x \Rightarrow 2x^2 - 72 + 3x + 18 - x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x^2 + 8x - 54 = 0$: $a = 1$, $b = 8$, $c = -54$;
б) $25 - x^2 + 2 \cdot (x-5) = 4 \cdot (x-5) \Rightarrow x^2 - 25 + 4 \cdot (x-5) - 2 \cdot (x-5) = 0 \Rightarrow x^2 - 25 + 2 \cdot (x-5) = 0 \Rightarrow x^2 - 25 + 2x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$: $a = 1$; $b = 2$,
 $c = -35$.

24.6. а) $4 \cdot (4-3x)^2 - 2 \cdot (4-3x) = 12 - x \Rightarrow 4 \cdot (16 - 24x + 9x^2) - 8 + 6x = 12 - x \Rightarrow 64 - 96x + 36x^2 - 8 + 6x - 12 + x = 0 \Rightarrow 36x^2 - 89x + 44 = 0$. б) $x^2 - 49 - 3 \cdot (x+7) = 2 \cdot (x-7) \Rightarrow x^2 - 49 - 3x - 21 - 2x + 14 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 56 = 0$:
 $a = 1$, $b = -5$, $c = -56$.

24.7. а) $8x^2 + 5x + 1 = 0$; б) $-12x^2 + 3x = 0$; в) $x^2 + 4 = 0$;
г) $9x^2 - 2x + 3 = 0$.

24.8. а) $x^2 - x = 0$; б) $\frac{2}{9}x^2 - 3\frac{1}{4}x + 1\frac{3}{5} = 0$; в) $6x^2 + 3,5 = 0$;
г) $-\frac{7}{13}x^2 + 4\frac{4}{7}x - 4\frac{1}{3} = 0$.

24.9. а) $x^2 - 4x + 35 = 0$ — приведённое уравнение;
б) $-15x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{15}x + \frac{2}{15} = 0$ — приведённое уравнение;
в) $12 - x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 12 = 0$ — приведённое уравнение;
г) $18 - 9x + x^2 = 0$ — приведённое уравнение.

24.10. а) $-x^2 + 31x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 31x + 6 = 0$ — приведённое уравнение;
б) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{14} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{14}x = 0$ — приведённое уравнение;
в) $-\frac{2}{8}x^2 - \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{12} = 0 \Rightarrow \frac{21}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{49}{12} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{4}\frac{8}{21}x + \frac{49}{12}\frac{8}{21} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{7}x + \frac{14}{9} = 0$ — приведённое уравнение;
г) $x^2 - 7x + 16 = 0$ — приведённое уравнение.

24.11. а) $x^2 + 14x - 23 = 0$ — полное уравнение; б) $16x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 16x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\frac{3}{4}$; в) $-x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$; г) $x + 8 - 9x^2 = 0$ — полное уравнение.

24.12. а) $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4$; б) $x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -2$; в) $-2x^2 + 14 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x^2 = 7, x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$; г) $3 - x^2 + x = 0$ — полное уравнение.

24.13. а) $x^2 + 2x + 10 = 0$; б) $5x^2 + 2x + 10 = 0$; в) $x^2 + 6 = 0$; г) $5x^2 + x = 0$.

24.14. а) при $x = 3, x^2 - 4x + 3 = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = -3 + 3 = 0$, следовательно $x = 3$ — корень уравнения; б) при $x = -7, 2x^2 + x - 3 = 2 \cdot (-7)^2 + (-7) - 3 = 2 \cdot 49 - 7 - 3 = 88 \neq 0$, следовательно $x = -7$ не является корнем; в) при $x = -5, 2x^2 - 3x - 65 = 2 \times (-5)^2 - 3 \cdot (-5) - 65 = 50 + 15 - 65 = 0$, следовательно $x = -5$ — корень уравнения; г) при $x = 6, x^2 - 2x + 6 = 0 = 6^2 - 2 \cdot 6 + 6 = 36 - 12 + 6 = 30 \neq 0$, следовательно $x = 6$ — не является корнем.

24.15. а) $3x^2 - 75 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$; б) $2x^2 + 14x = 0 \Rightarrow x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x(x + 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -7$; в) $0,5x^2 - 72 = 0 \Rightarrow 0,5x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{144} = \pm 12$; г) $3x^2 - 18x = 0 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x - 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6$.

24.16. а) $x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x(x + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -5$; б) $2x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{2}x = 0 \Rightarrow x(x - \frac{9}{2}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$; в) $x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(x - 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 12$; г) $3x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{3}x = 0 \Rightarrow x(x + \frac{5}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1\frac{2}{3}$.

24.17. а) $-x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x(x - 8) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 8$; б) $3x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3$; в) $-x^2 + 7x = 0 \Rightarrow x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x(x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 7$; г) $19x - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 19x = 0 \Rightarrow x(x - 19) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 19$.

24.18. а) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{9} = \pm 3$; б) $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$; в) $x^2 - 64 = 0 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$; г) $x^2 - 10 = 0 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$.

24.19. а) $-2x^2 + 50 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 50 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$ б) $-3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}$; в) $-5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$; г) $-9x^2 + 13 = 0 \Rightarrow 9x^2 = 13 \Rightarrow x^2 = \frac{13}{9} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{13}}{3}$.

24.20. а) $3x^2 + 7 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -7 \Rightarrow x^2 = -\frac{7}{3}$ — нет корней; б) $6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$; в) $4x^2 + 17 = 0 \Rightarrow 4x^2 = -17 \Rightarrow x^2 = -\frac{17}{4}$ — нет корней; г) $15x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$.

24.21. а) $(x - 2)(x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4$; б) $(x + 3,5)(x - 7)(x^2 + 9) = 0 \Rightarrow x + 3,5 = 0$ или $x - 7 = 0$ или $x^2 + 9 = 0, x_1 = -3,5, x_2 = 7, x^2 = -9$ — нет корней; в) $(x + 2,8)(x + 1,3) = 0 \Rightarrow x_1 = -2,8, x_2 = -1,3$; г) $(x - \frac{1}{3}) \cdot (x - \frac{1}{5}) \cdot (x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x - \frac{1}{3} = 0$ или $x - \frac{1}{5} = 0$ или $x^2 + 1 = 0, x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{5}, x^2 = -1$ — нет корней.

24.22. а) $x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x + 6)^2 = 0 \Rightarrow x = -6$; б) $4x^2 - 28x + 49 \Rightarrow (2x - 7)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$;

$$в) x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)^2 = 0 \Rightarrow x = 8; \text{ г) } 9x^2 + 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x + 5)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\boxed{24.23.} \text{ а) } 4x^2 - 3x + 7 = 2x^2 + x + 7 \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2;$$

$$б) (2x + 3)(3x + 1) = 11x + 30 \Rightarrow 6x^2 + 9x + 2x + 3 = 11x + 30 \Rightarrow 6x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$в) 1 - 2x + 3x^2 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0;$$

$$г) (5x - 2)(x + 3) = 13 \cdot (x + 2) \Rightarrow 5x^2 - 2x + 15x - 6 = 13x + 26 \Rightarrow 5x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 6\frac{2}{5} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{6\frac{2}{5}}.$$

$$\boxed{24.24.} \text{ а) } \frac{x^2 - 6x}{3} = x \Rightarrow x^2 - 6x = 3x \Rightarrow x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x - 9) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 9; \text{ б) } \frac{x^2 - x}{2} + \frac{x}{3} = 0$$

$$\Rightarrow 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x + 2x = 0 \Rightarrow 3x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow x(x - \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}; \text{ в) } \frac{x^2 - x}{6} - \frac{x^2 + x}{3} = 0$$

$$\Rightarrow 0 \Rightarrow x^2 - x - 2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3; \text{ г) } \frac{x^2 - 4}{5} - \frac{x^2 - 1}{3} = -1 \Rightarrow 3x^2 - 12 - 5x^2 + 5 = -15 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

24.25. Пусть первое натуральное число — x , тогда второе число — $(x + 1)$, $x \cdot (x + 1) = 2x$. Составим и решим уравнение: $x \cdot (x + 1) = 2x \Rightarrow x^2 + x = 2x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 1, x = 0$. Так как 0 — не натуральное число, то $x = 1$ — первое число, а второе число $1 + 1 = 2$.

24.26. Пусть первое натуральное число — x , тогда второе число — $(x + 1)$, Составим и решим Уравнение: $x(x + 1) = 1,5x \Rightarrow x + x = 1,5x^2 \Rightarrow 0,5x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$. Так как 0 — не натуральное число, то $x = 2$ — первое число, а второе число $2 + 1 = 3$.

24.27. Пусть t время за которое расстояние между точками составит 52 см, $5t$ — расстояние, пройденное первой точкой, $12t$ — расстояние пройденное второй точкой. По теореме Пифагора $52^2 = (5t)^2 + (12t)^2 \Rightarrow 25t^2 + 144t^2 = 52^2 \Rightarrow 169t^2 = 52^2 \Rightarrow 13^2t^2 = 52^2 \Rightarrow t^2 = (\frac{52}{13})^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4$. Так как $t > 0$, то $t = 4$.

с.

24.28. Пусть x сторона квадрата, тогда $x^2 = (59 + 85) \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$. Так как $x > 0$, то $x = 12$ см — сторона квадрата.

24.29. Пусть x сторона квадрата, тогда x^2 — площадь квадрата, а $(x^2 - 12) = 36$ — площадь круга. Из уравнения $x^2 - 12 = 36 \Rightarrow x^2 = 48 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{48} \pm 4\sqrt{3}$. Так как $x > 0$, то сторона квадрата $x = 4\sqrt{3}$ см.

24.30. Пусть v — скорость течения, тогда $\frac{36}{v+15} + \frac{-24}{15-v} = 4 \Rightarrow \frac{36 \cdot (15-v) + 24 \cdot (15+v)}{225-v^2} = 4 \Rightarrow 900 - 125v = 900 - 4v^2 \Rightarrow 4v^2 - 12v = 0 \Rightarrow 4v(v-3) = 0 \Rightarrow v = 3$ км/ч.

24.31. Уравнение является не полным, если $b = 0$ или $c = 0$: а) $6x^2 + (p-1)x + 2 - 4p = 0 \Rightarrow b = p-1 = 0, p = 1; c = 2 - 4p = 0 \Rightarrow 2 = 4p \Rightarrow p = 0,5$; при $p = 1: 6x^2 + 2 - 4 \cdot 1 = 0, 6x^2 + 2 - 4 = 0 \Rightarrow 6x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$; при $p = 0,5: 6x^2 - 0,5x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{12}x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - \frac{1}{12}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{12}$; б) $(p-2)x^2 + 3x + p = 0 \Rightarrow c = p = 0$; при $p = 0: -2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x^2 - 1,5x = 0 \Rightarrow x(x-1,5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1,5$; в) $3x^2 - (2p+3)x + 2 + p = 0 \Rightarrow b = -(2p+3) = 0, c = 2 + p = 0 \Rightarrow p = -1,5; p = -2$; при $p = -1,5: 3x^2 + 0,5 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{6}$ — нет корней; при $p = -2: 3x^2 + x = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{3} = 0 \Rightarrow x(x + \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{3}$; г) $(6-p)x^2 + (2p+6)(x+12) = 0 \Rightarrow (6-p)x^2 + (2p+6)x + 12 \cdot (2p+6) = 0 \Rightarrow b = 2p+6 = 0, p = -3; c = 12 \cdot (2p+6) = 0 \Rightarrow p = -3$; при $p = -3: 9x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$.

24.32. $(2p-3)x^2 + (3p-6)x + p^2 - 9 = 0$: а) $a = 2p - 3 = 1 \Rightarrow 2p = 4 \Rightarrow p = 2$; б) уравнение не приведенное, если $2p-3 \neq 1$, т.е. $p \neq 2$. Уравнение не полное, если $b = 3p-6 = 0$, т.е. $p = 2$ или $c = p^2 - 9 = 0 \Rightarrow p^2 = 9 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 3$; в) Уравнение не полное, если $p = 2$ или $p = \pm 3$. Уравнение приведенное, если $p = 2$; г) Уравнение линейное, если $2p-3 = 0 \Rightarrow p = 1,5$.

24.33. а) при $x = 6, x^2 + px + 24 = 0 \Rightarrow 6^2 + 6p + 24 = 0 \Rightarrow 36 + 6p + 24 = 0 \Rightarrow p = -10$; б) при $x = 17, 2 \cdot 17^2 + 17p + 68 = 0 \Rightarrow 2 \cdot 17 + p + 4 = 0 \Rightarrow p = -38$; в) при $x = 7, 7^2 + 7p - 35 = 0, 7 + p - 5 = 0 \Rightarrow p = -2$; г) при $x = 9, 3 \cdot 9^2 + 9p - 54 = 0 \Rightarrow 3 \cdot 9 + p - 6 = 0 \Rightarrow p = -21$.

24.34. а) при $x = 4$, $4^2 - 8 \cdot 4 + p = 0 \Rightarrow p = 16$;
 б) при $x = 0$, $4 \cdot 0^2 - 24 \cdot 0 + p = 0 \Rightarrow p = 0$; в) при $x = 10$, $10^2 + 15 \cdot 10 + p = 0 \Rightarrow p = -250$; г) при $x = -5$, $6 \cdot (-5)^2 - 30 \cdot 5 + p = 0 \Rightarrow p = 0$.

24.35. а) $x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 4 - 1)(x - 4 + 1) = 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 3$; б) $x^2 - 12x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x \cdot 6 + 6 \cdot 2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 6)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 6 - 4)(x - 6 + 4) = 0 \Rightarrow (x - 10)(x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = 10, x_2 = 2$;
 в) $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1$;
 г) $x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x \cdot 3 + 3^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x + 3)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x + 3 - 1)(x + 3 + 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x + 4) = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -4$.

24.36. а) $x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 5x - 10 = 0 \Rightarrow x(x - 2) + 5 \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -5$;
 б) $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x(2x - 1) - 2 \cdot (2x - 1) = 0 \Rightarrow (x - 2)(2x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0,5$;
 в) $x^2 + 9x + 14 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x + 2x + 14 = 0 \Rightarrow x(x + 7) + 2 \cdot (x + 7) = 0 \Rightarrow (x + 7)(x + 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = -2$;
 г) $4x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow (2x - 1 - 2)(2x - 1 + 2) = 0 \Rightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 1,5, x_2 = -0,5$.

24.37. а) $a^2 + 6a = 3a^2 - a \Rightarrow 2a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(2a - 7) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 3,5$; б) $5a^2 - 12 = a^2 - 4 \Rightarrow 4a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a_{1,2} = \pm\sqrt{2}$; в) $3a^2 + 2a = 4a^2 - 5a \Rightarrow a^2 - 7a = 0 \Rightarrow a(a - 7) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 7$;
 г) $7a^2 - a = a^2 + 9a \Rightarrow 6a^2 - 10a = 0 \Rightarrow 3a^2 - 5a = 0 \Rightarrow a(3a - 5) = 0 \Rightarrow a_1 = 0, a_2 = 1\frac{2}{3}$.

24.38. а) $(3x - 1)(2x - 2) = (x - 3)^2 \Rightarrow 6x^2 - 8x + 2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 5x^2 - 2x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - \frac{7}{5}) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{5}$; б) $2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5 \Rightarrow 2x - x^2 - 2x - 1 = 3x^2 - 5 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$; в) $(3x - 4)^2 - (5x + 2)(2x + 8) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 24x + 16 - 10x^2 - 4x - 40x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 68x = 0 \Rightarrow x(x + 68) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -68$; г) $6x^2 - (x + 2)^2 = 4 \cdot (4 - x) \Rightarrow 6x^2 - x^2 - 4x - 4 = 16 - 4x \Rightarrow 5x^2 = 20 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$.

24.39. а) $\frac{x-2}{x-3} = \frac{x+2}{x+3} \Rightarrow (x-2)(x+3) = (x-3)(x+2) \Rightarrow x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 - 3x + 2x - 6 \Rightarrow x = -x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$; б) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = 3\frac{1}{3} \Rightarrow 3 \cdot ((x-2)^2 + (x+2)^2) = 10 \cdot (x^2 - 4) \Rightarrow 3 \cdot (x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4) = 10x^2 - 40 \Rightarrow 6x^2 + 24 = 10x^2 - 40 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$.
 в) $\frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} = 0 \Rightarrow \frac{x-3}{x+3} = \frac{x+3}{x-3} \Rightarrow (x-3)^2 = (x+3)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 12x = 0 \Rightarrow x = 0$;
 г) $\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1} = 5 \Rightarrow (2x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5 \cdot (2x-1)(2x+1) \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 20x^2 - 5 \Rightarrow 12x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7}{12}}$.

§25. формулы корней квадратных уравнений

25.1. а) $x^2 + 5x - 6 = 0$: $a = 1$, $b = 5$, $c = -6$; $D = b^2 - 4ac = 49$; б) $x^2 - 1,3x + 2 = 0$: $a = 1$, $b = -1,3$, $c = 2$; $D = b^2 - 4ac = -6,31$; в) $x^2 - 7x - 4 = 0$: $a = 1$, $b = -7$, $c = -4$; $D = b^2 - 4ac = 65$; г) $x^2 - 2,4x + 1 = 0$: $a = 1$, $b = -2,4$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 1,76$.

25.2. а) $3x^2 + 2x - 1 = 0$: $a = 3$, $b = 2$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 16$; б) $-x^2 + 4x + 3 = 0$: $a = -1$, $b = 4$, $c = 3$; $D = b^2 - 4ac = 28$; в) $4x^2 - 5x - 4 = 0$: $a = 4$, $b = -5$, $c = -4$; $D = b^2 - 4ac = 89$; г) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$: $a = -2$, $b = 5$, $c = 3$; $D = b^2 - 4ac = 49$.

25.3. а) $x^2 - 8x - 84 = 0$: $a = 1$, $b = -8$, $c = -84$; $D = b^2 - 4ac = 400$ — 2 корня; б) $36x^2 - 12x + 1 = 0$: $a = 36$, $b = -12$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 0$ — 1 корень; в) $x^2 - 22x - 23 = 0$: $a = 1$, $b = -22$, $c = -23$; $D = b^2 - 4ac = 576$ — 2 корня; г) $16x^2 - 8x + 1 = 0$: $a = 16$, $b = -8$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 0$ — 1 корень.

25.4. а) $x^2 + 3x + 24 = 0$: $a = 1$, $b = 3$, $c = 24$; $D = b^2 - 4ac = -87$ — нет корней; б) $x^2 - 16x + 64 = 0$: $a = 1$, $b = -16$, $c = 64$; $D = b^2 - 4ac = 0$ — 1 корень; в) $x^2 - 2x + 5 = 0$: $a = 1$, $b = -2$, $c = 5$; $D = b^2 - 4ac = -16$ — нет корней; г) $x^2 + 6x + 9 = 0$: $a = 1$, $b = 6$, $c = 9$; $D = b^2 - 4ac = 0$ — 1 корень.

25.5. а) $x^2 - 5x + 6 = 0$: $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$; $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{2 \cdot 1}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$; б) $x^2 - 2x - 15 = 0$: $a = 1$, $b = -2$, $c = -15$; $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -3$, $x_2 = 5$; в) $x^2 + 6x + 8 = 0$: $a = 1$, $b = 6$, $c = 8$; $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -4$, $x_2 = -2$; г) $x^2 - 3x - 18 = 0$: $a = 1$, $b = -3$, $c = -18$; $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 81$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 9}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -3$, $x_2 = 6$.

25.6. а) $x^2 + 42x + 441 = 0$: $a = 1$, $b = 42$, $c = 441$; $D = b^2 - 4ac = 42^2 - 4 \cdot 1 \cdot 441 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-42}{2 \cdot 1} = -21$; б) $x^2 + 8x + 7 = 0$: $a = 1$, $b = 8$, $c = 7$; $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 36$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-8 \pm 6}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -7$, $x_2 = -1$; в) $x^2 - 34x + 289 = 0$: $a = 1$, $b = -34$, $c = 289$; $D = b^2 - 4ac = -34^2 - 4 \cdot 1 \cdot 289 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{34}{2 \cdot 1} = 17$; г) $x^2 + 4x - 5 = 0$: $a = 1$, $b = 4$, $c = -5$; $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm 6}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -5$, $x_2 = 1$.

25.7. а) $2x^2 + 3x + 1 = 0$: $a = 2$, $b = 3$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 1}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$; б) $3x^2 - 3x + 4 = 0$: $a = 3$, $b = -3$, $c = 4$; $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -39$; $D < 0$, нет решений; в) $5x^2 - 8x + 3 = 0$: $a = 5$, $b = -8$, $c = 3$; $D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 4$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm 2}{2 \cdot 5}$, $x_1 = \frac{3}{5}$, $x_2 = 1$; г) $14x^2 + 5x - 1 = 0$: $a = 14$, $b = 5$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-1) = 81$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 9}{2 \cdot 14}$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{7}$.

25.8. а) $4x^2 + 10x - 6 = 0$: $a = 4$, $b = 10$, $c = -6$; $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 196$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 14}{2 \cdot 4}$, $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{1}{2}$; б) $25x^2 + 10x + 1 = 0$: $a = 25$, $b = 10$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 25 \cdot 1 = 0$; $D = 0$, одно решение

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2 \cdot 25} = -\frac{1}{5}$; в) $3x^2 - 8x + 5 = 0$: $a = 3$, $b = -8$, $c = 5$; $D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{8 \pm 2}{2 \cdot 3}$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{5}{3}$; г) $4x^2 + x + 67 = 0$: $a = 4$, $b = 1$, $c = 67$; $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot 67 = -1071$; $D < 0$, нет решений.

25.9. а) $3x^2 + 32x + 80 = 0$: $a = 3$, $b = 32$, $c = 80$; $D = b^2 - 4ac = 32^2 - 4 \cdot 3 \cdot 80 = 64$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-32 \pm 8}{2 \cdot 3}$, $x_1 = -\frac{20}{3}$, $x_2 = -4$; б) $100x^2 - 160x + 63 = 0$: $a = 100$, $b = -160$, $c = 63$; $D = b^2 - 4ac = -160^2 - 4 \cdot 100 \cdot 63 = 400$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{160 \pm 20}{2 \cdot 100}$, $x_1 = \frac{7}{10}$, $x_2 = \frac{9}{10}$; в) $5x^2 + 26x - 24 = 0$: $a = 5$, $b = 26$, $c = -24$; $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 1156$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 34}{2 \cdot 5}$, $x_1 = -6$, $x_2 = \frac{4}{5}$; г) $4x^2 - 12x + 9 = 0$: $a = 4$, $b = -12$, $c = 9$; $D = b^2 - 4ac = -12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2 \cdot 4} = \frac{3}{2}$.

25.10. а) $-x^2 - 5x + 14 = 0$: $a = -1$, $b = -5$, $c = 14$; $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 14 = 81$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 9}{2 \cdot (-1)}$, $x_1 = -7$, $x_2 = 2$; б) $-3x^2 - 2x + 5 = 0$: $a = -3$, $b = -2$, $c = 5$; $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 = 64$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 8}{2 \cdot (-3)}$, $x_1 = -\frac{5}{3}$, $x_2 = 1$; в) $-x^2 + 26x - 25 = 0$: $a = -1$, $b = 26$, $c = -25$; $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-25) = 576$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 24}{2 \cdot (-1)}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 25$; г) $-5x^2 - 9x + 2 = 0$: $a = -5$, $b = -9$, $c = 2$; $D = b^2 - 4ac = -9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 2 = 121$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm 11}{2 \cdot (-5)}$, $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{1}{5}$.

25.11. а) $x^2 - 2x - 48 = 0$: $a = 1$, $b = -2$, $c = -48$; $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48) = 196$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 14}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -6$, $x_2 = 8$; б) $6x^2 + 7x - 5 = 0$: $a = 6$, $b = 7$, $c = -5$; $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-5) = 169$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm 13}{2 \cdot 6}$, $x_1 = -\frac{5}{3}$, $x_2 = \frac{1}{2}$; в) $x^2 - 4x - 96 = 0$: $a = 1$, $b = -4$, $c = -96$; $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-96) = 400$; $D > 0$,

два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm 20}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -8$, $x_2 = 12$;
 г) $2x^2 - 3x - 2 = 0$: $a = 2$, $b = -3$, $c = -2$; $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$; $D > 0$, два решения,
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 5}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = 2$.

25.12. а) $-x^2 - 5x + 36 = 0$: $a = -1$, $b = -5$, $c = 36$; $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 36 = 169$; $D > 0$, два решения,

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 13}{2 \cdot (-1)}$, $x_1 = -9$, $x_2 = 4$; б) $-3x^2 - 2x + 8 = 0$: $a = -3$, $b = -2$, $c = 8$; $D = b^2 - 4ac = -2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 8 = 100$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 10}{2 \cdot (-3)}$,

$x_1 = -2$, $x_2 = \frac{4}{3}$; в) $x^2 + 26x + 25 = 0$: $a = 1$, $b = 26$, $c = 25$; $D = b^2 - 4ac = 26^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 576$; $D > 0$, два

решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-26 \pm 24}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -25$, $x_2 = -1$;

г) $-5x^2 - 9x + 80 = 0$: $a = -5$, $b = -9$, $c = 80$; $D = b^2 - 4ac = -9^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 80 = 1681$; $D > 0$, два решения,

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm 41}{2 \cdot (-5)}$, $x_1 = -5$, $x_2 = \frac{16}{5}$.

25.13. а) $x^2 + 7x + 2 = 0$: $a = 1$, $b = 7$, $c = 2$; $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 41$; $D > 0$, два реше-

ния, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = \frac{1}{2}(-7 - \sqrt{41})$, $x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{41} - 7)$; б) $2x^2 + 3x - 1 = 0$: $a = 2$, $b = 3$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 17$; $D > 0$, два

решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2}$, $x_1 = \frac{1}{4}(-3 - \sqrt{17})$,

$x_2 = \frac{1}{4}(\sqrt{17} - 3)$; в) $x^2 - 5x + 3 = 0$: $a = 1$, $b = -5$, $c = 3$; $D = b^2 - 4ac = -5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$; $D > 0$,

два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = \frac{1}{2}(5 - \sqrt{13})$,

$x_2 = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{13})$; г) $5x^2 - x - 1 = 0$: $a = 5$, $b = -1$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 21$; $D > 0$,

два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5}$, $x_1 = \frac{1}{10}(1 - \sqrt{21})$,
 $x_2 = \frac{1}{10}(1 + \sqrt{21})$.

25.14. а) $x^2 + 2x - 7 = 0$: $a = 1$, $b = 2$, $c = -7$; $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 32$; $D > 0$, два решения,

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{2}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -1 - 2\sqrt{2}$, $x_2 = 2\sqrt{2} - 1$;

б) $2x^2 - 4x - 1 = 0$: $a = 2$, $b = -4$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 24$; $D > 0$, два решения,

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2 \cdot 2}$, $x_1 = \frac{1}{2}(2 - \sqrt{6})$, $x_2 = \frac{1}{2}(2 + \sqrt{6})$;

в) $x^2 + 6x + 3 = 0$: $a = 1$, $b = 6$, $c = 3$; $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \cdot 3 = 24$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -3 - \sqrt{6}$, $x_2 = \sqrt{6} - 3$; г) $5x^2 - 10x + 1 = 0$: $a = 5$, $b = -10$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 80$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{10 \pm 4\sqrt{5}}{2 \cdot 5}$, $x_1 = \frac{1}{5}(5 - 2\sqrt{5})$, $x_2 = \frac{1}{5}(5 + 2\sqrt{5})$.

25.15. а) $2x^2 + 10x + 12 = 0$: $a = 2$, $b = 10$, $c = 12$; $D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 4$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-10 \pm 2}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -3$, $x_2 = -2$; б) $-3x^2 + 18x - 24 = 0$: $a = -3$, $b = 18$, $c = -24$; $D = b^2 - 4ac = 18^2 - 4 \times (-3) \cdot (-24) = 36$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-18 \pm 6}{2 \cdot (-3)}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; в) $6x^2 - 18x - 60 = 0$: $a = 6$, $b = -18$, $c = -60$; $D = b^2 - 4ac = -18^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-60) = 1764$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{18 \pm 42}{2 \cdot 6}$, $x_1 = -2$, $x_2 = 5$; г) $-4x^2 - 16x + 84 = 0$: $a = -4$, $b = -16$, $c = 84$; $D = b^2 - 4ac = -16^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 84 = 1600$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{16 \pm 40}{2 \cdot (-4)}$, $x_1 = -7$, $x_2 = 3$.

25.16. а) $0.6x^2 + 0.8x - 7.8 = 0$: $a = 0.6$, $b = 0.8$, $c = -7.8$; $D = b^2 - 4ac = 0.8^2 - 4 \cdot 0.6 \cdot (-7.8) = 19.36$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-0.8 \pm 4.4}{2 \cdot 0.6}$, $x_1 = -4.33333$, $x_2 = 3$; б) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 = 0$: $a = \frac{1}{4}$, $b = -1$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$; в) $\frac{4}{5}x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{3}{2} = 0$: $a = \frac{4}{5}$, $b = -\frac{7}{5}$, $c = -\frac{3}{2}$; $D = b^2 - 4ac = -\frac{7^2}{5^2} - 4 \cdot \frac{4}{5} \cdot -\frac{3}{2} = \frac{169}{25}$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{7}{5} \pm \frac{13}{5}}{2 \cdot \frac{4}{5}}$, $x_1 = -\frac{3}{4}$, $x_2 = \frac{5}{2}$; г) $.2x^2 - 10x + 125 = 0$: $a = 0.2$, $b = -10$, $c = 125$; $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 0.2 \cdot 125 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2 \cdot 0.2} = 25$.

25.17. а) $\frac{1}{3}x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$: $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$, $c = \frac{1}{4}$; $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}}{2 \cdot \frac{1}{3}}$, $x_1 = \frac{1}{2}(-3 - \sqrt{6})$, $x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{6} - 3)$; б) $x^2 + 5x + \frac{9}{4} = 0$: $a = 1$, $b = 5$, $c = \frac{9}{4}$; $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{9}{4} = 16$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 4}{2 \cdot 1}$,

$x_1 = -\frac{9}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{2}$; в) $x^2 + 3x - \frac{3}{2} = 0$: $a = 1$, $b = 3$, $c = -\frac{3}{2}$; $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{3}{2} = 15$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = \frac{1}{2}(-3 - \sqrt{15})$, $x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{15} - 3)$; г) $x^2 - \frac{5}{12}x - \frac{1}{6} = 0$: $a = 1$, $b = -\frac{5}{12}$, $c = -\frac{1}{6}$; $D = b^2 - 4ac = -\frac{5^2}{12^2} - 4 \cdot 1 \cdot -\frac{1}{6} = \frac{121}{144}$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{5}{12} \pm \frac{11}{12}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -\frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{2}{3}$.

25.18 а) $6x(2x + 1) = 3x - 8 \Rightarrow 12x^2 + 6x - 5x - 1 = 0 \Rightarrow 12x^2 + x - 1 = 0$: $a = 12$, $b = 1$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1) = 49$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 7}{2 \cdot 12}$, $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{4}$; б) $2x^2 - 16x + x + 18 = 0$: $a = 2$, $b = -15$, $c = 18$; $D = b^2 - 4ac = -15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 81$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{15 \pm 9}{2 \cdot 2}$, $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 6$; в) $2x(x - 8) = -x - 18 \Rightarrow 16x^2 + 8x + 1 = 0$: $a = 16$, $b = 8$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 16} = -\frac{1}{4}$; г) $x(x - 5) = 1 - 4x \Rightarrow x^2 - 5x - 1 + 4x = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$: $a = 1$, $b = -1$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$, $x_2 = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.

25.19 а) $(x - 2)^2 - 3x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$: $a = 1$, $b = -7$, $c = 12$; $D = b^2 - 4ac = -7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 1$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 \pm 1}{2 \cdot 1}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 4$; б) $(3x - 1)(x + 3) + 1 - x(1 + 6x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 7x - 2 = 0$: $a = -3$, $b = 7$, $c = -2$; $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2) = 25$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 \pm 5}{2 \cdot (-3)}$, $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = 2$; в) $5 \cdot (x + 2)^2 + 6x - 44 = 0 \Rightarrow 5x^2 + 226x - 24 = 0$: $a = 5$, $b = 226$, $c = -24$; $D = b^2 - 4ac = 226^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 1156$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-226 \pm 34}{2 \cdot 5}$, $x_1 = -6$, $x_2 = \frac{4}{5}$; г) $(x + 4)(2x - 1) - x(3x + 11) = 0 \Rightarrow -x^2 - 4x - 4 = 0$: $a = -1$, $b = -4$, $c = -4$; $D = b^2 - 4ac = -4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot (-1)} = -2$.

25.20. У квадратного уравнения 1 корень, если $D = 0$: а) $x^2 - px + 9 = 0 \Rightarrow D = p^2 - 4 \cdot 9 = p^2 - 36 \Rightarrow p^2 - 36 =$

$= 0 \Rightarrow p^2 = 36 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 6$; б) $x^2 + 3px + p = 0 \Rightarrow D = 9p^2 - 4p \Rightarrow 9p^2 - 4p = 0 \Rightarrow p(9p - 4) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = \frac{4}{9}$;
 в) $x^2 + px + 16 = 0 \Rightarrow D = p^2 - 4 \cdot 16 \Rightarrow p^2 - 64 = 0 \Rightarrow p^2 = 64 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 8$; г) $x^2 - 2px + 3p = 0 \Rightarrow D = 4p^2 - 4 \times 3p \Rightarrow p^2 - 3p = 0 \Rightarrow p(p - 3) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = 3$.

25.21. $3x^2 - px - 2 = 0 \Rightarrow D = p^2 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = p^2 + 24 > 0$, следовательно уравнение имеет два корня.

25.22. Пусть x — искомое натуральное число. Составим и решим уравнение $x^2 - x - 56 = 0$: $a = 1, b = -1, c = -56$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 225$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 15}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -7, x_2 = 8$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 8$.

25.23. Пусть x — сторона прямоугольника. Составим и решим уравнение $x^2(x + 5) = 84 \Rightarrow x^2 + 5x - 84 = 0$: $a = 1, b = 5, c = -84$; $D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-84) = 361$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-5 \pm 19}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -12, x_2 = 7$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 7, a$ $x + 5 = 12$.

25.24. Пусть x — первое число, $x + 2$ — второе число. Составим и решим уравнение $x(x + 2) = 120 \Rightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$: $a = 1, b = 2, c = -120$; $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 484$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 22}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -12, x_2 = 10$, следовательно эти числа 10 и 12 или -12 и -10 .

25.25. Пусть x — длина первого катета, $x + 31$ — длина второго. Составим и решим уравнение $\Rightarrow \frac{1}{2}x(x + 31) = 180 \Rightarrow \frac{1}{2}x(x + 31) - 180 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{31}{2}x - 180 = 0$: $a = \frac{1}{2}, b = \frac{31}{2}, c = -180$; $D = b^2 - 4ac = \frac{31^2}{2} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-180) = \frac{2401}{4}$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-\frac{31}{2} \pm \frac{49}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$, $x_1 = -40, x_2 = 9$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 9$ — длина первого катета, а $x + 31 = 9 + 31 = 40$ — длина второго.

25.26. Пусть x — длина стороны квадрата, тогда $x - 3$ — длина отрезанной полоски. Составим и решим уравнение $x(x - 3) = 70 \Rightarrow x^2 - 3x - 70 = 0$: $a = 1, b = -3, c = -70$; $D = b^2 - 4ac = -3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 289$; $D > 0$, два

решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm 17}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -7$, $x_2 = 10$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 10$.

25.27. Пусть x — первое число, $x + 1$ — второе число. Составим и решим уравнение $x(x + 1) = 2x + 1 + 272 \Rightarrow x^2 - x - 272 = 0$: $a = 1$, $b = -1$, $c = -272$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-272) = 1089$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 33}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -16$, $x_2 = 17$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 17$, а $x + 1 = 18$.

25.28. Пусть x — первое число, $x + 1$ — второе число. Составим и решим уравнение $x^2 + (x + 1)^2 - 1201 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1200 = 0$: $a = 2$, $b = 2$, $c = -1200$; $D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1200) = 9604$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 98}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -25$, $x_2 = 24$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 24$, а $x + 1 = 25$.

25.29. Пусть x — первое число, $x + 1$ — второе число, $x + 2$ — третье число. Составим и решим уравнение $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 1589 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 1584 = 0$: $a = 3$, $b = 6$, $c = -1584$; $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1584) = 19044$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 138}{2 \cdot 3}$, $x_1 = -24$, $x_2 = 22$. Так как по условию задачи $x > 0$, то эти числа 22, 23, 24.

25.30. Пусть x — гипотенуза, тогда $x - 32$ — первый катет, а $x - 9$ — второй катет. По теореме Пифагора составим и решим уравнение: $x^2 = (x - 32)^2 + (x - 9)^2 \Rightarrow -x^2 + 82x - 1105 = 0$: $a = -1$, $b = 82$, $c = -1105$; $D = b^2 - 4ac = 82^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1105) = 2304$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-82 \pm 48}{2 \cdot (-1)}$, $x_1 = 17$, $x_2 = 65$. Так как по условию задачи числа положительны, то $x = 65$ — длина гипотенузы а длина катетов 33 и 56.

25.31. Пусть x — гипотенуза, тогда $x - 8$ — первый катет, а $x - 4$ — второй катет. По теореме Пифагора составим и решим уравнение: $(x - 8)^2 + (x - 4)^2 = x^2 \Rightarrow x^2 - 24x + 80 = 0$: $a = 1$, $b = -24$, $c = 80$; $D = b^2 - 4ac = -24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 80 = 256$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{24 \pm 16}{2 \cdot 1}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 20$. Так как по условию задачи числа положительны, то длина гипотенузы $x = 20$ см.

25.32. $x^2 + (x+1)^2 - x(x+1) - 307 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$:
 $a = 1, b = 1, c = -306; D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-306) =$
 $= 1225; D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 35}{2 \cdot 1}$,
 $x_1 = -18, x_2 = 17$. Так как по условию задачи $x > 0$, то
 $x = 17$, а $x + 1 = 18$.

25.33. $(x + x + 1)^2 - x^2 - (x + 1)^2 - 840 = 0$: $a = 2, b = 2,$
 $c = -840; D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-840) = 6724; D > 0$,
два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 82}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -21, x_2 = 20$.
Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 20$, а $x + 1 = 21$.

25.34. Пусть x — проценты в сотых долях. Составим и
решим уравнение $10\,000 + 10\,000x + 10\,000 \cdot (x + 0.05) =$
 $= 11500 \Rightarrow 20\,000x + 500 = 1500 \Rightarrow 20\,000x = 1000 \Rightarrow x =$
 $= 0,05$ или 5%.

25.35. Пусть x — предполагаемый процент снижения
стоимости миксера. Таки образом за первый месяц цена
миксера станет $2500 - 2500 \frac{x}{100}$, тогда $(x + 10)\%$ — процент
снижения стоимости за второй месяц. За два месяца сто-
имость миксера снизится на $2500 \frac{x}{100} + (2500 - 2500 \frac{x}{100}) \times$
 $\times \frac{x + 10}{100}$ рублей. Стоимость миксера станет $2500 - 2500 \frac{x}{100} -$
 $- (2500 - 2500 \frac{x}{100}) \cdot \frac{x + 10}{100} = 1800 \Rightarrow 2500 - 25x - (25 -$
 $- 0,25x)(x + 10) = 1800 \Rightarrow x^2 - 190x + 1800 = 0 \Rightarrow D =$
 $= 36100 - 7200 = 28900 = 170^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{190 \pm 170}{2}$. Так как
по условию задачи стоимость миксера не может быть
меньше нуля то $x = 10\%$.

25.36 а) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$: $a = 1, b = 3\sqrt{2}, c =$
 $= 4; D = b^2 - 4ac = 3\sqrt{2}^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 2; D > 0$, два
решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -2\sqrt{2}, x_2 =$
 $= -\sqrt{2}$; б) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 1 = 0$: $a = 4, b = 4\sqrt{3}, c = 1;$
 $D = b^2 - 4ac = 4\sqrt{3}^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 32; D > 0$, два решения,
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4\sqrt{3} \pm 4\sqrt{2}}{2 \cdot 4}$, $x_1 = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} - \sqrt{3}), x_2 =$
 $= \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$; в) $x^2 - 3\sqrt{5}x - 20 = 0$: $a = 1, b = -3\sqrt{5},$
 $c = -20; D = b^2 - 4ac = -3\sqrt{5}^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 125; D >$
 > 0 , два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3\sqrt{5} \pm 5\sqrt{5}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -\sqrt{5},$
 $x_2 = 4\sqrt{5}$; г) $4x^2 - 2\sqrt{7}x + 1 = 0$: $a = 4, b = -2\sqrt{7},$
 $c = 1; D = b^2 - 4ac = -2\sqrt{7}^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 12; D > 0$, два

решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2\sqrt{7 \pm 2\sqrt{3}}}{2 \cdot 4}$, $x_1 = \frac{1}{4}(\sqrt{7} - \sqrt{3})$,
 $x_2 = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$.

25.37 а) $(2x-1)(2x+1) + x(x-1) - 2x(x+1) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 1 = 0$: $a = 3$, $b = -3$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 21$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 3}$, $x_1 = \frac{1}{6}(3 - \sqrt{21})$, $x_2 = \frac{1}{6}(3 + \sqrt{21})$;

б) $(3x+1)^2 - x(7x+5) - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$: $a = 2$, $b = 1$, $c = -3$; $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 5}{2 \cdot 2}$, $x_1 = -\frac{3}{2}$, $x_2 = 1$;

в) $(3x-1)(3x+1) - 2x(1+4x) + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$: $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1$; г) $(2x+1)^2 + 2 - 2 + 6x^2 = 0 \Rightarrow 10x^2 + 4x + 1 = 0$: $a = 10$, $b = 4$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 10 \cdot 1 = -24$; $D < 0$, нет решений.

25.38. а) $\frac{x^2-x}{3} = \frac{2x+4}{5} \Rightarrow 5x^2 - 6x = 6x + 12 \Rightarrow 5x^2 - 11x - 12 = 0$; $D = 121 - 45 \cdot (-12) = 361$; $x_{1,2} = \frac{11 \pm 19}{10}$;

$x_1 = -\frac{8}{10}$; $x_2 = 2$. б) $\frac{x^2-3}{2} - 6x = 5 \Rightarrow x^2 - 3 - 12x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 13 = 0$; $D = 144 + 4 \cdot 13 = 196$; $x_1 = \frac{12+14}{2} = 13$, $x_2 = \frac{12-14}{2} = -1$; в) $\frac{2x^2+x}{5} = \frac{4x-2}{3} \Rightarrow x^2 + 3x - 20x - 10 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 17x + 10 = 0$;

$D = 289 - 4 \cdot 6 \cdot 10 = 49$, $x_1 = \frac{17+7}{12} = 2$, $x_2 = \frac{17-7}{12} = \frac{5}{6}$;

г) $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x^2+17}{9} \Rightarrow 24x^2 + 6x - 15x + 3 - 2x^2 - 34 = 0 \Rightarrow 12x^2 - 9x - 31 = 0$, $D = 81 + 4 \cdot 12 \cdot 31 = 2809$,
 $x_1 = \frac{9+53}{24} = \frac{62}{24} = \frac{31}{12}$, $x_2 = \frac{9-53}{24} = -1$.

25.39. У квадратного уравнение 2 корня, если $D > 0$: а) $x^2 + px = 0$, $D = p^2$, $p^2 > 0$, если $p \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, т.е. $D > 0$ не для любого p ; б) $x^2 - px - 5 = 0$, $D = p^2 + 4 \cdot 5 = p^2 + 20 > 0$ для любого $p \in (-\infty; +\infty)$, значит уравнение имеет два корня при любом p ; в) $x^2 + px + 5 = 0$, $D = p^2 - 4 \cdot 5 = p^2 - 20$, $D > 0$ $p \in (-\infty; +\infty)$, значит уравнение имеет два корня при любом p ; г) $px^2 - 2 = 0$, $D = 4 \cdot 2 \cdot p = 8p$, $D > 0$ не для любого p .

25.40. Пусть x — число команд, тогда каждая команда сыграла $x-1$ матч, а всего было сыграно $\frac{x(x-1)}{2}$. Составим и решим уравнение $\frac{1}{2}x(x-1) = 66 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 66 = 0$: $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = -66$; $D = b^2 - 4ac = -\frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-66) = \frac{529}{4}$; $D > 0$, два решения,

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{\frac{1}{2} \pm \frac{23}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}}$, $x_1 = -11$, $x_2 = 12$. Так как по условию задачи $x > 0$, то число команд 12.

25.41. Пусть x — число учеников, каждый ученик отдал $x - 1$ карточку, а было роздано $x(x - 1)$. Составим и решим уравнение $x(x - 1) = 210 \Rightarrow x^2 - x - 210 = 0$: $a = 1$, $b = -1$, $c = -210$; $D = b^2 - 4ac = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-210) = 841$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 \pm 29}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -14$, $x_2 = 15$. Так как по условию задачи $x > 0$, то число учеников равно 15.

25.42. Пусть x — задуманное число. Составим и решим уравнение $x^2 + 36 = 20x$: $a = 1$, $b = -20$, $c = 36$; $D = b^2 - 4ac = -20^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 256$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{20 \pm 16}{2 \cdot 1}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 18$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 18$.

25.43. Пусть x км/ч — скорость грузового автомобиля, тогда $(x + 20)$ км/ч — скорость легкового автомобиля. По теореме Пифагора составим и решим уравнение $(1,5x)^2 + (1,5 \cdot (x + 20))^2 = 150^2 \Rightarrow 1,5^2 \cdot (x^2 + x^2 + 40x + 400) = 150^2 \Rightarrow 2x^2 + 40x + 400 = 10000 \Rightarrow x^2 + 20x + 200 = 5000 \Rightarrow x^2 + 20x - 4800 = 0$; $D = 400 + 44800 = 19600$, $x_1 = \frac{-20 + 140}{2} = 60$, $x_2 = \frac{-20 - 140}{2} = -80$. Так как по условию задачи $x > 0$, то скорость грузового автомобиля $x = 60$ км/ч, $60 + 20 = 80$ км/ч — скорость легкового автомобиля.

25.44. Пусть $x\%$ — первоначальный процент повышения зарплаты, s — размер зарплаты. После первоначального повышения она стала равна $s + s \frac{x}{100} = s \left(\frac{100+x}{100} \right)$. После второго повышения — $2x\%$, после чего зарплата стала равной $s \left(\frac{100+x}{100} \right) \cdot \frac{2x}{100} + s \left(\frac{100+x}{100} \right) = s \left(\frac{100+x}{100} \right) \cdot \left(\frac{100+2x}{100} \right) = 1,32s \Rightarrow (100+x)(100+2x) = 13200 \Rightarrow 10000 + 100x + 200x + 2x^2 = 13200 \Rightarrow 2x^2 + 300x - 3200 = 0 \Rightarrow x^2 + 150x - 1600 = 0$; $D = 150^2 - 1600 \cdot 4 = 28900 = 170^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-150 \pm 170}{2}$. Так как по условию задачи $x > 0$, то $x = 10\%$.

25.45. а) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$, $x_2 = -2$ — посторонний корень, так как $x > 0$;

б) $x^2 + (\sqrt{x-2})^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$, $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$, $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$ — посторонний корень, так как $x \geq 2$;

в) $x^2 - 3 \cdot (\sqrt{x})^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$; $D = 9 + 4 \cdot 4 = 25$, $x_1 = \frac{3+5}{2} = 4$, $x_2 = \frac{3-5}{2} = -1$ — посторонний корень, так как $x > 0$;

г) $x^2 + (\sqrt{x+3})^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x + 3 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 2 = 9$, $x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$, $x_2 = -2$.

25.46. а) $x^2 - (2p-2)x + p^2 - 2p = 0$, $D = (2p-2)^2 - 4 \times (p^2 - 2p) = 4p^2 - 8p + 4 - 4p^2 + 8p = 4$, $x_1 = \frac{2p-2+2}{2} = p$, $x_2 = \frac{2p-2-2}{2} = p-2$;

б) $x^2 - \frac{2p+3}{6}x + \frac{p}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 - (2p+3)x + p = 0$, $D = (2p+3)^2 - 4 \cdot 6 \cdot p = 4p^2 + 12p + 9 - 24p = 4p^2 - 12p + 9 = (2p-3)^2$, $x_1 = \frac{2p+3+2p-3}{12} = \frac{p}{3}$, $x_2 = \frac{2p+3-2p-3}{12} = 0,5$;

в) $x^2 - (1-p)x - 2p = 2p^2$, $x^2 - (1-p)x - (2p+2p^2) = 0$, $D = (p-1)^2 + 4 \cdot (2p+2p^2) = p^2 + 1 - 2p + 8p + 8p^2 = 9p^2 + 6p + 1 = (3p+1)^2$, $x_1 = \frac{-p+1+3p+1}{2} = p+1$, $x_2 = \frac{-p+1-3p-1}{2} = -2p$.

г) $x^2 + \frac{3p+2}{6}x + \frac{p}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 + (3p+2)x + p = 0$, $D = (3p+2)^2 - 6 \cdot 4 \cdot p = (3p-2)^2$, $x_1 = \frac{-3p-2+3p-2}{12} = -\frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{-3p-2-3p+2}{12} = -\frac{p}{2}$.

25.47. $x^2 - px + p - 2 = 0 \Rightarrow D = b^2 - 4ac = p^2 - 4 \cdot (p-2) = p^2 - 4p + 8 \Rightarrow p^2 - 4p + 8 = 0$, $D' = 16 - 4 \cdot 8 < 0$, значит не существует p при котором $D = 0$.

25.48. а) 1) $x \geq 0$; $x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot (-6) = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 1$; 2) $x < 0$; $x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \Rightarrow x_2 = -3$, $x_3 = -2$;

б) 1) $x > 0$; $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 3$, $x_2 = 4$; 2) $x < 0$; $-x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot (-12) = 97 \Rightarrow x_{3,4} = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{-7 - \sqrt{97}}{2}$;

в) 1) $x > 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$; 2) $x < 0$; $x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow x_2 = -1$;

г) 1) $x \geq 0$; $x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = 0$ — нет корней. 2) $x < 0$; $-x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 12 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 12 = 97 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{97}}{2} \Rightarrow x = \frac{7 - \sqrt{97}}{2}$.

§26. Рациональные уравнения

26.1. а) $3x + \frac{4}{x} = 7 \Rightarrow 3x + \frac{4}{x} - 7 = 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 7x + 4}{x} = 0$,
 $x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 49 - 48 = 1$,
 $x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{6}$, $x_1 = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$, $x_2 = 1$;

б) $\frac{2x^2 - 10}{x+5} - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 10 - 4 \cdot (x+5) = 0$, $x \neq -5$
 $\Rightarrow 2x^2 - 4x - 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-15) = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2}$; $x_1 = -3$; $x_2 = 5$;

в) $x - 10 = \frac{24}{x}$, $x \neq 0 \Rightarrow x - 10 - \frac{24}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 10x - 24}{x} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0 \Rightarrow D = 100 + 4 \cdot 24 = 196 \Rightarrow x_1 = \frac{10+14}{2} = 12$, $x_2 = -2$;

г) $\frac{x^2+3}{x^2+1} = 2 \Rightarrow \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3-2x^2-2}{x^2+1} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x^2+1} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$.

26.2. а) $\frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x \Rightarrow \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} - 2x = 0 \Rightarrow 4x^2 + 12x + x - 3x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$
 $\Rightarrow x_1 = 0$, $x_2 = 3$;

б) $\frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9} \Rightarrow 24x+12-12x+3x^2-4x^2+16 = 0$
 $\Rightarrow -x^2+12x+28 = 0 \Rightarrow x^2-12x-28 = 0 \Rightarrow D = 144 + 4 \cdot 1 \cdot 28 = 256 \Rightarrow x_1 = \frac{12+16}{2} = 14$, $x_2 = -2$.

26.3. а) $\frac{x^2-4}{8} - \frac{2x+3}{5} = 1 \Rightarrow 5x^2 - 20 - 16x - 24 - 40 = 0$
 $\Rightarrow 5x^2 - 16x - 84 = 0 \Rightarrow D = 256 + 4 \cdot 5 \cdot 84 = 1936 = 44^2$,
 $x_1 = \frac{16+44}{10} = 6$, $x_2 = -2,8$;

б) $\frac{3x+4}{5} - \frac{x^2+4x-3}{3} = 1 \Rightarrow 9x+12-5x^2-20x+15 = 0$
 $\Rightarrow 5x^2+11x-12 = 0 \Rightarrow D = 121+4 \cdot 5 \cdot 12 = 361 = 19^2$,
 $x_{1,2} = \frac{-11 \pm 19}{10} \Rightarrow x_1 = -3$, $x_2 = \frac{4}{5}$.

26.4. а) $\frac{6}{x+1} = \frac{x^2-5x}{x+1}$, $x \neq -1 \Rightarrow \frac{6}{x+1} - \frac{x^2-5x}{x+1} = 0 \Rightarrow \frac{6-x^2+5x}{x+1} = 0 \Rightarrow x^2-5x-6 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 = 7^2$,
 $x_1 = \frac{5+7}{2} = 6$, $x_2 = -1$, $x_2 = -1$ — корень не подходит.

б) $\frac{x^2-6}{x-4} = \frac{x}{x-4}$, $x \neq 4 \Rightarrow \frac{x^2-6}{x-4} - \frac{x}{x-4} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-6-x}{x-4} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 6 - x = 0 \Rightarrow D = 1 + 46 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$, $x_2 = \frac{1-5}{2} = -2$.

в) $\frac{x-x^2}{5-x} = \frac{-20}{5-x}$, $x \neq 5 \Rightarrow \frac{x^2-x-20}{5-x} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$
 $\Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2}$;
 $x = -4$.

г) $\frac{3x^2-x}{1-x} = \frac{2}{1-x}, x \neq 1 \Rightarrow \frac{3x^2-x-2}{1-x} = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{1+5}{6} = 1$ — корень не подходит.

26.5. а) $\frac{3x^2-14x}{x-4} = \frac{8}{4-x}, x \neq 4 \Rightarrow \frac{3x^2-14x}{x-4} + \frac{8}{x-4} = 0 \Rightarrow \frac{3x^2-14x+8}{x-4} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 8 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = 100 = 10^2, x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{14+10}{6} = 4$ — корень не подходит.

б) $\frac{-2x^2+6}{x+6} = \frac{11x}{6+x}, x \neq -6 \Rightarrow 2x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 169 = 13^2; x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{4}; x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -6$ — корень не подходит.

в) $\frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}, x \neq 2 \Rightarrow \frac{2x^2}{x-2} + \frac{-7x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2-7x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 1, x_1 = 1,5, x_2 = \frac{7+1}{4} = 2$ — корень не подходит.

г) $\frac{x^2+x}{x+3} = \frac{6}{3+x}, x \neq -3 \Rightarrow \frac{x^2+x-6}{x+3} = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 24 = 25 = 5^2, x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$ — корень не подходит.

26.6. а) $\frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}, x \neq -2 \Rightarrow \frac{3x^2+12x-2x^2-4x}{3 \cdot (x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+8x}{x+2} = 0, x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -8;$

б) $\frac{5x-3}{x-3} - \frac{2x-3}{x} = 0, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow x(5x-3) - (x-3)(2x-3) = 0 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 2x^2 + 9x - 9 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2}; x_1 = -3; x_2 = 1;$

в) $\frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}, x \neq 1 \Rightarrow \frac{9x^2-45-(x-1)(7x+10)}{x-1} = 0 \Rightarrow 9x^2 - 45 - (7x^2 + 3x - 10) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 35 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 35 = 289 = 17^2 \Rightarrow x_1 = \frac{3+17}{4} = 5, x_2 = \frac{3-17}{4} = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2};$

г) $\frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, x \neq 0, x \neq -2 \Rightarrow \frac{2x+3}{x+2} - \frac{3x+2}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2+3x-(x+2)(3x+2)}{x(x+2)} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - (3x^2 + 8x + 4) = 0, -x^2 - 5x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 4 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+3}{2} = -1, x_2 = -4.$

26.7. а) $\frac{2}{x^2-3} - \frac{1}{x} = 0, x \neq 0, x \neq \pm\sqrt{3} \Rightarrow 2x - (x^2 - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-3) = 16 = 4^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2}; x_1 = -1; x_2 = 3;$

$$6) \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1} \Rightarrow \frac{(x+1)(4x+1)-(x-3)(3x-8)}{(x+1)(x-3)} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x + 1 - (3x^2 - 17x + 24) = 0 \Rightarrow x^2 + 22x - 23 = 0 \Rightarrow D =$$

$$= 484 + 4 \cdot 23 = 576 = 24^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-22+24}{2} = 1, x_2 = -23;$$

$$B) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}, x \neq 0, x \neq \sqrt{2} \Rightarrow \frac{3x-x^2-2}{x(x^2+2)} = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{3+1}{2} = 2, x_2 = 1;$$

$$r) \frac{2x-1}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1} \Rightarrow \frac{(2x-1)(x-1)-(x+7)(3x+4)}{(x-1)(x+7)} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{2x^2-3x+1-(3x^2+25x+28)}{(x-1)(x+7)} = 0 \Rightarrow -x^2 - 28x - 27 = 0 \Rightarrow x^2 + 28x + 27 = 0 \Rightarrow D = 784 - 4 \cdot 27 = 676 = 26^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-28+26}{2} = -1, x_2 = -27.$$

$$\boxed{26.8.} \text{ a) } \frac{x+1}{x+5} + \frac{x-2}{x-5} = 0, x \neq \pm 5 \Rightarrow (x+1)(x-5) + (x+5)(x-2) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 + x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow 2x^2 -$$

$$-x - 15 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 121 = 11^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 11}{4} \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}; x_2 = 3.$$

$$6) \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3, x \neq \pm 1 \Rightarrow \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} - 3 = 0 \Rightarrow \frac{(3x-9)(x+1)+(x+6)(x-1)-3 \cdot (x^2-1)}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 + x^2 +$$

$$+ 5x - 6 - 3 + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 12 = 49 = 7^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1+7}{2} = 4, x_2 = -3;$$

$$B) \frac{3x+3}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, x \neq \pm 2 \Rightarrow (3x+3)(x-2) - (x-1)(x+2) = x^2 - 4 \Rightarrow 3x^2 - 3x - 6 - x^2 - x + 2 = x^2 - 4 \Rightarrow x^2 -$$

$$- 4x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = 4;$$

$$r) \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} = 5, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2x-2}{x+3} + \frac{x+3}{x-3} - 5 = 0 \Rightarrow \frac{(2x-2)(x-3)+(x+3)(x+3)-5 \cdot (x^2-9)}{(x-3)(x+3)} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 + x^2 +$$

$$+ 6x + 9 - 5x^2 + 45 = 0 \Rightarrow -2x^2 - 2x + 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 30 = 121 = 11^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5, x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6.$$

$$\boxed{26.9.} \text{ a) } \frac{36}{x(x-12)} - \frac{3}{x-12} = 3, x \neq 0, x \neq 12 \Rightarrow \frac{36-3x-3x(x-12)}{x(x-12)} = 0 \Rightarrow 12 - x - x(x-12) = 0 \Rightarrow 12 -$$

$$-x - x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x^2 - 11x - 12 = 0 \Rightarrow D = 121 + 4 \cdot 12 = 169 = 13^2 \Rightarrow x_1 = \frac{11+13}{2} = 12 - \text{корень не подходит}, x_2 = \frac{11-13}{2} = -1;$$

$$6) \frac{3x}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{3}{x^2-x}, x \neq 0, x \neq 1 \Rightarrow \frac{3x^2-4 \cdot (x-1)}{x^2-x} = \frac{3}{x^2-x} \Rightarrow 3x^2 - 4x + 4 = 3 \Rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow D = 16 - 43 = -27 < 0 \Rightarrow \text{корень не подходит};$$

$$b) \frac{45}{x(x+15)} + \frac{3}{x+15} = 1, x \neq -15 \Rightarrow \frac{45+3x-x(15+x)}{x(x+15)} = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 45 = 0 \Rightarrow D = 144 + 4 \cdot 45 = 324 = 18^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-12 \pm 18}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -15 - \text{корень не подходит};$$

$$r) \frac{5x}{2+x} - \frac{20}{x^2+2x} = \frac{4}{x}, x \neq 0, x \neq -2 \Rightarrow 5x^2 - 4x - 28 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 \cdot 28 = 576 = 24^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{10} \Rightarrow x_1 = \frac{14}{5}, x_2 = -2 - \text{корень не подходит}.$$

26.10. а) $\frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, x \neq -1, x \neq 4 \Rightarrow \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{x+6}{(x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{(2x-7)(x+1) - (x+2)(x-4) - x-6}{(x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 7 - x^2 + 2x + 8 - x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 = 36 \Rightarrow x_1 = \frac{4+6}{2} = 5, x_2 = -1 - \text{корень не подходит}.$

б) $\frac{6}{(5-x)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}, x \neq -1, x \neq 5 \Rightarrow 6 + x(5-x) + 3 \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow 6 + 5x - x^2 + 3x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 9 = 100; x_{1,2} = \frac{8 \pm 10}{2}; x_1 = 9, x_2 = -1 - \text{корень не подходит};$

в) $\frac{x-1}{x+3} + \frac{28}{(x+3)(x-4)} = \frac{3x}{x-4}, x \neq 4, x \neq -3 \Rightarrow (x-1)(x-4) + 28 - 3x(x+3) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 + 28 - 3x^2 - 9x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 14x - 32 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 16 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot (-16) = 113 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{113}}{2};$

г) $\frac{2x}{x+2} - \frac{x-1}{x-3} = \frac{10}{(3-x)(x+2)}, x \neq -2, x \neq 3 \Rightarrow 2x(x-3) - (x-1)(x+2) + 10 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 2 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1; x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 3 - \text{корень не подходит}.$

26.11. а) $\frac{3x}{x-1} + \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x^2-1}, x \neq \pm 1 \Rightarrow 3x(x+1) + 4 \cdot (x-1) - 6 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 7x - 10 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 3 \cdot 10 = 169 = 13^2; x_{1,2} = \frac{-7 \pm 13}{6} \Rightarrow x_1 = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}, x_2 = 1 - \text{корень не подходит};$

б) $\frac{x}{x-5} + \frac{6}{x+5} = \frac{3x+35}{x^2-25}, x \neq \pm 5 \Rightarrow x(x+5) - 6 \cdot (x-5) - 3x - 35 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot (-5) = 36 = 6^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 5 - \text{корень не подходит};$

в) $\frac{2x}{x+3} + \frac{30}{x^2-9} = \frac{5}{x-3}, x \neq \pm 3 \Rightarrow 2x(x-3) + 30 - 5 \cdot (x+3) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x + 15 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}, x_2 = 3 - \text{корень не подходит};$

$$\Gamma) \frac{2}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{20-3x}{x^2-16}, x \neq \pm 4 \Rightarrow 2 \cdot (x+4) + x(x-4) - 20 + 3x = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot (-12) = 49 = 7^2; \\ x_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4 - \text{корень не подходит.}$$

$$\boxed{26.12.} \text{ а) } \frac{a-3}{a+2} = \frac{3a-7}{a+5}, a \neq -2, a \neq -5 \Rightarrow \frac{a-3}{a+2} - \frac{3a-7}{a+5} = 0 \Rightarrow \frac{(a+5)(a-3) - (3a-7)(a+2)}{(a+2)(a+5)} = 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 15 - 3a^2 + a + 14 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{4} \Rightarrow a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \frac{3a+9}{3a-1} + \frac{2a-13}{2a+5} = 0, a \neq \frac{1}{3}, a \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{(3a+9)(2a+5) + (2a-13)(3a-1) - 2 \cdot (3a-1)(2a+5)}{(3a-1)(2a+5)} = 0 \Rightarrow 6a^2 + 33a + 45 + 6a^2 - 41a + 13 - 12a^2 - 26a + 10 = 0 \Rightarrow -34a + 68 = 0 \Rightarrow a = -2.$$

$$\boxed{26.13.} \text{ а) } \frac{x+7}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{(x+7)(x+2) + (x-1)(x-2) - x^2 + 4}{(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow x^2 + 9x + 14 + x^2 - 3x + 2 - x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 20 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 20 = -44 < 0, \text{ следовательно нет.}$$

$$\text{б) } \frac{1-3x}{4x-3} - \frac{x+5}{x+2} = \frac{1-3x}{4x-3} \times \frac{x+5}{x+2} \Rightarrow \frac{(1-3x)(x+2) - (x+5)(4x-3) - (1-3x)(x+5)}{(4x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow -3x^2 + 2 - 5x - 4x^2 - 17x + 15 + 3x^2 + 14x - 5 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 34 = 16 = 4^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3.$$

$$\boxed{26.14.} \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 - 17y + 16 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 16 = 225 \Rightarrow y_1 = \frac{17+15}{2} = 16, y_2 = 1 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4; x_{3,4} = \pm 1;$$

$$\text{б) } x^4 + 3x^2 - 10 = 0, y = x^2 \Rightarrow y^2 + 3y - 10 = 0, y \geq 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot (-10) = 49 = 7^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{2};$$

$$\text{в) } x^4 - 10x^2 + 25 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 - 10y + 25 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 25 = 0 \Rightarrow y = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{5};$$

$$\text{г) } x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = y \Rightarrow y^2 + 5y - 36 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 36 = 169 = 13^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-5 \pm 13}{2} \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = -9 \Rightarrow x^2 = 4, x^2 = -9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

$$\boxed{26.15.} \text{ а) } 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0, x^2 = y \Rightarrow 4y^2 - 37y + 9 = 0 \Rightarrow D = 1369 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 1225 = 35^2 \Rightarrow y_1 = \frac{37+35}{8} = 9, y_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = 9, x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3, x_{3,4} = \pm \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 9x^4 + 32x^2 - 16 = 0, y = x^2 \Rightarrow 9y^2 + 32y - 16 = 0, y \geq 0 \Rightarrow D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600 = 40^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{-32 \pm 40}{18} \Rightarrow y = \frac{4}{9} \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{2}{3};$$

$$\text{в) } 16x^4 - 25x^2 + 9 = 0, x^2 = y \Rightarrow 16y^2 - 25y + 9 = 0 \Rightarrow D = 625 - 4 \cdot 16 \cdot 9 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{25+7}{32} = 1, y_2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x^2 = 1, x^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm \frac{3}{4};$$

$$\text{г) } 9x^4 - 32x^2 - 16 = 0, x^2 = y \Rightarrow 9y^2 - 32y - 16 = 0 \Rightarrow D = 1024 + 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1600 = 40^2 \Rightarrow y_1 = \frac{32+40}{18} = 4, y_2 = -\frac{8}{18} \Rightarrow x^2 = 4, x^2 = -\frac{8}{18} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2.$$

$$\text{26.16. а) } x^6 - 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 - 7y - 8 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 8 = 81 = 9^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+9}{2} = 8, y_2 = \frac{7-9}{2} = -1 \Rightarrow x^3 = 8, x^3 = -1 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -1;$$

$$\text{б) } x^6 - 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 - 9y + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{9+7}{2} = 8, y_2 = \frac{9-7}{2} = 1 \Rightarrow x^3 = 8, x^3 = 1 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 1;$$

$$\text{в) } x^6 + 7x^3 - 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 + 7y - 8 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 8 = 81 = 9^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-7+9}{2} = 1, y_2 = \frac{-7-9}{2} = -8 \Rightarrow x^3 = 1, x^3 = -8 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2;$$

$$\text{г) } x^6 + 9x^3 + 8 = 0, x^3 = y \Rightarrow y^2 + 9y + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, y_2 = \frac{-9-7}{2} = -8 \Rightarrow x^3 = -1, x^3 = -8 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -2.$$

$$\text{26.17. а) } \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2-4x+4}, x \neq 2 \Rightarrow \frac{5}{x-2} + 1 - \frac{14}{x^2-4x+4} = 0 \Rightarrow \frac{5 \cdot (x-2) + (x-2)^2 - 14}{(x-2)^2} = 0 \Rightarrow 5x - 10 + x^2 - 4x + 4 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 20 = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -5;$$

$$\text{б) } \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{3x+1-1-2 \cdot (9x^2+6x+1)}{(3x+1)^2} = 0 \Rightarrow 3x - 18x^2 - 12x - 2 = 0 \Rightarrow 18x^2 + 9x + 2 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 18 \cdot 2 = -303 < 0 - \text{нет корней};$$

$$\text{в) } \frac{2}{x-3} + 1 = \frac{15}{(x-3)^2}, x \neq 3 \Rightarrow 2 \cdot (x-3) + (x-3)^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot (-12) = 64 = 8^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 6;$$

$$\text{г) } \frac{2}{5x+1} + \frac{3}{(5x+1)^2} = 1 \Rightarrow 2 \cdot (5x+1) + 3 - (5x+1)^2 = 0 \Rightarrow -25x^2 - 10x - 1 + 10x + 5 = 0 \Rightarrow 25x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{2}{5}.$$

26.18. а) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}, x \neq 0, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{1}{x+2} + \frac{18}{x(x-2)x(x-2)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{x(x-2)+x+2-8}{x^3-4x} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 6 = 25 = 5^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2$ — корень не подходит;

б) $\frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} = \frac{5}{x^3-9x}, x \neq 0, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2 \cdot (x+3) - x(x+3) - 5}{x^3-9x} = 0 \Rightarrow 2x + 6 - x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 = 5 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$

в) $\frac{7}{x+1} - \frac{x+4}{2-2x} = \frac{3x^2-38}{x^2-1}, x \neq \pm 1 \Rightarrow \frac{66+19x-5x^2}{2(-1+x)(1+x)} = 0 \Rightarrow 5x^2 - 19x - 66 = 0 \Rightarrow D = -19^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-66) = 1681 = 41^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{19 \pm 41}{2 \cdot 5}, x_1 = -\frac{11}{5} = 2,2, x_2 = 6;$

г) $\frac{2x-5}{x^2-3x} - \frac{x+2}{x^2+3x} + \frac{x-5}{x^2-9}, x \neq \pm 3 \Rightarrow \frac{2x-5}{x(x-3)} - \frac{x+2}{x(x+3)} + \frac{x-5}{(x-3)(x+3)} \Rightarrow (2x-5)(x+3) - (x+2)(x-3) + (x-5)x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 9 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 9 = 81 = 9^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm 9}{4} \Rightarrow x_1 = -1,5, x_2 = 3$ — корень не подходит.

26.19. а) $\frac{8x+4}{x^3+1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5x-1}{x^2-x+1}, x \neq -1 \Rightarrow \frac{8x+4}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{4}{x+1} - \frac{5x-1}{x^2-x+1} = 0 \Rightarrow \frac{8x+4+4x^2-4x+4-(5x-1)(x+1)}{x^3+1} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 8 - 5x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3;$

б) $\frac{a^2+56}{a^3+8} + \frac{3a+2}{a^2-2a+4} = \frac{5}{a+2}, a \neq -2 \Rightarrow a^2 + 56 + (3a+2)(a+2) = 5 \cdot (a^2 - 2a + 4) \Rightarrow a^2 - 18a - 40 = 0 \Rightarrow D = 324 - 4 \times (-40) = 484 = 22^2 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{18 \pm 22}{2}; a_1 = 20, a_2 = -2$ — корень не подходит;

в) $\frac{16-a^2}{8a^3+1} - \frac{2a+1}{4a^2-2a+1} = \frac{2}{2a+1}, a \neq \pm 0,5 \Rightarrow \frac{16-a^2-4a^2-4a-1-8a^2+4a-2}{8a^3+1} = 0 \Rightarrow 13a^2 = 13 \Rightarrow a_{1,2} = \pm 1;$

г) $\frac{x+3}{9x^2+3x+1} + \frac{3}{27x^3-1} = \frac{1}{3x-1}, x \neq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3x^2+8x-3+3-9x^2-3x-1}{27x^3-1} = 0 \Rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12} \Rightarrow x_1 = 0,5, x_2 = \frac{1}{3}$ — корень не подходит.

26.20. а) $\frac{8}{16x^2-9} - \frac{8}{16x^2-24x+9} = \frac{1}{4x^2+3x}, x \neq 0, x \neq -\frac{3}{4}, x \neq \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{8}{(4x-3)(4x+3)} - \frac{8}{(4x-3)^2} - \frac{1}{x(4x+3)} = 0 \Rightarrow \frac{8x(4x-3) - 8x(4x+3) - 16x^2 + 24x - 9}{x(4x-3)^2 \cdot (4x+3)} = 0 \Rightarrow -48x - 16x^2 + 24x - 9 = 0 \Rightarrow 16x^2 + 24x + 9 = 0 \Rightarrow (4x+3)^2 = 0, x = -\frac{3}{4}$ — нет корней;

$$\text{б) } \frac{18}{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2x^2-x} = \frac{6}{4x^2-1}, x \neq \pm\frac{1}{2}, x \neq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{18x(2x-1)-4x^2-4x-1-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)^2} = 0 \Rightarrow 36x^2 - 18x - 4x^2 - 1 -$$

$$- 12x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 20x^2 - 28x - 1 = 0 \Rightarrow D = 784 + 4 \times$$

$$\times 20 = 864 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{28 \pm 12\sqrt{6}}{40} = \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10};$$

$$\text{в) } \frac{x+3}{4x^2-9} - \frac{3-x}{4x^2+12x+9} = \frac{2}{2x-3}, x \neq \pm 1,5 \Rightarrow$$

$$\frac{(x+3)(2x+3)-(3-x)(2x-3)-2 \cdot (4x^2+12x+9)}{(2x+3)^2 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x + 9 -$$

$$- (6x - 2x^2 - 9 + 3x) - 8x^2 - 24x - 18 = 0 \Rightarrow -4x^2 - 24x =$$

$$= 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$$

$$\text{г) } \frac{1+2x}{6x^2-3x} - \frac{2x-1}{14x^2+7x} = \frac{8}{12x^2-3}, x \neq 0, x \neq \pm 0,5 \Rightarrow$$

$$\frac{7 \cdot (2x+1)^2 - 3 \cdot (2x-1)^2 - 8 \cdot 7x}{3 \cdot 7x(2x-1)(2x+1)} = 0 \Rightarrow 28x^2 + 28x + 7 - 12x^2 + 12x -$$

$$- 3 - 56x = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x + 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 =$$

$$= 0 \Rightarrow (2x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} - \text{нет корней.}$$

26.21. а) $\frac{x+1}{x^3-3x^2+x-3} + \frac{1}{x^4-1} = \frac{x-2}{x^3-3x^2-x+3}, x \neq \pm 1,$
 $x \neq 3 \Rightarrow \frac{x+1}{(x-3)(x^2+1)} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)(x-3)(x^2-1)} = 0 \Rightarrow$
 $\frac{(x+1)(x^2-1)+x-3-(x-2)(x^2+1)}{(x-3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0 \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 + x - 3 -$
 $- x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0, D = 1 + 4 \times$
 $\times 3 \cdot 2 = 25 = 5^2, x_1 = \frac{1+5}{6} = 1 - \text{корень не подходит,}$
 $x_2 = -\frac{2}{3}.$

$$\text{б) } \frac{25}{4x^2+1} \cdot \frac{8x+29}{16x^4-1} = \frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1}, x \neq \pm\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{25}{4x^2+1} +$$

$$+ \frac{8x+29}{(4x^2-1)(4x^2+1)} - \frac{18x+5}{(2x+1)(4x^2+1)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{100x^2-25-8x-29-(18x+5)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)} = 0 \Rightarrow 100 - 8x - 54 -$$

$$- 36x^2 + 8x + 5 = 0 \Rightarrow 64x^2 - 49 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{49}{64} \Rightarrow x_{1,2} =$$

$$= \pm\frac{7}{8};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8} + \frac{x^2+2x+4}{x^2+2x^2+4x+8} = \frac{2x+2}{x^2-4}, x \neq \pm$$

$$\pm 2 \Rightarrow \frac{x^2-2x+4}{(x-2)(x^2+4)} + \frac{x^2+2x+4}{(x+2)(x^2+4)} - \frac{2x+2}{(x-2)(x+2)} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{(x^2-2x+4)(x+2)+(x^2+2x+4)(x-2)-(2x+2)(x^2+4)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)} =$$

$$= 0 \Rightarrow x^3 + 8 + x^3 - 8 - 2x^3 - 8x - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow -2x^2 -$$

$$- 8x - 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 =$$

$$= 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 - \text{нет}$$

корней.

$$\text{г) } \frac{5}{x^3-2x^2-2x+1} - \frac{2}{x^3-4x^2+4x-1} = \frac{1}{x^2-1} \Rightarrow \frac{5}{(x+1)(x^2-3x+1)} -$$

$$- \frac{2}{(x-1)(x^2-3x+1)} \cdot \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow \frac{5x-5-2x-2-x^2+3x-1}{(x^2-3x+1)(x^2-1)} =$$

$$= 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 8 = 4 = 2^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 2.$$

26.22. а) $(3x - 4)^2 - 5 \cdot (3x - 4) + 6 = 0, y = 3x - 4 = y \Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \Rightarrow y_1 = \frac{5+1}{2} = 3, y_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \Rightarrow 3x - 4 = 3, 3x - 4 = 2 \Rightarrow 3x = 7, 3x = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}, x_2 = 2;$

б) $3 \cdot (2x + 1)^2 + 10 \cdot (2x + 1) + 3 = 0, y = 2x + 1 \Rightarrow 3y^2 + 10y + 3 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64 = 8^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-10+8}{6} = -\frac{1}{3}, y_2 = \frac{-10-8}{6} = -3 \Rightarrow 2x + 1 = -\frac{1}{3}, 2x + 1 = -3 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -2;$

в) $(5x + 1)^2 - 3 \cdot (5x + 1) - 4 = 0, y = 5x + 1 = y \Rightarrow y^2 - 3y - 4 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{3+5}{2} = 4, y_2 = \frac{3-5}{2} = -1 \Rightarrow 5x + 1 = 4, 5x + 1 = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = -\frac{2}{5};$

г) $2 \cdot (7x - 6)^2 + 3 \cdot (7x - 6) + 1 = 0, y = 7x - 6 \Rightarrow 2y^2 + 3y + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow y_1 = \frac{-3+1}{4} = -0,5, y_2 = \frac{-3-1}{4} = -1 \Rightarrow 7x - 6 = -0,5, 7x - 6 = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{11}{14}, x_2 = \frac{5}{7}.$

26.23. а) $(x^2 + 2x)^2 - 2 \cdot (x^2 + 2x) - 3 = 0, y = x^2 + 2x \Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16 \Rightarrow y_1 = \frac{2+4}{2} = 3, y_2 = \frac{2-4}{2} = -1 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0, x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16, (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, x_2 = -1; x_3 = -3;$

б) $2 \cdot (x^2 + 3)^2 - 7 \cdot (x^2 + 3) + 3 = 0, y = x^2 + 3 \Rightarrow 2y^2 - 7y + 3 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+5}{4} = 3, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 + 3 = 3, x^2 + 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = -2,5$ — нет корней, $x = 0.$

в) $(x^2 + 1)^2 - 6 \cdot (x^2 + 1) + 5 = 0, y = x^2 + 1 \Rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 5 = 16 = 4^2 \Rightarrow y_1 = \frac{6+4}{2} = 5, y_2 = \frac{6-4}{2} = 1 \Rightarrow x^2 + 1 = 5, x^2 + 1 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2, x_3 = 0;$

г) $2 \cdot (x^2 + 4x)^2 + 17 \cdot (x^2 + 4x) + 36 = 0, y = x^2 + 4x \Rightarrow 2y^2 + 17y + 36 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 2 \cdot 36 = 1, y_1 = \frac{-17+1}{4} = -4, y_2 = \frac{-17-1}{4} = -\frac{9}{2} \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0, x^2 + 4x + \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0, 2x^2 + 8x + 9 = 0 \Rightarrow x = -2; D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot 9 < 0$ — нет корней.

26.24. а) $(x^2 - 9)^2 - 8 \cdot (x^2 - 9) + 7 = 0, y = x^2 - 9 \Rightarrow y^2 - 8y + 7 = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 7 = 36 = 6^2 \Rightarrow y_1 = \frac{8+6}{2} = 7, y_2 = \frac{8-6}{2} = 1 \Rightarrow x^2 - 9 = 7, x^2 - 9 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4, x_{3,4} = \pm \sqrt{10};$

б) $(x^2 - 4x + 4)^2 + 2 \cdot (x - 2)^2 = 3 \Rightarrow (x - 2)^4 + 2 \cdot (x - 2)^2 = 3, y = (x - 2)^2 = y \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 3 = 16 = 4^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+4}{2} = 1, y_2 = \frac{-2-4}{2} = -3 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1, (x - 2)^2 = -3 \Rightarrow x - 2 = 1, x - 2 = -1 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1;$

в) $(x^2 - 3x)^2 + 3 \cdot (x^2 - 3x) - 28 = 0, y = x^2 - 3x \Rightarrow y^2 + 3y - 28 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 28 = 121 = 11^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-3+11}{2} = 4, y_2 = \frac{-3-11}{2} = -7 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0, x^2 - 3x + 7 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25, D = 9 - 4 \cdot 6 < 0 - \text{нет корней}; \Rightarrow x_1 = \frac{3+5}{2} = 4; x_2 = \frac{3-5}{2} = -1;$

г) $2 \cdot (x^2 + 2x + 1)^2 - (x + 1)^2 = 1 \Rightarrow 2 \cdot (x + 1)^4 - (x + 1)^2 - 1 = 0, y = (x + 1)^2 = y \Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 = 3^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1+3}{4} = 1, y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (x + 1)^2 = 1, (x + 1)^2 = -\frac{1}{2} - \text{нет корней}, \Rightarrow x + 1 = 1, x + 1 = -1 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2.$

26.25. а) $48 - 14x^{-1} + x^{-2} = 0, y = x^{-1} \Rightarrow y^2 - 14y + 48 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 48 = 4 = 2^2; y_{1,2} = \frac{14 \pm 2}{2} \Rightarrow y_1 = 8; y_2 = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{8}; x_2 = \frac{1}{6};$

б) $9 \cdot (x + 2)^{-2} - 6 \cdot (x + 2)^{-1} + 1 = 0, y = (x + 2)^{-1} \Rightarrow 9y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow (3y - 1)^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1;$

в) $24 - 10x^{-1} + x^{-2} = 0, y = x^{-1} \Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 24 = 4 = 2^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2} \Rightarrow t_1 = 4, t_2 = 6 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{6};$

г) $16 \cdot (x - 3)^{-2} + 8 \cdot (x - 3)^{-1} + 1 = 0, y = (x - 3)^{-1} \Rightarrow 16y^2 + 8y + 1 = 0 \Rightarrow (4y + 1)^2 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - 3 = -4 \Rightarrow x = -1.$

26.26. а) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x + 3) = 3, y = x^2 - 3x \Rightarrow (y + 1)(y + 3) = 3 \Rightarrow y^2 + 4y = 0 \Rightarrow y_1 = 0, y = -4 \Rightarrow x^2 - 3x = 0, x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 3, D = 9 - 4 \cdot 4 = -7 < 0 - \text{нет корней};$

б) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9, y = \frac{x^2+1}{x} \Rightarrow y + \frac{1}{y} - 2,9 = 0 \Rightarrow \frac{y^2 - 2,9y + 1}{y} = 0 \Rightarrow D = 8,41 - 4 = 4,41 \Rightarrow y_1 = \frac{2,9+2,1}{2} = 2,5, y_2 = \frac{2,9-2,1}{2} = 0,4 \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{2}, \frac{x^2+1}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2x^2 +$

$+2 = 5x$, $5x^2 - 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 5 < 0$ — нет корней; $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = 2$, $x_2 = \frac{1}{5}$;

в) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1 \Rightarrow (x^2 - 5x + 7)^2 - (x^2 - 5x + 6) = 1$, $y = x^2 - 5x + 7 \Rightarrow y^2 - y + 1 = 1 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 0, x^2 - 5x + 7 = 0$, $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$ — нет корней, $D = 25 - 24 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{5+1}{2} = 3, x_2 = 2$;

г) $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0$, $y = \frac{x^2+x-5}{x} \Rightarrow y + \frac{3}{y} + 4 = 0 \Rightarrow \frac{y^2+4y+3}{y} = 0 \Rightarrow D = 16 - 4 \cdot 3 = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{-4+2}{2} = -1, y_2 = \frac{-4-2}{2} = -3 \Rightarrow \frac{x^2+x-5}{x} = -1 \Rightarrow x^2 + x - 5 = -x$, $x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 5 = 4, 6, x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}$; $\frac{x^2+x-5}{x} = -3 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 5 = 36 \Rightarrow x_3 = 1, x_4 = -5$.

26.27. а) $x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2+x+3}$, $y = x^2 + x + 1 \Rightarrow y = \frac{15}{y+2} \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 15 = 64 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, y_2 = \frac{-2-8}{2} = -5 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 3, x^2 + x + 1 = -5 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0, x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1, x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2; D = 1 - 4 \cdot 6 < 0$ — нет корней;

б) $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$, $y = x^2 - x \Rightarrow \frac{y}{y+1} - \frac{y+2}{y-2} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{y(y-2) - (y+2)(y+1) - (y-2)(y+1)}{(y+1)(y-2)} = 0 \Rightarrow (y-2)(y - y - 1) - (y+2)(y+1) = 0 \Rightarrow 2 - y - y^2 - 3y - 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 4 = 0 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = -4 \Rightarrow x^2 - x = 0, x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, D = 1 - 4 \cdot 4 < 0$ — нет корней;

в) $x^2 + 3x = \frac{8}{x^2+3x-2}$, $y = x^2 + 3x \Rightarrow y = \frac{8}{y-2} \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 8 = 36 = 6^2 \Rightarrow y_1 = \frac{2+6}{2} = 4, y_2 = \frac{2-6}{2} = -2 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0, x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 = 25, D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+5}{2} = 1, x_2 = \frac{-3-5}{2} = -4, x_3 = \frac{-3+1}{2} = -1, x_4 = \frac{-3-1}{2} = -2$;

г) $\frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$, $y = x^2 - 3x + 3 \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{2}{y+1} - \frac{6}{y+2} = 0 \Rightarrow y^2 + 3y + 2 + 2y(y+2) - 6y(y+1) = 0 \Rightarrow -3y^2 + y + 2 = 0 \Rightarrow 3y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1+5}{6} = 1, y_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 3x + 3 = 1$,

$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow D = 9 - 2 \cdot 4 = 1, x_1 = \frac{3+1}{2} = 2,$
 $x_2 = \frac{1-1}{2} = 0, x^2 - 3x + 3 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 3x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow D =$
 $= 9 - \frac{11 \cdot 4}{3} < 0$ — нет корней.

26.28. а) $x(x-1)(x-2)(x-3) = 15 \Rightarrow (x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) = 15, y = x^2 - 3x \Rightarrow y(y+2) = 15 \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 15 = 64 \Rightarrow y_1 = \frac{-2+8}{2} = 3, y_2 = \frac{-2-8}{2} = -5 \Rightarrow x^2 - 3x - 3 = 0, x^2 - 3x + 5 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 3 = 21 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}, D = 9 - 4 \cdot 5 < 0$ — нет корней;

б) $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow (x + \frac{1}{x})^2 - 2 + (x + \frac{1}{x}) = 4, y = x + \frac{1}{x} \Rightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow D = 1 + 46 = 25 = 5^2 \Rightarrow y_1 = \frac{-1+5}{2} = 2, y_2 = \frac{-1-5}{2} = -3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x + \frac{1}{x} = -3 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 = 5 \Rightarrow x_{2,3} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

в) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 3 \Rightarrow (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x + 4) = 3, y = x^2 + 5x \Rightarrow (y+6)(y+4) = 3 \Rightarrow y^2 + 10y + 21 = 0 \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 21 = 16 \Rightarrow y_1 = \frac{-10+4}{2} = -3, y_2 = \frac{-10-4}{2} = -7 \Rightarrow x^2 + 5x = -3 \Rightarrow x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 3 = 13 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}, x^2 + 5x = -7 \Rightarrow x^2 + 5x + 7 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$ — нет корней.

г) $2 \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7 \cdot (x + \frac{1}{x}) + 9 = 0 \Rightarrow 2 \cdot (x + \frac{1}{x})^2 - 4 - 7 \cdot (x + \frac{1}{x}) + 9 = 0, y = x + \frac{1}{x} \Rightarrow 2y^2 - 7y + 5 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 9 = 3^2 \Rightarrow y_1 = \frac{7+3}{4} = \frac{5}{2}, y_2 = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 < 0$ — нет корней; $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2x + \frac{2}{x} - 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 = 3^2 \Rightarrow x_1 = \frac{5+3}{4} = 2, x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$

§27. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций

27.1. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость на втором участке пути. Тогда: $(x+6)$ км/ч — первоначальная скорость. $\frac{18}{x+6}$ ч — проехал первую часть пути, $\frac{6}{x}$ —

затратил на вторую часть. Так как всего он был в пути 1,5 ч, получаем $\frac{18}{x+6} + \frac{6}{x} = \frac{3}{2}$. 2 этап: $\frac{6}{x+6} + \frac{2}{x} - \frac{1}{2} = 0$, $12x + 4x + 24 - x^2 - 6x = 0$, $x^2 - 10x - 24 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 24 = 196$, $x_1 = \frac{10+14}{2} = 12$, $x_2 = \frac{10-14}{2} = -2$. 3 этап: Из двух значений неизвестного нас устраивает только первое. Ответ: 12 км/ч.

27.2. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость первого пешехода. Тогда: $(x+1)$ км/ч — скоро второго. $\frac{6}{x}$ и $\frac{5}{x+1}$ — были в пути соответственно первый и второй пешеход. Отсюда получаем $\frac{6}{x} = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$. 2 этап: $\frac{6}{x} = \frac{5}{x+1} + \frac{1}{2}$, $\frac{6}{x} - \frac{5}{x+1} - \frac{1}{2} = 0$, $12x + 12 - 10x - x^2 - x = 0$, $x^2 - x - 12 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$, $x_1 = \frac{1+7}{2} = 4$, $x_2 = \frac{1-7}{2} = -3$. 3 этап: Из двух значений нас устраивает только первое, значит, скорость первого пешехода 4 км/ч. Ответ: 4 км/ч.

27.3. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость первого лыжника. Тогда: $(x-3)$ км/ч — скорость второго. $\frac{30}{x}$ и $\frac{30}{x-3}$ — были в пути соответственно первый и второй лыжник. Отсюда получаем $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} = \frac{30}{x-3}$. 2 этап: $\frac{30}{x} + \frac{1}{3} - \frac{30}{x-3} = 0$, $90x - 270 + x^2 - 3x - 90x = 0$, $x^2 - 3x - 270 = 0$, $D = 9 + 4 \cdot 270 = 1089$, $x_1 = \frac{3+33}{2} = 18$, $x_2 = -15$. 3 этап: Так как за x мы обозначаем скорость, то $x = 18$. То есть скорость первого лыжника 18 км/ч, а $18 - 3 = 15$ км/ч — скорость второго. Ответ: 18 и 15 км/ч.

27.4. 1 этап: Пусть x — числитель дроби. Тогда: $(x+1)$ — знаменатель. $\frac{x+1}{x}$ — обратная дробь. $(\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x})$ — сумма дроби и обратной ей дробью или $\frac{25}{12}$, то есть $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = \frac{25}{12}$. 2 этап: $\frac{x}{x+1} = y$, $y + \frac{1}{y} - \frac{25}{12} = 0$, $12y^2 - 25y + 12 = 0$, $D = 625 - 4 \cdot 12 \cdot 12 = 49$, $y_1 = \frac{25+7}{24} = \frac{4}{3}$, $y_2 = \frac{3}{4}$, $\frac{x}{x+1} = \frac{4}{3}$, $3x = 4x + 4$, $x = -4$, $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{4}$, $4x = 3x + 3$, $x = 3$. 3 этап: В первом случае получаем, что исходная дробь равна $\frac{-4}{-4+1} = \frac{4}{3}$ — не подходит, так как числитель больше знаменателя. Во втором $\frac{3+1}{3+1} = \frac{3}{4}$. Ответ: $\frac{3}{4}$.

27.5. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость первого автомобиля. Тогда: $(x-10)$ км/ч — скорость второго. $\frac{560}{x}$ и $\frac{560}{x-10}$ ч — были в пути соответственно первый и

второй автомобиля. Отсюда получаем $\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}$. 2 этап: $\frac{560}{x} + 1 - \frac{560}{x-10} = 0$, $560x - 5600 + x^2 - 10x - 560x = 0$, $x^2 - 10x - 5600 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 5600 = 22500$, $x_1 = \frac{10+150}{2} = 80$, $x_2 = -70$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 80 км/ч — скорость первого, $80 - 10 = 70$ км/ч — скорость второго автомобиля. Ответ: 80 и 70 км/ч.

27.6. 1 этап: Пусть x км/ч — планируемая скорость. Тогда $(x - 10)$ км/ч — действительная скорость. $\frac{100}{x}$ и $\frac{100}{x-10}$ ч — время в пути соответственно по плану и в действительности. Получаем $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} = \frac{100}{x-10}$. 3 этап: $\frac{100}{x} + \frac{1}{2} - \frac{100}{x-10} = 0$, $200x - 2000 + x^2 - 10x - 200x = 0$, $x^2 - 10x - 2000 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 2000 = 8100$, $x_1 = \frac{10+90}{2} = 50$, $x_2 = -40$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — скорость по плану. Ответ: 50 км/ч.

27.7. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость до станции. Тогда: $(x + 1)$ км/ч — скорость до деревни. $\frac{32}{x}$ и $\frac{32}{x+1}$ ч — время в пути соответственно в первом и во втором случаях. Получаем $\frac{32}{x} = \frac{32}{x+1} + \frac{2}{15}$. 3 этап: $\frac{16}{x} - \frac{16}{x+1} - \frac{1}{15} = 0$, $240x + 240 - 240x - x^2 - x = 0$, $x^2 + x - 240 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 240 = 961$, $x_1 = \frac{-1+31}{2} = 15$, $x_2 = -16$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 15 км/ч — скорость до станции. Ответ: 15 км/ч.

27.8. 1 этап: Пусть x км/ч — начальная скорость. Тогда: $(x + 10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{720}{x}$ и $\frac{720}{x+10}$ ч — время в пути соответственно в первом и во втором случаях. Получаем $\frac{720}{x} - 1 = \frac{720}{x+10}$. 2 этап: $\frac{720}{x} - 1 - \frac{720}{x+10} = 0$, $720x + 7200 - x^2 - 10x - 720x = 0$, $x^2 + 10x - 7200 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 7200 = 28900$, $x_1 = \frac{-10+170}{2} = 80$, $x_2 = -90$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 80 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 80 км/ч.

27.9. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость до турбазы. Тогда: $(x - 4)$ км/ч — скорость обратно. $\frac{16}{x}$ и $\frac{16}{x-4}$ ч — время в пути соответственно в первом и втором случаях. Получаем $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} = \frac{7}{3}$. 2 этап: $\frac{16}{x} + \frac{16}{x-4} - \frac{7}{3} = 0$,

$48x - 192 + 48x - 7x^2 + 28x = 0$, $7x^2 - 124x + 192 = 0$,
 $D = 15376 - 4 \cdot 7 \cdot 192 = 10000$, $x_1 = \frac{124+100}{14} = 16$, $x_2 = \frac{12}{7}$.
 3 этап: $x_2 = \frac{12}{7}$ не подходит, Так как в этом случае
 скорость обратно равна $\frac{12}{7} - 4 < 0$. Значит, 16 км/ч —
 скорость до турбазы; $16 - 4 = 12$ км/ч — скорость
 обратно. Ответ: 12 км/ч.

27.10. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная ско-
 рость. Тогда $(x - 10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{40}{x}$ и
 $\frac{40}{x-10}$ ч — время в пути соответственно в первом и
 втором случаях. Получаем $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} = \frac{40}{x-10}$. 2
 этап: $\frac{40}{x} + \frac{1}{3} - \frac{40}{x-10} = 0$, $120x - 1200 + x^2 - 10x - 120x =$
 $= 0$, $x^2 - 10x - 1200 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 1200 = 4900$,
 $x_1 = \frac{10+70}{2} = 40$, $x_2 = -30$. 3 этап: Очевидно, что
 подходит только первое значение, то есть 40 км/ч —
 первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

27.11. 1 этап. Пусть x км/ч — скорость пешехода. Тогда
 $(x + 9)$ км/ч — скорость велосипедиста. $\frac{18}{x}$ и $\frac{18}{x+9}$ ч —
 время в пути соответственно пешехода и велосипедиста,
 получаем $\frac{18}{x} - \frac{18}{x+9} = \frac{9}{5}$. 2 этап: $\frac{2}{x} - \frac{2}{x+9} - \frac{1}{5} = 0$, $10 \cdot (x +$
 $+ 9) - 10x - x^2 - 9x = 0$, $x^2 + 9x - 90 = 0$, $D = 81 + 360 =$
 $= 441$, $x_1 = \frac{-9+21}{2} = 6$, $x_2 = -15$. 3 этап. Очевидно,
 что подходит только первое значение, то есть 6 км/ч —
 скорость пешехода, 15 км/ч — скорость велосипедиста.
 Ответ: 15 км/ч; 6 км/ч.

27.12. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость мотоциклиста.
 Тогда $(x+15)$ км/ч — скорость авто. $\frac{90}{x}$ и $\frac{90}{x+15}$ ч — время
 в пути соответственно мотоциклиста к автомобилисту.
 Получаем $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} = \frac{90}{x+15}$. 2 этап: $\frac{90}{x} - \frac{1}{2} - \frac{90}{x+15} = 0$, $180x +$
 $+ 2700 - x^2 - 15x - 180x = 0$, $x^2 + 15x - 2700 = 0$, $D =$
 $= 225 + 4 \cdot 2700 = 11025$, $x_1 = \frac{-15+105}{2} = 45$, $x_2 = -60$. 3
 этап: Очевидно, что второе значение нам не подходит.
 45 км/ч — скорость мотоциклиста. $45 + 15 = 60$ км/ч —
 скорость автомобилиста. Ответ: 45 и 60 км/ч.

27.13. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость автобуса.
 Тогда $(x + 20)$ км/ч — скорость такси. $\frac{40}{x}$ и $\frac{40}{x+20}$ ч —
 время пути соответственно автобуса и такси. Получаем

$\frac{40}{x} - \frac{1}{6} = \frac{40}{x+20}$. 2 этап: $\frac{40}{x} - \frac{1}{6} - \frac{40}{x+20} = 0$, $240x + 4800 - x^2 - 20x - 240x = 0$, $x^2 + 20x - 4800 = 0$, $D = 400 + 4 \cdot 4800 = 19600$, $x_1 = \frac{-20+140}{2} = 60$, $x_2 = -80$. 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. 60 км/ч — скорость автобуса. $60 + 20 = 80$ км/ч — скорость такси. Ответ: 60 и 80 км/ч.

27.14. 1 этап: Пусть x машин было сначала. Тогда $(x+4)$ машин стало. $\frac{60}{x}$ и $\frac{60}{x+4}$ п грузили на каждую машину соответственно в первом и втором случаях. Получаем $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} = \frac{1}{2}$. 2 этап: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+4} - \frac{1}{2} = 0$, $120x + 480 - 120x - x^2 - 4x = 0$, $x^2 + 4x - 480 = 0$, $D = 16 + 4 \cdot 480 = 1936$, $x_1 = \frac{-4+44}{2} = 20$, $x_2 = -24$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. То есть сначала было 20 машин. Ответ: 20 машин.

27.15. 1 этап: Пусть x плановый ежедневный выпуск. $(x+30)$ пар — фактический ежедневный выпуск. $\frac{5400}{x}$ и $\frac{5400}{x+30}$ дней — время выполнения заказа соответственно в первом и втором случаях. Получаем $\frac{54000}{x} - \frac{5400}{x+30} = 9$. 2 этап $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+30} - 1 = 0$, $600x + 18000 - 600x - x^2 - 30x = 0$, $x^2 + 30x - 18000 = 0$, $D = 900 + 4 \cdot 18000 = 270^2$, $x_1 = \frac{-30+270}{2} = 120$, $x_2 = -150$. 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. $\frac{5400}{120+30} = 36$ дней — время выполнения заказа. Ответ: 36 дней.

27.16. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Тогда: $(x+3)$ и $(x-3)$ км/ч — скорость по течению и против течения. Получаем $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 1$. 2 этап: $\frac{5}{x+3} + \frac{6}{x-3} - 1 = 0$, $5x - 15 + 6x + 18 - x^2 + 9 = 0$, $x^2 - 11x - 12 = 0$, $D = 121 + 4 \cdot 12 = 169$, $x_1 = \frac{11+13}{2} = 12$, $x_2 = -1$. 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. $12 + 3 = 15$ км/ч — скорость по течению. Ответ: 15 км/ч.

27.17. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость. Тогда $(x+3)$ и $(x-3)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{35}{x}$ и $\frac{35}{x-3}$ ч — время в пути по течению и против течения. Получаем $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} + 3 = 7$. 2 этап: $\frac{35}{x+3} + \frac{35}{x-3} - 4 = 0$, $35x - 105 + 35x + 105 - 4x^2 + 36 = 0$,

$4x^2 - 70x - 36 = 0$, $2x^2 - 35x - 18 = 0$, $D = 1225 + 4 \times 2 \cdot 18 = 1369$, $x_1 = \frac{35+37}{4} = 18$, $x_2 = -0,5$. 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. 18 км/ч — собственная скорость. Ответ: 18 км/ч.

27.18. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Тогда $(x - 3)$ и $(x + 3)$ км/ч — скорость против течения и по течению. $\frac{96}{x}$ ч — проходит 96 км в стоячей воде. $\frac{54}{x+3}$ и $\frac{42}{x-3}$ ч — время на 54 км по течению и 42 км против течения. Получаем $\frac{54}{x+3} + \frac{42}{x-3} = \frac{96}{x}$. 2 этап: $54x(x - 3) + 42x(x + 3) - 96 \cdot (x^2 - 9) = 0$, $36x = 96 \cdot 9$, $4x = 96$, $x = 24$. 3 этап: 24 км/ч — собственная скорость. Ответ: 24 км/ч.

27.19. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость по озеру. Тогда: $(x + 2)$ и $(x - 2)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{45}{x+2}$ ч — время, чтобы проплыть 45 км по течению. $\frac{24}{x}$ и $\frac{9}{x-2}$ ч — время в пути по озеру и против течения. Получаем $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} = \frac{45}{x+2}$. 2 этап: $\frac{24}{x} + \frac{9}{x-2} - \frac{45}{x+2} = 0$, $24x^2 - 96 + 9x^2 + 18x - 45x^2 + 90x = 0$, $-12x^2 + 108x - 96 = 0$, $x^2 - 9x + 8 = 0$, $D = 81 - 4 \cdot 8 = 49$, $x_1 = \frac{9+7}{2} = 8$, $x_2 = 1$. 3 этап: Второе значение не подходит, так как в этом случае скорость против течения бы была отрицательной. 8 км/ч — скорость по озеру. Ответ: 8 км/ч.

27.20. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость катера. Тогда: $(x - 3)$ и $(x + 3)$ км/ч — скорость против течения и по течению. $\frac{27}{x+3}$ и $\frac{42}{x-3}$ ч — время в пути по течению и против течения. Получаем $\frac{27}{x+3} + 1 = \frac{42}{x-3}$. 2 этап: $\frac{27}{x+3} + 1 - \frac{42}{x-3} = 0$, $27x - 81 + x^2 - 9 - 42x - 126 = 0$, $x^2 - 15x - 216 = 0$, $D = 225 + 4 \cdot 216 = 1089$, $x_1 = \frac{15+33}{2} = 24$, $x_2 = -9$. 3 этап: Очевидно, что второе значение не подходит. $24 - 3 = 21$ км/ч — скорость против течения. Ответ: 21 км/ч.

27.21. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость течения. Тогда: $(6 - x)$ и $(6 + x)$ км/ч — скорость против течения и по течению. $\frac{3}{6-x}$ и $\frac{3}{6+x}$ ч — время в пути против течения и по течению. $\frac{4}{x}$ ч — пройдет плот 4 км по течению.

Получаем $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} = \frac{4}{x}$. 2 этап: $\frac{3}{6-x} + \frac{3}{6+x} - \frac{4}{x} = 0$, $18x + 3x^2 + 18x - 3x^2 - 144 + 4x^2 = 0$, $4x^2 + 36x - 144 = 0$, $x^2 + 9x - 36 = 0$, $D = 81 + 4 \cdot 36 = 225$, $x_1 = \frac{-9+15}{2} = 3$, $x_2 = \frac{-9-15}{2} = -12$. 3 этап: Подходит только первое значение, то есть скорость течения 3 км/ч. Ответ: 3 км/ч.

27.22. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость теплохода. Тогда $(x+2)$ и $(x-2)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{36}{x+2}$ и $\frac{36}{x-2}$ ч — время в пути по течению и против течения. Получаем $\frac{x}{x+2} + \frac{36}{x-2} = \frac{15}{2}$. 2 этап: $\frac{36}{x+2} + \frac{36}{x-2} - \frac{15}{2} = 0$, $72x - 144 + 72x + 144 - 15x^2 + 60 = 0$, $15x^2 - 144x - 60 = 0$, $5x^2 - 48x - 20 = 0$, $D = 2304 + 4 \cdot 5 \cdot 20 = 2704$, $x_1 = \frac{48+52}{10} = 10$, $x_2 = -0,4$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 10 км/ч — собственная скорость теплохода. Ответ: 10 км/ч.

27.23. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость по озеру. Тогда $(x+3)$ км/ч — скорость по течению. $\frac{6}{x+3}$ и $\frac{10}{x}$ ч — время в пути по течению и против течения. Получаем $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} = 1$. 2 этап: $\frac{6}{x+3} + \frac{10}{x} - 1 = 0$, $6x + 10x + 30 - x^2 - 3x = 0$, $x^2 - 13x - 30 = 0$, $D = 169 + 4 \cdot 30 = 289$, $x_1 = \frac{13+17}{2} = 15$, $x_2 = -2$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 15 км/ч — скорость по озеру. Ответ: 15 км/ч.

27.24. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость катера. Тогда: $(x+3)$ и $(x-3)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{210}{x+3}$ и $\frac{210}{x-3}$ ч — время в пути по течению и против течения. Получаем $\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} = 4$. 2 этап: $\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} - 4 = 0$, $210x + 630 - 210x + 630 - 4x^2 + 36 = 0$, $4x^2 = 1296$, $x_{1,2} = \pm 18$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 18 км/ч — собственная скорость катера. Ответ: 18 км/ч.

27.25. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Тогда: $(x+4)$ и $(x-4)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{20}{x-4}$ и $\frac{14}{x}$ ч — время в пути против течения и по озеру. Получаем $\frac{14}{x} + 1 = \frac{20}{x-4}$. 3 этап: $\frac{14}{x} + 1 - \frac{20}{x-4} = 0$, $14x - 56 + x^2 - 4x - 20x = 0$, $x^2 - 10x - 56 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 56 = 324$, $x_1 = \frac{10+18}{2} = 14$,

$x_2 = -4$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение $14 - 4 = 10$ км/ч — скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

27.26. 1 этап: Пусть x т — собрали с одного га поля. Тогда: $(x + 10)$ т собирали с одного га второго поля. $\frac{550}{x}$ и $\frac{540}{x+10}$ га — площадь первого и второго полей. Получаем $\frac{550}{x} + \frac{540}{x+10} = 20$. 2 этап: $\frac{55}{x} + \frac{54}{x+10} - 2 = 0$, $55x + 550 + 54x - 2x^2 - 20x = 0$, $2x^2 - 89x - 550 = 0$, $D = 7921 + 4 \cdot 2 \cdot 550 = 12321$, $x_1 = \frac{89+111}{4} = 50$, $x_2 = -5,5$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 50 т — собрали с одного га первого поля. $50 + 10 = 60$ т — собрали с одного га второго поля. Ответ: 50 и 60 т.

27.27. 1 этап: Пусть x деталей — плановый выпуск в час. Тогда: $(x + 20)$ деталей — реальный выпуск. $\frac{120}{x}$ и $\frac{120}{x+20}$ ч — время работы по плану и в действительности. Получаем: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$. 2 этап: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} - 1 = 0$, $120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0$, $x^2 + 20x - 2400 = 0$, $D = 400 + 4 \cdot 2400 = 10000$, $x_1 = \frac{-20+100}{2} = 40$, $x_2 = -60$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 40 деталей — плановый выпуск в час. Ответ: 40 деталей.

27.28. 1 этап: Пусть x деталей — плановый выпуск в день. Тогда $(x + 2)$ деталей — реальный выпуск в день. $\frac{120}{x}$ и $\frac{120}{x+2}$ дней — время работы по плану и в действительности. Получаем $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 3$. 2 этап: $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+2} - 1 = 0$, $40x + 80 - 40x - x^2 - 2x = 0$, $x^2 + 2x - 80 = 0$, $D = 4 + 4 \cdot 80 = 324$, $x_1 = \frac{-2+18}{2} = 8$, $x_2 = -10$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 8 деталей — плановый ежедневный выпуск. Ответ: 8 деталей.

27.29. 1 этап: Пусть x — знаменатель. Тогда: $x - 3$ — числитель, $\frac{x-3}{x}$ — дробь. $\frac{x-3+7}{x+5} = \frac{x+4}{x+5}$ — новая дробь. Получаем $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} = \frac{x-3}{x}$. 2 этап: $\frac{x+4}{x+5} - \frac{1}{2} - \frac{x-3}{x} = 0$, $2x^2 + 8x - x^2 - 5x - 2 \cdot (x-3)(x+5) = 0$, $x^2 + 3x - 2x^2 - 4x + 30 = 0$, $x^2 + x - 30 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 30 = 121$, $x_1 = \frac{1-11}{2} = -6$, $x_2 = 5$. 3 этап: В первом случае

получаем $\frac{-6-3}{-6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ — не подходит. Во втором: $\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$. Ответ: $\frac{2}{5}$.

27.30. 1 этап: Пусть x — числитель дроби. Тогда: $(x+5)$ — ее знаменатель. $\frac{x}{x+5}$ — данная дробь. $\frac{x-2}{x+5+16} = \frac{x-2}{x+21}$ — новая дробь. Получаем $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} = \frac{1}{3}$. 2 этап: $\frac{x}{x+5} - \frac{x-2}{x+21} - \frac{1}{3} = 0$, $3x^2 + 63x - 3 \cdot (x+5)(x-2) - (x+5)(x+21) = 0$, $3x^2 + 63x - 3x^2 - 9x + 30 - x^2 - 26x - 105 = 0$, $x^2 - 28x + 75 = 0$, $D = 784 - 4 \cdot 75 = 484$, $x_1 = \frac{28+22}{2} = 25$, $x_2 = 3$. 3 этап: В первом случае наша дробь равна $\frac{25}{25+5} = \frac{25}{30}$. Но это сократимая дробь, значит, этот случай не подходит. Во втором случае наша дробь равна $\frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$. Ответ: $\frac{3}{8}$.

27.31. 1 этап: Пусть x — числитель дроби. Тогда: $(x+1)$ — знаменатель. $\frac{x}{x+1}$ — наша дробь. $\frac{x-1}{x+1-1} = \frac{x-1}{x}$ — новая дробь. Получаем $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = \frac{1}{12}$. 2 этап: $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} - \frac{1}{12} = 0$, $12x^2 - 1 + 12 - x^2 - x = 0$, $x^2 + x - 12 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 12 = 49$, $x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$, $x_2 = -4$. 3 этап: В первом случае наша дробь равна $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$. Во втором $\frac{-4}{-4+1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$, то есть в числитель больше знаменателя, что противоречит условию. Значит, второй случай не подходит. Ответ: $\frac{3}{4}$.

27.32. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x+5)$ км/ч — новая скорость. $\frac{260}{x}$ ч — время на путь AB по плану. $2x$ км — проехал автобус за 2 ч после выхода из A . $(260 - 2x)$ км — осталось проехать до конца пути. $\frac{260-2x}{x+5}$ ч — проехал эту оставшуюся часть. $(2 + \frac{1}{2} + \frac{260-2x}{x+5})$ ч — был в пути автобус. Так как автобус приехал вовремя, получаем $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} = \frac{260}{x}$. 2 этап: $\frac{5}{2} + \frac{260-2x}{x+5} - \frac{260}{x} = 0$, $5x^2 + 25x + 520x - 4x^2 - 520x - 2600 = 0$, $x^2 + 25x - 2600 = 0$, $D = 625 + 4 \cdot 2600 = 11025$, $x_1 = \frac{-25+105}{2} = 40$, $x_2 = -65$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первый случай. То есть 40 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 40 км/ч.

27.33. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x+3)$ км/ч — новая скорость. $\frac{30}{x}$ ч —

время на путь по турбазы. $2x$ км — проехал за 2 ч на обратном пути. $(30 - 2x)$ км — осталось проехать. $\frac{30-2x}{x+3}$ ч — проехал оставшуюся часть. $(2 + \frac{30-2x}{x+3})$ ч — время на обратный путь. Получаем $2 + \frac{30-2x}{x+3} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}$. 2 этап: $\frac{21}{10} + \frac{30-2x}{x+3} - \frac{30}{x} = 0$, $21x^2 + 63x + 300x - 20x^2 - 300x - 900 = 0$, $x^2 + 63x - 900 = 0$. $D = 3969 + 4 \cdot 900 = 7569$, $x_1 = \frac{-63+87}{2} = 12$, $x_2 = -75$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Тогда получаем, что велосипедист затратил на обратный путь $2 + \frac{30-2 \cdot 12}{12+3} = 2\frac{2}{5}$ ч. Ответ: $2\frac{2}{5}$ ч.

27.34. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x - 3)$ км/ч — новая скорость. $2x$ км — длина BC . $(2x - 6)$ и 6 км — первая и вторая часть пути. $\frac{2x-6}{x}$ и $\frac{6}{x-3}$ ч — время на первой и второй части пути. Учитывая, что велосипедист опоздал на 6 мин, получаем $\frac{2x-6}{x} + \frac{6}{x-3} = 2 + \frac{1}{10}$. 2 этап: $\frac{2x-6}{x} + \frac{6}{x-3} - \frac{21}{10} = 0$, $10 \cdot (x - 3)(2x - 6) + 60x - 21x^2 + 63x = 0$, $20x^2 - 120x + 180 - 21x^2 + 123x = 0$, $x^2 - 3x - 180 = 0$, $D = 9 + 4 \cdot 180 = 729$, $x_1 = \frac{3+27}{2} = 15$, $x_2 = -12$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Длина BC равна $2 \cdot 15 = 30$ км. Ответ: 30 км.

27.35. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x - 1)$ км/ч — новая скорость. $3x$ км — длина CM . 16 км и $(3x - 16)$ км — две части обратного пути. $\frac{16}{x}$ и $\frac{3x-16}{x-1}$ ч — время на этих участках пути. Учитывая, что пешеход на обратный путь затратил на 4 мин. больше, получаем $\frac{16}{x} + \frac{3x-16}{x-1} = 3 + \frac{4}{60}$. 2 этап: $\frac{16}{x} + \frac{3x-16}{x-1} - \frac{46}{15} = 0$, $240x - 240 + 45x^2 - 240x - 46x^2 + 46x = 0$, $x^2 - 46x + 240 = 0$, $D = 2116 - 4 \cdot 240 = 1156$, $x_1 = \frac{46+34}{2} = 40$, $x_2 = 6$. 3 этап: Очевидно, что подходит только второй случай. Значит, длина CM равна $3 \cdot 6 = 18$ км. Ответ: 18 км.

27.36. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x + 10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{54}{x}$ ч — плановое время на весь путь. $\frac{14}{x}$ и $\frac{54-14}{x+10} = \frac{40}{x+10}$ ч — время в пути в первом случае. Так как поезд опоздал на 2 мин. и на 10 мин. был задержан, получаем:

$\frac{1}{6} + \frac{14}{x} + \frac{40}{x+10} = \frac{1}{30} + \frac{54}{x}$. 2 этап: $\frac{4}{30} - \frac{40}{x} + \frac{40}{x+10} = 0$, $\frac{1}{30} - \frac{10}{x} + \frac{10}{x+10} = 0$, $x^2 + 10x - 300x - 3000 + 300x = 0$, $x^2 + 10x - 3000 = 0$, $D = 100 + 4 \cdot 3000 = 12100$, $x_1 = \frac{-10+110}{2} = 50$, $x^2 = -60$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 50 км/ч.

27.37. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость первого поезда. Тогда: $(x + 12)$ км/ч — скорость второго поезда. Так как поезда встретились в середине пути, то каждый прошел $\frac{240}{2} = 120$ км. $\frac{120}{x}$ и $\frac{120}{x+12}$ ч — время в пути первого и второго поездов. Так как второй поезд выехал через 30 мин. после первого, получаем $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} = \frac{1}{2}$. 2 этап: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+12} - \frac{1}{2} = 0$, $240x + 2880 - 240x - x^2 - 12x = 0$, $x^2 + 12x - 2880 = 0$, $D = 144 + 4 \cdot 2880 = 11664$, $x_1 = \frac{-12+108}{2} = 48$, $x^2 = -60$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть скорости поездов равны 48 и $48 + 12 = 60$ км/ч. Ответ: 48 и 60 км/ч.

27.38. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость катера. Тогда: $(x + 2,5)$ и $(x - 2,5)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{21}{x+2,5}$ и $\frac{21}{x-2,5}$ — время на путь по течению и против течения. Так как общее время равно 4 ч и 30 мин. уходит на стоянку, получаем $\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} + \frac{1}{2} = 4$. 2 этап: $\frac{21}{x+2,5} + \frac{21}{x-2,5} - \frac{7}{2} = 0$, $42x - 105 + 42x + 105 - 7x^2 + 43,75 = 0$, $7x^2 - 84x - 43,75 = 0$, $D = 84^2 + 4 \cdot 7 \cdot 43,75 = 91^2$, $x_1 = 12,5$, $x_2 = -0,5$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, 12,5 км/ч — скорость катера в стоячей воде. Ответ: 12,5 км/ч.

27.39. 1 этап: Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Тогда: $(x + 1)$ и $(x - 1)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{14}{x+1}$ и $\frac{15}{x-1}$ ч — время в пути по течению и против течения. $(\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1})$ ч — общее время. $\frac{30}{x}$ ч — время в пути по стоячей воде. Получаем $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} = \frac{30}{x}$. 2 этап: $\frac{14}{x+1} + \frac{15}{x-1} - \frac{30}{x} = 0$, $14x^2 - 14x + 15x^2 + 15x - 30x^2 + 30 = 0$, $x^2 - x - 30 = 0$, $D = 1 + 4 \cdot 30 = 121$, $x_1 = \frac{1+11}{2} = 6$, $x_2 = -5$. 3 этап:

Очевидно, что подходит только первое значение, то есть собственная скорость лодки равна 6 км/ч. Ответ: 6 км/ч.

27.40. 1 этап: Пусть x туристов было в каждом автобусе. Тогда: $(x - 17)$ туриста планировалось разместить в одном автобусе. $\frac{188}{x}$ и $\frac{180}{x-17}$ автобуса было на самом деле и по плану. Так как на самом деле было на 2 автобуса меньше, то получаем $\frac{180}{x-17} - \frac{188}{x} = 2$. 2 этап: $\frac{90}{x-17} - \frac{94}{x} = 1 = 0$, $90x - 94x + 1598 - x^2 + 17x = 0$, $x^2 - 13x - 1598 = 0$, $D = 13^2 + 4 \cdot 1598 = 6581 = 81^2$, $x_1 = \frac{13+81}{2} = 47$, $x_2 = -34$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. 47 туристов было размещено в каждом автобусе. Ответ: 47 туристов.

27.41. 1 этап: Пусть x га — ежедневная плановая работа. Тогда: $(x + 25)$ — ежедневная действительная работа. $\frac{1800}{x}$ и $\frac{1800+200}{x+25}$ дней — плановый и реальный срок выполнения задания. Так как на самом деле бригада выполнила всю работу на 4 дня раньше, получаем $\frac{1800}{x} - \frac{2000}{x+25} = 4$. 2 этап: $\frac{450}{x} - \frac{500}{x+25} - 1 = 0$, $450x + 11250 - 500x - x^2 - 25x = 0$, $x^2 + 75x - 11250 = 0$, $D = 75^2 + 4 \times 11250 = 225^2$, $x_1 = \frac{-75+225}{2} = 75$, $x_2 = -150$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 75 га ежедневная плановая работа. Ответ: 75 га.

27.42. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость пешехода, y км/ч — скорость второго пешехода. Тогда: $(x + y)$ км/ч — скорость их сближения. $\frac{44}{x+y}$ ч — время в пути до встречи. Так как они встретились через 4 часа, то $\frac{44}{x+y} = 4$. Разберем теперь второе движение в задаче. Так как они встретились в середине пути, то каждый прошел $\frac{44}{2} = 22$ км. $\frac{22}{x}$ и $\frac{22}{y}$ ч — время в пути первого и второго пешеходов. Так как первый вышел на 44 мин. раньше второго, получаем $\frac{22}{x} - \frac{22}{y} = \frac{11}{15}$. 2 этап:

$$\begin{cases} \frac{11}{x+y} = 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 11 \Rightarrow y = 11 - x \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{11-x} - \frac{1}{15} = 0 \end{cases} \Rightarrow 330 -$$

$$- 30x - 30x + x^2 - 11x = 0, x^2 - 71x + 330 = 0, D =$$

$$= 71^2 - 4 \cdot 330 = 3721 = 61^2, x_1 = \frac{71+61}{2} = 66, x_2 = 5,$$

$$y_1 = 11 - 66 = -55, y_2 = 11 - 5 = 6. 3 этап: Очевидно,$$

что подходит только вторая пара (x, y) . То есть скорости пешеходов равны 5 и 6 км/ч. Ответ: 5 и 6 км/ч.

27.43. 1 этап: Пусть x км/ч — плановая скорость, y км/ч — действительная скорость. Тогда: $\frac{96}{x}$ и $\frac{96}{y}$ ч — время в пути по плану и так как на самом деле велосипедист проехал путь на 2 часа быстрее, то получаем $\frac{96}{x} - \frac{96}{y} = 2$. y км — проезжал за 1 час на самом деле. $\frac{5x}{4}$ км — предполагал проезжать за 1 ч 15 мин. Так как за 1 ч он проезжал на 1 км больше, получаем $y - \frac{5x}{4} =$

$$= 1. \quad 2 \text{ этап: } \begin{cases} \frac{48}{x} - \frac{48}{y} - 1 = 0 \\ y = 1 + \frac{5x}{4} = \frac{4+5x}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{48}{x} - \frac{192}{4+5x} - 1 = 0,$$

$192 + 240x - 192x - 4x - 5x^2 = 0$, $5x^2 - 44x - 192 = 0$,
 $D = 44^2 + 4 \cdot 192 = 76^2$, $x_1 = \frac{44+76}{10} = 12$, $x_2 = -3,2$,
 $y_1 = \frac{4+5 \cdot 12}{4} = 16$, $y_2 = \frac{4-5 \cdot 3,2}{4} = -3$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первая пара. Значит, на самом деле велосипедист ехал со скоростью 16 км/ч. Ответ: 16 км/ч.

27.44. 1 этап: Пусть x г — серебра было в сплаве. Тогда: $(80+x)$ г — масса сплава. $\frac{80}{80+x} \cdot 100\%$ — содержание золота в сплаве. $80+x+100 = (180+x)$ г — масса нового сплава. $\frac{180}{180+x} \cdot 100\%$ — содержание золота в новом сплаве. Так как содержание золота в новом сплаве увеличилось на 20%, получаем $\frac{180}{180+x} \cdot 100 - \frac{80}{80+x} \cdot 100 = 20$. 2 этап: $\frac{180 \cdot 5}{180+x} - \frac{80 \cdot 5}{80+x} - 1 = 0$, $900x + 72000 - 72000 - 400x - x^2 - 260x - 14400 = 0$, $x^2 - 240x + 14400 = 0$, $D = 240^2 - 4 \times 14440 = 0$, $x = \frac{240}{2} = 120$. 3 этап: В сплаве было 120 г серебра. Ответ: 120 г.

27.45. 1 этап: Пусть x кг — первоначальная масса сплава. Тогда: $(x-5)$ кг — содержание меди. $\frac{5}{x} \cdot 100\%$ — содержание цинка. $(x+15)$ и — масса нового сплава. $\frac{20}{x+15} \cdot 100\%$ — содержание цинка в новом сплаве. Так как содержание цинка повысилось на 30%, получаем $\frac{20}{x+15} \cdot 100 - \frac{5}{x} \cdot 100 = 30$. 2 этап: $\frac{200}{x+15} - \frac{50}{x} - 3 = 0$, $200x - 50x - 750 - 3x^2 - 45x = 0$, $3x^2 - 105x + 750 = 0$, $x^2 - 35x + 250 = 0$, $D = 35^2 - 4 \cdot 250 = 225$, $x_1 = \frac{35+15}{2} = 25$, $x_2 = 10$. 3 этап: В первом случае содержание меди в сплаве $25 - 5 = 20$ кг, а цинка 5 кг. Во втором случае

меди $10 - 5 = 5$ кг, а цинка 5 кг. В условии говорится, что меди было больше. Значит, подходит только первый случай. То есть масса сплава равна 25 кг. Ответ: 25 кг.

§28. Ещё одна формула корней квадратного уравнения

28.1. а) $x^2 - 14x + 33 = 0$, $b = -14$, $k = \frac{b}{2} = -7$, $c = 33$,
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 7 \pm \sqrt{-7^2 - 33} = 7 \pm 4$, $x_1 = 11$,
 $x_2 = 3$;

б) $x^2 - 10x - 39 = 0$, $b = -10$, $k = \frac{b}{2} = -5$, $c = -39$,
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 5 \pm \sqrt{-5^2 - (-39)} = 5 \pm 8$, $x_1 = 13$,
 $x_2 = -3$;

в) $x^2 + 12x - 28 = 0$, $b = 12$, $k = \frac{b}{2} = 6$, $c = -28$, $x_{1,2} =$
 $= -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - (-28)} = -6 \pm 8$, $x_1 = 2$,
 $x_2 = -14$;

г) $x^2 + 12x + 35 = 0$, $b = 12$, $k = \frac{b}{2} = 6$, $c = 35$, $x_{1,2} =$
 $= -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - 35} = -6 \pm 1$, $x_1 = -5$,
 $x_2 = -7$.

28.2. а) $x^2 + 34x + 280 = 0$, $b = 34$, $k = \frac{b}{2} = 17$, $c =$
 $= 280$, $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -17 \pm \sqrt{17^2 - 280} = -17 \pm 3$,
 $x_1 = -14$, $x_2 = -20$;

б) $x^2 - 16x - 132 = 0$, $b = -16$, $k = \frac{b}{2} = -8$, $c = -132$,
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 8 \pm \sqrt{-8^2 - (-132)} = 8 \pm 14$, $x_1 =$
 $= 22$, $x_2 = -6$;

в) $x^2 - 24x + 108 = 0$, $b = -24$, $k = \frac{b}{2} = -12$, $c = 108$,
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 12 \pm \sqrt{-12^2 - 108} = 12 \pm 6$, $x_1 = 18$,
 $x_2 = 6$;

г) $x^2 + 26x - 120 = 0$, $b = 26$, $k = \frac{b}{2} = 13$, $c = -120$,
 $x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -13 \pm \sqrt{13^2 - (-120)} = -13 \pm 17$,
 $x_1 = 4$, $x_2 = -30$.

28.3. а) $9x^2 - 20x - 21 = 0$, $a = 9$, $b = -20$, $k = \frac{b}{2} = -10$,
 $c = -21$, $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{10 \pm \sqrt{-10^2 - 9 \cdot (-21)}}{9} = \frac{10 \pm 17}{9}$,
 $x_1 = 3$, $x_2 = -\frac{7}{9}$;

б) $7x^2 + 6x - 1 = 0$, $a = 7$, $b = 6$, $k = \frac{b}{2} = 3$, $c =$
 $= -1$, $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 7 \cdot (-1)}}{7} = \frac{-3 \pm 4}{7}$, $x_1 = \frac{1}{7}$,
 $x_2 = -1$;

$$B) 5x^2 + 8x - 4 = 0, a = 5, b = 8, k = \frac{b}{2} = 4, c = -4, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 5 \cdot (-4)}}{5} = \frac{-4 \pm 6}{5}, x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = -2;$$

$$r) 5x^2 - 4x - 1 = 0, a = 5, b = -4, k = \frac{b}{2} = -2, c = -1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{-2^2 - 5 \cdot (-1)}}{5} = \frac{2 \pm 3}{5}, x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}.$$

$$\boxed{28.4.} \text{ a) } x^2 - 2x - 1 = 0, b = -2, k = \frac{b}{2} = -1, c = -1, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 1 \pm \sqrt{-1^2 - (-1)} = 1 \pm \sqrt{2}, x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2};$$

$$6) x^2 + 4x + 1 = 0, b = 4, k = \frac{b}{2} = 2, c = 1, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -2 \pm \sqrt{2^2 - 1} = -2 \pm \sqrt{3}, x_1 = -2 + \sqrt{3}, x_2 = -2 - \sqrt{3};$$

$$B) x^2 + 2x - 2 = 0, b = 2, k = \frac{b}{2} = 1, c = -2, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -1 \pm \sqrt{1^2 - (-2)} = -1 \pm \sqrt{3}, x_1 = -1 + \sqrt{3}, x_2 = -1 - \sqrt{3};$$

$$r) x^2 - 6x + 7 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3, c = 7, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{-3^2 - 7} = 3 \pm \sqrt{2}, x_1 = 3 + \sqrt{2}, x_2 = 3 - \sqrt{2}.$$

$$\boxed{28.5.} \text{ a) } 4x^2 - 8x + 1 = 0, a = 4, b = -8, k = \frac{b}{2} = -4, c = 1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{4 \pm \sqrt{-4^2 - 4 \cdot 1}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2};$$

$$6) 9x^2 + 12x + 1 = 0, a = 9, b = 12, k = \frac{b}{2} = 6, c = 1, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 9 \cdot 1}}{9} = \frac{-6 \pm 3\sqrt{3}}{9} = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{3};$$

$$B) 4x^2 - 12x + 7 = 0, a = 4, b = -12, k = \frac{b}{2} = -6, c = 7, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{6 \pm \sqrt{-6^2 - 4 \cdot 7}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$r) 25x^2 + 10x - 4 = 0, a = 25, b = 10, k = \frac{b}{2} = 5, c = -4, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 25 \cdot (-4)}}{25} = \frac{-5 \pm 5\sqrt{5}}{25} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{5}.$$

$$\boxed{28.6.} \text{ a) } \frac{x+3}{x-3} = \frac{2x+3}{x}, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow \frac{x+3}{x-3} - \frac{2x+3}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x-(2x+3)(x-3)}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow \frac{x^2+3x-2x^2-3x+6x+9}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x+9}{x(x-3)} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 9 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3,$$

$$c = -9, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{-3^2 - (-9)} = 3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$6) \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{(3x+1)(x-2) - (x-1)(x+2) - x^2 + 4}{(x+2)(x-2)} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 - x^2 - x +$$

$$+ 2 - x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0, b = -6, k = \frac{b}{2} = -3,$$

$$c = 4, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 3 \pm \sqrt{-3^2 - 4} = 3 \pm \sqrt{5};$$

$$в) \frac{x+2}{x-2} = \frac{3x-2}{2x}, x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow 2x^2 + 4x = (3x - 2)(x - 2) \Rightarrow 2x^2 + 4x = 3x^2 - 8x + 4 \Rightarrow x^2 - 12x + 4 = 0, b = -12,$$

$$k = \frac{b}{2} = -6, c = 4, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 6 \pm \sqrt{-6^2 - 4} = 6 \pm 4\sqrt{2}, x_1 = 6 + 4\sqrt{2}, x_2 = 6 - 4\sqrt{2};$$

$$г) \frac{3x+2}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = 1, x \neq \pm 3 \Rightarrow (3x+2)(x+3) - (x+2)(x-3) = (x-3)(x+3) \Rightarrow 3x^2 + 11x + 6 - (x^2 - x - 6) =$$

$$= x^2 - 9 \Rightarrow x^2 + 12x + 21 = 0, b = 12, k = \frac{b}{2} = 6, c = 21, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -6 \pm \sqrt{6^2 - 21} = -6 \pm \sqrt{15}.$$

28.7. 1 этап: Пусть x — ширина прямоугольника. Тогда $(x+30)$ — длина прямоугольника. Так как площадь прямоугольника равна 675 см^2 , получаем $x(x+30) = 675$. 2 этап: $x^2 + 30x - 675 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -15 \pm \sqrt{225 + 675} = -15 \pm 30, x_1 = 15, x_2 = -45$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, 15 см — ширина прямоугольника, $15+30 = 45 \text{ см}$ — длина. Ответ: 15 и 45 см .

28.8. 1 этап: Пусть $x \text{ см}$ — первоначальный размер листа. Тогда: $(x-6)$ и $x \text{ см}$ — размеры оставшейся части. Так как площадь оставшейся части равна 135 см^2 , получаем $x(x-6) = 135$. 2 этап: $x^2 - 6x - 135 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 + 135} = 3 \pm 12, x_1 = 15, x_2 = -9$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть $15 \times 15 \text{ см}$ — первоначальные размеры листа. Ответ: $15 \times 15 \text{ см}$.

28.9. 1 этап: Пусть x — первое число. Тогда: $(x+6)$ — второе число. Так как произведение чисел равно 187 , получаем $x(x+6) = 187$. 2 этап: $x^2 + 6x - 187 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 187} = -3 \pm 14, x_1 = 11, x_2 = -17$. 3 этап: Так как числа натуральные, то подходит только первое значение, то есть 11 — первое число, а $11+6 = 17$ — второе число. Ответ: 11 и 17 .

28.10. 1 этап: Пусть x — ширина прямоугольника. Тогда: $(x+14)$ — его длина. Используя теорему Пифагора, найдем диагональ. Её квадрат равен $x^2 + (x+14)^2$. Так

как по условию диагональ равна 34 см, получаем $x^2 + (x+14)^2 = 34^2$. 2 этап: $2x^2 + 28x - 960 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x - 480 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49 + 480} = -7 \pm 23$, $x_1 = 16$, $x_2 = -30$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 16 см — ширина, $16 + 14 = 30$ см — длина. Тогда площадь равна $16 \cdot 30 = 480$ см²). Ответ: 480 см².

28.11. 1 этап: Пусть x км/ч — плановая скорость. Тогда: $\frac{30}{x}$ ч — плановое время на весь путь. $(x + 10)$ км/ч — реальная скорость. $\frac{30}{x+10}$ ч — реальное время на весь путь. Так как реальное время на 6 мин. меньше, получаем $\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} = \frac{30}{x}$. 2 этап: $\frac{30}{x+10} + \frac{1}{10} - \frac{30}{x} = 0 \Rightarrow 300x + x^2 + 10x - 300x - 3000 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 3000} = -5 \pm 55$, $x_1 = 50$, $x_2 = -60$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 50 км/ч — первоначальная скорость. Тогда $50 + 10 = 60$ км/ч — действительная скорость. Ответ: 60 км/ч.

28.12. 1 этап: Пусть x км/ч — плановая скорость. Тогда: $(x + 6)$ км/ч — действительная скорость. $\frac{36}{x}$ ч — плановое время на весь путь $\frac{36}{x+6}$ — действительное время на весь путь. Так как действительное время на 12 мин. меньше, получаем $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} = \frac{36}{x}$. 2 этап: $\frac{36}{x+6} + \frac{1}{5} - \frac{36}{x} = 0 \Rightarrow 180x + x^2 + 6x - 180x - 1080 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 1080 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 1080} = -3 \pm 33$, $x_1 = 30$, $x_2 = -36$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит катер шел со скоростью $30 + 6 = 36$ км/ч. Ответ: 36 км/ч.

28.13. 1 этап: Пусть, x км/ч — скорость первого автобуса. Тогда: $(x+4)$ км/ч — скорость второго автобуса. $\frac{48}{x}$ и $\frac{48}{x+4}$ ч — время в пути первого и второго автобусов. Так как второй автобус приехал на 10 мин. раньше, получаем $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} = \frac{48}{x}$. 2 этап: $\frac{48}{x+4} + \frac{1}{6} - \frac{48}{x} = 0 \Rightarrow 28x + x^2 + 4x - 288x - 1152 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 1152 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 1152} = -2 \pm 34$, $x_1 = 32$, $x_2 = -36$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, 32 км/ч — скорость первого автобуса, а скорость второго автобуса $32 + 4 = 36$ км/ч. Ответ: 32 и 36 км/ч.

28.14. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x + 10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{195}{x}$ и $\frac{195}{x+10}$ ч — время по плану и в действительности на оставшиеся 195 км. Учитывая, что действительное время на 24 мин. меньше, получаем $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{195}{x}$. 2 этап: $\frac{195}{x+10} + \frac{2}{5} - \frac{195}{x} = 0 \Rightarrow 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 4875 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 4875} = -5 \pm 70$, $x_1 = 65$, $x_2 = -75$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 65 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 65 км/ч.

28.15. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость товарного поезда. Тогда: $(x + 20)$ км/ч — скорость скорого поезда. $\frac{400}{x}$ и $\frac{400}{x+20}$ ч — время в пути товарного и скорого поездов. Так как время скорого поезда на l ч меньше, получаем $\frac{400}{x+20} + 1 = \frac{400}{x}$. 2 этап: $\frac{400}{x+20} + 1 - \frac{400}{x} = 0 \Rightarrow 400x + x^2 - 400x - 8000 = 0 \Rightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -10 \pm \sqrt{100 + 8000} = -10 \pm 90$, $x_1 = 80$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. То есть 80 км/ч — скорость товарного поезда; $80 + 20 = 100$ км/ч — скорость скорого поезда. Ответ: 80 и 100 км/ч.

28.16. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость поезда. Тогда: $(x + 12)$ км/ч — новая скорость. Так как весь путь равен 120 км, его половина равна $\frac{120}{2} = 60$ км. $\frac{60}{x}$ и $\frac{60}{x+12}$ ч — плановое и действительное время на второй половине пути. Так как поезд был задержан на 10 мин., получаем $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} = \frac{60}{x}$. 2 этап: $\frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0 \Rightarrow 360x + x^2 + 12x - 360x - 4320 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 4320 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66$, $x_1 = 60$, $x_2 = -72$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 60 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

28.17. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость течения. Тогда: $(20 + x)$ и $(20 - x)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{8}{20+x}$ и $\frac{16}{20-x}$ ч — время движения по течению и против течения. Так как на весь путь катер затратил $\frac{4}{3}$ ч, получаем $\frac{8}{20+x} + \frac{16}{20-x} = \frac{4}{3}$. 2 этап:

$\frac{2}{20+x} + \frac{4}{20-x} - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 120 - 6x + 240 + 12x - 400 + x^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 40 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9+40} = -3 \pm 7 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -10$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть скорость течения равна -4 км/ч, значит $20+4 = 24$ км/ч — скорость по течению. Ответ: 24 км/ч.

28.18. 1 этап: Пусть x км/ч — скорость течения. Тогда: $(12+x)$ и $(12-x)$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{7}{12+x}$ и $\frac{10}{12-x}$ ч — время движения по течению и против течения. Так как катер затратил на путь по течению на 0,5 ч меньше, получаем $\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} = \frac{10}{12-x}$. 2 этап: $\frac{7}{12+x} + \frac{1}{2} - \frac{10}{12-x} = 0 \Rightarrow 168 - 14x + 144 - x^2 - 240 - 20x = 0 \Rightarrow x^2 + 34 - 72 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -17 \pm \sqrt{289+72} = -17 \pm 19, x_1 = 2, x_2 = -36$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение. Значит, $12 - 2 = 10$ км/ч — скорость лодки против течения. Ответ: 10 км/ч.

28.19. а) $x^2 - 52x - 285 = 0, b = -52, k = \frac{b}{2} = -26, c = -285, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 26 \pm \sqrt{-26^2 - (-285)} = 26 \pm 31, x_1 = 57, x_2 = -5;$

б) $3x^2 + 130x - 133 = 0, a = 3, b = 130, k = \frac{b}{2} = 65, c = -133, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{-65 \pm \sqrt{65^2 - 3 \cdot (-133)}}{3} = \frac{-65 \pm 68}{3}, x_1 = 1, x_2 = -\frac{133}{3};$

в) $x^2 + 108x - 2413 = 0, b = 108, k = \frac{b}{2} = 54, c = -2413, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -54 \pm \sqrt{54^2 - (-2413)} = -54 \pm 73, x_1 = 19, x_2 = -127;$

г) $17x^2 - 128x - 64 = 0, a = 17, b = -128, k = \frac{b}{2} = -64, c = -64, x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a} = \frac{64 \pm \sqrt{-64^2 - 17 \cdot (-64)}}{17} = \frac{64 \pm 72}{17}, x_1 = 8, x_2 = -\frac{8}{17}.$

28.20. а) $x^2 - 4\sqrt{3}x + 12 = 0, b = -4\sqrt{3}, k = \frac{b}{2} = -2\sqrt{3}, c = 12, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2\sqrt{3} \pm \sqrt{-2\sqrt{3}^2 - 12} = 2\sqrt{3} \pm 0 = 2\sqrt{3};$

б) $x^2 + 2\sqrt{5}x - 20 = 0, b = 2\sqrt{5}, k = \frac{b}{2} = \sqrt{5}, c = -20, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -\sqrt{5} \pm \sqrt{\sqrt{5}^2 - (-20)} = -\sqrt{5} \pm 5;$

$$b) x^2 + 6\sqrt{2}x + 18 = 0, b = 6\sqrt{2}, k = \frac{b}{2} = 3\sqrt{2}, c = 18, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = -3\sqrt{2} \pm \sqrt{3\sqrt{2}^2 - 18} = -3\sqrt{2} \pm 0 = \\ = -3\sqrt{2};$$

$$r) x^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0, b = -4\sqrt{2}, k = \frac{b}{2} = -2\sqrt{2}, c = 4, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2\sqrt{2} \pm \sqrt{-2\sqrt{2}^2 - 4} = 2\sqrt{2} \pm 2.$$

$$\boxed{28.21.} \quad a) x^2 - 2 \cdot (p-1)x + p^2 - 2p - 3 = 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = p-1 \pm \sqrt{(p-1)^2 - p^2 + 2p + 3} = p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 - 2p + 1 - p^2 + 2p + 3} = p-1 \pm 2 \Rightarrow x_1 = p+1, \\ x_2 = p-3;$$

$$б) x^2 + 2 \cdot (p+1)x + p^2 + 2p - 8 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = -p-1 \pm \sqrt{(p+1)^2 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 + 2p + 1 - p^2 - 2p + 8} = -p-1 \pm 3 \Rightarrow x_1 = -p+2, \\ x_2 = -p-4;$$

$$в) x^2 - 2 \cdot (p-1)x + p^2 - 2p - 15 = 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = p-1 \pm \sqrt{(p-1)^2 - p^2 + 2p + 15} = p-1 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 - 2p + 1 - p^2 + 2p + 15} = p-1 \pm 4 \Rightarrow x_1 = p+3, \\ x_2 = p-5;$$

$$r) x^2 + 2 \cdot (p+3)x + p^2 + 6p - 7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = -p-3 \pm \sqrt{(p+3)^2 - p^2 - 6p + 7} = -p-3 \pm \\ \pm \sqrt{p^2 + 6p + 9 - p^2 - 6p + 7} = -p-3 \pm 4 \Rightarrow x_1 = -p+1, \\ x_2 = -p-7.$$

$$\boxed{28.22.} \quad a) x^2 - 2px + p^2 - 1 = 0, b = -2p, k = \frac{b}{2} = -p, \\ c = p^2 - 1, x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = p \pm \sqrt{-p^2 - (p^2 - 1)} = \\ = p \pm 1;$$

$$б) px^2 - 4x + 1 = 0: \text{ при } p = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}; \text{ при } p \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \\ = \frac{2 \pm \sqrt{4-p}}{p}, \text{ следовательно } 0 \leq p \leq 4;$$

$$в) x^2 - 4px + 4p^2 - 1 = 0, b = -4p, k = \frac{b}{2} = -2p, c = 4p^2 - 1, \\ x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c} = 2p \pm \sqrt{-2p^2 - (4p^2 - 1)} = 2p \pm 1;$$

$$r) px^2 - 12x + 4 = 0: \text{ при } p = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}; \text{ при } p \neq 0 \Rightarrow \\ x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36-4p}}{p} = \frac{6 \pm 2\sqrt{9-p}}{p}, \text{ следовательно } 0 \leq p \leq 9.$$

$$\boxed{28.23.} \quad a) (p-4)x^2 + (2p-4)x + p = 0: \text{ при } p = 4 \Rightarrow x = -1; \\ \text{ при } p \neq 4 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{2-p \pm \sqrt{(p-2)^2 - (p-4)p}}{(p-4)} = \frac{2-p \pm 2}{p-4} \Rightarrow x_1 = \\ = -1, x_2 = \frac{p}{4-p};$$

б) $px^2 + 2 \cdot (p+1)x = p = 3$: при $p = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$;
 при $p \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(p+1) \pm \sqrt{(p+1)^2 - p(p+3)}}{p} = \frac{-(p+1) \pm \sqrt{1-p}}{p}$,
 следовательно при $p > 1$ корней нет.

28.24. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x+12)$ км/ч — новая скорость. $2x$ км — проехал мотоциклист за 2 ч. $(120 - 2x)$ км — осталось проехать. $\frac{120-2x}{x}$ и $\frac{120-2x}{x+12}$ ч — плановое и действительное время движения на оставшейся части. Так как в действительности мотоциклист ехал на 6 мин. меньше, получаем $\frac{120-2x}{x+12} + \frac{1}{10} = \frac{120-2x}{x}$. 2 этап: $\frac{120-2x}{x+12} + \frac{1}{10} - \frac{120-2x}{x} = 0 \Rightarrow 1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 10 \cdot (x+12)(120 - 2x) = 0 \Rightarrow 1200x - 20x^2 + x^2 + 12x - 20x^2 - 960x - 14400 = 0 \Rightarrow x^2 + 25x - 14400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -126 \pm 174 \Rightarrow x_1 = 48, x_2 = -300$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, значит, новая скорость равна $48 + 12 = 60$ км/ч. Ответ: 60 км/ч.

28.25. 1 этап: Пусть x км/ч — первоначальная скорость. Тогда: $(x+4)$ км/ч — новая скорость. $\frac{40}{x}$ ч — время движения от города до фермы. $2x$ км — проехали за 2 ч при движении обратно. $(40 - 2x)$ км — осталось проехать до города. $\frac{40-2x}{x+4}$ ч — проехал оставшуюся часть. Так как на обратном пути велосипедист останавливался на 20 мин., получаем $\frac{40}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{40-2x}{x+4}$. 2 этап: $\frac{40-2x}{x+4} - \frac{40}{x} + \frac{7}{3} = 0 \Rightarrow 120x - 6x^2 - 120x - 480 + 7x^2 + 28 = 0 \Rightarrow x^2 + 28x - 480 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -14 \pm \sqrt{196 + 480} = -14 \pm 26, x_1 = 12, x_2 = -40$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, значит новая скорость равна $12 + 4 = 16$ км/ч. Ответ: 16 км/ч.

28.26. 1 этап. Пусть $x\%$ — процентное увеличение изделий. Тогда после первого увеличения завод выпустил $800 + 800 \frac{x}{100} = 800 + 8x$ — изделий. После второго увеличения $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 800 + 8x$ — изделий. Это составило 1152 изделия. 2 этап: $(800 + 8x) \frac{x}{100} + 8x - 352 = 0 \Rightarrow 800x + 8x^2 + 800x - 35200 = 0 \Rightarrow x^2 + 200x - 4400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120 \Rightarrow x_1 = 20, x_2 = -220$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение 20%. Ответ: 20%.

28.27. 1 этап: Пусть $x\%$ — процентное увеличение числа принятых студентов. Тогда через 1 год было принято $2000 + 2000 \frac{x}{100} = 2000 + 20x$ студентов, а еще через год $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 2000 + 20x$ студентов, что составило 2880 человек. 2 этап: $(2000 + 20x) \frac{x}{100} + 20x - 880 = 0 \Rightarrow 200x + 2x^2 + 200x - 8800 = 0 \Rightarrow x^2 + 200x - 4400 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -100 \pm \sqrt{10000 + 4400} = -100 \pm 120 \Rightarrow x_1 = 20, x_2 = -220$. 3 этап. Очевидно, что подходит только первое значение 20%. Ответ: 20%.

28.28. 1 этап: Пусть x — плановый срок выполнения работы в день. $y \text{ м}^3$ — плановая производительность в день. Тогда: $xy \text{ м}^3$ — вся работа, то есть 2800 м^3 воды. Получаем $xy = 2800 \cdot (y - 20) \text{ м}^3$ — действительная производительность в день. $(x + 1)$ дней — время работы. $(x + 1)(y - 20) \text{ м}^3$ — объем работы, выполненный за это время. Так как в действительности не выкачали еще 100 м^3 , получаем $(x + 1)(y - 20) = 2800 - 100$. 2 этап:
$$\begin{cases} xy = 2800 \\ (x + 1)(y - 20) = 2700 \end{cases} \Rightarrow xy + y - 2x - 2 = 2700 \Rightarrow$$
$$2800 + y - 20x - 20 = 2700 \Rightarrow y - 20x = -80 \Rightarrow y = 20x - 80 \Rightarrow x(20x - 80) = 2800 \Rightarrow x(x - 4) = 140 \Rightarrow x^2 - 4x - 140 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 + 140} = 2 \pm 12 \Rightarrow x_1 = 14, x_2 = -10, y_1 = 20 \cdot 14 - 80 = 200, y_2 = -20 \cdot 10 - 80 = -280$$
. 3 этап: Очевидно, что подходит только первая пара (xy) . То есть 14 дней — плановый срок выполнения всей работы. Ответ: 14 дней.

§29. Теорема Виета

29.1. а) $x^2 - 6x + 11 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6, x_1 \cdot x_2 = 11$;
 б) $x^2 + 6x - 11 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -6, x_1 \cdot x_2 = -11$ — у этого;
 в) $x^2 - 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 11, x_1 \cdot x_2 = -6$;
 г) $x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -11, x_1 \cdot x_2 = -6$.

29.2. а) $x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -2, x_1 \cdot x_2 = -5$;
 б) $x^2 - 15x + 16 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 15, x_1 \cdot x_2 = 16$;
 в) $x^2 - 19x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 19, x_1 \cdot x_2 = 1$;
 г) $x^2 + 8x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -8, x_1 \cdot x_2 = 10$.

29.3. а) $2x^2 + 9x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{9}{2} = -4,5$,
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{10}{2} = -5$; б) $5x^2 + 12x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 =$
 $= -\frac{12}{5}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{5}$; в) $19x^2 - 23x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{23}{19}$,
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{5}{19}$; г) $3x^2 + 113x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{113}{3}$,
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3}$.

29.4. а) $x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -6$; б) $2x^2 +$
 $+3x = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = 0$; в) $x^2 + 5x = 0 \Rightarrow x_1 +$
 $+ x_2 = -5$, $x_1 \cdot x_2 = 0$; г) $7x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$,
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{7}$.

29.5. а) $0,2x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{4}{0,2} = 20$, $x_1 \cdot x_2 =$
 $= -\frac{1}{0,2} = -5$; б) $\sqrt{3}x^2 - 12x - 7\sqrt{3} = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{12}{\sqrt{3}}$,
 $x_1 \cdot x_2 = -\frac{-7\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -7$; в) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = \sqrt{5}$,
 $x_1 \cdot x_2 = 1$; г) $\frac{2}{3}x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{2 \cdot 3}{2} = -3$,
 $x_1 \cdot x_2 = -1,5$.

29.6. а) $x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = 2 \Rightarrow x_1 =$
 $= -1$, $x_2 = -2$; б) $x^2 - 15x + 14 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 15$, $x_1 \times$
 $\times x_2 = 14 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_2 = 14$; в) $x^2 + 8x + 7 = 0$, $x_1 = -1$,
 $x_1 \cdot x_2 = 7$, $x_2 = -7$; г) $x^2 - 19x + 18 = 0$, $x_1 = 1$,
 $x_1 \cdot x_2 = 18$, $x_2 = 18$.

29.7. а) $x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_1 \cdot x_2 = -4$, $x_2 = -4$;
б) $x^2 - 12x - 11 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$, $x_1 \cdot x_2 = -11$, $x_2 = 11$;
в) $x^2 - 9x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -1$, $x_1 \cdot x_2 = -10$, $x_2 = 10$;
г) $x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$, $x_1 \cdot x_2 = -9$, $x_2 = -9$.

29.8. а) $x^2 + 9x + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -9 \\ x_1 \cdot x_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow x_1 = -4,$
 $x_2 = -5$;

б) $x^2 - 15x + 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 15 \\ x_1 \cdot x_2 = 36 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 12,$
 $x_2 = 3$;

в) $x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -14 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 =$
 $= -7$;

г) $x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 10$;

29.9. а) $x_1 = 4, x_2 = 2, -p = x_1 + x_2 = 4 + 2 = 6, p = -6,$
 $q = x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot 2 = 8 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$; б) $x_1 = 3, x_2 = -5,$

$-p = 3 - 5 = 2, p = 2, q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot (-5) = -15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$; в) $x_1 = -8, x_2 = 1, -p = -8 + 1 = -7, p = 7, q = x_1 \cdot x_2 = -8 \cdot 1 = -8 \Rightarrow x^2 + 7x - 8 = 0$; г) $x_1 = -6, x_2 = -2, -p = -6 - 2 = -8, p = 8, q = x_1 \cdot x_2 = -6 \cdot (-2) = 12 \Rightarrow x^2 + 8x + 12 = 0$.

29.10

а) $x_1 = 2,5, x_2 = 2, -p = 2,5 - 2 = -0,5, p = -0,5, q = 2,5 \times (-2) = -5 \Rightarrow x^2 - 0,5x - 5 = 0$; б) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = -1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}, -p = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{5}{6}, p = \frac{5}{6}, q = -\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{6}x - 1 = 0$; в) $x_1 = -2,4, x_2 = -1,5, -p = -2,4 - 1,5 = -3,9, p = 3,9, q = 2,4 \cdot 1,5 = 3,6 \Rightarrow x^2 + 3,9x + 3,6 = 0$; г) $x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}, -p = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} = \frac{16}{15}, p = \frac{16}{15}, q = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = -1 \Rightarrow x^2 - \frac{16}{15}x - 1 = 0$.

29.11. $x^2 + bx - 8 = 0 \Rightarrow D = b^2 + 4 \cdot 8 = b^2 + 32 > 0$ для любого b и так как $x_1 + x_2 = -b$, то а) нет, так как $D > 0$; б) нет, так как $x_1 \cdot x_2 = -8$; в) да, так как $x_1 \cdot x_2 = -8$; г) нет, так как $x_1 \cdot x_2 = -8$.

29.12. $ax^2 + bx + c = 0$: а) $a = 2, x_1 = 3, x_2 = -0,5 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 0,5 = -\frac{b}{2} \\ 3 \cdot (-0,5) = \frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,5 = \frac{b}{2} \\ -\frac{3}{2} = \frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -5 \\ c = -3 \end{cases}$

б) $b = -1, x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 4 = \frac{1}{a} \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -1 = \frac{1}{a} \\ -12 = \frac{c}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 12 \end{cases}$

в) $c = 4, x_1 = -2, x_2 = -0,25 \Rightarrow \begin{cases} -2 - 0,25 = -\frac{b}{a} \\ -2 \cdot (-0,25) = \frac{4}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -2,25 = -\frac{b}{a} \\ 0,5 = \frac{4}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 18 \\ a = 8 \end{cases}$

г) $b = 6, x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 4 = -\frac{6}{a} \\ 3 \cdot (-4) = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} -1 = -\frac{6}{a} \\ -12 = \frac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 18 \\ c = -72 \end{cases}$

29.13. $x^2 + (p^2 + 4p - 5)x - p = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0, x_1 + x_2 = -p^2 - 4p + 5 = 0 \Rightarrow p^2 + 4p - 5 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \times 5 = 36 \Rightarrow p_1 = \frac{-4+6}{2} = 1, p_2 = \frac{-4-6}{2} = -5$.

$$\boxed{29.14.} \quad +3x + (p^2 - 7p + 12) = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 0, \quad x_1 \cdot x_2 = p^2 - 7p + 12 = 0 \Rightarrow p^2 - 7p + 12 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 12 = 1 \Rightarrow p_1 = \frac{7+1}{2} = 4, \quad p_2 = \frac{7-1}{2} = 3.$$

$$\boxed{29.15.} \quad \text{a) } x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 - 24} = 6 \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = (x - 6 - 2\sqrt{3})(x - 6 + 2\sqrt{3});$$

$$\text{б) } x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 15} = 1 \pm 4 \Rightarrow x_1 = -3, \quad x_2 = 5, \quad -x^2 - 2x + 15 = (x + 3)(x - 5);$$

$$\text{в) } x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{-7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = -4, \quad x_2 = -3 \Rightarrow x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3);$$

$$\text{г) } x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 10}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} \Rightarrow x_1 = -5, \quad x_2 = 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2).$$

$$\boxed{29.16.} \quad \text{a) } -x^2 + 16x - 15 = 0 \Rightarrow x^2 - 16x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_1 \cdot x_2 = 15 \Rightarrow x_2 = 15 \Rightarrow -x^2 + 16x - 15 = -(x - 1)(x - 15) = (1 - x)(x - 15);$$

$$\text{б) } -x^2 - 8x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 \cdot x_1 = -9 \Rightarrow x_2 = -9 \Rightarrow -x^2 - 8x + 9 = -(x - 1)(x + 9) = (1 - x)(x + 9);$$

$$\text{в) } -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 \times x_2 = 6 \Rightarrow x_1 = 2, \quad x_2 = 3 \Rightarrow -x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) = (2 - x)(3 + x);$$

$$\text{г) } -x^2 + 7x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7, \quad x_1 \times x_2 = -8 \Rightarrow x_1 = 8, \quad x_2 = -1 \Rightarrow -x^2 + 7x + 8 = -(x - 8)(x + 1) = (8 - x)(x + 1).$$

$$\boxed{29.17.} \quad \text{a) } 3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+7}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-5-7}{6} = -2 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 3 \cdot (x - \frac{1}{3})(x + 2) = (3x - 1)(x + 2);$$

$$\text{б) } 6x^2 + 5x - 1 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}, \quad x_2 = \frac{-5-7}{12} = -1 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 1 = 6 \cdot (x + 1)(x - \frac{1}{6}) = (x + 1)(6x - 1);$$

$$\text{в) } 5x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow D = 4 + 4 \cdot 5 \cdot 3 = 64 \Rightarrow x_1 = \frac{-2+8}{10} = \frac{3}{5}, \quad x_2 = \frac{-2-8}{10} = -1 \Rightarrow 5x^2 + 2x - 3 = 5 \cdot (x - \frac{3}{5})(x + 1) = (5x - 3)(x + 1);$$

$$\text{г) } 15x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow D = 64 - 60 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{8+2}{30} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{8-2}{30} = \frac{1}{5} \Rightarrow 15 - 8x + 1 = 15 \cdot (x - \frac{1}{3}) \cdot (x - \frac{1}{5}) = (3x - 1)(5x - 1).$$

$$\boxed{29.18.} \text{ a) } -3x^2 - 8x + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 \Rightarrow x_1 = \frac{-8+10}{6} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-8-10}{6} = -3 \Rightarrow -3x^2 - 8x + 3 = -3 \cdot (x - \frac{1}{3})(x + 3) = -(3x - 1)(x + 3) = (1 - 3x)(x + 3);$$

$$\text{б) } -5x^2 + 6x - 1 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 16 \Rightarrow x_1 = \frac{6+4}{10} = 1, x_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{1}{5}, -5x^2 + 6x - 1 = -5 \cdot (x - 1)(x - \frac{1}{5}) = (x - 1)(1 - 5x);$$

$$\text{в) } -2x^2 + 9x - 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{9+7}{4} = 4, x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow -2x^2 + 9x - 4 = -2 \cdot (x - 4)(x - \frac{1}{2}) = (x - 4)(1 - 2x);$$

$$\text{г) } -4x^2 - 3x + 85 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 85 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 4 \cdot 85 = 1369 = 37^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+37}{8} = \frac{17}{4}, x_2 = \frac{-3-37}{8} = -5 \Rightarrow -4x^2 - 3x + 85 = -4 \cdot (x - \frac{17}{4})(x + 5) = (17 - 4x)(x + 5).$$

$$\boxed{29.19.} \text{ a) } \frac{x+4}{x^2+7x+12} = \frac{x+4}{(x+4)(x+3)} = \frac{1}{x+3};$$

$$\text{б) } \frac{3x^2-10x+3}{x^2-3x} = \frac{3 \cdot (x-3)(x-\frac{1}{3})}{x(x-3)} = \frac{3x-1}{x};$$

$$\text{в) } \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3};$$

$$\text{г) } \frac{5x^2+x-4}{x^2+x} = \frac{5 \cdot (x-\frac{4}{5})(x+1)}{x(x+1)} = \frac{5x-4}{x}.$$

$$\boxed{29.20.} \text{ a) } \frac{2x^2+9x+7}{x^2-1} = \frac{2 \cdot (x+1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+7}{x-1};$$

$$\text{б) } \frac{9x^2-1}{3x^2-8x-3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{3 \cdot (x-3)(x+\frac{1}{3})} = \frac{3x-1}{x-3}$$

$$\text{в) } \frac{2x^2+7x-4}{x^2-16} = \frac{2 \cdot (x-\frac{1}{2})(x+4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{2x-1}{x-4};$$

$$\text{г) } \frac{4x^2-1}{2x^2-9x-5} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2 \cdot (x+\frac{1}{2})(x-5)} = \frac{2x-1}{x-5}.$$

$$\boxed{29.21.} \text{ a) } \frac{x^2-8x+15}{x^2+7x-30} = \frac{(x-5)(x-3)}{(x-3)(x+10)} = \frac{x-5}{x+10};$$

$$\text{б) } \frac{6x^2+7x-3}{2-x-15x^2} = \frac{6 \cdot (x-\frac{1}{3})(x+\frac{3}{2})}{-15 \cdot (x-\frac{1}{3})(x+\frac{2}{5})} = \frac{2 \cdot (x+\frac{3}{2})}{-5 \cdot (x+\frac{2}{5})};$$

$$\text{в) } \frac{6x^2-19x+13}{2x^2+7x-9} = \frac{6 \cdot (x-\frac{13}{6})(x-1)}{2 \cdot (x-1)(x+\frac{9}{2})} = \frac{3x-6,5}{x+4,5};$$

$$\text{г) } \frac{21x^2+x-2}{2+5x-3x^2} = \frac{21 \cdot (x-\frac{6}{21})(x+\frac{1}{3})}{-3 \cdot (x+\frac{1}{3})(x-2)} = \frac{21x-6}{6-3x} = \frac{7x-2}{2-x}.$$

$$\boxed{29.22.} \text{ a) } \left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{x^2-x-6} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{b+1} =$$

$$= \left(\frac{1}{x+2} + \frac{5}{(x+2)(x-3)} + \frac{2x}{x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{x-3+5+2x^2+4x}{(x+2)(x-3)} \times$$

$$\times \frac{x}{2x+1} = \frac{2x^2+5x+2}{(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x}{2x+1} = \frac{(2x+1)(x+2) \cdot x}{(x+2)(x-3)(2x+1)} = \frac{x}{x-3};$$

$$D_1 = 1 + 4 \cdot 6 = 25, \quad x_1 = \frac{1+5}{2} = 3, \quad x_2 = -2;$$

$$D_2 = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, \quad x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = -2;$$

$$6) \quad \left(\frac{2}{x+1} + \frac{10}{x^2-3x-4} + \frac{3x}{x-4} \right) : \frac{3x+2}{3} =$$

$$= \left(\frac{2}{x+1} + \frac{10}{(x-4)(x+1)} + \frac{3x}{x-4} \right) \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{2x-8+10+3x^2+3x}{(x-4)(x+1)} \times$$

$$\times \frac{3}{3x+2} = \frac{3x^2+5x+2}{(x-4)(x+1)} \cdot \frac{3}{3x+2} = \frac{(3x+2)(x+1) \cdot 3}{(x-4)(x+1)(3x+2)} = \frac{3}{x-4};$$

$$D_2 = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1, \quad x_1 = \frac{-5+1}{6} = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = -1 \cdot 8*$$

$$\boxed{29.23.} \quad a) \quad \frac{x^2+1}{x^2-4x+3} + \frac{2}{x-1} = \frac{3}{x-3} \Rightarrow \frac{x^2+1}{(x-1)(x-3)} + \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3} =$$

$$= 0 \Rightarrow \frac{x^2+1+2x-6-3x+3}{(x-1)(x-3)} = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 +$$

$$+ 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{1+3}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{1-3}{2} = -1;$$

$$6) \quad \frac{18}{x-8} = \frac{x^2-7}{x^2-7x-8} - \frac{6}{x+1} \Rightarrow \frac{18}{x-8} - \frac{x^2-7}{(x+1)(x-8)} + \frac{6}{x+1} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{18x+18-x^2+7+6x-48}{(x+1)(x-8)} = 0 \Rightarrow x^2 - 24x + 23 = 0, \quad x_1 = 12 +$$

$$+ 11 = 23, \quad x_2 = 12 - 11 = 1.$$

$$\boxed{29.24.} \quad a) \quad \frac{x^2+14}{x^2-x-2} + \frac{10}{x+1} = \frac{3x}{x-2}, \quad \frac{x^2+14}{(x+1)(x-2)} + \frac{10x}{x+1x-2} = 0,$$

$$\frac{x^2+14+10x-20-3x^2-3x}{x^2-x-2} = 0, \quad 2x^2 - 7x + 6 = 0, \quad D = 49 - 4 \cdot 2 \times$$

$$\times 6 = 1 \Rightarrow x_1 = 2, \quad x_2 = \frac{3}{2};$$

$$6) \quad \frac{6}{4-x} - \frac{3x}{x+2} = \frac{x^2-10}{x^2-2x-8} \Rightarrow \frac{x^2-10}{(x-4)(x+2)} + \frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x-4} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2-10+3x^2-12x+6x+12}{(x-4)(x+2)} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x +$$

$$+ 1 = 0 \Rightarrow D = 9 - 4 \cdot 2 = 1 \Rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\boxed{29.25.} \quad a) \quad \frac{x^2-5}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+3}{x-1} + \frac{2x+2}{x-2}, \quad x \neq 1; x \neq 2 \Rightarrow x^2 -$$

$$- 5 - (x+3)(x-2) - (2x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 =$$

$$= 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25; \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

$$6) \quad \frac{2x^2+9x}{(x-3)(x+2)} + \frac{3x+2}{x+2} = \frac{2x+3}{x-3}, \quad x \neq -2, x \neq 3 \Rightarrow 2x^2 + 9x -$$

$$- (x-3)(3x+2) - (2x+3)(x+2) = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x - 3x^2 + 7x +$$

$$+ 6 - 7x - 6 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$\boxed{29.26.} \quad a) \quad x^2 - 88x + 780 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 88, \quad x_1 \times$$

$$\times x_2 = 780 \Rightarrow x_1 = 78, \quad x_2 = 10; \quad 6) \quad x^2 - 26x + 120 =$$

$$= 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 26, \quad x_1 \cdot x_2 = 120 \Rightarrow x_1 = 20, \quad x_2 = 6;$$

$$b) \quad x^2 - 26x + 105 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 26, \quad x_1 \cdot x_2 = 105 \Rightarrow x_1 =$$

$$= 21, \quad x_2 = 5; \quad r) \quad x^2 + 35x - 114 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -35,$$

$$x_1 \cdot x_2 = -114 \Rightarrow x_1 = -38, \quad x_2 = 3.$$

$$\boxed{29.27.} \quad ax^2 + bx + c = 0. \quad \text{Если } x = 1, \text{ то } a \cdot 1^2 + b \cdot 1 +$$

$$+ c = a + b + c = 0, \text{ то есть } x = 1 - \text{ корень уравнения}$$

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

29.28. $1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = \frac{c}{a}$: а) $13x^2 + 18x - 31 = 0$, так как $13 + 18 - 31 = 0$, то $x = 1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = -\frac{31}{13}$; б) $5x^2 - 27x + 22 = 0$, так как $5 - 27 + 22 = 0$, то $x_1 = 1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = \frac{22}{5}$; в) $6x^2 - 26x + 20 = 0$, так как $6 - 26 + 20 = 0$, то $x_1 = 1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$; г) $3x^2 + 35x - 38 = 0$, так как $3 + 35 - 38 = 0$, то $x_1 = 1$ — корень уравнения. $\Rightarrow x_2 = -\frac{38}{3}$.

29.29. $ax^2 + bx + c = 0$. Если $x = -1$, то $a \cdot (-1)^2 + b \times (-1) + c = a - b + c = 0$, то есть $x = -1$ — корень уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

29.30. $(-1) \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_2 = -\frac{c}{a}$: а) $3x^2 + 18x + 15 = 0$, так как $3 - 18 + 15 = 0$, то $x_1 = -1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = -\frac{15}{3} = -5$; б) $11x^2 + 17x + 6 = 0$, так как $11 - 17 + 6 = 0$, то $x_1 = -1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = -\frac{6}{11}$; в) $67x^2 - 105x - 172 = 0$, так как $67 + 105 - 172 = 0$, то $x_1 = -1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = \frac{172}{67}$; г) $14x^2 - 37x - 51 = 0$, так как $14 + 37 - 51 = 0$, то $x_1 = -1$ — корень уравнения, $\Rightarrow x_2 = \frac{51}{14}$.

29.31. а) $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2} \Rightarrow -p = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = -2 \Rightarrow x^2 - 2 = 0$; б) $x_1 = 3\sqrt{5}, x_2 = -3\sqrt{5} \Rightarrow -p = 3\sqrt{5} + (-3\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = 3\sqrt{5} \cdot (-3\sqrt{5}) = -45 \Rightarrow x^2 - 45 = 0$; в) $x_1 = \sqrt{7}, x_2 = -\sqrt{7}, -p = \sqrt{7} + (-\sqrt{7}) = 0 \Rightarrow p = 0, q = \sqrt{7} \cdot (-\sqrt{7}) = -7 \Rightarrow x^2 - 7 = 0$; г) $x = 9\sqrt{2}, x_1 = 9\sqrt{9}, x_2 = -9\sqrt{2} \Rightarrow -p = 9\sqrt{9} + (-9\sqrt{9}) = 0, q = 9\sqrt{2} \cdot (-9\sqrt{2}) = -162 \Rightarrow x^2 - 162 = 0$.

29.32. а) $x_1 = 3 + \sqrt{2}, x_2 = 3 - \sqrt{2} \Rightarrow -p = 3 + \sqrt{2} + (3 - \sqrt{2}) = 6 \Rightarrow p = -6, q = (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - 2 = 7 \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$;

б) $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow -p = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1 \Rightarrow p = -1, q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{1-5}{4} = -1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

в) $x_1 = 2 + \sqrt{5}, x_2 = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow -p = 2 + \sqrt{5} + (2 - \sqrt{5}) = 4 \Rightarrow p = -4, q = (2 + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$;

$$\begin{aligned} \Gamma) x_1 &= \frac{-4-\sqrt{3}}{7}, x_2 = \frac{-4+\sqrt{3}}{7} \Rightarrow -p = \frac{-4-\sqrt{3}+(-4+\sqrt{3})}{7} = \\ &= -\frac{8}{7} \Rightarrow p = \frac{8}{7}, q = \frac{-4-\sqrt{3}}{7} \cdot \frac{-4+\sqrt{3}}{7} = \frac{16-3}{49} = \frac{13}{49} \Rightarrow x^2 + \\ &+ \frac{8}{7}x + \frac{13}{49} = 0. \end{aligned}$$

$$\boxed{29.33.} \text{ a) } x+6\sqrt{x}+8 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2+6y+8 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = -4 \Rightarrow x+6\sqrt{x}+8 = y^2+6y+8 = (y+2)(y+4) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+4);$$

$$\text{б) } x-7\sqrt{x}-18 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2-7y-18 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 9 \Rightarrow x-7\sqrt{x}-18 = y^2-7y-18 = (y+2)(y-9) = (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-9);$$

$$\text{в) } x-12\sqrt{x}+35 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2-12y+35 = 0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = 7 \Rightarrow x-12\sqrt{x}+35 = y^2-12y+35 = (y-5)(y-7) = (\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}-7);$$

$$\text{г) } x+3\sqrt{x}-40 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2+3y-40 = 0 \Rightarrow y_1 = -8, y_2 = 5 \Rightarrow x+3\sqrt{x}-40 = y^2+3y-40 = (y+8)(y-5) = (\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-5).$$

$$\boxed{29.34.} \text{ a) } 7x+23\sqrt{x}+16 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 7y^2+23y+16 = 0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = -\frac{16}{7} \Rightarrow 7x+23\sqrt{x}+16 = 7y^2+23y+16 = 7 \cdot (y+1) \left(y + \frac{16}{7}\right) = (\sqrt{x}+1)(7\sqrt{x}+16);$$

$$\text{б) } 3x^3-10x\sqrt{x}+3 \Rightarrow |y = x\sqrt{x}| \Rightarrow 3y^2-10y+3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x^3-10x\sqrt{x}+3 = 3y^2-10y+3 = 3 \cdot (y-3) \left(y - \frac{1}{3}\right) = (x\sqrt{x}-3)(3x\sqrt{x}-1);$$

$$\text{в) } 9x+4\sqrt{x}-5 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 9y^2+4y-5 = 0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = \frac{5}{9} \Rightarrow 9x+4\sqrt{x}-5 = 9y^2+4y-5 = 9 \cdot (y+1) \left(y - \frac{5}{9}\right) = (\sqrt{x}+1)(9\sqrt{x}-5);$$

$$\text{г) } 2x^3-5x\sqrt{x}+2 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow 2y^2-5y+2 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^3-5x\sqrt{x}+2 = 2y^2-5y+2 = 2 \cdot (y-2) \left(y - \frac{1}{2}\right) = (x\sqrt{x}-2)(2x\sqrt{x}-1).$$

$$\boxed{29.35.} \text{ a) } x^4-13x^2+36 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2-13y+36 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 9 \Rightarrow x^4-13x^2+36 = y^2-13y+36 = y^2-13y+36 = (y-4)(y-9) = (x^2-4)(x^2-9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3);$$

$$\text{б) } -2x^6+9x^3-4 \Rightarrow |y = x^3| \Rightarrow -2y^2+9y-4 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow -2x^6+9x^3-4 = -2y^2+9y-4 = -2 \cdot (y-4) \left(y - \frac{1}{2}\right) = (4-y)(2y-1) = (4-x^3)(2x^3-1);$$

$$\text{в) } -x^4+20x^2-64 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2+20y-64 = 0 \Rightarrow y_1 = 16, y_2 = 4 \Rightarrow -x^4+20x^2-64 = -y^2+20y-64 = -(y-16)(y-4) = (16-x^2)(x^2-4) = (4-x)(4+x)(x-2)(x+2);$$

$$\text{r)} 15x^6 - 8x^3 + 1 \Rightarrow |y = x^3| \Rightarrow 15y^2 - 8y + 1 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}, y_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow 15x^6 - 8x^3 + 1 = 15y^2 - 8y + 1 = 15 \cdot (y - \frac{1}{3}) \times (y - \frac{1}{5}) = (3y - 1)(5y - 1) = (3x^3 - 1)(5x^3 - 1).$$

$$\text{29.36. a)} x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow D = 12^2 - 4 \cdot 24 = 48 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 12x + 24 = (x - (6 - 2\sqrt{3})) \times (x - (6 + 2\sqrt{3})).$$

$$\text{б)} 4x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow D = 4^2 - 4 \cdot (-4) = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4x^2 - 4x - 1 = 4 \cdot (x - \frac{1 + \sqrt{2}}{2}) \times (x - \frac{1 - \sqrt{2}}{2}) = (2x - 1 - \sqrt{2}) \cdot (2x - 1 + \sqrt{2});$$

$$\text{в)} x^2 - 6x + 1 = 0 \Rightarrow D = 6^2 - 4 = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = (x - 3 - 2\sqrt{2})(x - 3 + 2\sqrt{2});$$

$$\text{r)} 4x^2 - 12x + 7 \Rightarrow D = 12^2 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 32 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{12 \pm 4\sqrt{2}}{8} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{2} \Rightarrow 4x^2 - 12x + 7 = 4 \cdot (x - \frac{3 - \sqrt{2}}{2}) \times (x - \frac{3 + \sqrt{2}}{2}) = (2x - 3 + \sqrt{2}) \cdot (2x - 3 - \sqrt{2}).$$

$$\text{29.37. a)} \frac{x - 5\sqrt{x} - 14}{x - 2\sqrt{x} - 8} = |y = \sqrt{x}| = \frac{y^2 - 5y - 14}{y^2 - 2y - 8} = \frac{(y-7)(y+2)}{(y-4)(y+2)} = \frac{\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$\text{б)} \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 9)}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+1)} = (x - 1)(x + 3);$$

$$\text{в)} \frac{2x + 11\sqrt{x} - 6}{x + 3\sqrt{x} - 18} = |y = \sqrt{x}| = \frac{2y^2 + 11y - 6}{y^2 + 3y - 18} = \frac{2 \cdot (y - \frac{1}{2})(y + 6)}{(y + 6)(y - 3)} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3};$$

$$\text{r)} \frac{x^3 - 4x}{x^4 - 3x^2 - 4} = \frac{x(x^2 - 4)}{(x^2 - 4)(x^2 + 1)} = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

$$\text{29.38. a)} \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x^2 + 3x - 10} = \frac{x^2 \cdot (x+5) - 4 \cdot (x+5)}{(x+5)(x-2)} = \frac{(x+5)(x-2)(x+2)}{(x+5)(x-2)} = x + 2;$$

$$\text{б)} \frac{x^3 - 2x^2 - 16x + 32}{x^2 - 6x + 8} = \frac{x^2 \cdot (x-2) - 16 \cdot (x-2)}{(x-4)(x-2)} = \frac{(x-2)(x-4)(x+4)}{(x-2)(x-4)} = x + 4;$$

$$\text{в)} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 + 3x + 2} = \frac{x^2 \cdot (x+1) - 4 \cdot (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-2)(x+2)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = x - 2;$$

$$\text{r)} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x^2 \cdot (x-3) - (x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = x - 1.$$

$$\text{29.39. a)} x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9^2 - 2 \cdot (-17) = 81 + 34 = 115;$$

$$6) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -17 \cdot 9 = -153.$$

$$\boxed{29.40.} \text{ a) } x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(-\frac{8}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{64}{9} + \frac{2}{9} = \frac{66}{9};$$

$$6) x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{8}{9}.$$

$$\boxed{29.41.} \quad x^2 - (2p^2 - p - 6)x + (8p - 1) = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -5, \\ x_1 + x_2 = 2p^2 - p - 6 = -5, \quad 2p^2 - p - 1 = 0 \Rightarrow D_1 = 1 + 4 \cdot 2 = 9 \Rightarrow p_1 = \frac{1+3}{4} = 1, \quad p_2 = -\frac{1}{2}.$$

При $p = 1 \Rightarrow x^2 + 5x + 7 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 7 < 0$ — нет корней.

При $p = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 6\right)x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x - 5 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 5 > 0$ — есть корни, следовательно подходит только $p_2 = -\frac{1}{2}$.

$$\boxed{29.42.} \quad x^2 - (p+1)x + (2p^2 - 9p - 12) = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -21, \\ x_1 \cdot x_2 = 2p^2 - 9p - 12 = -21 \Rightarrow 2p^2 - 9p + 9 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9 \Rightarrow p_1 = \frac{9+3}{4} = 3, \quad p_2 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2}.$$

При $p = 3 \Rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 21 > 0$ — есть корни.

При $p = \frac{3}{2} \Rightarrow x - 2,5x - 21 = 0 \Rightarrow D = 6,25 + 4 \cdot 21 > 0$ — есть корни, следовательно подходят оба значения.

$$\boxed{29.43.} \quad 2px^2 + (p^2 - 9)x - 5p + 2 = 0 \Rightarrow \frac{9-p^2}{2p} = x_1 + x_2 = \\ = x_1 - x_1 = 0 \Rightarrow 9 - p^2 = 0 \Rightarrow p_{1,2} = \pm 3.$$

$$\text{При } p = 3 \Rightarrow 6x^2 - 13 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{13}{6}}.$$

$$\text{При } p = -3 \Rightarrow -6x^2 + 17 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{17}{6}}.$$

$$\boxed{29.44.} \quad 2px^2 + 5x + p + 1 = 0 \Rightarrow \frac{p+1}{2p} = x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot \frac{1}{x_1} = \\ = 1 \Rightarrow p + 1 = 2p \Rightarrow p = 1.$$

$$\text{При } p = 1 \Rightarrow p = 1 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-5-3}{4} = -2.$$

$$\boxed{29.45.} \quad x^2 + (3p - 5)x + (3p^2 - 11p - 6) = 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = \\ = 65 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (3p - 5)^2 - 2 \cdot (3p^2 - 11p - 6) = 65 \Rightarrow 9p^2 - 30p + 25 - 6p^2 + 22p + 12 - 65 = \\ = 0 \Rightarrow 3p^2 - 8p - 28 = 0 \Rightarrow D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 28 = 400 \Rightarrow p_1 = \\ = \frac{8+20}{6} = \frac{14}{3}, \quad p_2 = \frac{8-20}{6} = -2.$$

$$\text{При } p = \frac{14}{3} \Rightarrow x^2 + 9x + 8 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 > \\ > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-9+7}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-9-7}{2} = -8.$$

$$\text{При } p = -2 \Rightarrow x^2 - 11x + 28 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 28 = 9 > \\ > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{11+3}{2} = 7, \quad x_2 = \frac{11-3}{2} = 4.$$

$$\text{29.46. } 2x^2 - 15x + p = 0 \Rightarrow x_1 - x_2 = 2,5, x_1 + x_2 = \frac{15}{2}, x_1 \times x_2 = \frac{p}{2} \Rightarrow x_1 - x_2 = 2,5, x_1 = x_2 + \frac{5}{2}, \Rightarrow x_2 + \frac{5}{2} + x_2 = \frac{15}{2} \Rightarrow 2x_2 = 5 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{2}, x_1 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5, 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 25.$$

При $p = 25 \Rightarrow 2x^2 - 15x + 25 = 0 \Rightarrow D = 225 - 8 \cdot 25 > 0$ — корни есть, следовательно $p = 25$ — подходит.

$$\text{29.47. } 2x^2 - 14x + p = 0 \Rightarrow x_1 = 2,5x_2, x_1 + x_2 = 7 \Rightarrow x_1 = 2,5 \cdot (7 - x_1) \Rightarrow x_1 = 17,5 - 2,5x_1 \Rightarrow 3,5x_1 = 17,5 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 7 - 5 = 2, 5 \cdot 2 = x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 20.$$

При $p = 20 \Rightarrow 2x^2 - 14x + 20 = 0 \Rightarrow D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 20 > 0$ — корни есть, следовательно $p = 20$ — подходит.

$$\text{29.48. } \text{a) } \frac{x+12}{-9x} : \left(\frac{x-3}{2x^2+5x-3} - \frac{9}{9-x^2} \right) = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} :$$

$$: \left(\frac{x-3}{(x+3)(2x-1)} + \frac{9}{(x-3)(x+3)} \right) = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} :$$

$$: \frac{x^2-6x+9+18x-9}{(x+3)(x-3)(2x-1)} = \frac{x+12}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)(2x-1)}{x(x+12)} = \frac{2x-1}{x^2},$$

$$\text{б) } \left(\frac{3a-1}{a^2-4} - \frac{9a}{3a^2+5a-2} \right) \cdot \frac{15a^3-60a}{12a+1} =$$

$$= \left(\frac{3a-1}{(a-2)(a+2)} - \frac{9a}{(a+2)(3a-1)} \right) \cdot \frac{15a(a^2-4)}{12a+1} = \frac{9a^2-6a+1-9a^2+18a}{(a-2)(a+2)(3a-1)} \times$$

$$\times \frac{15a(a-2)(a+2)}{12a+1} = \frac{15a}{3a-1}.$$

$$\text{29.49. } \text{a) } \left(\frac{4}{5a^2+a-4} - \frac{a+1}{9 \cdot (5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} =$$

$$= \left(\frac{4}{(a+1)(5a-4)} - \frac{a+1}{9 \cdot (5a-4)} \right) \cdot \frac{15a-12}{a+7} = \frac{36-a^2-2a-1}{9 \cdot (5a-4)(a+1)} \times$$

$$\times \frac{3 \cdot (5a-4)}{a+7} = -\frac{a^2+2a-35}{3 \cdot (a+1)(a+7)} = \frac{(a-5)(a+7)}{3 \cdot (a+1)(a+7)} = \frac{5-a}{3 \cdot (a+1)};$$

$$\text{б) } \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} : \left(\frac{9 \cdot (a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{3a^2+a-4} \right) = \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} :$$

$$: \left(\frac{9 \cdot (a-1)}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{(a-1)(3a+4)} \right) = \frac{5 \cdot (a+4)}{a-1} \cdot \frac{(a-1)(3a+4)}{9 \cdot (a-1)^2 - (2a-7)^2} =$$

$$= \frac{5 \cdot (a+4)(3a+4)}{(3a-3-2a+7)(3a-3+2a-7)} = \frac{5 \cdot (3a+4)}{5a-10} = \frac{3a+4}{a-2}.$$

$$\text{29.50. } \text{a) } \left(\frac{2x}{x+2} + \frac{4}{x^2+5x+6} - \frac{3}{x+3} \right) : \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{3+x} =$$

$$= \frac{2x(x+3)+4-3 \cdot (x+2)}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} = \frac{2x^2+3x-2}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} =$$

$$= \frac{(2x-1)(x+2)}{(x+2)(x+3)} \cdot \frac{3}{2x-1} + \frac{x}{x+3} = \frac{x+3}{x+3} = 1.$$

$$\text{б) } \left(\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{x+1} + \frac{4}{x^2-2x-3} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{2x(x+1)+(x-3)+4}{(x-3)(x+1)} \times$$

$$\times \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{2x^2+3x+1}{(x-3)(x+1)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3}{3-x} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x-3)(x+1)} \cdot \frac{x}{2x+1} +$$

$$+ \frac{3}{3-x} = \frac{x}{x-3} - \frac{3}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1.$$

29.51. а) $\frac{x^2}{x^2-7x+10} + \frac{16}{3x^2-12} = 1, x \neq 5, x \neq \pm 2 \Rightarrow$
 $\frac{x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{3 \cdot (x-2)(x+2)} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{3x^2}{(x-5)(x-2)} + \frac{16}{(x-2)(x+2)} - 3 =$
 $= 0 \Rightarrow 3x^3 + 6x^2 + 16x - 80 - 3 \cdot (x^2 - 4)(x - 5) = 0 \Rightarrow 3x^3 +$
 $+ 6x^2 + 16x - 80 - 3x^3 + 12x + 15x^2 - 60 = 0 \Rightarrow 21x^2 +$
 $+ 28x - 140 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 20 = 0 \Rightarrow D = 4^2 + 4 \cdot 3 \cdot 20 =$
 $= 256 = 16^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-4+16}{6} = 2$ — корень не подходит,
 $x_2 = \frac{-4-16}{6} = -\frac{10}{3},$

б) $\frac{2x^2}{2x^2+x-3} - \frac{8}{2x^2-3x-9} = 1, x \neq 1, x \neq 3, x \neq -\frac{3}{2} \Rightarrow$
 $\frac{2x^2}{(x-1)(2x+3)} - \frac{8}{(x-3)(2x+3)} - 1 = 0 \Rightarrow 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 -$
 $- (x^2 - 4x + 3)(2x + 3) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 6x^2 - 8x + 8 - (2x^2 -$
 $- 8x^2 + 6x + 3x^2 - 12x + 9) = 0 \Rightarrow -x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow D =$
 $= 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1.$

29.52. а) $\frac{10x+5}{21x-14} - \frac{x-1}{2x+3} = \frac{21}{6x^2+5x-6} \Rightarrow \frac{21}{(3x-2)(2x+3)} + \frac{x-1}{2x+3} -$
 $-\frac{10x+5}{7 \cdot (3x-2)} = 0 \Rightarrow 147 + 7 \cdot (x-1)(3x-2) - (10x+5)(2x+3) =$
 $= 0 \Rightarrow 147 + 21x^2 - 35x + 14 - 20x^2 - 40x - 15 =$
 $= 0 \Rightarrow x^2 - 75x + 146 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 73;$

б) $\frac{4}{6x^2-13x+6} + \frac{x-2}{6x-4} = \frac{2x+1}{10x-15} \Rightarrow \frac{4}{(2x-3)(3x-2)} + \frac{x-2}{2 \cdot (3x-2)} -$
 $-\frac{2x+1}{5 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 40 + 5 \cdot (x-2)(2x-3) - 2 \cdot (3x-2)(2x+1) =$
 $= 0 \Rightarrow 40 + 10x^2 - 35x + 30 - 12x^2 + 2x + 4 = 0 \Rightarrow 2x^2 +$
 $+ 33x - 74 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -18,5.$

29.53. а) $\frac{2x+1}{6x-4} + \frac{13}{6x^2+5x-6} = \frac{2x+1}{4x+6}, x \neq -\frac{3}{2}; x \neq \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2x+1}{6x-4} +$
 $+\frac{13}{(2x+3)(3x-2)} - \frac{2x+1}{4x+6} = 0 \Rightarrow (2x+1)(4x+6) + 52 - (6x-$
 $-4)(2x+1) = 0 \Rightarrow 8x^2 + 12x + 4x + 6 + 52 - 12x^2 -$
 $-6x + 8x + 4 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 18x + 62 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x -$
 $-31 = 0 \Rightarrow D = 81 + 4 \cdot 2 \cdot 31 = 329; x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{329}}{4};$

б) $\frac{8x-1}{10x^2-19x+6} + \frac{x-1}{10x-4} = \frac{2x+1}{4x-6}, x \neq \frac{2}{5}, x \neq \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{8x-1}{(2x-3)(5x-2)} +$
 $+\frac{x-1}{2 \cdot (5x-2)} - \frac{2x+1}{2 \cdot (2x-3)} = 0 \Rightarrow 4 \cdot (8-1) + (x-1)(4x-6) - (2x+$
 $+1)(10x-4) = 0 \Rightarrow 32x - 4 + 4x^2 - 10x + 6 - 20x^2 - 2x +$
 $+4 = 0 \Rightarrow -16x^2 + 20x + 6 = 0 \Rightarrow 8x^2 - 10x - 3 = 0 \Rightarrow D =$
 $= 100 - 4 \cdot 8 \cdot (-3) = 196 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm 14}{16} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}$ —
 корень не подходит, $x_2 = -\frac{1}{4}.$

29.54. а) $\frac{x-1}{x^2-2x-3} + \frac{x+3}{x^2-2x-8} = \frac{4x-1}{2x^2-6x-8}, x \neq -1, x \neq$
 $\neq 3, x \neq 4 \Rightarrow \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} + \frac{x+3}{(x-4)(x+2)} - \frac{4x-1}{2 \cdot (x-4)(x+1)} = 0 \Rightarrow 2 \times$
 $\times (x-1)(x-4)(x+2) + 2 \cdot (x+3)(x-3)(x+1) - (4x-$

$$-1)(x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow 2 \cdot (x-1)(x^2 - 2x - 8) + 2 \cdot (x+1)(x^2 - 9) - (4x-1)(x^2 - x - 6) = 0 \Rightarrow 2 \cdot (x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x - 8x + 8) + 2 \cdot (x^3 + x^2 - 9x - 9) - (4x^3 - x^2 - 4x^2 + x - 24x + 6) = 0 \Rightarrow -6x^2 - 12x + 16 + 2x^2 - 18x - 18 + 5x^2 + 23x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = -1 - \text{корень не подходит.}$$

$$\text{б) } \frac{2}{2x^2-x-1} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{3x+1}{3x^2-3}, x \neq \pm 1, x \neq 2, x \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)(2x+1)} + \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} - \frac{3x+1}{3 \cdot (x-1)(x+1)} = 0 \Rightarrow 6 \cdot (x+1)(x-2) + 3x(x-1)(2x+1) - (3x+1)(2x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow 6x \times (x^2 - x - 2) + 3x(-x-1) - (3x+1)(2x^2 - 3x - 2) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 + 6x^3 - 3x^2 - 3x - 6x^3 - 2x^2 + 9x^2 + 3x + 6x + 2 = 0 \Rightarrow 10x^2 - 10 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1 - \text{корень не подходит.}$$

$$\text{29.55. а) } \left(\frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)(x-2)} + \frac{2x}{x-2} \right) \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{3 \cdot (x-2) + 4 + 2x(x-3)}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{2x^2-3x-2}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-3)(x-2)} \cdot \frac{3}{2x+1} - \frac{x-12}{9-3x} = \frac{3}{x-3} + \frac{x-12}{3 \cdot (x-3)} = \frac{x-3}{3 \cdot (x-3)} = \frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+3)} \right) \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{2x(x-1) + (x+3) - 4}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{2x^2-x-1}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)} \cdot \frac{x}{2x+1} + \frac{3-x}{6+2x} = \frac{x}{x+3} + \frac{3-x}{2 \cdot (x+3)} = \frac{x+3}{2 \cdot (x+3)} = \frac{1}{2}.$$

§30. Иррациональные уравнения

$$\text{30.1. а) } \sqrt{x+2} = 3 \Rightarrow x+2 = 9 \Rightarrow x = 7; \text{ б) } \sqrt{4x+1} = 3 \Rightarrow 4x+1 = 9 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2; \text{ в) } \sqrt{x-5} = 9 \Rightarrow x-5 = 81 \Rightarrow x = 86; \text{ г) } \sqrt{7x-1} = 3 \Rightarrow 7x-1 = 9 \Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}.$$

$$\text{30.2. а) } \sqrt{x^2-1} = 2 \Rightarrow x^2-1 = 4 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{4x^2+5} = 3 \Rightarrow 4x^2+5 = 9 \Rightarrow 4x^2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1;$$

$$\text{в) } \sqrt{3-2x^2} = 1 \Rightarrow 3-2x^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1;$$

$$\text{г) } \sqrt{6+5x^2} = 2 \Rightarrow 6+5x^2 = 4 \Rightarrow 5x^2 = -2 - \text{нет корней.}$$

$$\text{30.3. а) } \sqrt{4x^2+5x-2} = 2 \Rightarrow 4x^2+5x-2 = 4 \Rightarrow 4x^2+5x-6 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 4 \cdot 6 = 121 = 11^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-5+11}{8} = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{-5-11}{8} = -2;$$

$$б) \sqrt{23x - 14 - 3x^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 23x + 14 = 0 \Rightarrow D = 529 - 4 \cdot 3 \cdot 14 = 361 = 19^2 \Rightarrow x_1 = \frac{23+19}{6} = 7, x_2 = \frac{23-19}{6} = \frac{2}{3};$$

$$в) \sqrt{23 + 3x - 5x^2} = 3 \Rightarrow 23 + 3x - 5x^2 = 9 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 14 = 0 \Rightarrow D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 14 = 289 = 17^2 \Rightarrow x_1 = \frac{3+17}{10} = 2, x_2 = \frac{3-17}{10} = -1,4;$$

$$г) \sqrt{5x^2 + 22x - 15} = 0 \Rightarrow 5x^2 + 22x - 15 = 0 \Rightarrow D = 484 + 20 \cdot 15 = 784 = 28^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-22+28}{10} = 0,6, x_2 = \frac{-22-28}{10} = -5.$$

30.4. а) $\sqrt{\frac{2x+3}{x-1}} = 1 \Rightarrow \frac{2x+3}{x-1} = 1 \Rightarrow 2x+3 = x-1 \Rightarrow x = -4;$

б) $\sqrt{\frac{5x-1}{x+3}} = 2 \Rightarrow \frac{5x-1}{x+3} = 4 \Rightarrow 5x-1 = 4x+12 \Rightarrow x = 13;$

в) $\sqrt{\frac{x+5}{4x-1}} = 4 \Rightarrow \frac{x+5}{4x-1} = 16 \Rightarrow x+5 = 64x-16 \Rightarrow 63x = 21 \Rightarrow x = \frac{1}{3};$

г) $\sqrt{\frac{x+2}{3x-6}} = 3 \Rightarrow \frac{x+2}{3x-6} = 9 \Rightarrow x+2 = 27x-54 \Rightarrow 26x = 56 \Rightarrow x = \frac{28}{13}.$

30.5. а) $\sqrt{5-x} + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} = -2$ — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю;

б) $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^2-3} = 0$ — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю, то $x^2-3 > 0$;

в) $\sqrt{3x-1} + 1 = 0, \sqrt{3x-1} = -1$ — нет корней, так как квадратный корень больше или равен нулю;

г) $\sqrt{x-8} + 3 = \sqrt{16-x}$ — нет корней, так как $x > 8$ и $x < 16$, а при $x = 8 - 3 > 2\sqrt{8}$.

30.6. а) $\sqrt{7x-4} = \sqrt{5x+2} \Rightarrow 7x-4 = 5x+2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$. Проверка: $\sqrt{21-4} = \sqrt{15+2}$ — верно;

б) $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7} \Rightarrow 2x-5 = 4x-7 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$. Проверка: $\sqrt{2x-5} = \sqrt{4x-7}; \sqrt{-3} = \sqrt{-3}$ — уравнение не имеет смысла;

в) $\sqrt{3x+4} = \sqrt{5x+2} \Rightarrow 3x+4 = 5x+2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$. Проверка: $\sqrt{3+4} = \sqrt{5+2}$ — верно;

г) $\sqrt{3x+1} = \sqrt{2x-3} \Rightarrow 3x+1 = 2x-3 \Rightarrow x = -4$. Проверка: $\sqrt{-12+1} = \sqrt{-8-3}$ — уравнение не имеет смысла.

30.7. а) $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 4, \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x_1 = 16, x_2 = 4;$

$$\text{б) } x - 5\sqrt{x} + 6 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 2, \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 9;$$

$$\text{в) } x - 7\sqrt{x} + 12 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x_1 = 9, x_2 = 16;$$

$$\text{г) } x - 3\sqrt{x} + 2 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 2, \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 1.$$

$$\boxed{30.8.} \text{ а) } x + \sqrt{x} = 30 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 + y - 30 = 0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = -6 \Rightarrow \sqrt{x} = 5, \sqrt{x} = -6 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 25;$$

$$\text{б) } x - 4\sqrt{x} - 12 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 4y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 6, y_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = 6, \sqrt{x} = -2 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 36;$$

$$\text{в) } x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = -4 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 9;$$

$$\text{г) } x - 3\sqrt{x} - 18 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y^2 - 3y - 18 = 0 \Rightarrow y_1 = 6, y_2 = -3 \Rightarrow \sqrt{x} = 6, \sqrt{x} = -3 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 36.$$

$$\boxed{30.9.} \text{ а) } \sqrt{x} - \frac{20}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y - \frac{20}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 - y - 20 = 0 \Rightarrow y_1 = 5, y_2 = -4, \sqrt{x} = 5, \sqrt{x} = -4 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 25;$$

$$\text{б) } \sqrt{x} + 3 = \frac{18}{\sqrt{x}} \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y + 3 - \frac{18}{y} = 0 \Rightarrow y^2 + 3y - 18 = 0 \Rightarrow y_1 = -6, y_2 = 3, \sqrt{x} = -6 - \text{нет корней}, \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9;$$

$$\text{в) } \sqrt{x} - \frac{6}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y - \frac{6}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 - y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3, \sqrt{x} = -2 - \text{нет корней} \Rightarrow x = 9;$$

$$\text{г) } \sqrt{x} + 4 = \frac{32}{\sqrt{x}} \Rightarrow |y = \sqrt{x}| \Rightarrow y + 4 - \frac{32}{y} = 0 \Rightarrow y^2 + 4y - 32 = 0 \Rightarrow y_1 = -8, y_2 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = -8 - \text{нет корней}, \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16.$$

$$\boxed{30.10.} \text{ а) } (5x-1) + \sqrt{5x-1} = 12 \Rightarrow |y = \sqrt{5x-1}| \Rightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{5x-1} = -4 - \text{нет корней}, \sqrt{5x-1} = 3 \Rightarrow 5x-1 = 9 \Rightarrow x = 2;$$

$$\text{б) } 2x + 3 + \sqrt{2x+3} = 2 \Rightarrow |y = \sqrt{2x+3}| \Rightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{2x+3} = -2 - \text{нет корней}, \sqrt{2x+3} = 1 \Rightarrow 2x+3 = 1 \Rightarrow x = -1;$$

$$\text{в) } (7x+4) - \sqrt{7x+4} = 42 \Rightarrow |y = \sqrt{7x+4}| \Rightarrow y^2 - y - 42 = 0 \Rightarrow y_1 = 7, y_2 = -6 \Rightarrow \sqrt{7x+4} = 7, \sqrt{7x+4} = -6 - \text{нет корней} \Rightarrow 7x+4 = 49 \Rightarrow x = \frac{45}{7};$$

г) $(12x - 1) + \sqrt{12x - 1} = 6 \Rightarrow |y = \sqrt{12x - 1}| \Rightarrow y^2 + y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = -3 \Rightarrow \sqrt{12x - 1} = 2, \sqrt{12x - 1} = -3$ — нет корней $\Rightarrow 12x - 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{12}$.

30.11. а) $\sqrt{7 - 3x} = x + 7 \Rightarrow 7 - 3x = x^2 + 14x + 49 \Rightarrow x^2 + 17x + 42 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -14$. Проверка: $x_1 = -3 \Rightarrow \sqrt{7 + 9} = 7 - 3$ — верно, $x_2 = -14 \Rightarrow \sqrt{7 + 314} = -14 + 7$ — не верно.

б) $\sqrt{3 - x} = 3x + 5 \Rightarrow 3 - x = 9x^2 + 25 + 30x \Rightarrow 9x^2 + 31x + 22 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-31 + 13}{18} = -1, x_2 = \frac{-44}{18} = -\frac{22}{9}$. Проверка: $x_1 = -1 \Rightarrow \sqrt{3 + 1} = 5 - 3 = 2$ — верно, $x_2 = -\frac{22}{9} \Rightarrow \sqrt{3 + \frac{22}{9}} = -\frac{22}{9} + 5$ — не верно.

в) $\sqrt{15 + 3x} = 1 - x \Rightarrow 15 + 3x = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = -2$. Проверка: $x_1 = 7 \Rightarrow \sqrt{15 + 21} = 1 - 7$ — не верно, $x_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{15 - 6} = 1 + 3$ — верно.

г) $\sqrt{34 - 5x} = 7 - 2x \Rightarrow 34 - 5x = 49 + 4x^2 - 28x \Rightarrow 4x^2 - 23x + 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = \frac{3}{4}$. Проверка: $x_1 = 5 \Rightarrow \sqrt{34 - 25} = 7 - 10$ — не верно, $x_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{34 - 5 \cdot \frac{3}{4}} = 7 - 2 \cdot \frac{3}{4}$ — верно.

30.12. а) $\sqrt{8 - 2x} = x \Rightarrow 8 - 2x = x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2$. Проверка: $x_1 = -4 \Rightarrow \sqrt{8 + 8} = -4$ — не верно, $x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{8 - 4} = 2$ — верно.

б) $\sqrt{5 - x} = x + 15 \Rightarrow 5 - x = x^2 + 30x + 225 \Rightarrow x^2 + 31x + 220 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-31 + 9}{2} = -11, x_2 = \frac{-31 - 9}{2} = -20$. Проверка: $x_1 = -11 \Rightarrow \sqrt{5 + 11} = -11 + 15$ — верно, $x_2 = -20, \sqrt{5 + 20} = -20 + 15$ — не верно.

в) $\sqrt{3 + 2x} = x - 6 \Rightarrow 3 + 2x = x^2 - 12x + 36 \Rightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \Rightarrow x_1 = 11, x_2 = 3$. Проверка: $x_1 = 11 \Rightarrow \sqrt{3 + 22} = 11 - 6$ — верно, $x_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{3 + 6} = 3 - 6$ — не верно.

г) $\sqrt{1 - 5x} = 7 + x \Rightarrow 1 - 5x = 49 + 14x + x^2 \Rightarrow x^2 + 19x + 48 = 0 \Rightarrow x_1 = -16, x_2 = -3$. Проверка: $x_1 = -16 \Rightarrow \sqrt{1 + 80} = 7 - 16$ — не верно, $x_2 = -3, \sqrt{1 + 15} = 7 - 3$ — верно.

30.13. а) $\sqrt{x - 4} + x = 6 \Rightarrow \sqrt{x - 4} = 6 - x, x \leq 6 \Rightarrow x - 4 = (6 - x)^2 \Rightarrow x - 4 = 36 - 12x + x^2 \Rightarrow x^2 - 13x + 40 = 0 \Rightarrow x_1 = 8$ — не подходит, $x_2 = 5$ — верно.

б) $5x - \sqrt{3x+4} = 2 \Rightarrow \sqrt{3x+4} = 5x - 2, x \geq 0.4 \Rightarrow 3x + 4 = 25x^2 - 20x + 4 \Rightarrow 25x^2 - 23x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ — не подходит, $x_2 = \frac{23}{25}$ — верно.

в) $\sqrt{5x+1} + 1 = 2x \Rightarrow \sqrt{5x+1} = 2x - 1, x \geq 0.5 \Rightarrow 5x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ — не подходит, $x_2 = \frac{9}{4}$ — верно.

г) $\sqrt{7-3x} + 3 - x = 0 \Rightarrow \sqrt{7-3x} = x - 3, x \geq 3 \Rightarrow 3 - 3x = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$ — нет решений.

30.14. а) $\sqrt{x+1} = 2$ и $x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3, \sqrt{3+1} = 2 \Rightarrow 2 = 2$ — следовательно $x = 3$ — общий корень, и значит уравнения равносильны;

б) $\sqrt{2x+1} = 3$ и $x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4, x_2 = -4$ — не корень первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны;

в) $\sqrt{5-x} = 3$ и $x^2 = 16 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -4, x_1 = 4$ — не корень первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны.

г) $\sqrt{3x+4} = 5$ и $2 \cdot (x-3) = 15 - x \Rightarrow 2x - 6 = 15 - x \Rightarrow 3x = 21, x = 7$. $\sqrt{37+4} = 5$, следовательно уравнения равносильны.

30.15. а) $\sqrt{x+1} = 3$ и $x^2 - 7x - 8 = 0$, у первого уравнения один корень а у второго два, следовательно уравнения не равносильны.

б) $\sqrt{x} = x - 2$ и $x^2 = 5x - 4; x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 1, x_2 = 1$ — не корнем первого уравнения, следовательно уравнения не равносильны.

в) $\sqrt{7-x} = -2$ и $x^2 + 4x + 8 = 0$, у уравнений нет корней, следовательно они равносильны.

г) $\sqrt{4x+1} = x - 1$ и $x^2 - 12x + 36 = 0; x = 6, 4x + 1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 6, x_1 = 0$ — посторонний корень, следовательно уравнения равносильны.

30.16. а) $\sqrt{4x+3} = \sqrt{4x^2+5x-2} \Rightarrow 4x+3 = 4x^2+5x-2 \Rightarrow 4x^2+x-5=0 \Rightarrow D = 1+4 \cdot 5 \cdot 4 = 81 \Rightarrow x_1 = \frac{-1+9}{8} = 1, x_2 = \frac{-1-9}{8} = -\frac{5}{4}$. Проверка: $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{4+3} = \sqrt{4+5-2}$ — верно; $x_2 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{-5+3} = \sqrt{4 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25}{4} - 2}$ — не верно.

б) $\sqrt{6x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3x + 2} \Rightarrow 6x^2 - 2x + 1 = 3x + 2 \Rightarrow 6x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 6 = 49 \Rightarrow x_1 = \frac{5+7}{12} = 1, x_2 = \frac{5-7}{12} = -\frac{1}{6}$. Проверка: $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{6 - 2 + 1} = \sqrt{3 + 2} -$ верно; $x_2 = -\frac{1}{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + 1} = \sqrt{-\frac{1}{2} + 2} -$ верно.

в) $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = \sqrt{5x - 1} \Rightarrow 2x^2 + 3x - 1 = 5x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$. Проверка: $x_1 = 0 \Rightarrow \sqrt{-1} = \sqrt{-1} -$ не верно; $x_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{2 + 3 - 1} = \sqrt{5 - 1} -$ верно.

г) $\sqrt{8x - 3} = \sqrt{x^2 + 4x + 1} \Rightarrow 8x - 3 = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$. Проверка: $16 - 3 = \sqrt{4 + 8 + 1} -$ верно.

30.17. а) $\sqrt{x^2 + 2x + 5} = \sqrt{x^2 - 3x + 10} \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = x^2 - 3x + 10, 5x = 5, x = 1$. Проверка: $\sqrt{1 + 2 + 5} = \sqrt{1 - 3 + 10} -$ верно. Ответ: 1.

б) $\sqrt{5x^2 - 3x + 1} = \sqrt{3x^2 - 4x + 2} \Rightarrow 5x^2 - 3x + 1 = 3x^2 - 4x + 2 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}$. Проверка: $x_1 = -1 \Rightarrow \sqrt{5 + 3 + 1} = \sqrt{3 + 4 + 2} -$ верно; $x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3}{2} + 1} = \sqrt{\frac{3}{4} - 2 + 2} -$ верно.

в) $\sqrt{3x^2 + 5x - 1} = \sqrt{2x^2 + 2x - 3} \Rightarrow 3x^2 + 5x - 1 = 2x^2 + 2x - 3 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = -1$. Проверка: $x_1 = -2 \Rightarrow \sqrt{34 - 10 - 1} = \sqrt{24 - 4 - 3} -$ верно; $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{3 - 5 - 1} = \sqrt{2 - 2 - 3} -$ не верно.

г) $\sqrt{6x^2 + x + 5} = \sqrt{x^2 - x - 1} \Rightarrow 6x^2 + x + 5 = x^2 - x - 1 \Rightarrow 5x^2 + 2x + 6 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = -146 < 0 -$ нет корней.

30.18. а) $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = x + 1 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$. Проверка: $x_1 = 0 \Rightarrow \sqrt{1} = 1 -$ верно; $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{2 - 3 + 1} = -1 + 1 -$ верно.

б) $\sqrt{5x^2 - 3x + 2} = x - 3 \Rightarrow 5x^2 - 3x + 2 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-3+11}{8} = 1, x_2 = \frac{-3-11}{8} = -\frac{7}{4}$. Проверка: $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{5 - 3 + 2} = 1 - 3 -$ не верно; $x_2 = -\frac{7}{4} \Rightarrow \sqrt{5 \cdot (-\frac{7}{4})^2 + 3 \cdot \frac{7}{4} + 2} = -\frac{7}{4} -$ не верно; нет корней.

в) $\sqrt{x^2 + x + 1} = x + 2 \Rightarrow x^2 + x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$. Проверка: $\sqrt{1 - 1 + 1} = 2 - 1 -$ верно.

г) $\sqrt{3x^2 + x + 70} = x - 5 \Rightarrow 3x^2 + x + 70 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 + 11x + 45 = 0 \Rightarrow D = 121 - 8 \cdot 4 = 239 < 0$ — нет корней.

30.19. а) $\sqrt{x+1} = 2 + \sqrt{x-19} \Rightarrow x+1 = 4 + 4\sqrt{x-19} + x - 19 \Rightarrow 16 = 4\sqrt{x-19} \Rightarrow 16 = x - 19 \Rightarrow x = 35$.
Проверка: $\sqrt{35+1} = 2 + \sqrt{35-19}$ — верно.

б) $\sqrt{x+8} = \sqrt{7x+9} - 1 \Rightarrow x+8 = 7x+9+1 - 2\sqrt{7x+9} \Rightarrow 2\sqrt{7x+9} = 6x+2 \Rightarrow \sqrt{7x+9} = 3x+1 \Rightarrow 7x+9 = 9x^2 + 6x + 1 \Rightarrow 9x^2 - x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{8}{9}$.
Проверка: $x_1 = 1 \Rightarrow \sqrt{1+8} = \sqrt{7+9} - 1$ — верно; $x_2 = -\frac{8}{9} \Rightarrow \sqrt{-\frac{8}{9}+9} = \sqrt{-\frac{8}{9}+9} - 1$ — не верно.

в) $\sqrt{x-13} = \sqrt{x+8} - 3 \Rightarrow x-13 = x+8+9 - 6\sqrt{x+8} \Rightarrow 6\sqrt{x+8} = 30 \Rightarrow \sqrt{x+8} = 5 \Rightarrow x+8 = 25 \Rightarrow x = 17$.
Проверка: $\sqrt{17-13} = \sqrt{17+8} - 3$ — верно.

г) $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow 3x-5 = 1 + 2\sqrt{x-2} + x - 2 \Rightarrow 2x-4 = 2\sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 = \sqrt{x-2} \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = x - 2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 2$.
Проверка: $x_1 = 3 \Rightarrow \sqrt{9-5} = 1 + \sqrt{3-2}$ — верно; $x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{6-5} = 1 + 0$ — верно.

30.20. а) $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6 \Rightarrow \sqrt{15-x} = 6 - \sqrt{3-x} \Rightarrow 15-x = 36 - 12\sqrt{3-x} + 3-x \Rightarrow 12\sqrt{3-x} = 24 \Rightarrow \sqrt{3-x} = 2 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = -1$. Проверка: $\sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$ — верно.

б) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow \sqrt{3x+7} = 2 + \sqrt{x+1} \Rightarrow 3x+7 = 4 + 4\sqrt{x+1} + x+1 \Rightarrow 2x+2 = 4\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 = 2\sqrt{x+1} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$. Проверка: $x_1 = 3 \Rightarrow \sqrt{9+7} - \sqrt{4} = 2$ — верно; $x_2 = -1 \Rightarrow 2 = 2$ — верно.

в) $\sqrt{x-1} - \sqrt{6-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{6-x} \Rightarrow x-1 = 1 + 2\sqrt{6-x} + 6-x \Rightarrow 2x-8 = 2\sqrt{6-x} \Rightarrow x-4 = \sqrt{6-x} \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 6-x \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 2$. Проверка: $x_1 = 5 \Rightarrow 2 - 1 = 1$ — верно; $x_2 = 2 \Rightarrow 1 - 2 = 1$ — не верно.

г) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = 2 \Rightarrow x-2 = 4 + x+3 - 4\sqrt{x+3} \Rightarrow 4\sqrt{x+3} = 9 \Rightarrow x+3 = \frac{81}{16} \Rightarrow x = \frac{33}{16}$. Проверка: $\frac{1}{4} + \frac{9}{4} = 2$ — не верно.

30.21. а) $\sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{4-2x} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2+x} \Rightarrow 4-2x = 8+2+x-4\sqrt{2}\sqrt{2+x} \Rightarrow 4\sqrt{2}\sqrt{2+x} = 3x+6 \Rightarrow 32 \cdot (2+x) = 9x^2+36+36x \Rightarrow 9x^2+4x-28=0 \Rightarrow x_1 = \frac{14}{9}, x_2 = -2$. Проверка: $x_1 = \frac{14}{9} \Rightarrow \sqrt{4-2\frac{14}{9}} + \sqrt{2+\frac{14}{9}} = 2\sqrt{2}$ — верно; $x_2 = -2 \Rightarrow \sqrt{4+4} + 0 = 2\sqrt{2}$ — верно.

б) $\sqrt{x+7} = \sqrt{3x+19} - \sqrt{x+2} \Rightarrow x+7 = 3x+19+x+2-2\sqrt{(3x+19)(x+2)} \Rightarrow 2\sqrt{3x^2+25x+38} = 3x+14 \Rightarrow 12x^2+100x+152-9x^2-196-84x=0 \Rightarrow 3x^2+16x-44=0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -\frac{22}{3}$. Проверка: $x_1 = 2 \Rightarrow 3 = 5-2$ — верно; $x_2 = -\frac{22}{3} \Rightarrow \sqrt{-\frac{22}{3}+7} = \sqrt{-\frac{1}{3}}$ — не верно.

в) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x} \Rightarrow 3x+1+x-4+2\sqrt{3x^2-11x-4} = 4x \Rightarrow 2\sqrt{3x^2-11x-4} = 3 \Rightarrow 12x^2-44x-16-9=0 \Rightarrow 12x^2-44x-25=0 \Rightarrow x_1 = \frac{25}{6}, x_2 = -\frac{1}{2}$. Проверка: $x_1 = \frac{25}{6}$ — верно; $x_2 = -\frac{1}{2}$ — не верно.

г) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x-11} \Rightarrow x-2+x+3+2\sqrt{x^2+x-6} = 6x-11 \Rightarrow 2\sqrt{x^2+x-6} = 4x-12 \Rightarrow \sqrt{x^2+x-6} = 2x-6 \Rightarrow x^2+x-6 = 4x^2-24x+36 \Rightarrow 3x^2-25x+42=0 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = \frac{7}{3}$. Проверка: $x_1 = 6$ — верно; $x_2 = \frac{7}{3}$ — не верно.

30.22. а) $\sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12} \Rightarrow x+1+9-x-2\sqrt{(x+1)(9-x)} = 2x-12 \Rightarrow 2\sqrt{(x+1)(9-x)} = -2x+22 \Rightarrow -x^2+8x+9 = 121-22x+x^2 \Rightarrow 2x^2-30x+112=0 \Rightarrow x^2-15x+56=0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 7$. Проверка: $x_1 = 8$ — верно; $x_2 = 7$ — верно. Ответ: 7; 8.

б) $\sqrt{x+1} + \sqrt{4x+13} = \sqrt{3x+12}, x+1+4x+13+2\sqrt{4x^2+17x+13} = 3x+12, 2\sqrt{4x^2+17x+13} = -2x-2, \sqrt{4x^2+17x+13} = -(x+1), 4x^2+17x+13-x^2-2x-1=0, 3x^2+[5x+[2=0, x^2+5x+4=0, x_1 = -4, x_2 = -1$. Проверка: $x_1 = -4$ — не верно, $x_2 = -1$ — верно.

в) $\sqrt{2x+5} + \sqrt{5x+6} = \sqrt{12x+25}, x \geq \frac{6}{5} \Rightarrow 2x+5+5x+6+2\sqrt{(2x+5)(5x+6)} = 12x+25 \Rightarrow$

$2\sqrt{10x^2 + 37x + 30} = 5x + 14 \Rightarrow 40x^2 + 148x + 120 = 25x^2 + 196 + 140x \Rightarrow 15x^2 + 8x - 76 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -\frac{38}{15}$ — посторонний корень.

г) $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x} \Rightarrow 2x+3+4-x - 2\sqrt{(2x+3)(4-x)} = 7-x \Rightarrow x = \sqrt{-2x^2+5x+12} \Rightarrow x^2 = -2x^2+5x+12 \Rightarrow 3x^2-5x-12=0 \Rightarrow x_1=3, x_2=-\frac{4}{3}$. Проверка: $x_1=3$ — верно, $x_2=-\frac{4}{3}$ — не верно.

30.23. а) $(x^2+1)+2\sqrt{x^2+1} = 15 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2+1}| \Rightarrow y^2 + 2y - 15 = 0 \Rightarrow y_1 = -5, y_2 = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = -5$ — нет корней, $\sqrt{x^2+1} = 3 \Rightarrow x^2+1 = 9 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{x-2} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} + 2 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x-2}| \Rightarrow y - \frac{3}{y} + 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = -3, y_2 = 1 \Rightarrow \sqrt{x-2} = -3$ — нет корней, $\sqrt{x-2} = 1 \Rightarrow x = 3$.

в) $2 \cdot (x^2-9) + 3\sqrt{x^2-9} - 5 = 0 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2-9}| \Rightarrow 2y^2 + 3y - 5 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = -\frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2-9} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2-9} = -\frac{5}{2}$ — нет корней, $x^2 = 10 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{10}$.

г) $\frac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-4} = \frac{\sqrt{x-1}-6}{\sqrt{x-1}-7} \Rightarrow \sqrt{x-1} = y \Rightarrow \frac{y-2}{y-4} = \frac{y-6}{y-7} \Rightarrow y^2 - 9y + 14 = y^2 - 10y + 24 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 10 \Rightarrow x = 101$.

30.24. а) $\sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} + \sqrt{\frac{2x-3}{3x+2}} = 2,5 \Rightarrow |y = \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} - 2,5 = 0 \Rightarrow y^2 - 2,5y + 1 = 0 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = 2 \Rightarrow 3x+2 = 8x-12 \Rightarrow 5x = 14 \Rightarrow x_1 = \frac{14}{5}, \sqrt{\frac{3x+2}{2x-3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-3 = 12x+8 \Rightarrow 10x = -11 \Rightarrow x_2 = -1,1$;

б) $3\sqrt{\frac{x}{x-1}} - 2,5 = 3\sqrt{1-\frac{1}{x}} \Rightarrow |y = \sqrt{\frac{x}{x-1}}| \Rightarrow 3y - 2,5 = 3\frac{1}{y} \Rightarrow 3y^2 - 2,5y - 3 = 0 \Rightarrow 6y^2 - 5y - 6 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{3}{2}, y_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{x-1}} = -\frac{2}{3}$ — нет корней, $\frac{x}{x-1} = \frac{9}{4} \Rightarrow 4x = 9x-9 \Rightarrow 5x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{5}$.

в) $\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-1}} = \frac{10}{3} \Rightarrow |y = \sqrt{\frac{x-1}{2x+1}}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} - \frac{10}{3} = 0 \Rightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{10+8}{6} = 3, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = 3 \Rightarrow x-1 = 18x+9 \Rightarrow 17x = -10 \Rightarrow x_1 = -\frac{10}{17},$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{2x+1}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 9x-9 = 2x+1 \Rightarrow 7x = 10 \Rightarrow x_2 = \frac{10}{7}.$$

$$\begin{aligned} \text{г) } 4\sqrt{3 - \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 3 &\Rightarrow \left| y = \sqrt{\frac{x}{3x-1}} \right| \Rightarrow \frac{4}{y} - y - 3 = \\ = 0 &\Rightarrow -y^2 - 3y + 4 = 0 \Rightarrow y^2 + 3y - 4 = 0 \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = \\ = 1 &\Rightarrow \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = -4 - \text{нет корней, } \sqrt{\frac{x}{3x-1}} = 1 \Rightarrow 3x - \\ -1 = x &\Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Домашняя контрольная работа №4

Вариант 1

$$\begin{aligned} \text{1. } \frac{2x^2+5x-7}{x^2-8x+7} &\Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 7 = 81, x_1 = \frac{-5+9}{4} = 1, x_2 = \\ = -\frac{7}{2} &\Rightarrow \frac{2 \cdot (x-1)(x+\frac{7}{2})}{(x-1)(x-7)} = \frac{2x+7}{x-7}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{2. а) } 2 \cdot (x+4) - x(x-5) &= 7 \cdot (x-8) \Rightarrow 2x+8 - x^2 + \\ + 5x &= 7x - 56 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 6x^4 + x^2 - 1 = 0 &\Rightarrow |t = x^2 \geq 0| \Rightarrow 6t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow D = \\ = 1 - 46 \cdot (-1) = 25 = 5^2 &\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{12}; x^2 = t = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \\ = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3. } x^2 - 2kx + k - 3 = 0, D = 0 &\Rightarrow D = 4k^2 - 4 \cdot (k-3) = \\ = 4k^2 - 4k + 12 = 0 &\Rightarrow k^2 - k + 3 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \cdot 3 < 0 - \\ \text{нет корней, значит не существует такого значения } k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{4. } \frac{1}{3x+1} + \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2 &\Rightarrow \frac{1}{3x+1} + \left(\frac{1}{3x+1}\right)^2 = 2 \Rightarrow \\ \left| y = \frac{1}{3x+1} \right| &\Rightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = -2, y_2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{3x+1} = \\ = -2 &\Rightarrow -46x - 2 = 1 \Rightarrow 6x = -3 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}, \frac{1}{3x+1} = \\ = 1 &\Rightarrow 3x+1 = 1 \Rightarrow x_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{5. 1 этап: Пусть } x \text{ км/ч} - \text{первоначальная скорость.} \\ \text{Тогда } (x+12) \text{ км/ч} - \text{новая скорость. } \frac{300}{x} \text{ и } l \frac{300}{x+12} \text{ ч} - \\ \text{время на дорогу туда и обратно. Так как на путь} \\ \text{обратно автобус затратил на 50 мин. меньше, получаем} \\ \frac{300}{x+12} + \frac{5}{6} = \frac{300}{x}. \text{ 2 этап: } \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6} - \frac{60}{x} = 0 &\Rightarrow 360x + x^2 + \\ + 12x - 360x - 4320 = 0 &\Rightarrow x^2 + 12x - 4320 = 0 \Rightarrow x_{1,2} - \\ - \pm \sqrt{36 + 4320} = -6 \pm 66 &\Rightarrow x_1 = 60, x_2 = -72. \text{ 3 этап:} \end{aligned}$$

Очевидно, что подходит только первое значение, то есть 60 км/ч — первоначальная скорость. Ответ: 60 км/ч.

6. а) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{12}{2} \cdot \frac{9}{2} = -27$;

б) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_2 + x_1)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{(\frac{9}{2})^2 + 2 \cdot 6}{-6} = \frac{\frac{81}{4} + 12}{-6} = -\frac{129}{24} = -\frac{43}{8}$;

в) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = \frac{9}{2} \cdot (\frac{81}{4} + 3 \cdot 6) = \frac{9}{2} \cdot \frac{81 + 72}{4} = \frac{9 \cdot 153}{2 \cdot 4} = \frac{1377}{8}$.

7. $x^2 + (t^2 - 3t - 11)x + 6t = 0$, $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 x_2 = -t^2 + 3t + 11 = 1 \Rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \Rightarrow t_1 = 5$, $t_2 = -2$.

Проверка: $t_1 = 5 \Rightarrow x^2 - x + 30 = 0 \Rightarrow D = 1 - 4 \times 30 < 0$ — нет корней, то есть $p = 5$ не подходит; $t_2 = -2 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 4$, $x_2 = -3$.

8. $x - 1 = \sqrt{2x^2 - 3x - 5} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x^2 - 3x - 5 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$, $x_2 = -2$. Проверка: $x_1 = 3 \Rightarrow 2 = \sqrt{2 \cdot 9 - 9 - 5}$ — верно; $x_2 = -2 \Rightarrow -3 = \sqrt{2 \cdot 4 + 6 - 5}$ не верно.

Вариант 2

1. $\frac{x^2 + 9x + 8}{3x^2 + 8x + 5} \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 4$, $x_1 = \frac{-8 + 2}{6} = -1$, $x_2 = -\frac{5}{3} \Rightarrow \frac{(x+8)(x+1)}{3 \cdot (x+1)(x+\frac{5}{3})} = \frac{x+8}{3x+5}$;

2. а) $x(x+3) - 4 \cdot (x-5) = 7 \cdot (x+4) - 8 \Rightarrow x^2 + 3x - 4x + 20 - 7x - 28 + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$, $x_2 = 8$;

б) $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow 2y^2 - 9y + 4 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49$, $y_1 = \frac{9+7}{4} = 4$, $y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 4$, $x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$;

3. $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0 \Rightarrow D = 4k^2 - 4 \cdot (2k + 3) = 0 \Rightarrow k^2 - 2k - 3 = 0 \Rightarrow$ при $k_1 = 3$, $k_2 = -1$ уравнение имеет только один корень.

4. $\frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4 \Rightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} - 4 = 0 \Rightarrow 2x - 1 - 13x + 4 - 4 \cdot (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow -11x + 3 - 4 \cdot (4x^2 - 4x + 1) = 0 \Rightarrow -11x + 3 - 16x^2 + 16x - 4 = 0 \Rightarrow 16x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 16 = -39 < 0$ — нет корней.

5. 1 этап: Пусть x км/ч — старая скорость. Тогда: $(x+10)$ км/ч — новая скорость. $\frac{325}{x}$ и $\frac{325}{x+10}$ ч — время

движения по старому и новому расписаниям. Так как время движения по новому расписанию по меньше на 40 мин. получаем $\frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} = \frac{325}{x}$. 2 этап: $\frac{325}{x+10} + \frac{2}{3} - \frac{325}{x} = 0 \Rightarrow 975x + 2x^2 + 20x - 975x - 9750 = 0 \Rightarrow x^2 + 10x - 4875 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -5 \pm \sqrt{25 + 4875} = -5 \pm 70 \Rightarrow x_1 = 65, x_2 = -75$. 3 этап: Очевидно, что подходит только первое значение, то есть новая скорость равна $65 + 10 = 75$ км/ч. Ответ: 75 км/ч.

6. а) $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{4}{9}$;

б) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{16}{9} + \frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{16+6}{3} = -\frac{22}{3}$;

в) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = \frac{4}{3} \cdot (\frac{16}{9} + \frac{9}{9}) = \frac{4 \cdot 25}{3 \cdot 9} = \frac{100}{27}$.

7. $x^2 + (4k - 1)x + (k^2 - k + 8) = 0, x_1 \cdot x_2 = 10 \Rightarrow 10 = k^2 - k + 8 \Rightarrow k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow k_1 = 2, k_2 = -1$.

Проверка: $k_1 = 2 \Rightarrow x^2 + 7x + 10 = 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot 10 = 9 \Rightarrow x_1 = \frac{-7+3}{2} = -2, x_2 = -5 \Rightarrow k_2 = -1 \Rightarrow x^2 - 5x + 10 = 0 \Rightarrow D = 25 - 4 \cdot 10 = -15 < 0$ — нет корней, то есть k_2 — не подходит.

8. $\sqrt{x^2 + 3x + 3} = 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 3x + 3 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow D = 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3},$

$x_2 = -1$. Проверка: $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9} + 2 + 3} = \frac{4}{3} + 1 \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$ — верно; $x_2 = -1 \Rightarrow \sqrt{1 - 3 + 3} = -2 + 1 \Rightarrow 1 = -1$ — не верно.

Глава 5. Неравенства

§31. Свойства числовых неравенств

31.1. а) $5,6 > 5,56$; б) $-2,4 < -2,39$; в) $6,79 < 6,8$; г) $-0,1 > -0,11$.

31.2. а) $-\frac{4}{5}$ и $-\frac{2}{7} \Rightarrow \frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{-32+10}{35} = \frac{-22}{35} < 0$, следовательно $-\frac{4}{5} < -\frac{2}{7}$; б) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{9} \Rightarrow \frac{3}{4} - \frac{5}{9} = \frac{27-20}{36} = \frac{7}{36} > 0$, следовательно $\frac{3}{4} > \frac{5}{9}$; в) $\frac{7}{11}$ и $\frac{9}{13} \Rightarrow \frac{7}{11} - \frac{9}{13} = \frac{91-99}{13 \cdot 11} < 0$, следовательно $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$; г) $-\frac{6}{17}$ и $-\frac{1}{3}, -\frac{6}{17} - (-\frac{1}{3}) = -\frac{6}{17} + \frac{1}{3} = \frac{-18+17}{51} < 0$, следовательно $-\frac{6}{17} < -\frac{1}{3}$.

31.3. а) $\frac{2}{5} < 0,41$; б) $-2\frac{1}{4} < 2,2$; в) $-1,7 > -1\frac{3}{4} = -1,75$; г) $\frac{6}{25}$ и $0,25, \frac{6}{25} - \frac{1}{4} = \frac{24-25}{100} < 0$, следовательно $\frac{6}{25} < 0,25$.

31.4. а) $0,4 > \frac{1}{3} = 0,3(3)$; б) $-1\frac{5}{6}$ и $-1,82 \Rightarrow -1\frac{5}{6} - (-1,82) = -\frac{11}{6} + \frac{182}{100} = \frac{11}{6} + \frac{91}{50} = \frac{-550+546}{6 \cdot 50} < 0$, следовательно $-1\frac{5}{6} < -1,82$; в) $2,56$ и $\frac{7}{11} \Rightarrow 2\frac{14}{25} - 2\frac{7}{11} = \frac{154-175}{25 \cdot 11} < 0$, следовательно $2,56 < 2\frac{7}{11}$; г) $-0,13$ и $-\frac{1}{9} \Rightarrow -0,13 + \frac{1}{9} = -\frac{13}{100} + \frac{1}{9} = \frac{-117+100}{900} < 0$, следовательно $-0,13 < -\frac{1}{9}$.

31.5. а) $3,7 + 1,02 < 4,26 + 0,5$; б) $-3,1 + 3,5 > 2,1 - 2,59$; в) $5,9 - 1,45 < 2,8 + 1,9$; г) $7,31 - 2,33 < 3,11 + 1,88$.

31.6. а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} < 1\frac{1}{5}, \frac{7}{6} < \frac{6}{5}$; б) $-1\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} - \frac{2}{5}, -\frac{11}{6} < \frac{-23}{20}$; в) $2\frac{1}{7} < 1\frac{1}{14} + 1\frac{1}{2}$; г) $-\frac{2}{5} - 2\frac{1}{6} < -2\frac{1}{2}$.

31.7. а) $(-1,21)^2 > 0$; б) $(-3,41)7 < 0$; в) $(0,574)4 > 0$; г) $(-9,85)^3 < 0$.

31.8. а) $-\frac{2}{5} \cdot (-45,14) > 0$; б) $-2\frac{1}{4} \cdot 54,235 < 0$; в) $-1,7 : (-\frac{12}{91}) > 0$; г) $\frac{6}{17} \cdot (-21,489) < 0$.

31.9. а) $-\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-8+15}{20} > 0$; б) $2,35 - 2\frac{1}{4} = 2,35 - 2,25 > 0$; в) $\frac{5}{13} - \frac{1}{2} = \frac{10-13}{26} < 0$; г) $-\frac{4}{11} + \frac{3}{7} = \frac{-28+33}{77} = 0$.

31.10. а) $a + b > ab$; б) $m^2 < n$; в) $\frac{k+l}{2} < 3 \cdot (k-l)$; г) $3p > p^3$.

31.11. а) $t - s > \frac{t}{s}$; б) $(m+n)^2 \leq m - n$; в) $k^2 - l^2 < 2 \times (k+l)$; г) $n(n+1) \geq (n+1)^2$.

31.12. а) $a < b, -5a > -5b$; б) $a < b, \frac{a}{6} < \frac{b}{6}$; в) $a < b, 0,1a < 0,1b$; г) $a < b, -\frac{a}{7} > -\frac{b}{7}$.

31.13. а) $a < b, a - 4 < b - 4$; б) $a < b, a + 7.3 < b + 7.3$
в) $a < b, a + 1.8 < b + 1.8$; г) $a < b, a - 125 < b - 125$.

31.14. а) $m + 12 < n + 12, m < n$; б) $3.5 - m > 3.5 - n, -m > -n, m < n$; в) $-0.3 - m > -0.3 - n, 3 - n, -m > -n, m < n$; г) $4.9 + m < 4.9 + n, m < n$.

31.15. а) $5x < 3x \Rightarrow 5x - 3x < 0 \Rightarrow 2x < 0 \Rightarrow x < 0$; б) $-4x < 4x \Rightarrow 4x + 4x > 0 \Rightarrow 8x > 0 \Rightarrow x > 0$;
в) $9x > 2x \Rightarrow 9x - 2x > 0 \Rightarrow 7x > 0 \Rightarrow x > 0$; г) $-45x > -3x \Rightarrow 42x < 0 \Rightarrow x < 0$.

31.16. $m > n$: а) $-7m < -7n$ (по свойству 3); б) $-m > -n$ (по свойству 3), $1 - m > 1 - n$ (по свойству 2);
в) $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$ (по свойству 3); г) $5m > 5n$ (по свойству 3), $5m + 13 > 5n + 13$ (по свойству 2).

31.17. а) $a - 8 > b - 8 \Rightarrow a > b$ — да; б) $3a > 3b \Rightarrow a > b$ — да; в) $12 - a > 12 - b \Rightarrow -a > -b \Rightarrow a < b$ — нет;
г) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7} \Rightarrow a > b$ — да.

31.18. а) $2 - x > 2 - y \Rightarrow -x > -y \Rightarrow x < y$ — да; б) $-3.5x > -3.5y \Rightarrow -x > -y \Rightarrow x < y$ — да; в) $-41 + x < -41 + y \Rightarrow x < y$ — да; г) $\frac{x}{-2.8} > \frac{y}{-2.8} \Rightarrow x < y$ — да.

31.19. $a, b, c, d > 0, a > b, d < b, c > a$. То есть $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, $\frac{1}{d} > \frac{1}{b}$, $\frac{1}{c} < \frac{1}{a}$, следовательно $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$.

31.20. а) $13 > 5$ и $8 > 1 \Rightarrow 13 + 8$ и $4 + 1 \Rightarrow 21 > 6$; б) $-1.5 < -0.2$ и $5 > 2 \Rightarrow 1.5 > 0.2$ и $3.5 > 2 \Rightarrow 1.5 + 3.5 > 0.2 + 2 \Rightarrow 5 > 2.2$; в) $19 > 12$ и $3.5 > 2 \Rightarrow 19 + 3.5 > 12 + 2 \Rightarrow 25.5 > 14$; г) $-0.1 < 1$ и $-2.8 < 4 \Rightarrow -0.11 - 2.81 + 4 \Rightarrow -2.9 < 5$.

31.21. а) $5 > 2$ и $-3 < 1 \Rightarrow 5 > 2$ и $3 > -1 \Rightarrow 5 + 3 > 2 - 1 \Rightarrow 8 > 1$; б) $7.5 < 11.7$ и $-4.7 > -5.8 \Rightarrow 7.5 < 11.7$ и $4.7 < 5.8 \Rightarrow 7.5 + 4.7 < 11.7 + 5.8 \Rightarrow 12.2 < 17.5$;
в) $0.2 < 3$ и $2.8 > 1.7 \Rightarrow 0.2 < 3$ и $2.8 > 1.7 \Rightarrow -0.2 + 2.8 > -3 + 1.7 \Rightarrow 2.6 > -1.3$; г) $-3.9 > -7.2$ и $6.5 < 14.7 \Rightarrow 3.9 < 7.2$ и $6.5 < 14.7 \Rightarrow 3.9 + 6.5 < 7.2 + 14.7 \Rightarrow 10.4 < 21.9$.

31.22. $a > 2$: а) $3a > 2 \cdot 3 \Rightarrow 3a > 6$; б) $-2a < -2 \cdot 2 \Rightarrow -2a < -4$; в) $0.5a > 0.5 \cdot 2 \Rightarrow 0.5a > 1$; г) $-1.5a < -1.5 \times 2 \Rightarrow -1.5a < -3$.

31.23. $m < 4,5$: а) $\frac{m}{5} < \frac{4,5}{5} \Rightarrow \frac{m}{5} < 0,9$; б) $-\frac{m}{3} > -\frac{4,5}{3} \Rightarrow -\frac{m}{3} > -1,5$; в) $\frac{m}{1,5} < \frac{4,5}{1,5} \Rightarrow \frac{m}{1,5} < 3$; г) $-\frac{m}{0,09} > -\frac{4,5}{0,09} \Rightarrow -\frac{m}{0,09} > -50$.

31.24. $b > 0,5$: а) $2b > 1 \Rightarrow 2b + 4 > 1 + 4 \Rightarrow 2b + 4 > 5$; б) $-6b < -3 \Rightarrow -6b + 8 < -3 + 8 \Rightarrow -6b + 8 < 5$; в) $4,5b > 2,25 \Rightarrow 4,5b - 3,25 > 2,25 - 3,25 \Rightarrow 4,5b - 3,25 > -1$; г) $-7b < -3,5 \Rightarrow -7b - 2 < -3,5 - 2 \Rightarrow -7b - 2 < -5,5$.

31.25. $n < -3$: а) $\frac{n}{7} < -\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{n}{7} + \frac{2}{7} < -\frac{1}{7}$; б) $\frac{n}{6} < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n}{6} + \frac{2}{9} < -\frac{5}{18}$; в) $\frac{n}{2} < -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -\frac{3}{2} - \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{n}{2} - \frac{3}{5} < -2\frac{1}{10}$; г) $-\frac{n}{8} > \frac{3}{8} \Rightarrow -\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{3}{8} - \frac{2}{2} \Rightarrow -\frac{n}{8} - \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$.

31.26. а) $a > 2, b > 3 \Rightarrow 3a > 6, 5b > 15 \Rightarrow 3a + 5b > 6 + 15 \Rightarrow 3a + 5b > 21$; б) $a < 2b, b < c \Rightarrow a < 2b, 2b < 2c \Rightarrow a < 2c, 2a < 4c$; в) $a > 3, b > 5 \Rightarrow 2a > 6, 4b > 20 \Rightarrow 2a + 4b > 6 + 20 \Rightarrow 2a + 4b > 26$; г) $a \geq 5b, b \geq 2c \Rightarrow 3a \geq 15b, 15b \geq 30c \Rightarrow 3a \geq 30c$.

31.27. а) $a > 3, b > 5 \Rightarrow ab > 3 \cdot 5 \Rightarrow ab > 15$ — верно; б) $a < 2, b < 3$ — не верно, так как a и b могут быть меньше 0; в) $a > 4 \Rightarrow a^2 > 4^2 \Rightarrow 2 > 16$ — верно; г) $a < 6$ — неверно, так как a может быть меньше -6 .

31.28. а) $a > 1, \frac{6}{a} < 6 \Rightarrow 6a > 6$, так как $a > 0$, то $\frac{6a}{a} > \frac{6}{a} \Rightarrow \frac{6}{a} < 6$ — верно; б) $a < 2, \frac{4}{a} > 2$ — неверно, так как a может быть меньше 0; в) $a < 5, \frac{15}{4} > 3$ — неверно, так как a может быть меньше 0; г) $a > 7, \frac{14}{a} < 2 \Rightarrow \frac{a}{a} > \frac{7}{a} \Rightarrow \frac{7}{a} < 1 \Rightarrow \frac{14}{a} < 2$ — верно.

31.29. $k > 3, l > 7$: а) $2k > 6, 31 > 21 \Rightarrow 2k + 31 > 27$; б) $-k < -3, -l < -7 \Rightarrow -k - l < -10$; в) $k > 3, 1,51 > 10,5 \Rightarrow k + 1,51 > 13,5$; г) $-4k < -12, -51 < -35 \Rightarrow -4k - 51 < -47$.

31.30. $p > 2, s < 5$: а) $p > 2, -2s > -10 \Rightarrow p - 2s > -8$; б) $-3p < -6, s < 5 \Rightarrow s - 3p < -1$; в) $4s < 20, -2p < -4 \Rightarrow 4s - 2p < 16$; г) $3p > 6, -6s > -30 \Rightarrow 3p - 6s > -24$.

31.31. $m > 1, n > 4$: а) $m + n > 5 \Rightarrow m + n + 4 > 9$; б) $-3m < -3, -4n < -16 \Rightarrow -4n - 3m < -19$; в) $-2m < -2, -5n < -20 \Rightarrow -2m - 5n < -22 \Rightarrow 3 - 2m - 5n < -19$; г) $7m > 7, 6n > 24 \Rightarrow 7m + 6n > 31 \Rightarrow 7m + 6n + 1 > 32$.

31.32. $x > 6, y < 12$: а) $x > 6, -2y > -24 \Rightarrow x - 2y > -18 \Rightarrow x - 5 - 2y > -23$; б) $-2x < -12, 3y < 36 \Rightarrow -2x + 3y < 24 \Rightarrow 14 - 2x + 3y < 38$; в) $5x > 30, -y > -12 \Rightarrow 5x - y > 18 \Rightarrow 5x - y + 10 > 28$; г) $4x > 24, -3y > -36 \Rightarrow 4x - 3y > -12 \Rightarrow 16 + 4x - 3y > 4$.

31.33. а) $a = 3, b = 8 \Rightarrow a < 6 < b$; б) $a = -5, b = -3 \Rightarrow a < -4,5 < b$; в) $a = -2,5, b = 7,8 \Rightarrow a < 4 < b$; г) $a = -6, b = -2 \Rightarrow -6 < -3 < -2$.

31.34. $10 < a < 16$: а) $0,5 \cdot 10 < 0,5a < 0,5 \cdot 16$; б) $-6 < a - 16 < 0; 5 < 0,5a < 8$; в) $-16 < -a < -10 \Rightarrow -48 < -3a < -30$; г) $20 < 2a < 32 \Rightarrow 21 < 2a + 1 < 33$.

31.35. а) $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow 5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$; б) $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow 5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4 \Rightarrow 7,2 < 2 + 2\sqrt{7} < 7,4$; в) $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow -2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$; г) $2,6 < \sqrt{7} < 2,7 \Rightarrow -2,7 < -\sqrt{7} < -2,6 \Rightarrow 0,3 < 3 - \sqrt{7} < 0,4$.

31.36. а) $6,1 < \sqrt{8} + \sqrt{11} < 6,3$; б) $-3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \Rightarrow -0,6 < \sqrt{8} - \sqrt{11} < -0,4$; в) $6,6 < 2\sqrt{11} < 6, \Rightarrow 9,4 < \sqrt{8} + 2\sqrt{11} < 9,7$; г) $8,4 < 3\sqrt{8} < 8,7 \Rightarrow -3,4 < -\sqrt{11} < -3,3 \Rightarrow 5 < 3\sqrt{8} - \sqrt{11} < 5,4$.

31.37. а) $2 < \frac{1}{4}a < \frac{5}{2} \Rightarrow 3 < \frac{1}{4}a + b < 4,5$; б) $-l < -\frac{1}{2}b < -\frac{1}{2} \Rightarrow 7 < a - \frac{1}{2}b < 9,5$; в) $8 < ab < 20$; г) $1 < b < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{b} < 1 \Rightarrow 4 < \frac{a}{b} < 10$.

31.38. $a > b + 3, b + 1 > 7 \Rightarrow b + 1 + 2 > 7 + 2, b + 3 > 9; a > b + 3 \Rightarrow b + 3 > 9$, следовательно $a > 9$.

31.39. а) $3 \cdot (x + 1) + x - 4 \cdot (2 + x) = 3x + 3 + x - 8 - 4x = -5 < 0$, следовательно $3 \cdot (x + 1) + x < 4 \cdot (2 + x)$; б) $m(m+n) - mn = m^2 + mn - mn = m^2 \geq 0$, следовательно $m(m+n) \geq mn$; в) $2y^2 - 6y + 1 - 2y(y - 3) = 2y^2 - 6y + 1 - 2y^2 + 6y = 1 > 0$, следовательно $2y^2 - 6y + 1 > 2y(y - 3)$; г) $c^2 - d^2 - (-2d^2 - 1) = c^2 + 2d^2 + 1 = c^2 + d^2 + 1 > 0$, следовательно $c^2 - d^2 > -2d^2 - 1$.

31.40. а) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \geq 0$; б) $9m^2 + 6mn - (-n^2) = 9m^2 + 6mn + n^2 = (3m + n)^2 \geq 0$, следовательно $9m^2 + 6mn \geq -n^2$; в) $2pq - (p^2 + q^2) = -(p^2 - pq + q^2) = -(p - q)^2 \leq 0$, следовательно $2pq \leq p^2 + q^2$; г) $4c^2 + 9d^2 - 12cd = (2c - 3d)^2 \geq 0$, следовательно $4c^2 + 9d^2 \geq 12cd$.

31.41. а) $2x - (2 \cdot (x - 4) - a^2) = 2x - (2x - 8 - a^2) = 8 + a^2 > 0$, следовательно $2x > 2 \cdot (x - 4) - a^2$; б) $z(z + 1) + 5 - (1 - 3z) = z^2 + z + 4 + 3z = (z + 2)^2 \geq 0$, следовательно $z(z + 1) + 5 \geq 1 - 3z$; в) $4y^2 - 3y - 9 \cdot (y - 1) = 4y^2 - 3y - 9y + 9 = (2y - 3)^2 \geq 0$, следовательно $4y^2 - 3y \geq 9 \cdot (y - 1)$; г) $t(t + 5) - 3 \cdot (3t - 4) = t^2 + 57 - 3t + 1 = (t + 1)^2 \geq 0$, следовательно $t(t + 5) - 3 \geq 3t - 4$.

31.42. а) $(x + 1)(x - 4) - (x + 2)(x - 5) = x^2 - 3x - 4 - x^2 + 3x + 10 = 6 > 0$, следовательно $(x + 1)(x - 4) > (x + 2)(x - 5)$; б) $(t - 3)(t - 4) - (t - 1)(t + 2) = t^2 + t - 12 - t^2 - t + 2 = -10 < 0$, следовательно $(t - 3)(t - 4) < (t - 1)(t + 2)$; в) $(a + 2)(a + 6) - (a + 5)(a + 3) = a^2 + 8a + 12 - a^2 - 8a - 15 = -3 < 0$, следовательно $(a + 2)(a + 6) < (a + 5)(a + 3)$; г) $(b - 6)(b + 2) - (b - 3)(b - 1) = b^2 - 4b - 12 - b^2 + 4b - 3 = -15 < 0$, следовательно $(b - 6)(b + 2) < (b - 3)(b - 1)$.

31.43. а) $(7 + 2d)(7 - 2d) - (49 - d(4d + 1)) = 49 - 4d^2 - 49 + 4d^2 + d = d < 0$, следовательно $(7 + 2d)(7 - 2d) < 49 - d(4d + 1)$; б) $(2q - 3)(q - 3) - (q - 1)(q - 8) = 2q^2 - 9q + 9 - q^2 + 9q - 8 = q^2 + 1 > 0$, следовательно $(2q - 3)(q - 3) > (q - 1)(q - 8)$.

31.44. а) $\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab} = \frac{(a - b)^2}{2ab} \geq 0$, следовательно $\frac{a^2 + b^2}{2ab} \geq 1$; б) $25r + \frac{1}{r} - (-10) = 25r + \frac{1}{r} + 10 = \frac{25r^2 + 10r + 1}{r} = \frac{(5r + 1)^2}{r} \leq 0$, следовательно $25r + \frac{1}{r} \leq -10$; в) $y + \frac{9}{y} - 6 = \frac{y^2 - 6y + 9}{y} = \frac{(y - 3)^2}{y} \geq 0$, следовательно $y + \frac{9}{y} \geq 6$; г) $n + \frac{16}{n} - (-8) = n + \frac{16}{n} + 8 = \frac{n^2 + 8n + 16}{n} = \frac{(n + 4)^2}{n} \leq 0$, следовательно $n + \frac{16}{n} \leq -8$.

31.45. а) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} - 2 = \frac{p^2 + q^2 - 2pq}{pq} = \frac{(p - q)^2}{pq} \leq 0$, следовательно $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} \leq 2$; б) $\frac{(m + n)^2}{2} - (m^2 + n^2) = \frac{m^2 + 2mn + n^2 - 2m^2 - 2n^2}{2} = \frac{-(m - n)^2}{2} \leq 0$, следовательно $\frac{(m + n)^2}{2} \leq m^2 + n^2$.

31.46. а) $x^2 - 6x + 14 = x^2 - 6x + 9 + 5 = (x - 3)^2 + 5 > 0$; б) $a^2 + 10 - (-6a) = a^2 + 6a + 10 = a^2 + 6a + 9 + 1 = (a + 3)^2 + 1 > 0$, следовательно $a^2 + 10 > -6a$; в) $y^2 + 70 - 16y = y^2 - 16y + 64 + 6 = (y - 8)^2 + 6 > 0$, следовательно $y^2 + 70 > 16y$; г) $b^2 + 20 - (-8b) = b^2 + 8b + 16 + 4 = (b + 4)^2 + 4 > 0$, следовательно $b^2 + 20 > -8b$.

31.47. а) $(s-4)(2-s) = -s^2 + 6s - 8 = -(s-3)^2 + 1 < 2$;
 б) $z^2 + 6zt + 10t^2 = z^2 + 6zt + 9t^2 + t^2 = (z+3t)^2 + t^2 \geq 0$,
 следовательно $z^2 + 6zt + 10 \geq 0$; г) $(a+1)(3-a) - 5 =$
 $= -a^2 + 2a + 3 - 5 = -a^2 + 2a - 2 = -(a^2 - 2a + 1) - 1 =$
 $= -(a-1)^2 - 1 < 0$, следовательно $(a+1)(3-a) < 5$;
 г) $m^2 - 12m + 40 = (m-6)^2 + 4 > 0$.

31.48. а) $2,8 < \sqrt{8} \Leftarrow 7,84 < 8$; б) $\sqrt{3} > 1,7 \Leftarrow 3 > 2,89$;
 в) $\sqrt{10} < 3,4 \Leftarrow 10 < 11,56$. г) $\sqrt{7} < 2,8 \Leftarrow 7 < 7,84$.

31.49. а) $\sqrt{5} < \frac{4}{5}\sqrt{8} \Leftarrow 5 < \frac{16}{25} \cdot 8$; б) $\sqrt{3} < \frac{7}{6}\sqrt{2} \Leftarrow 3 <$
 $< \frac{49}{36} \cdot 2$; в) $\sqrt{8} < \frac{4}{5}\sqrt{13} \Leftarrow 8 < \frac{16}{25} \cdot 13$; г) $\sqrt{7} > \frac{3}{5}\sqrt{19} \Leftarrow 7 >$
 $> \frac{9}{25} \cdot 19$.

31.50. а) $\sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2$, так как $2 + 7 + 2\sqrt{14} < 5 +$
 $+ 4 + 4\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{14} < 2\sqrt{5} \Rightarrow 14 < 20$;

б) $2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}$, так как $4 + 11 + 4\sqrt{11} < 5 + 10 +$
 $+ 2\sqrt{50} \Rightarrow 2\sqrt{11} < \sqrt{50} \Rightarrow 44 < 50$;

в) $\sqrt{7} + \sqrt{5} > 3 + \sqrt{3}$, так как $7 + 5 + 2\sqrt{35} > 9 + 3 +$
 $+ 6\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{35} > 3\sqrt{3} \Rightarrow 35 > 27$;

г) $\sqrt{3} + \sqrt{15} > 4 + \sqrt{2}$, так как $3 + 15 + 2\sqrt{45} > 16 + 2 +$
 $+ 8\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{45} > 4\sqrt{2} \Rightarrow 45 > 32$.

31.51. а) $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}$, так как $37 + 14 -$
 $- 2\sqrt{3714} > 36 + 15 - 12\sqrt{15} \Rightarrow \sqrt{37 \cdot 14} < 6\sqrt{15} \Rightarrow 37 \times$
 $\times 14 < 36 \cdot 15 \Rightarrow 518 < 540$;

б) $\sqrt{11} - \sqrt{10} < \sqrt{6} - \sqrt{5}$, так как $11 + 10 - 2\sqrt{110} < 6 + 5 -$
 $- 2\sqrt{30} \Rightarrow 5 - \sqrt{110} < -\sqrt{30} \Rightarrow 5 < \sqrt{110} - \sqrt{30} \Rightarrow 25 <$
 $< 110 + 30 - 2\sqrt{1100 \cdot 3} \Rightarrow 2\sqrt{3300} < 115 \Rightarrow 4 \cdot 3300 <$
 $< 115^2 \Rightarrow 13200 < 13225$;

в) $\sqrt{17} - \sqrt{15} < \sqrt{7} - \sqrt{5}$, так как $17 + 15 - 2\sqrt{17 \cdot 15} < 7 +$
 $+ 5 - 2\sqrt{75} \Rightarrow 10 - \sqrt{255} < -\sqrt{35} \Rightarrow 10 < \sqrt{255} - \sqrt{35} \Rightarrow$
 $100 < 255 + 35 - 2\sqrt{255 \cdot 35}, \sqrt{255 \cdot 35} < 95 \Rightarrow 255 \cdot 35 <$
 $< 95^2 \Rightarrow 8925 < 9025$;

г) $\sqrt{10} - \sqrt{7} < \sqrt{11} - \sqrt{6}$, так как $\sqrt{10} - \sqrt{11} < \sqrt{7} - \sqrt{6}$.

31.52. а) $15,4 : 3,5 < 15,4 : 3,4$; б) $-22,1 \cdot 2,5 < -22 \cdot 2,5$;
 в) $238 \cdot 2 > 237 \cdot 2$; г) $-5,2 : 4,3 < -5,1 : 4,3$.

31.53. а) $1,8 : 2,7 < 1,82 \cdot 2,7$; б) $32,5 \cdot 0,5 < 32,5 : 0,5$;
 в) $492 \cdot 0,3 < 492 : 0,3$; г) $8,34 : 1,1 < 8,34 \cdot 1,1$.

31.54. $k > l$; $0,2 + k > l$, $k + 2,6 > k$, $l > l - 12$, $l - 1,45 >$
 $> l - 12$. Следовательно $1 - 12 < l - 1,45 < l < k < 0,2 +$
 $+ k < k + 2,6$.

31.55. а) $a > b$ а) $3a + 12 > 3b + 10 \Rightarrow 3a > 3b - 2$ — нельзя; б) $\frac{2a}{b} > 2 \Rightarrow \frac{a}{b} > 1$ — нельзя; в) $7a > 5b \Rightarrow a > \frac{5}{7}b$ — нельзя; г) $\frac{a}{b} > \frac{b}{a}$ — нельзя.

31.56. а) $x^2y \geq 0$ — нельзя; б) $\frac{x}{y^2} \geq 0 \Rightarrow y^2 \cdot \frac{x}{y^2} \geq 0 \times y^2 \Rightarrow x \geq 0$ — можно; в) $xy^2 < 0 \Rightarrow \frac{1}{y^2} > 0 \Rightarrow xy^2 \cdot \frac{1}{y^2} < 0 \cdot \frac{1}{y^2} \Rightarrow x < 0$ — можно; г) $\frac{x^2}{y} \geq 0$ — нельзя.

31.57. а) $\frac{2}{a-3} > 1 \Rightarrow \frac{2}{a-3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2-a+3}{a-3} > 0 \Rightarrow \frac{a-5}{a-3} < 0 \Rightarrow 3 < a < 5$ — верно; б) $\frac{1}{a-2} < 1$ — не верно; в) $\frac{8}{a-2} > 2 \Rightarrow \frac{4}{a-2} > 1 \Rightarrow \frac{4}{a-2} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{4-a+2}{a-2} > 0 \Rightarrow \frac{a-6}{a-2} < 0 \Rightarrow 2 < a < 6$ — верно; г) $\frac{12}{a-1} < 3$ — не верно.

31.58. Если $ab > 0$, то $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} - 4 = \frac{25a^2 + 36b^2 - 60ab}{15ab} = \frac{(5a-6b)^2}{15ab} \geq 0$, следовательно $\frac{5a}{3b} + \frac{12b}{5a} \geq 4$.

31.59. а) $a^2 + 2b^2 + 2ab + 2b + 2 = a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2b + 1 + 1 = (a+b)^2 + (b+1)^2 + 1 > 0$; б) $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4 = (a+b) \cdot \frac{a+b}{ab} - \frac{4ab}{ab} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 4ab}{ab} = \frac{(a-b)^2}{ab} \geq 0$, следовательно $(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

31.60. а) $2a^2 + b^2 + c^2 - 2a(b+c) = 2a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac = (a-b)^2 + (a-c)^2 \geq 0$, следовательно $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$; б) $(x^2 - y^2)^2 - 4xy(x-y)^2 = (x-y)^2 \cdot ((x+y)^2 - 4xy) = (x-y)^2 \cdot (x^2 + 2xy + y^2 - 4xy) = (x-y)^4 \geq 0$.

31.61. $a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 - a^2 + 1 - a = a^2(a-1) - (a-1) = (a-1)(a^2-1) = (a-1)^2 \cdot (a+1)$, так как $a \geq -1$, то $a+1 \geq 0$, следовательно $a^3 + 1 - (a^2 + a) \geq 0 \Rightarrow a^3 + 1 \geq a^2 + a$.

31.62. Из $a > 0$ и $b > 0 \Rightarrow \sqrt{ab} > 0 \Rightarrow 2\sqrt{ab} > 0 \Rightarrow a + 2\sqrt{ab} + b > a + b \Rightarrow (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$, так как $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ и $\sqrt{a+b} > 0$, то $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$.

31.63. Из $a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow ab \geq 0 \Rightarrow 2ab \geq 0 \Rightarrow 0 \leq 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 \leq a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \leq (a+b)^2$, так как $\sqrt{a^2 + b^2} \geq 0$ и $a+b \geq 0$, то $\sqrt{a^2 + b^2} \leq a+b$.

31.64. $(\sqrt{bc} - \sqrt{ad})^2 \geq 0 \Rightarrow bc + ad - 2\sqrt{abcd} \geq 0 \Rightarrow bc + ad \geq 2\sqrt{abcd} \Rightarrow bc + ad + ab + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd} \Rightarrow (a+c)(b+d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd} \Rightarrow (\sqrt{(a+c)(b+d)})^2 \geq (\sqrt{ab} + \sqrt{cd})^2$, так как $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq 0$ и $\sqrt{ab} + \sqrt{cd} \geq 0$, то $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$.

31.65. Из $a > 0, b > 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Rightarrow a - \sqrt{ab} + b \geq \sqrt{ab}$, так как $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$, то $(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \geq \sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$, и так как $\sqrt{ab} > 0$, то $\frac{(a - \sqrt{ab} + b)(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \Rightarrow \frac{(a\sqrt{a} + b\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

§32. Исследование функции на монотонность

32.1. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

32.2. а) да; б) нет; в) да; г) нет.

32.3. а) функция возрастает при $0 \leq x \leq 2$, функция убывает при $-2 \leq x \leq 0$; б) функция возрастает при $-5 \leq x \leq -1$, функция убывает при $-1 \leq x \leq 2$; в) функция возрастает при $-2 \leq x \leq 4$; г) функция возрастает при $-2 \leq x \leq 2$, функция убывает при $-3 \leq x \leq -2$ и $x \geq 2$.

32.4. $y = 2x - 5$ — функция линейна и $k = 2 > 0$ — функция возрастающая.

32.5. $y = 7 - 13x$ — функция линейна и $k = -13 < 0$ — функция убывающая.

32.6. а) $y = 2x + 3$ — $k = 2 > 0$ — возрастающая функция $x \in (-\infty; +\infty)$; б) $y = 5 - 4x$ — $k = -4 < 0$ — убывающая функция $x \in (-\infty; +\infty)$; в) $y = x - 2$ — $k = 1 > 0$ — возрастающая функция $x \in (-\infty; +\infty)$; г) $y = 1 - 2x$ — $k = -2 < 0$ — убывающая функция $x \in (-\infty; +\infty)$;

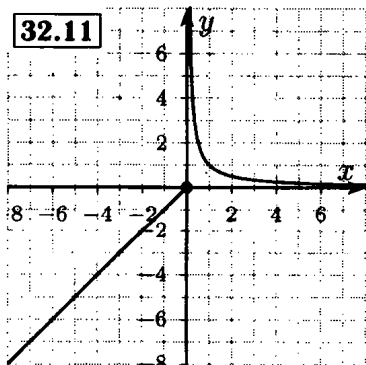
32.7. а) $y = 2x^2$ — квадратичная функция и $k = 2 > 0$, функция убывает $x \in (-\infty, 0]$ и возрастает $x \in [0; +\infty)$; б) $y = -x^2$ — квадратичная функция и $k = -1 < 0$, функция возрастает $x \in (-\infty, 0]$ и убывает $x \in [0; +\infty)$; в) $y = 0,5x^2$ — квадратичная функция и $k = 0,5 > 0$, функция убывает $x \in (-\infty, 0]$ и возрастает $x \in [0; +\infty)$; г) $y = -2x^2$ — квадратичная функция и $k = -2 < 0$, функция возрастает $x \in (-\infty, 0]$ и функция убывает $x \in [0; +\infty)$.

32.8. а) $y = \frac{2}{x}$ — функция вида $y = \frac{k}{x}$, $k = 2 > 0$ — функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; б) $y = -\frac{3}{x}$ — функция вида $y = \frac{k}{x}$, $k = -3 < 0$ — функция возрастает

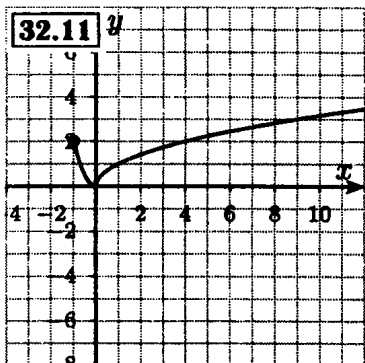
при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; в) $y = 3 - \frac{1}{x}$ — функция вида $y = \frac{k}{x} + a$, $k = -1 < 0$ — функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; г) $y = \frac{4}{x} - 1$ — функция вида $y = \frac{k}{x} + a$, $k = 4 > 0$ — функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

32.9. а) $y = \sqrt{x}$ — функция вида $y = \sqrt{x}$, функция возрастает $x \in [0; +\infty)$; б) $y = \sqrt{x-3}$ — функция вида $y = \sqrt{x}$, функция возрастает $x \in [3; +\infty)$; в) $y = -\sqrt{x}$ — функция вида $y = \sqrt{x}$, функция убывает $x \in [0; +\infty)$; г) $y = 2 + \sqrt{x}$ — функция вида $y = \sqrt{x}$, функция возрастает $x \in [0; +\infty)$;

32.10. а) $y = |x|$ — функция вида $y = k|x|$, $k = 1 > 0$, функция убывает при $x \in (-\infty; 0]$ и возрастает при $x \in [0; +\infty)$; б) $y = -|x|$ — функция вида $y = k|x|$, $k = -1 < 0$, функция возрастает при $x \in (-\infty; 0]$ и убывает при $x \in [0; +\infty)$; в) $y = |x| + 2$ — функция вида $y = k|x| + b$, $k = 1 > 0$, функция убывает при $x \in (-\infty; 0]$ и возрастает при $x \in [0; +\infty)$; г) $y = |x-1|$ — функция вида $y = k|x+a|$, $k = 1 > 0$, функция убывает при $x \in (-\infty; 1]$ и возрастает при $x \in [1; +\infty)$;



а) $f(-2) = -2$, $f(1) = \frac{1}{1} = 1$, $f(5) = \frac{1}{5} = 0,2$;
 в) область определения: $x \in (-\infty; +\infty)$; $y > 0$ при $x > 0$ и $y < 0$ при $x < 0$; функция имеет разрыв при $x = 0$; функция не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения; функция выпукла вниз при $x > 0$; функция возрастает $x \in (-\infty; 0]$ и убывает при $x \in [0; +\infty)$.

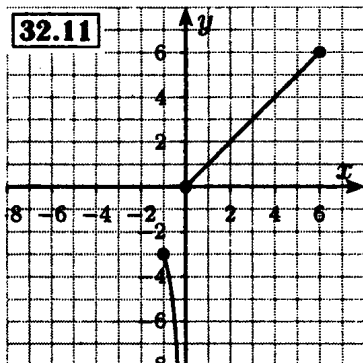


а) $f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 = 2$, $f(0) = 2 \cdot 0^2 = 0$, $f(4) = \sqrt{4} = 2$; в) область определения функции: $x \geq -1$; $y > 0$ при $1 \leq x < 0$ и $x > 0$, $y = 0$ при $x = 0$; функция непрерывна; $y_{\min} = y(0) = 0$, y_{\max} — не существует; функция выпукла вниз при $-1 \leq x \leq 0$ и выпукла вверх при $x \geq 0$; функция убывает при $-1 \leq x \leq 0$ и возрастает при $x \geq 0$.

32.14. а) так как функции $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$ — возрастающие на $x \in [0; +\infty)$, то и функция $y = x^2 + \sqrt{x} + 1$ будет возрастающей на $x \in [0; +\infty)$; б) так как функции $y = \frac{1}{x}$ и $y = -x^2$ — убывающие на $x \in (0; +\infty)$, то и функция $y = \frac{1}{x} - x^2$ будет убывающей на $x \in (0; +\infty)$.

§33. Решение линейных неравенств

33.1. $2a + 3 > 7a - 17$: а) $a = 2 \Rightarrow 2 \cdot 2 + 3 > 7 \times 2 - 17 \Rightarrow 7 > -3$ — является; б) $a = 6,5 \Rightarrow 2 \times 6,5 + 3 > 7 \cdot 6,5 - 17 \Rightarrow 16 > 28,5$ — не является; в) $a = -\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} + 3 > -7\sqrt{2} - 17 \Rightarrow 5\sqrt{2} > -20$ — является; г) $a = \sqrt{18} \Rightarrow 2\sqrt{18} + 3 > 7\sqrt{18} - 17 \Rightarrow 5\sqrt{18} < 20$ — не является.

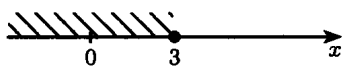
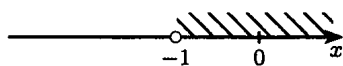


а) $f(-3) = \frac{3}{-3} = -1$, $f(0) = 0$, $f(6) = |6| = 6$; в) область определения: $x < 0$, $0 < x \leq 6$; $y > 0$ при $0 < x \leq 6$; $y < 0$ при $x < 0$, $y = 0$ при $x = 0$; Функция имеет разрыв при $x = 0$; $y_{\max} = y(6) = 6$, y_{\min} — не существует; функция выпукла вверх при $x < 0$; Функция убывает при $x < 0$ и возрастает при $0 < x \leq 6$.

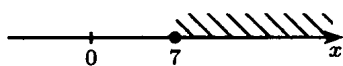
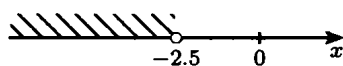
33.2. $3x > x + 2 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1$ — решение неравенства, следовательно подходят числа 7 и $\sqrt{5}$.

33.3. $9x + 1 > 7x \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -0,5$, например числа 1 и 2.

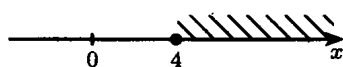
33.4. а) $x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$ б) $x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3$



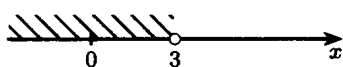
в) $x + 2.5 < 0 \Rightarrow x < -2.5$ г) $x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq 7$



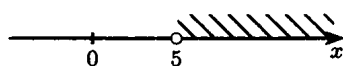
33.5. а) $2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$



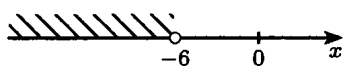
б) $4x < 12 \Rightarrow x < 3$



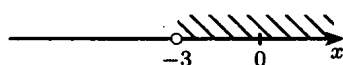
в) $5x > 25 \Rightarrow x > 5$



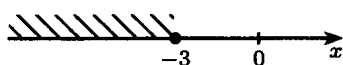
г) $7x < -42 \Rightarrow x < -6$



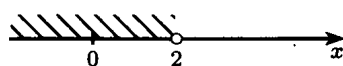
33.6. а) $11x > -33 \Rightarrow x > -3$



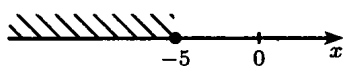
б) $-8x \geq 24 \Rightarrow x \leq -3$



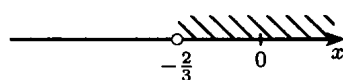
в) $-6x > -12 \Rightarrow x < 2$



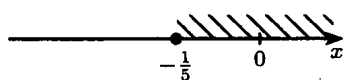
г) $13x \leq -65 \Rightarrow x \leq -5$



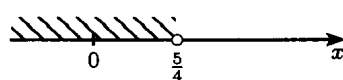
33.7. а) $3x + 2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$



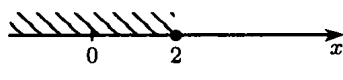
б) $-5x - 1 \leq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{5}$



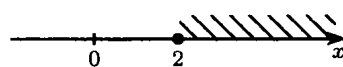
в) $4x - 5 < 0 \Rightarrow x < \frac{5}{4}$



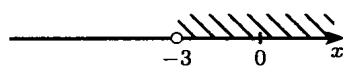
г) $12 - 6x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$



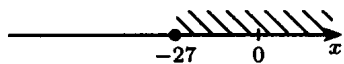
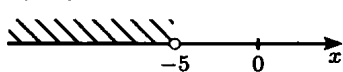
33.8. а) $2x + 3 \geq 7 \Rightarrow x \geq 2$



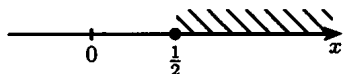
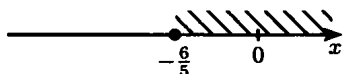
б) $4 - 3x < 13 \Rightarrow x > -3$



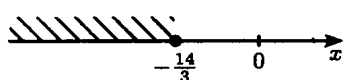
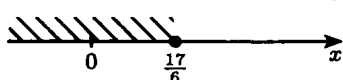
в) $-5x - 1 > 24 \Rightarrow x < -5$ г) $-x - 8 \leq 19 \Rightarrow x \geq -27$



33.9. а) $5(x + 2) \geq 4 \Rightarrow x \geq -\frac{6}{5}$ б) $-2(x - 3) \leq 5 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$



в) $6(x - 1) \leq 11 \Rightarrow x \leq \frac{17}{6}$ г) $-3(x + 4) \geq 2 \Rightarrow x \leq -\frac{14}{3}$



33.10. а) $5a - 3 > 0 \Rightarrow 5a > 3 \Rightarrow a > \frac{3}{5}$; б) $23b + 11 < 0 \Rightarrow 23b < -11 \Rightarrow b < -\frac{11}{23}$.

33.11. а) $13c - 22 \geq 0 \Rightarrow 13c \geq 22 \Rightarrow c \geq \frac{22}{13}$; б) $2d + 4 \leq 0 \Rightarrow 2d \leq -4 \Rightarrow d \leq -2$.

33.12. а) $5m + 8 > 2 \Rightarrow 5m > -6 \Rightarrow m > -\frac{6}{5}$; б) $7n + 1 < 1 \Rightarrow 7n < 0 \Rightarrow n < 0$.

33.13. а) $9p - 2 \geq 3p + 4 \Rightarrow 6p \geq 6 \Rightarrow p \geq 1$; б) $11q + 3 < 5q - 6 \Rightarrow 6q < -9 \Rightarrow q < -1\frac{1}{2}$.

33.14. а) $2a - 11 > a + 13 \Rightarrow a > 24$; б) $8b + 3 < 9b - 2 \Rightarrow b > 5$; в) $6 - 4c > 7 - 6c \Rightarrow 2c > 1 \Rightarrow c > \frac{1}{2}$; г) $3 - 2x < 12 - 5x \Rightarrow 3x < 9 \Rightarrow x < 3$.

33.15. а) $2d - 5 \geq 3 - d \Rightarrow 3d \geq 8 \Rightarrow d \geq \frac{8}{3}$; б) $6n - 2 \leq 7n + 8 \Rightarrow n \geq -10$; в) $6m + 17 \leq m - 13 \Rightarrow 2m \leq -30 \Rightarrow m \leq -15$; г) $p + 4 \geq 12 + 9p \Rightarrow 8p \leq -8 \Rightarrow p \leq -1$.

33.16. а) $-2x + 12 > 3x - 3 \Rightarrow 5x < 15 \Rightarrow x < 3$; б) $6y + 8 \leq 10y - 8 \Rightarrow 4y \leq -16 \Rightarrow y \leq -4$; в) $5z - 14 < 8z - 20 \Rightarrow 3z > 6 \Rightarrow z > 2$; г) $3t + 5 \geq 7t - 7 \Rightarrow -4t \geq -12 \Rightarrow t \leq 3$.

33.17. а) $10x + 9 > -3 \cdot (2 - 5x) \Rightarrow 10x + 9 > -6 + 15x \Rightarrow 5x < 15 \Rightarrow x < 3$; б) $-(6y + 2) + 3 \cdot (y - 1) \geq 0 \Rightarrow -6y - 2 + 3y - 3 \geq 0 \Rightarrow 3y \leq -5 \Rightarrow y \leq -\frac{5}{3}$; в) $2 \cdot (3 - 2z) + 3 \cdot (2 - z) \leq 40 \Rightarrow 6 - 4z + 6 - 3z \leq 40 \Rightarrow 7z \geq -28 \Rightarrow z \geq -4$; г) $-(8t - 2) - 2 \cdot (t - 3) > 0 \Rightarrow 8t - 2 + 2 \cdot (t - 3) < 0 \Rightarrow 10t - 2 - 6 < 0 \Rightarrow 10t < 8 \Rightarrow t < \frac{4}{5}$.

33.18. а) $2 \cdot (x + 1) - 1 < 7 + 8x \Rightarrow 2x + 2 - 1 < 7 + 8x \Rightarrow 6x > -6 \Rightarrow x > -1$; б) $3 - 1y \leq -3 \cdot (y - 2) \Rightarrow 3 \leq 11y - 3y + 6 \Rightarrow 8y \geq -3 \Rightarrow y \geq -\frac{3}{8}$; в) $-2 \cdot (4z + 1) < 3 - 10z \Rightarrow -8z - 2 < 3 - 10z \Rightarrow 2z < 5 \Rightarrow z < 2,5$; г) $4 - 3t > -4 \cdot (2t + 2) \Rightarrow 4 - 3t > -8t - 8 \Rightarrow 5t > -12 \Rightarrow t > -\frac{12}{5}$.

33.19. а) $8 + 6p < 2 \cdot (5p - 8) \Rightarrow 4 + 3p < 5p - 8 \Rightarrow 2p > 12 \Rightarrow p > 6$; б) $-(6y + 2) + 60 \cdot (y - 1) \geq 0 \Rightarrow -6y - 2 + 6y - 6 \geq 0 \Rightarrow -8 \geq 0$ — нет решения. в) $2 \cdot (3 - 4q) - 3 \cdot (2 - 3q) \leq 0 \Rightarrow 6 - 8q - 6 + 9q \leq 0 \Rightarrow q \leq 0$; г) $7 - 16r \leq -2 \cdot (8r - 1) + 5 \Rightarrow 7 - 16r \leq -16r + 2 + 5 \Rightarrow 0 \leq 0 \Rightarrow -\infty < r < +\infty$.

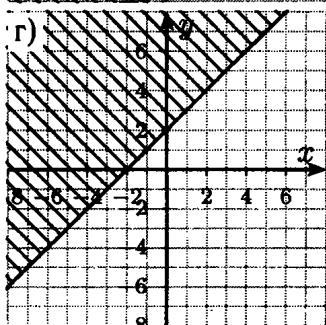
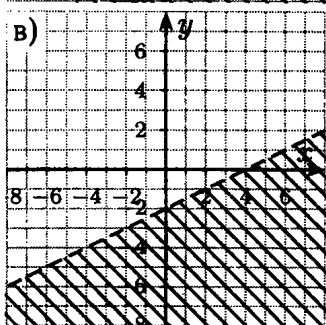
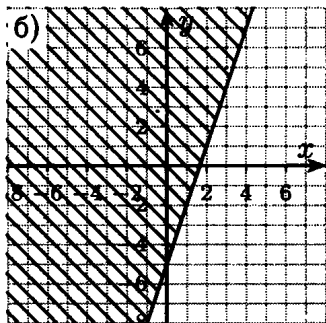
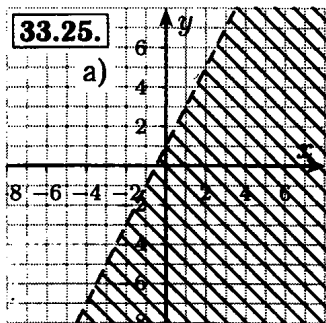
33.20. а) $4 \cdot (a + 1) + 3a > 7a + 2 \Rightarrow 4 > 2 \Rightarrow -\infty < a < +\infty$; б) $7b - 3 \geq 7 \cdot (1 + b) \Rightarrow 7b - 3 \geq 7 + 7b \Rightarrow -3 \geq 7$ — нет решения; в) $4 \cdot (2 + 3x) + 3 \cdot (4 - 4x) \geq 8 + 12x + 12 - 12x \geq 0 \Rightarrow 20 \geq 0 \Rightarrow -\infty < x < +\infty$; г) $5 \cdot (4d - 3) + 5 \times \times (3 - 4d) < 0 \Rightarrow 20d - 15 + 15 - 20d < 0 \Rightarrow 0 < 0$ — нет решения.

33.21. а) $\frac{3a}{4} > 1 \Rightarrow a > \frac{4}{3}$; б) $\frac{8c}{11} > 2 \Rightarrow \frac{4c}{11} > 1 \Rightarrow c > \frac{11}{4}$; в) $\frac{5b}{8} < 3 \Rightarrow b < \frac{24}{5}$; г) $\frac{9d}{5} < 0 \Rightarrow d < 0$.

33.22. а) $3x + 2 < 0 \Rightarrow x < -\frac{2}{3}$; б) $3x - 4 \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{4}{3}$; в) $7x - 7 > 0 \Rightarrow x > \frac{7}{7}$; г) $1 + 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$;

33.23. а) $\frac{2x-1}{3} \geq 1 \Rightarrow 2x - 1 \geq 3 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$; б) $\frac{12-9x}{7} \geq 7 \Rightarrow 12 - 9x \geq 49 \Rightarrow 9x \leq -37 \Rightarrow x \leq -\frac{37}{9}$; в) $\frac{3x+1}{4} \leq 15 \Rightarrow 3x + 1 \leq 60 \Rightarrow 3x \leq 59 \Rightarrow x \leq \frac{59}{3}$; г) $\frac{23-5x}{11} \leq 1 \Rightarrow 23 - 5x \leq 11 \Rightarrow 5x \geq 12 \Rightarrow x \geq \frac{12}{5}$.

33.24. а) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} > 7 \Rightarrow 3a + 2a > 42 \Rightarrow 5a > 42 \Rightarrow a > \frac{42}{5}$; б) $\frac{2c}{9} - c \geq 3 \Rightarrow -\frac{7c}{9} \geq 3 \Rightarrow -c \geq \frac{27}{7} \Rightarrow c \leq -\frac{27}{7}$; в) $\frac{b}{6} \leq 1 \Rightarrow 4b - 6b \leq 24 \Rightarrow -2b \leq 24 \Rightarrow -b \leq 12$; г) $\frac{3d}{4} - 2d < 0 \Rightarrow 3d - 8d < 0 \Rightarrow -5d \geq -12 \Rightarrow -5d < 0 \Rightarrow d > 0$.



33.26. а) $(3x + 8)(x + 12) > 3 \cdot (x + 12)^2 \Rightarrow 3x^2 + 8x + 36x + 96 > 3x^2 + 72x + 432 \Rightarrow 28x < -336 \Rightarrow x < -12$;

б) $(2x + 5)(8x - 15) < (4x - 3)^2 \Rightarrow 16x^2 + 10x - 75 < 16x^2 + 9 - 24x \Rightarrow 34x < 84 \Rightarrow x < \frac{42}{17}$.

33.27. а) $a(a - 2) - a^2 > 5 - 3a \Rightarrow -2a > 5 - 3a \Rightarrow a > 5$;

б) $3x(3x - 1) - 9x^2 < 3x + 6 \Rightarrow -3x < 3x + 6 \Rightarrow 6x > -6 \Rightarrow x > -1$;

в) $5y^2 - 5y(y + 4) \geq 100 \Rightarrow -20y \geq 100 \Rightarrow y \leq -5$;

г) $7c(c - 2) - c(7c + 1) < 3 \Rightarrow -14c - c < 3 \Rightarrow -15c < 3 \Rightarrow c > -\frac{1}{5}$.

33.28. а) $0,2m^2 - 0,2 \cdot (m - 6)(m + 6) > 3,6m \Rightarrow 0,2m^2 - 0,2 \cdot (m^2 - 36) > 3,6m \Rightarrow m^2 - (m^2 - 36) > 18m \Rightarrow 18m < 36 \Rightarrow m < 2$;

б) $(12n - 1)(3n + 1) < 1 + (6n + 2)^2 \Rightarrow 36n^2 + 9n - 1 < 1 + 36n^2 + 24n + 4 \Rightarrow 15n > -4 \Rightarrow n > -\frac{2}{5}$;

в) $(2p - 5)^2 - 0,5p < (2p - 1)(2p + 1) - 15 \Rightarrow 4p^2 - 20p + 25 - 0,5p < 4p^2 - 16 \Rightarrow 20,5p > 41 \Rightarrow p > 2$;

г) $(4q - 1)^2 > (2q + 3)(8q - 1) \Rightarrow 16q^2 - 8q + 1 > 16q^2 + 22q - 3 \Rightarrow 30q < 4 \Rightarrow q < \frac{2}{15}$.

33.29. а) $\frac{2a-1}{3} < \frac{5a-2}{2} \Rightarrow 4a - 2 < 15a - 6 \Rightarrow 11a > 4 \Rightarrow a > \frac{4}{11}$; б) $2c - \frac{c+1}{2} \leq \frac{c-1}{3} \Rightarrow 12c - 3c - 3 \leq 2c - 2 \Rightarrow 7c \leq 1 \Rightarrow c \leq \frac{1}{7}$; в) $\frac{2b-1}{5} - \frac{3-b}{3} < 2 \Rightarrow 6b - 3 - 15 + 5b < 30 \Rightarrow 11b < 48 \Rightarrow b < \frac{48}{11}$; г) $\frac{d-1}{3} - d \geq \frac{d+1}{2} \Rightarrow 2d - 2 - 6d \geq 3d + 3 \Rightarrow 7d \leq -5 \Rightarrow d \leq -\frac{5}{7}$.

33.30. а) $\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{3} < 2 + \frac{x}{6} \Rightarrow 3x + 3 - 2x - 4 < 12 + x \Rightarrow -1 < 12 \Rightarrow -\infty < x < +\infty$; б) $\frac{37-3z}{2} + 9 < \frac{2z-7}{4} - 2z \Rightarrow 74 - 6z + 36 < 2z - 7 - 8z \Rightarrow 74 < -43 - \text{нет решения}$; в) $\frac{t-1}{2} - \frac{2t+3}{8} - t > 2 \Rightarrow 4t - 4 - 2t - 3 - 8t > 16 \Rightarrow 6t < -23 \Rightarrow t < -\frac{23}{6}$. г) $\frac{3y+5}{4} - 1 \leq \frac{y-2}{3} + y \Rightarrow 9y + 15 - 12 \leq 4y - 8 + 12y \Rightarrow 7y \geq 11 \Rightarrow y \geq \frac{11}{7}$;

33.31. а) $4 \cdot (x-7) - 2 \cdot (x+3) < 9 \Rightarrow 4x - 28 - 2x - 6 < 9 \Rightarrow 2x < 43 \Rightarrow x < 21,5 \Rightarrow x' = 21$. б) $5 \cdot (x-1) + 7x \cdot (x+2) < 3 \Rightarrow 5x - 5 + 7x + 14 < 3 \Rightarrow 12x < -6 \Rightarrow x < -0,5 \Rightarrow x' = -1$.

33.32. а) $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x+7}{2} < 4 \Rightarrow 4x-2+15x+21 < 24 \Rightarrow 19x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{19} \Rightarrow x' = 0$; б) $\frac{3x+2}{5} - \frac{2x-4}{3} > 7 \Rightarrow 9x + 6 - 10x + 20 > 105 \Rightarrow x < -79 \Rightarrow x' = -80$.

33.33. а) $7 \cdot (x+2) - 3 \cdot (x-8) > 10 \Rightarrow 7x + 14 - 3x + 24 > 10 \Rightarrow 4x > -28 \Rightarrow x > -7, x' = -6$ б) $3 \cdot (x-2) - 4 \geq 2 \cdot (x+3) \Rightarrow 3x - 6 - 4 \geq 2x + 6 \Rightarrow x \geq 16 \Rightarrow x' = 16$.

33.34. а) $\frac{2x-3}{5} + \frac{9-4x}{6} < 1 \Rightarrow 12x - 18 + 45 - 20x - 30 < 0 \Rightarrow 8x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{8} \Rightarrow x' = 0$; б) $\frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 1 \Rightarrow 9x - 6 + 16x + 4 \geq 12 \Rightarrow 25x \geq 14 \Rightarrow x \geq \frac{14}{25} \Rightarrow x' = 1$.

33.35. 1 этап: Пусть x км — проплыли туристы по течению. Тогда $(10-x)$ км — проплыли против течения. $5+1=6$ и $115-1=4$ км/ч — скорость по течению и против течения. $\frac{x}{6}$ и $\frac{10-x}{4}$ ч — время движения по течению и против течения. Так как туристы были в пути менее 2 часов, получаем $\frac{x}{6} + \frac{10-x}{4} < 2$. 2 этап: $4x + 60 - 6x < 48 \Rightarrow 2x > 12 \Rightarrow x > 6$. 3 этап: Так как туристы проплыли по течению больше 6 км, а весь путь равен 10 км и часть пути они проплыли против течения, то путь по течению также меньше 10 км. Ответ: больше 6 км, но меньше 10 км.

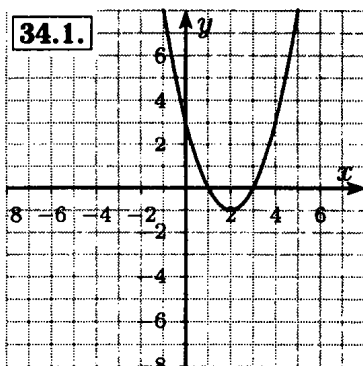
33.36. 1 этап: Пусть x км — шли дачники со скоростью 4 км/ч. Тогда: $(10-x)$ км — они шли с новой скоростью

$4 + 2 = 6$ км/ч. $\frac{x}{4}$ и $\frac{10-x}{6}$ ч время движения со старой и новой скоростями. Так как дачники должны успеть на поезд, отправляющийся через 2 ч, получаем $\frac{x}{4} + \frac{10-x}{6} < 2$.
 2 этап: $6x + 40 - 4x < 48 \Rightarrow 2x < 8 \Rightarrow x < 4$. 3 этап: Следовательно скоростью 4 км/ч дачники могли идти менее 4 км. Ответ: менее 4 км.

33.37. 1 этап: Пусть x км — расстояние от A до C . Тогда: $(x-15)$ км — расстояние от C до B . $\frac{x}{50}$ и $\frac{x-15}{40}$ ч — время движения от A до C и от C до B . Так как весь путь занимает менее 3 часов, получаем $\frac{x}{50} + \frac{x-15}{40} < 3$.
 2 этап: $4x + 5x - 75 < 600 \Rightarrow 9x < 675 \Rightarrow x < 75$. 3 этап: Так как AC длиннее BC на 15 км и AC кратно 10, то $AC = 20, 30, 40, 50, 60$ или 70 км. Ответ: 20, 30, 40, 50, 60 или 70 км.

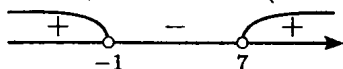
33.38. 1 этап: Пусть искомое расстояние — x км. Очевидно, что $0 < x \leq 240$. Найдем наименьшее x . 2 этап: x — наименьшее, если автомобиль поедет за автобусом одновременно с ним. Тогда автомобиль проедет AB за $\frac{240}{90} = \frac{8}{3}$ ч. За это время автобус проедет $\frac{8}{3} \cdot 54 = 144$ км. $240 - 144 = 96$ км — расстояние в этот момент между ними. $90 + 54 = 144$ км/ч — скорость сближения. $\frac{96}{144} = \frac{2}{3}$ ч — проедет это расстояние. $240 - 90 - \frac{2}{3} \cdot 90 = 240 - 90 - 60 = 180$ км — искомое расстояние. 3 этап: Следовательно искомое расстояние будет более 180 км, так как по условию задачи автомобиль поехал спустя некоторое время. Ответ: более 180 км.

§34. Решение квадратных неравенств



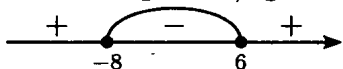
- а) $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$;
 б) $x \in [1; 3]$;
 в) $x \in (1; 3)$;
 г) $x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

34.2. a) $x^2 - 6x - 7 > 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 7 \Rightarrow (x - 7)(x + 1) > 0; x < -1 \cup x > 7.$



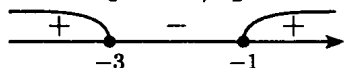
б) $x^2 + 2x - 48 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 6 \Rightarrow$

$(x - 6)(x + 8) \leq 0; -8 \leq x \leq 6.$



в) $x^2 + 4x + 3 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -1 \Rightarrow$

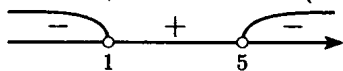
$(x + 1)(x + 3) \geq 0; x \leq -3 \cup x \geq -1.$



г) $x^2 - 12x - 45 < 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 45 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 15 \Rightarrow (x - 15)(x + 3) < 0; -3 < x < 15.$

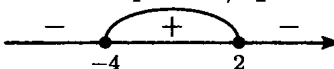


34.3. а) $-x^2 + 6x - 5 < 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow -(x - 5)(x - 1) < 0; x < 1 \cup x > 5.$

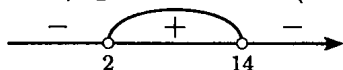


б) $-x^2 - 2x + 8 \geq 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 8 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 2 \Rightarrow$

$-(x - 2)(x + 4) \geq 0; -4 \leq x \leq 2.$

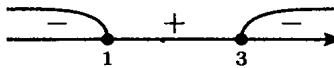


в) $-x^2 + 16x - 28 > 0 \Rightarrow -x^2 + 16x - 28 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 14 \Rightarrow -(x - 14)(x - 2) > 0; 2 < x < 14.$

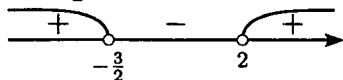


г) $-x^2 + 4x - 3 \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3 \Rightarrow$


$-(x - 3)(x - 1) \leq 0; x \leq 1 \cup x \geq 3.$



34.4. а) $2x^2 - x - 6 > 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow (x - 2)(2x + 3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x > 2.$



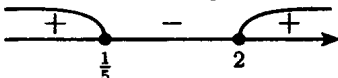
$$6) 3x^2 - 7x + 4 \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$(x-1)(3x-4) \leq 0; 1 \leq x \leq \frac{4}{3}.$$


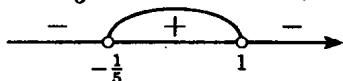
$$B) 2x^2 + 3x + 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (x+1)(2x+1) < 0; -1 < x < -\frac{1}{2}.$$



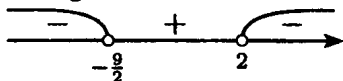
$$r) 5x^2 - 11x + 2 \geq 0 \Rightarrow 5x^2 - 11x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = 2 \Rightarrow$$

$$(x-2)(5x-1) \geq 0; x \leq \frac{1}{5} \cup x \geq 2.$$


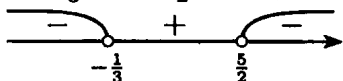
$$\boxed{34.5.} \text{ a) } -5x^2 + 4x + 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = 1 \Rightarrow -(x-1)(5x+1) > 0; -\frac{1}{5} < x < 1.$$



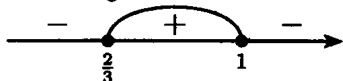
$$6) -2x^2 - 5x + 18 < 0 \Rightarrow -2x^2 - 5x + 18 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{9}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(2x+9) < 0; x < -\frac{9}{2} \cup x > 2.$$



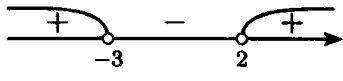
$$B) -6x^2 + 13x + 5 < 0 \Rightarrow -6x^2 + 13x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow -(2x-5)(3x+1) < 0; x < -\frac{1}{3} \cup x > \frac{5}{2}.$$



$$r) -3x^2 + 5x - 2 \geq 0 \Rightarrow -3x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1 \Rightarrow -(x-1)(3x-2) \geq 0; \frac{2}{3} \leq x \leq 1.$$



$$\boxed{34.6.} \text{ a) } (x-2)(x+3) > 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 2 \Rightarrow (x-2)(x+3) > 0; x < -3 \cup x > 2.$$



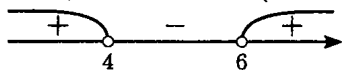
$$6) (x+1)(x+5) \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = -1 \Rightarrow (x+1)(x+5) \leq 0; -5 \leq x \leq -1.$$



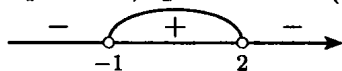
$$\text{B)} \quad (x-5)(x+7) < 0 \Rightarrow (x-5)(x+7) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 5 \Rightarrow (x-5)(x+7) < 0; -7 < x < 5.$$



$$\text{Г)} \quad (x-6)(x-4) > 0 \Rightarrow (x-6)(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 6 \Rightarrow (x-6)(x-4) > 0; x < 4 \cup x > 6.$$

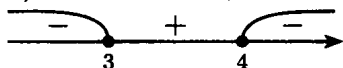


$$\boxed{34.7.} \quad \text{a)} \quad (2-x)(x+1) > 0 \Rightarrow (2-x)(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x+1) > 0; -1 < x < 2.$$

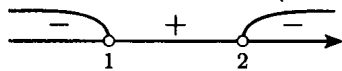


$$\text{б)} \quad (4-x)(x-3) \leq 0 \Rightarrow (4-x)(x-3) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 4 \Rightarrow$$

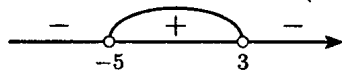
$$-(x-4)(x-3) \leq 0; x \leq 3 \cup x \geq 4.$$



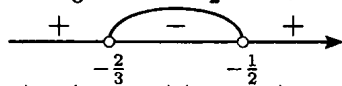
$$\text{B)} \quad (1-x)(x-2) < 0 \Rightarrow (1-x)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x-1) < 0; x < 1 \cup x > 2.$$



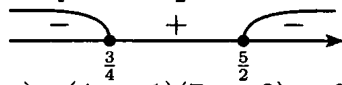
$$\text{Г)} \quad (3-x)(x+5) > 0 \Rightarrow (3-x)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 3 \Rightarrow -(x-3)(x+5) > 0; -5 < x < 3.$$



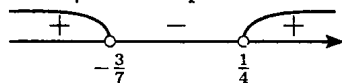
$$\boxed{34.8.} \quad \text{a)} \quad (2x+1)(3x+2) < 0 \Rightarrow (2x+1)(3x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (2x+1)(3x+2) < 0; -\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{2}.$$



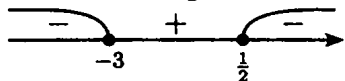
$$\text{б)} \quad (3-4x)(2x-5) \leq 0 \Rightarrow (3-4x)(2x-5) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow -(2x-5)(4x-3) \leq 0; x \leq \frac{3}{4} \cup x \geq \frac{5}{2}.$$



$$\text{B)} \quad (4x-1)(7x+3) > 0 \Rightarrow (4x-1)(7x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{7}, x_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow (4x-1)(7x+3) > 0; x < -\frac{3}{7} \cup x > \frac{1}{4}.$$



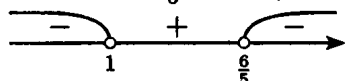
$$\text{г) } (1 - 2x)(x + 3) \leq 0 \Rightarrow (1 - 2x)(x + 3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow -(x + 3)(2x - 1) \leq 0; x \leq -3 \cup x \geq \frac{1}{2}.$$



$$\text{34.9. а) } 6x^2 > 5x - 1 \Rightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow (2x - 1)(3x - 1) > 0; x < \frac{1}{3} \cup x > \frac{1}{2}.$$

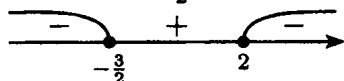


$$\text{б) } -5x^2 < 6 - 11x \Rightarrow -5x^2 + 11x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{6}{5} \Rightarrow -(x - 1)(5x - 6) < 0; x < 1 \cup x > \frac{6}{5}.$$



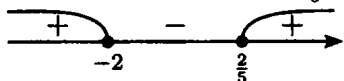
$$\text{в) } x - 2x^2 \leq -6 \Rightarrow -2x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -$$

$$-(x - 2)(2x + 3) \leq 0; x \leq -\frac{3}{2} \cup x \geq 2.$$



$$\text{г) } 5x^2 \geq 4 - 8x \Rightarrow 5x^2 + 8x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow$$

$$(x + 2)(5x - 2) \geq 0; x \leq -2 \cup x \geq \frac{2}{5}.$$



$$\text{34.10. а) } x^2 - 6x + 9 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 3 \Rightarrow (x - 3)^2 \leq 0; x = 3.$$

$$\text{б) } -x^2 + 12x - 36 > 0 \Rightarrow -x^2 + 12x - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = 6, x_2 = 6 \Rightarrow -(x - 6)^2 > 0 - \text{нет решений.}$$

$$\text{в) } x^2 - 16x + 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow x_1 = 8, x_2 = 8 \Rightarrow (x - 8)^2 \geq 0; x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{г) } -x^2 + 4x - 4 < 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 2 \Rightarrow -(x - 2)^2 < 0; x < 2 \cup x > 2.$$

$$\text{34.11. а) } 25x^2 + 30x + 9 \geq 0 \Rightarrow 25x^2 + 30x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{5}, x_2 = -\frac{3}{5} \Rightarrow (5x + 3)^2 \geq 0; x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{б) } -9x^2 + 12x - 4 < 0 \Rightarrow -9x^2 + 12x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow -(3x - 2)^2 < 0; x < \frac{2}{3} \cup x > \frac{2}{3}.$$

$$\text{в) } -4x^2 + 12x - 9 > 0 \Rightarrow -4x^2 + 12x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow -(2x - 3)^2 > 0 - \text{нет решений.}$$

$$\text{г) } 36x^2 + 12x + 1 \leq 0 \Rightarrow 36x^2 + 12x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{6}, x_2 = -\frac{1}{6} \Rightarrow (6x + 1)^2 \leq 0; x = -\frac{1}{6}.$$

34.12. а) $3x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow 3x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

б) $5x^2 - 2x + 1 > 0 \Rightarrow 5x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

в) $7x^2 - x + 3 \leq 0 \Rightarrow 7x^2 - x + 3 = 0$ — нет решений.

г) $2x^2 + 5x + 10 < 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 10 = 0$ — нет решений.

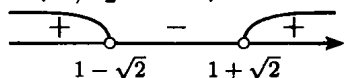
34.13. а) $-7x^2 + 5x - 2 < 0 \Rightarrow -7x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

б) $-3x^2 - 3x - 1 \leq 0 \Rightarrow -3x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

в) $-2x^2 + 3x - 2 \geq 0 \Rightarrow -2x^2 + 3x - 2 = 0$ — нет решений.

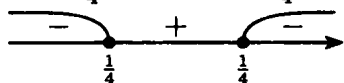
г) $-5x^2 - x - 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 - x - 1 = 0$ — нет решений.

34.14. а) $x^2 - 2x - 1 > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{2}, x_2 = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2x - 1 > 0; x < 1 - \sqrt{2} \cup x > 1 + \sqrt{2}$.



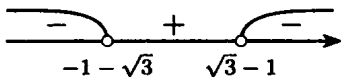
б) $-4x^2 + 2x - \frac{1}{4} \leq 0 \Rightarrow -4x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4}(4x - 1)^2 \leq 0; x \in \mathbb{R}$.



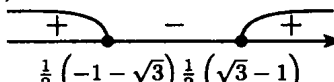
в) $-x^2 - 2x + 2 < 0 \Rightarrow -x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1 - \sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow -x^2 - 2x + 2 < 0; x < -1 - \sqrt{3} \cup x >$

$> \sqrt{3} - 1$.

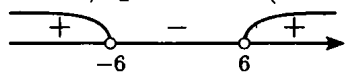


г) $2x^2 + 2x - 1 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}), x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 \geq 0; x \leq$

$\leq \frac{1}{2}(-1 - \sqrt{3}) \cup x \geq \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$.



34.15. а) $x^2 - 36 > 0 \Rightarrow x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = -6, x_2 = 6 \Rightarrow (x - 6)(x + 6) > 0; x < -6 \cup x > 6$.



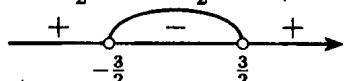
б) $x^2 + 7 < 0 \Rightarrow x^2 + 7 = 0$ — нет решений.

в) $x^2 - 25 < 0 \Rightarrow x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 5 \Rightarrow (x - 5)(x + 5) < 0; -5 < x < 5$.

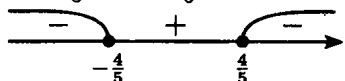


г) $x^2 + 15 > 0 \Rightarrow x^2 + 15 = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$.

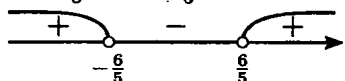
34.16. a) $4x^2 - 9 < 0 \Rightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{3}{2} \Rightarrow (2x - 3)(2x + 3) < 0; -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$.



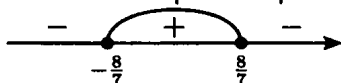
б) $16 - 25x^2 \leq 0 \Rightarrow 16 - 25x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{4}{5}, x_2 = \frac{4}{5} \Rightarrow -(5x - 4)(5x + 4) \leq 0; x \leq -\frac{4}{5} \cup x \geq \frac{4}{5}$.



в) $25x^2 - 36 > 0 \Rightarrow 25x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{6}{5}, x_2 = \frac{6}{5} \Rightarrow (5x - 6)(5x + 6) > 0; x < -\frac{6}{5} \cup x > \frac{6}{5}$.



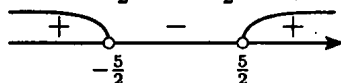
г) $64 - 49x^2 \geq 0 \Rightarrow 64 - 49x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{8}{7}, x_2 = \frac{8}{7} \Rightarrow -(7x - 8)(7x + 8) \geq 0; -\frac{8}{7} \leq x \leq \frac{8}{7}$.



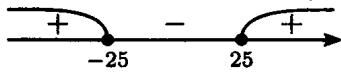
34.17. a) $x^2 < 100 \Rightarrow x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x_1 = -10, x_2 = 10 \Rightarrow (x - 10)(x + 10) < 0; -10 < x < 10$.



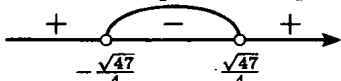
б) $4x^2 > 25 \Rightarrow 4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow (2x - 5)(2x + 5) > 0; x < -\frac{5}{2} \cup x > \frac{5}{2}$.



в) $x^2 \geq 625 \Rightarrow x^2 - 625 = 0 \Rightarrow x_1 = -25, x_2 = 25 \Rightarrow (x - 25)(x + 25) \geq 0; x \leq -25 \cup x \geq 25$.




г) $16x^2 < 47 \Rightarrow 16x^2 - 47 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{\sqrt{47}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{47}}{4} \Rightarrow 16x^2 - 47 < 0; -\frac{\sqrt{47}}{4} < x < \frac{\sqrt{47}}{4}$.




34.18. a) $x^2 - 5x > 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5 \Rightarrow (x - 5)x > 0; x < 0 \cup x > 5$.



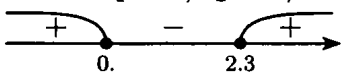
б) $x^2 + 0.5x \leq 0 \Rightarrow x^2 + 0.5x = 0 \Rightarrow x_1 = -0.5, x_2 = 0. \Rightarrow$

$x(x + 0.5) \leq 0; -0.5 \leq x \leq 0.$ 

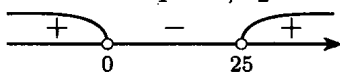
в) $x^2 + 8x < 0 \Rightarrow x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 0 \Rightarrow x(x +$

$+ 8) < 0; -8 < x < 0.$ 


г) $x^2 - 2.3x \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2.3x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2.3 \Rightarrow x(x -$

$- 2.3) \geq 0; x \leq 0 \cup x \geq 2.3.$ 

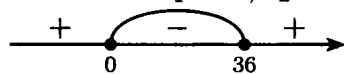
34.19. а) $x^2 > 25x \Rightarrow x^2 - 25x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 25 \Rightarrow$

$(x - 25)x > 0; x < 0 \cup x > 25.$ 

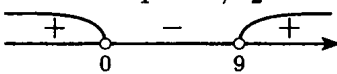
б) $0.3x^2 < 0.6x \Rightarrow 0.3x^2 - 0.6x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2 \Rightarrow$

$0.x(x - 2)x < 0; 0 < x < 2.$ 

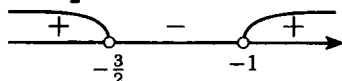
в) $x^2 \leq 36x \Rightarrow x^2 - 36x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 36 \Rightarrow (x -$

$- 36)x \leq 0; 0 \leq x \leq 36.$ 

г) $0.2x^2 > 1.8x \Rightarrow 0.2x^2 - 1.8x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 9 \Rightarrow$

$0.2x(x - 9)x > 0; x < 0 \cup x > 9.$ 

34.20 а) $2x^2 + 5x + 3 > 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 =$
 $= -\frac{3}{2}, x_2 = -1 \Rightarrow (x + 1)(2x + 3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x > -1.$



б) $-x^2 - \frac{x}{3} - \frac{1}{36} \geq 0 \Rightarrow -x^2 - \frac{x}{3} - \frac{1}{36} = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{6}, x_2 =$
 $= -\frac{1}{6} \Rightarrow -\frac{1}{36}(6x + 1)^2 \geq 0; x = -\frac{1}{6}.$

34.21 а) $x^2 - 5x - 6 < 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 =$
 $= -1, x_2 = 6 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) < 0; -1 < x < 6.$



Следовательно целочисленные решения 0, 1, 2, 3, 4, 5 — шесть решений.

$$6) \quad x^2 - 6x \leq 7 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 7 \Rightarrow (x-7)(x+1) \leq 0; -1 \leq x \leq 7.$$

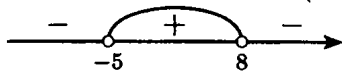
Следовательно целочисленные решения $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ — девять решений.

$$\boxed{34.22} \quad \text{а)} \quad x^2 + 7x \leq 30 \Rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0 \Rightarrow x_1 = -10, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x+10) \leq 0; -10 \leq x \leq 3.$$



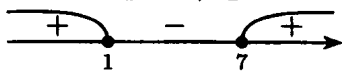
Следовательно наименьшее целочисленное решение -10 .

$$6) \quad 3x - x^2 > -40 \Rightarrow -x^2 + 3x + 40 = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 8 \Rightarrow -(x-8)(x+5) > 0; -5 < x < 8.$$

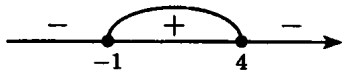


Следовательно наибольшее целочисленное решение 7 .

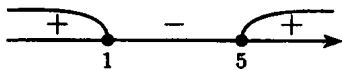
$$\boxed{34.23.} \quad \text{а)} \quad \sqrt{x^2 - 8x + 7} \Rightarrow x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 7 \Rightarrow (x-7)(x-1) \geq 0; x \leq 1 \cup x \geq 7.$$



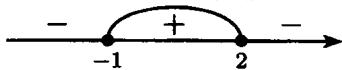
$$6) \quad \sqrt{-x^2 + 3x + 4} \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 4 \Rightarrow -(x-4)(x+1) \geq 0; -1 \leq x \leq 4.$$



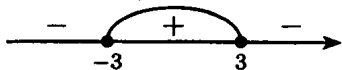
$$в) \quad \sqrt{x^2 - 6x + 5} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow (x-5)(x-1) \geq 0; x \leq 1 \cup x \geq 5.$$



$$г) \quad \sqrt{-x^2 + x + 2} \Rightarrow -x^2 + x + 2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x+1) \geq 0; -1 \leq x \leq 2.$$



$$\boxed{34.24.} \quad \text{а)} \quad \sqrt{9 - x^2} \Rightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 9 - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 3 \Rightarrow -(x-3)(x+3) \geq 0; -3 \leq x \leq 3.$$



$$6) \frac{1}{\sqrt{16x^2-81}} \Rightarrow 16x^2 - 81 > 0 \Rightarrow 16x^2 - 81 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{9}{4}, x_2 = \frac{9}{4} \Rightarrow (4x-9)(4x+9) > 0; x < -\frac{9}{4} \cup x > \frac{9}{4}.$$

$$B) \sqrt{9x^2-1} \Rightarrow 9x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow 9x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow (3x-1)(3x+1) \geq 0; x \leq -\frac{1}{3} \cup x \geq \frac{1}{3}.$$

$$r) \frac{1}{\sqrt{4-25x^2}} \Rightarrow 4 - 25x^2 > 0 \Rightarrow 4 - 25x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow -(5x-2)(5x+2) > 0; -\frac{2}{5} < x < \frac{2}{5}.$$

34.25. a) $\sqrt{2x-x^2} \Rightarrow 2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)x \geq 0; 0 \leq x \leq 2.$

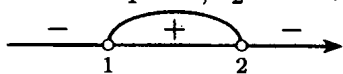
$$6) \frac{1}{\sqrt{6x^2-2x}} \Rightarrow 6x^2 - 2x > 0 \Rightarrow 6x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 2x(3x-1) > 0; x < 0 \cup x > \frac{1}{3}.$$

$$B) \sqrt{5x-x^2} \Rightarrow 5x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 5x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5 \Rightarrow -(x-5)x \geq 0; 0 \leq x \leq 5.$$

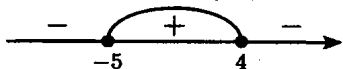
$$r) \sqrt{3x^2-12x} \Rightarrow 3x^2 - 12x \geq 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4 \Rightarrow 3(x-4)x \geq 0; x \leq 0 \cup x \geq 4.$$

34.26. a) $\sqrt{(x-3)(x+2)} \Rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x+2) \geq 0; x \leq -2 \cup x \geq 3.$

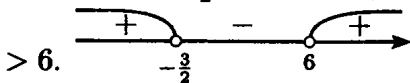
$$6) \frac{1}{\sqrt{(2-x)(x-1)}} \Rightarrow (2-x)(x-1) > 0 \Rightarrow (2-x)(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(x-1) > 0; 1 < x < 2.$$



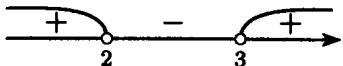
$$B) \sqrt{(4-x)(x+5)} \Rightarrow (4-x)(x+5) \geq 0 \Rightarrow (4-x)(x+5) = 0 \Rightarrow x_1 = -5, x_2 = 4 \Rightarrow -(x-4)(x+5) \geq 0; -5 \leq x \leq 4.$$



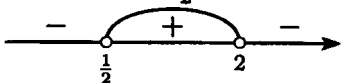
$$r) \frac{1}{\sqrt{(x-6)(2x+3)}} \Rightarrow (x-6)(2x+3) > 0 \Rightarrow (x-6)(2x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 6 \Rightarrow (x-6)(2x+3) > 0; x < -\frac{3}{2} \cup x >$$



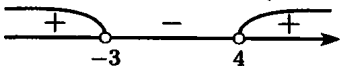
$$\boxed{34.27.} \text{ a) } \sqrt{\frac{1}{x^2-5x+6}} \Rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 3 \Rightarrow (x-3)(x-2) > 0; x < 2 \cup x > 3.$$



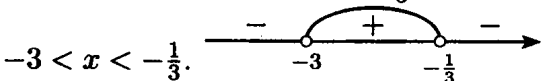
$$6) \sqrt{\frac{1}{-2x^2+5x-2}} \Rightarrow -2x^2 + 5x - 2 > 0 \Rightarrow -2x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2 \Rightarrow -(x-2)(2x-1) > 0; \frac{1}{2} < x < 2.$$



$$B) \sqrt{\frac{1}{x^2-x-12}} \Rightarrow x^2 - x - 12 > 0 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+3) > 0; x < -3 \cup x > 4.$$

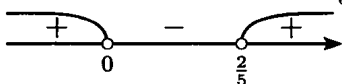


$$r) \sqrt{\frac{1}{-3x^2-10x-3}} \Rightarrow -3x^2 - 10x - 3 > 0 \Rightarrow -3x^2 - 10x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow -(x+3)(3x+1) > 0; -$$

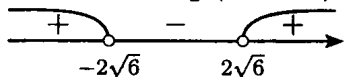


34.28 a) $5x^2 > 2x \Rightarrow 5x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow$

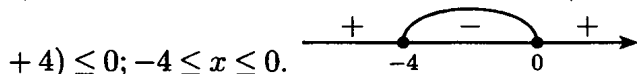
$x(5x - 2) > 0; x < 0 \cup x > \frac{2}{5}.$



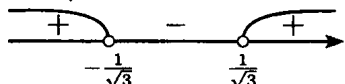
б) $\frac{x^2}{2} > 12 \Rightarrow \frac{x^2}{2} - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -2\sqrt{6}, x_2 = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{2}(x^2 - 24) > 0; x < -2\sqrt{6} \cup x > 2\sqrt{6}.$



в) $4x \leq -x^2 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 0 \Rightarrow x(x + 4) \leq 0; -4 \leq x \leq 0.$

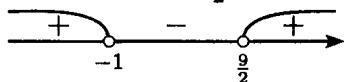


г) $\frac{x^2}{3} > \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{x^2}{3} - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{9}(3x^2 - 1) > 0; x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \cup x > \frac{1}{\sqrt{3}}.$



34.29. а) $2x(3x - 1) > 4x^2 + 5x + 9 \Rightarrow -4x^2 + 2(3x - 1)x - 5x - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow (x + 1)(2x - 9) >$

$> 0; x < -1 \cup x > \frac{9}{2}.$



б) $3x^2 + 40x + 10 < 43 - (x - 11)x \Rightarrow 3x^2 + (x - 11)x + 40x - 33 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{33}{4}, x_2 = 1 \Rightarrow (x - 1)(4x + 33) <$

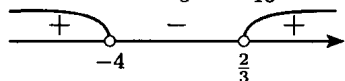
$< 0; -\frac{33}{4} < x < 1.$



34.30 а) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 6 \Rightarrow \frac{1}{4}(x - 6)(x + 8) < 0; -8 < x < 6.$

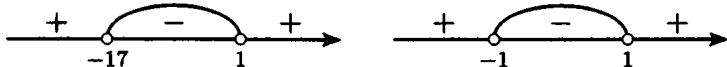


б) $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} - \frac{8}{15} = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{15}(x + 4)(3x - 2) > 0; x < -4 \cup x > \frac{2}{3}.$

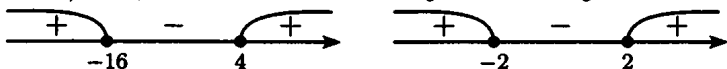


34.31. а) $x^4 + 16x^2 - 17 < 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow y^2 + 16y - 17 < 0 \Rightarrow y^2 + 16y - 17 = 0 \Rightarrow y_1 = -17, y_2 = 1 \Rightarrow (y -$

$$-1)(y+17) < 0; -17 < y < 1 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1.$$

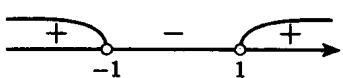


$$\text{б) } y^4 + 12y^2 - 64 \geq 0 \Rightarrow |x^2 = y| \Rightarrow x^2 + 12x - 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 64 = 0 \Rightarrow x_1 = -16, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+16) \geq 0; x \leq -16 \cup x \geq 4 \Rightarrow y^2 x \geq 4 \Rightarrow y \leq -2 \cup x \geq 2.$$



$$\text{в) } x^4 + 6x^2 - 7 > 0 \Rightarrow |y = x^2| \Rightarrow 7y^2 - 7 > 0 \Rightarrow 7y^2 - 7 = 0 \Rightarrow y_1 = -1, y_2 = 1 \Rightarrow 7(y-1)(y+1) > 0; y < -1 \cup y >$$

$$> 1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x < -1 \cup x > 1.$$

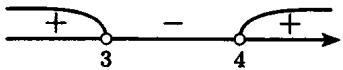


$$\text{г) } z^4 + 3z^2 - 28 \leq 0 \Rightarrow |x = z^2| \Rightarrow x^2 + 3x - 28 \leq 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x+7) <$$

$$< 0; -7 \leq x \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

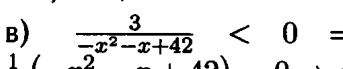


$$\text{34.32 а) } \frac{1}{x^2 - 7x + 12} > 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 > 0 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 4 \Rightarrow (x-4)(x-3) > 0; x < 3 \cup x > 4.$$



$$\text{б) } -\frac{3}{x^2 - x - 20} > 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2 + x + 20) > 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2 + x + 20) = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 5 \Rightarrow -\frac{1}{3}(x-5)(x+$$

$$+ 4) > 0; -4 < x < 5.$$



$$\text{в) } \frac{3}{-x^2 - x + 42} < 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2 - x + 42) < 0 \Rightarrow \frac{1}{3}(-x^2 - x + 42) = 0 \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 6 \Rightarrow -\frac{1}{3}(x-6)(x+$$

$$+ 7) < 0; x < -7 \cup x > 6.$$



$$\Gamma) \frac{-5}{-x^2+2x+15} < 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(x^2-2x-15) < 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(x^2-2x-15) = 0 \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 5 \Rightarrow \frac{1}{5}(x-5)(x+3) < 0; -3 < x < 5.$$

34.33.

а) $\frac{1}{x^2-5x-14} > 0 \Rightarrow x^2-5x-14 > 0; \frac{1}{x^2-5x-14} \geq 0 \Rightarrow x^2-5x-14 > 0$ — неравенства равносильны.

б) $x^2+6x-16 < 0; x^2+6x-16 \leq 0; D = 36+4 \cdot 16 > 0$, следовательно существует два корня. Во втором неравенстве они включаются в ответ, а в первом — нет, значит неравенства не равносильны.

в) $x^2-6x+8 \geq 0; \frac{1}{x^2-6x+8} \Rightarrow x^2-6x+8 > 0$ — неравенства не равносильны.

г) $\frac{3}{x^2-7x-10} < 0 \Rightarrow x^2-7x-10 < 0, \frac{x^2-7x-10}{3} < 0 \Rightarrow x^2-7x-10 < 0$ — неравенства равносильны.

34.34. а) $x^2+5x-8 < 0 \Rightarrow x^2+5x-8 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(-5-\sqrt{57}), x_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{57}-5) \Rightarrow x^2+5x-8 < 0; \frac{1}{2}(-5-\sqrt{57}) < x < \frac{1}{2}(\sqrt{57}-5) \Rightarrow -6,2 \dots 3 < x <$

$< 1,27 \dots$

Всего восемь решений.

б) $-x^2+10x+15 \geq 0 \Rightarrow -x^2+10x+15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5-2\sqrt{10}, x_2 = 5+2\sqrt{10} \Rightarrow -x^2+10x+15 \geq 0; 5-2\sqrt{10} \leq x \leq 5+$

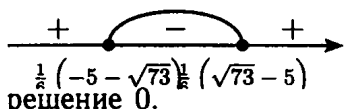
$+2\sqrt{10} \Rightarrow -1,3 \dots \leq x \leq 11,3 \dots$

Всего тринадцать решений.

34.35. а) $x^2+10x < -12 \Rightarrow x^2+10x+12 = 0 \Rightarrow x_1 = -5-\sqrt{13}, x_2 = \sqrt{13}-5 \Rightarrow x^2+10x+12 < 0; -5-\sqrt{13} < x < \sqrt{13}-5 \Rightarrow -8,5 \dots \leq x \leq -1,5 \dots$

Наименьшее целочисленное решение — 8.

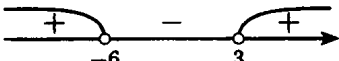
б) $3x^2+5x \leq 4 \Rightarrow 3x^2+5x-4 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{6}(-5-\sqrt{73}), x_2 = \frac{1}{6}(\sqrt{73}-5) \Rightarrow 3x^2+5x-4 \leq 0; \frac{1}{6}(-5-\sqrt{73}) \leq x \leq \frac{1}{6}(\sqrt{73}-5) \Rightarrow -2,3 \dots \leq x \leq 0,6 \dots$



Наибольшее целочисленное

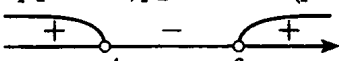
решение 0.

34.36. а) $D > 0 \Rightarrow D = 4(p^2 + 3p - 18) > 0 \Rightarrow 4(p^2 + 3p - 18) = 0 \Rightarrow p_1 = -6, p_2 = 3 \Rightarrow 4(p-3)(p+6) >$

$> 0; p < -6 \cup p > 3.$  б) $D =$

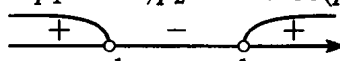
$= 0 \Rightarrow p_1 = -6, p_2 = 3; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -6 < p < 3.$

34.37. а) $D > 0 \Rightarrow D = 4(p^2 - 2p - 24) > 0 \Rightarrow 4(p^2 - 2p - 24) = 0 \Rightarrow p_1 = -4, p_2 = 6 \Rightarrow 4(p-6)(p+4) >$

$> 0; p < -4 \cup p > 6.$  б) $D =$

$= 0 \Rightarrow p_1 = -4, p_2 = 6; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -4 < p < 6.$

34.38. а) $D > 0 \Rightarrow D = 36p^2 - 36 > 0 \Rightarrow 36p^2 - 36 = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 1 \Rightarrow 36(p-1)(p+1) > 0; p < -1 \cup p >$

$> 1.$  б) $D = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 =$

$= 1; \text{ в) } D > 0 \Rightarrow -1 < p < 1.$

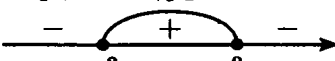
34.39 $D < 0:$ а) $(p-1)x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow D = -4 \cdot (5p-9) < 0 \Rightarrow -4(5p-9) = 0 \Rightarrow p = \frac{9}{5} \Rightarrow -4(5p-9) < 0; p > \frac{9}{5}.$

б) $(p-15)x^2 + 4px - 3 = 0 \Rightarrow D = 4(4p^2 + 3p - 45) < 0 \Rightarrow 4(4p^2 + 3p - 45) = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{15}{4}, p_2 = 3 \Rightarrow 4(p-3)(4p+15) < 0; -\frac{15}{4} < p < 3.$

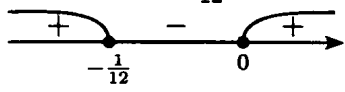
в) $(2p+3)x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow D = -4(16p+15) < 0 \Rightarrow -4(16p+15) = 0 \Rightarrow p = -\frac{15}{16} \Rightarrow -4(16p+15) < 0; p > -\frac{15}{16}.$

г) $(3p-5)x^2 - (6p-2)x + 3p-2 = 0 \Rightarrow D = 12(5x-3) < 0 \Rightarrow 12(5x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow 12(5x-3) < 0; x < \frac{3}{5}.$

34.40. а) $x^2 - 6x + p^2 = 0 \Rightarrow D = -4(p^2 - 9) \geq 0 \Rightarrow -4(p^2 - 9) = 0 \Rightarrow p_1 = -3, p_2 = 3 \Rightarrow -4(p-3)(p+3) \geq$

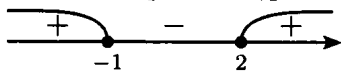
$\geq 0; -3 \leq p \leq 3.$ 

б) $x^2 - 12px + 3p = 0 \Rightarrow D = 144p^2 + 12p \geq 0 \Rightarrow 144p^2 + 12p = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{1}{12}, p_2 = 0 \Rightarrow 12p(12p+1) \geq 0; p \leq -\frac{1}{12} \cup p \geq 0.$



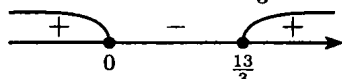
$$в) x^2 - 4x - 2p = 0 \Rightarrow D = 8(p+2) \geq 0 \Rightarrow 8(p+2) = 0 \Rightarrow p_1 p_2 = \{-2\} \Rightarrow 8(p+2) \geq 0; p \geq -2.$$

$$г) x^2 + 2px + p + 2 = 0 \Rightarrow D = 4p^2 - 4p - 8 \geq 0 \Rightarrow 4p^2 - 4p - 8 = 0 \Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 2 \Rightarrow 4(p-2)(p+1) \geq 0; p \leq -1 \cup p \geq 2.$$



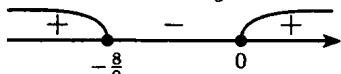
$$\boxed{34.41.} \text{ а) } 3px^2 - 6px + 13 = 0 \Rightarrow D = 12(3p^2 - 13p) \geq 0 \Rightarrow 12(3p^2 - 13p) = 0 \Rightarrow p_1 = 0, p_2 = \frac{13}{3} \Rightarrow 12p(3p -$$

$$- 13) \geq 0; p \leq 0 \cup p \geq \frac{13}{3}.$$



$$б) (1 - 3p)x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow D = -4(9p - 7) \geq 0 \Rightarrow -4(9p - 7) = 0 \Rightarrow p = \frac{7}{9} \Rightarrow -4(9p - 7) \geq 0; p \leq \frac{7}{9}.$$

$$в) px^2 - 3px - 2 = 0 \Rightarrow D = 9p^2 + 8p \geq 0 \Rightarrow 9p^2 + 8p = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{8}{9}, p_2 = 0 \Rightarrow p(9p + 8) \geq 0; p \leq -\frac{8}{9} \cup p \geq 0.$$



$$г) (p-1)x^2 - (2p-3)x + p+5 = 0 \Rightarrow D = 29 - 28p \geq 0 \Rightarrow 29 - 28p = 0 \Rightarrow p = \frac{29}{28} \Rightarrow 29 - 28p \geq 0; p \leq \frac{29}{28}.$$

$\boxed{34.42.}$ $(x-2)(x-p) < 0 \Rightarrow x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = p$. 1) $p < 2$. Три целочисленных значения в этом случае $-1, 0, 1$. Следовательно $p \in [-2; -1)$, но так как p — целое, то $p_1 = -2$. 2) $p \geq 2$. Три целочисленных значения в этом случае $3, 4, 5$. Следовательно $p \in (5; 6]$, но так как p — целое, то $p_2 = 6$.

$\boxed{34.43.}$ $x^2 \leq 9p^2 \Rightarrow (x-3p)(x+3p) \leq 0$. Одно целочисленное значение в этом случае: $x = 0$. Следовательно $-1 < 3p < 1 \Rightarrow -\frac{1}{3} < p < \frac{1}{3}$.

$\boxed{34.44.}$ 1 этап: Пусть x — длина прямоугольника, тогда: $(x-2)$ — ширина, $x(x-2)$ — его площадь. Так как площадь не больше 224 см^2 , получаем неравенство $x(x-2) \leq 224$. 2 этап: $x^2 - 2x - 224 \leq 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+224} = 1 \pm 15, x_1 = 16, x_2 = -14 \Rightarrow -14 \leq x \leq 16$. 3 этап: Очевидно, что подходит $0 < x \leq 16$, но так как ширина больше нуля $x-2 > 0, x > 2$, то получаем, что длина прямоугольника больше 2 см, но меньше или равна 16 см. Ответ: длина прямоугольника больше 2 см, но меньше или равна 16 см.

34.45. 1 этап: Пусть x — сторона квадрата. Тогда $2x^2$ — удвоенная площадь квадрата, $(x+6)$ и $(x+4)$ — стороны прямоугольника, а $(x+6)(x+4)$ см² — площадь. Так как площадь прямоугольника меньше удвоенной площади квадрата, то $(x+6)(x+4) < 2x^2$. 2 этап: $x^2 - 10 - 24x > 0 \Rightarrow x_1 = 12, x_2 = -2 \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (12; +\infty)$. 3 этап: Очевидно, что подходит $x > 12$. То есть сторона квадрата более 12 см. Ответ: более 12 см.

34.46. 1 этап: За 2 ч первая группа прошла $2 \cdot 4 = 8$ км. Пусть x — искомое время, тогда первая и вторая группа окажутся за это время на расстоянии $(8+4x)$ км от вершины прямого угла. По теореме Пифагора найдем квадрат расстояния между группами: $(5x)^2 + (8+4x)^2$ км², так как группы должны находиться на расстоянии не больше 13 км, получаем $(5x)^2 + (8+4x)^2 \leq 169$. 2 этап: $25x^2 + 64 + 16x^2 + 64x - 169 \leq 0 \Rightarrow 41x^2 + 64x - 105 \leq 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{210}{82} \Rightarrow \frac{210}{82} \leq x \leq 1$. 3 этап: Очевидно, что подходит $x \leq 1$. То есть искомое время не более 1 ч. Ответ: не более 1 ч.

§35. Приближённые значения действительных чисел

35.1. а) 2,7 и 2,8; б) 1,2 и 1,3; в) 3,9 и 4,0; г) 3,9 и 4,0.

35.2. а) $\sqrt{6} = 2,44\dots$; 2,4 и 2,5; б) $2 - \sqrt{7} = 0,64\dots$; 0,6 и 0,7; в) $|12 - \sqrt{3}| = 10,26\dots$; 10,2 и 10,3; г) $\frac{45}{49} = 0,91\dots$; 0,9 и 1.

35.3. а) $\sqrt{3} = 1,732\dots$; 1,73 и 1,74; б) $\sqrt{2} - 1 = 0,414\dots$; 0,41 и 0,42; в) $5 - \sqrt{7} = 2,354\dots$; 2,35 и 2,36; г) $\frac{2}{3} = 0,666\dots$; 0,66 и 0,67.

35.4. а) $\sqrt{5} = 2,236\dots$; 2,23 и 2,24; б) $\sqrt{11} - 3 = 0,316\dots$; 0,31 и 0,32; в) $6 - \sqrt{8} = 3,171\dots$; 3,17 и 3,18; г) $\frac{15}{19} = 0,789\dots$; 0,78 и 0,79.

35.5. а) $\sqrt{11} = 3,316\dots$; 3,31 и 3,32; б) $|2 - \sqrt{10}| = 1,162$; 1,16 и 1,17; в) $|5 - \sqrt{2}| = 3,585\dots$; 3,58 и 3,59; г) $\frac{12}{17} = 0,705\dots$; 0,70 и 0,71.

35.6. а) $\sqrt{15} = 3,8729\dots$; 3,872 и 3,873; б) $\sqrt{19} - 6 = 1,6411\dots$; -1,642 и -1,641; в) $1 - \sqrt{8} = 1,8284\dots$; -1,829 и -1,828; г) $\frac{3}{19} = 0,1578\dots$; 0,157 и 0,158.

35.7. а) $\sqrt{18} + \sqrt{8} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \approx 12,7$;
 б) $\sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,7$.

35.8. а) $\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{147} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = \sqrt{3} \approx 1,73$;
 б) $0,5\sqrt{200} - \sqrt{98} + \frac{1}{3}\sqrt{162} = 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \approx 1,41$.

35.9. а) $|\sqrt{2} - 1,4|$; б) $|\pi - 3,14|$; в) $|\frac{\pi}{2} - 1,57|$; г) $|\sqrt{3} - 1,73|$.

35.10. а) $0,1\sqrt{200} - 2\sqrt{0,08} + 4\sqrt{0,5} - 0,4\sqrt{50} = \sqrt{2} - 2\sqrt{0,04 \cdot 2} + 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - 0,4\sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{2} - 2 \cdot 0,2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 0,4 \cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2} - 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0,6\sqrt{2} \approx 0,8$;

б) $5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{500} - 0,2\sqrt{3215} = \sqrt{5} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 0,2 \cdot 25\sqrt{5} = \sqrt{5} - \sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 5\sqrt{5} \approx 11,2$;

в) $\sqrt{176} - 2\sqrt{99} - \sqrt{891} + \sqrt{1584} = 4\sqrt{11} - 6\sqrt{11} - 9\sqrt{11} + 12\sqrt{11} = \sqrt{11} \approx 3,3$;

г) $\sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} + \sqrt{180} - \sqrt{80} = 0,5\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \approx 4,5$.

35.12. а) $\sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}} = \sqrt{3 - \sqrt{20 - 12\sqrt{5} + 9}} =$

$= \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}} = \sqrt{3 - |2\sqrt{5} - 3|} =$

$= \sqrt{3 - 2\sqrt{5} + 3} = \sqrt{1 - 2\sqrt{5} + 5} = \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} =$

$= |1 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1 \approx 1,2$; б) $\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}} =$

$= \sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}} = \sqrt{5 - \sqrt{(1 + 2\sqrt{3})^2}} =$

$= \sqrt{5 - |1 + 2\sqrt{3}|} = \sqrt{5 - 1 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} =$

$= \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1 \approx 0,7$.

§36. Стандартный вид числа

36.1. а) $100 = 10^2$; б) $10\,000 = 10^4$; в) $1000 = 10^3$;
 г) $10\,000\,000 = 10^7$.

36.2. а) $0,001 = 10^{-3}$; б) $0,1 = 10^{-1}$; в) $0,00001 = 10^{-5}$;
 г) $0,0001 = 10^{-4}$.

36.3. а) $2300 = 2,3 \cdot 10^3$ — порядок равен 3; б) $75\,000 = 7,5 \cdot 10^4$ — порядок равен 4; в) $12 = 1,2 \cdot 10^1$ — порядок равен 1; г) $620\,000 = 6,2 \cdot 10^5$ — порядок равен 5.

36.4. а) $0,0035 = 3,5 \cdot 10^{-3}$ — порядок равен -3 ; б) $0,00007 = 7 \cdot 10^{-5}$ — порядок равен -5 ; в) $0,00024 = 2,4 \cdot 10^{-4}$ — порядок равен -4 ; г) $0,91 = 9,1 \cdot 10^{-1}$ — порядок равен -1 .

36.5. а) $350 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 3,5 \cdot 10^4$ — порядок равен 4; б) $0,67 \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 6,7 \cdot 10^2$ — порядок равен 2; в) $85 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10 \cdot 10^4 = 8,5 \cdot 10^5$ — порядок равен 5; г) $0,015 \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^0$ — порядок равен 0.

36.6. а) $0,73 \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 = 7,3 \cdot 10^4$ — порядок равен 4; б) $512 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 5,12 \cdot 10^5$ — порядок равен 5; в) $0,43 \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 4,3 \cdot 10^3$ — порядок равен 3; г) $3900 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 3,9 \cdot 10^7$ — порядок равен 7.

36.7. а) $(0,2 \cdot 10^5) \cdot (1,4 \cdot 10^{-2}) = (0,2 \cdot 1,4) \cdot (10^5 \cdot 10^{-2}) = 0,28 \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 2,8 \cdot 10^2$; б) $(2,4 \cdot 10^3) \cdot (0,5 \times 10^{-3}) = (2,4 \cdot 0,5) \cdot (10^3 \cdot 10^{-3}) = 1,2 \cdot 10^0$; в) $(3,7 \cdot 10^{-1}) \times (7 \cdot 10^8) = (3,7 \cdot 7) \cdot (10^{-1} \cdot 10^8) = 25,9 \cdot 10^7 = 2,59 \cdot 10 \times 10^7 = 2,59 \cdot 10^8$; г) $(5,2 \cdot 10^{14}) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = (5,2 \cdot 3) \cdot (10^{14} \times 10^{-5}) = 15,6 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10 \cdot 10^9 = 1,56 \cdot 10^{10}$.

36.8. а) $0,2 \cdot 10^5 + 1,4 \cdot 10^6 = 0,02 \cdot 10^6 + 1,4 \cdot 10^6 = (0,02 + 1,4) \cdot 10^6 = 1,42 \cdot 10^6$; б) $7,8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^2 = 0,0078 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^2 = (0,0078 + 7) \cdot 10^2 = 7,0078 \cdot 10^2$; в) $5,2 \cdot 10^3 - 0,5 \times 10^2 = 5,2 \cdot 10^3 - 0,05 \cdot 10^3 = (5,2 - 0,05) \cdot 10^3 = 5,15 \cdot 10^3$; г) $6,1 \cdot 10^{-3} - 9 \cdot 10^{-4} = 6,1 \cdot 10^{-3} - 0,9 \cdot 10^{-3} = (6,1 - 0,9) \cdot 10^{-3} = 5,2 \cdot 10^{-3}$

36.9. а) $\frac{1,5 \cdot 10^{-28}}{0,06 \cdot 10^{-8}} = 1,5 \cdot \frac{50}{3} \cdot 10^{-12} = 25 \cdot 10^{-12} = 2,5 \cdot 10^{-11}$; б) $\frac{2,7 \cdot 10^{15}}{3,6 \cdot 10^{-8}} = 0,75 \cdot 10^{20} = 7,5 \cdot 10^{19}$; в) $\frac{4,8 \cdot 10^{-4}}{0,24 \cdot 10^{-17}} = 20 \times 10^{13} = 2 \cdot 10^{14}$ г) $\frac{1,44 \cdot 10^{-7}}{1,8 \cdot 10^4} = 0,8 \cdot 10^{-11} = 8 \cdot 10^{-12}$.

36.10. а) $\frac{(2,89 \cdot 10^{-5}) \cdot (0,2 \cdot 10^3)}{3,4 \cdot 10^{-9}} = \frac{289 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^2}{34 \cdot 10^{-10}} = 17 \cdot 10^5 = 1,7 \cdot 10^6$; б) $\frac{0,25 \cdot 10^{-15}}{(0,45) \cdot (3 \cdot 10^{-3})^{-2}} = \frac{25 \cdot 10^{-17}}{45 \cdot 10^7 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-30}$;

в) $\frac{6,3 \cdot 10^{-20}}{(0,15 \cdot 10^{11}) \cdot (4,2 \cdot 10^{-16})} = \frac{63 \cdot 10^{-21}}{15 \cdot 10^9 \cdot 42 \cdot 10^{-17}} = 0,1 \cdot 10^{-13} = 10^{-14}$;

г) $\frac{(2 \cdot 10^4)^3 \cdot (9,6 \cdot 10^7)}{0,24 \cdot 10^{20}} = \frac{\frac{1}{8} \cdot 10^{-12} \cdot 96 \cdot 10^6}{24 \cdot 10^{18}} = 0,5 \cdot 10^{-24} = 5 \cdot 10^{-25}$.

36.11. а) $a = (1,4 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = (1,4 \cdot 5) \cdot (10^{-2} \times 10^{-1}) = 7 \cdot 10^{-3}$, $b = 6 \cdot 10^{-3}$, следовательно $a > b$; б) $a = \frac{3,6 \cdot 10^{-7}}{3 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^{-3}$, $b = 1 \cdot 10^{-3}$, следовательно $a > b$; в) $a = (4,2 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^2) = (4,2 \cdot 2) \cdot (10^5 \cdot 10^2) = 8,4 \times 10^7$, $b = 70 \cdot 10^7$, следовательно $a < b$; г) $a = \frac{5,4 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^7} = 0,6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 10^1$, $b = 7 \cdot 10^1$, следовательно $a < b$.

36.12. а) порядок равен 4; б) порядок равен 1; в) порядок равен 3; г) порядок равен -1.

36.13. а) порядок равен -3; б) порядок равен -6; в) порядок равен -1; г) порядок равен 0.

36.14. Потребуется $7,231 \cdot 10^6 : 64 = (7,231 \cdot 10^6) : (6,4 \times 10^1) = (7,231 : 6,4) \cdot (10^6 : 10^1) = 1,129843 \cdot 10^5 \approx 112984,3$, округляя до целых получаем 112985 вагонов.

36.15. а) 1 сутки = $8,64 \cdot 10^4$ с; б) $2,4 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст.; в) 1 кал = $4,19 \cdot 10^3$ кДж; г) 1 с = $2,778 \cdot 10^{-4}$ ч.

36.16. Пусть $x = a \cdot 10^6$, где $1 < a < 10$: а) $x^2 = (a \times 10^6)^2 = a^2 \cdot 10^{12}$; порядок $a^2 - 0$ или 1, следовательно порядок x^2 равен 12 или 13; б) $x^5 = (a \cdot 10^6)^5 = a^5 \times 10^{30}$; порядок $a^5 - 0-4$, следовательно порядок x^5 равен 30-34; в) $\sqrt{x} = \sqrt{a \cdot 10^6} = \sqrt{a} \cdot 10^3$; порядок $\sqrt{a} - 0$, следовательно порядок \sqrt{x} равен 3; г) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a \cdot 10^6} = \frac{1}{a} \times 10^{-6}$; порядок $\frac{1}{a} - -1$ или 0, следовательно порядок $\frac{1}{x}$ равен -7 или -6;

36.17. Пусть $m = a \cdot 10^{-4}$, а $n = b \cdot 10^3$, $0 < a < 10$ и $0 < b < 10$: а) $mn = ab \cdot 10^{-1}$, $0 < ab < 10^2$ - порядок mn равен -1 или 0; б) $m+n = a \cdot 10^{-4} + b \cdot 10^3 = (a \cdot 10^{-7} + b) \cdot 10^3$, $(a \cdot 10^{-7} + b) < 10$ - порядок $m+n$ равен 3; в) $m+10n = (a \cdot 10^{-8} + b) \cdot 10^4$, $a \cdot 10^{-8} + b < 10$ - порядок $m+10n$ равен 4; г) $0,1m+10n = (a \cdot 10^{-9} + b) \cdot 10^4$, $a \times 10^{-9} + b < 10$ - порядок $0,1m+10n$ равен 4.

36.18. Пусть $s = a \cdot 10^2$, а $t = b \cdot 10^4$, $0 < a < 10$ и $0 < b < 10$: а) $st = ab \cdot 10^6$, $0 < ab < 100$ - порядок st равен 6 или 7; б) $100s+t = (a+b) \cdot 10^4$, $1 < (a+b) < 20$ - порядок $100s+t$ равен 4 или 5; в) $0,01s+t = (a \cdot 10^{-4} + b) \cdot 10^4$, $a \cdot 10^{-4} + b < 10$ - порядок $0,01s+t$ равен 4; г) $0,1st = ab \cdot 10^5$, $0 < ab < 100$ - порядок st равен 5 или 6.

36.19. Приближённо вычисляя получаем: а) порядок произведения 18; порядок частного 0; порядок суммы 9; б) порядок произведения -13 ; порядок частного -1 ; порядок суммы -6 ; в) порядок произведения 10; порядок частного 0; порядок суммы 5; г) порядок произведения -10 ; порядок частного -1 ; порядок суммы -5 .

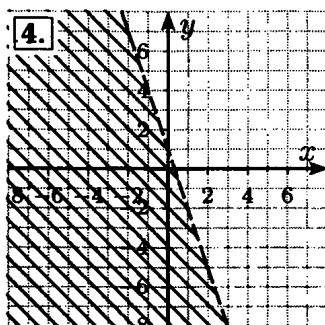
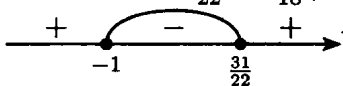
Домашняя контрольная работа № 5

Вариант 1

1. $\frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} \Rightarrow 15 \cdot (3x+5) + 21 \cdot (10-3x) > > 35 \cdot (2x+7) \Rightarrow 45x+75+210-63x > 70x+245 \Rightarrow 88x < < 404 \Rightarrow x < \frac{5}{11}$.

2. $x^3 - 8x\sqrt{x} + 18 = x^3 - 8x\sqrt{x} + 16 + 2 = (x\sqrt{x} - 4)^2 + 2 > 0$.

3. $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{x^2+17}{9} \Rightarrow 24x^2 + 6x - 15x + 3 \leq 2x^2 + + 34 \Rightarrow 22x^2 - 9x - 31 \leq 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{31}{22} \Rightarrow \frac{1}{18}(x + + 1)(22x - 31) \leq 0; -1 \leq x \leq \frac{31}{22}$.

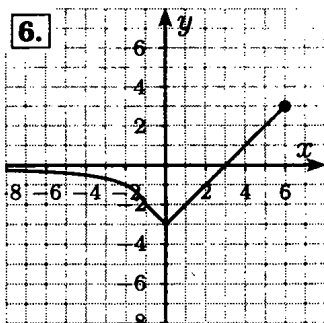


5. $\sqrt{x^2 - 7x + 12} - \frac{2x+1}{x^2+2x} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0 \\ x^2 + 2x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} (x-3)(x-4) \geq 0 \\ x \neq 0, x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 3) \cup [4; +\infty)$.

6. а) $f(-5) = -\frac{2}{-5} = 0,4, f(0) = |0| - 3 = -3, f(7) -$ не определено. в) область определения: $x \leq 6; y > 0$ при $x \in \in \cup (3; 6]; y < 0$ при $x \in (-\infty; 3), y = 0$ при $x = 3$; функция

непрерывна; $y_{\min} = y(0) = -3$, $y_{\max} = y(6) = 3$; функция выпукла вверх на открытом луче $(-\infty; -1)$; функция убывает на открытом луче $(-\infty; -1)$ и возрастает на отрезке $[0; 6]$.



7. $4\sqrt{3} + \sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} \approx -3,5$.

8. $(2,345 \cdot 10^2) \cdot (3,564 \cdot 10^{-5}) \approx 8 \cdot 10^{-3}$ — порядок произведения равен -3 .

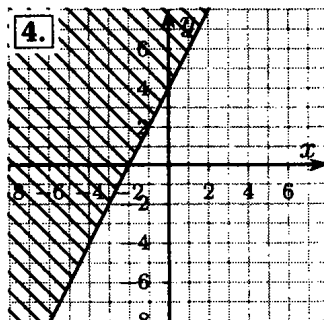
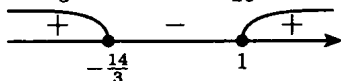
Вариант 2

1. $\frac{7x}{3} - \frac{11 \cdot (x+1)}{6} < \frac{3x-1}{3} - \frac{13-x}{2} \Rightarrow 14x - 11x - 11 < 6x - 2 - 39 + 3x \Rightarrow 6x > 30 \Rightarrow x > 5$.

2. $x^3 - 10x\sqrt{x} + 26 = (x\sqrt{x} - 5)^2 + 1 > 0$.

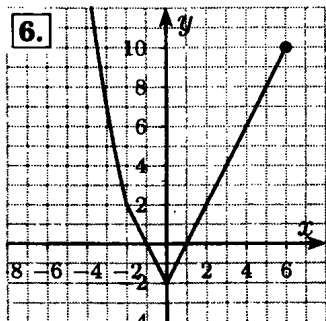
3. $\frac{3x^2+x}{4} - \frac{2-7x}{5} \geq \frac{3x^2+17}{10} \Rightarrow 30x^2 + 10x - 16 + 56x \geq 12x^2 + 68 \Rightarrow 18x^2 + 66x - 84 \geq 0 \Rightarrow 9x^2 + 33x - 42 \geq 0 \Rightarrow 3x^2 + 11x - 14 \geq 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{14}{3}, x_2 = 1 \Rightarrow \frac{3}{20}(x-1)(3x+14) \geq 0$

$\geq 0; x \leq -\frac{14}{3} \cup x \geq 1$.



$$\boxed{5.} \quad \sqrt{x^2 + 9x + 14} - \frac{x+2}{x^2-4x+3} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 9x + 14 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (x+2)(x+7) \geq 0 \\ x \neq 1, x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -7] \cup [-2; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty).$$



6. а) $f(-7) = (-7)^2 - 2 = 47$, $f(0) = 2|0| - 2 = -2$, $f(5) = 2|5| - 2 = 8$; в) область определения: $x \leq 6$; $y > 0$ при $x < -1$ и $1 < x \leq 6$, $y < 0$ при $x \in (-1; 1)$ $y = 0$ при $x = \pm 1$; функция непрерывна; $y_{\min} = y(0) = -2$, y_{\max} — не существует; функция выпукла вниз на луче $(-\infty; -2]$; функция убывает на луче $(-\infty; 0]$ и возрастает на отрезке $[0; 6]$.

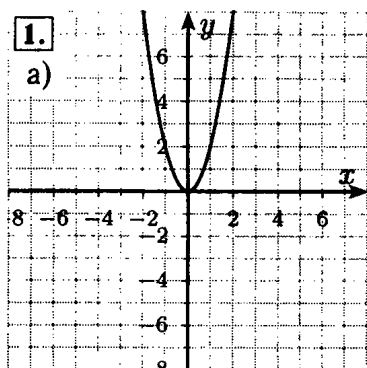
7. $2\sqrt{5} - \sqrt{125} + 0,5\sqrt{20} = 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \approx -4,5$.

8. $(4,115 \cdot 10^3) \cdot (1,234 \cdot 10^{-6}) \approx 5 \cdot 10^{-3}$ — порядок произведения равен -3 .

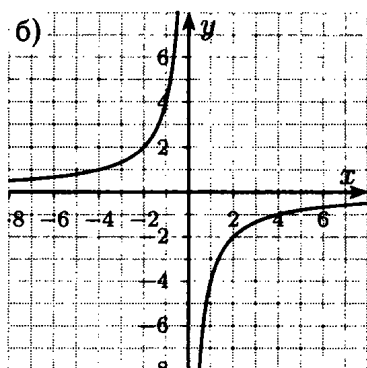
Глава 6. Итоговое повторение

1.

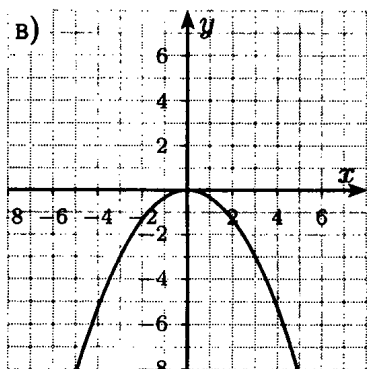
а)



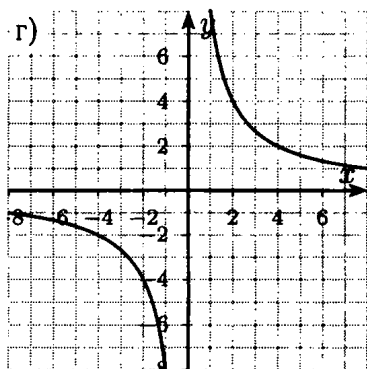
б)



в)

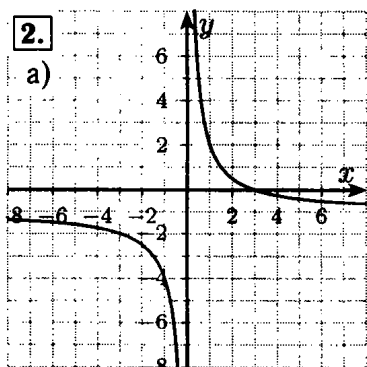


г)

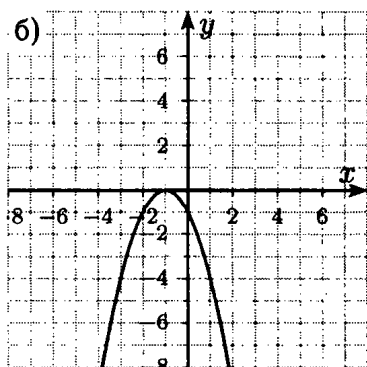


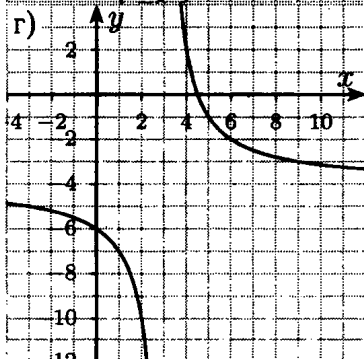
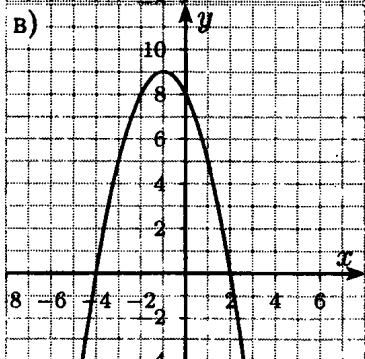
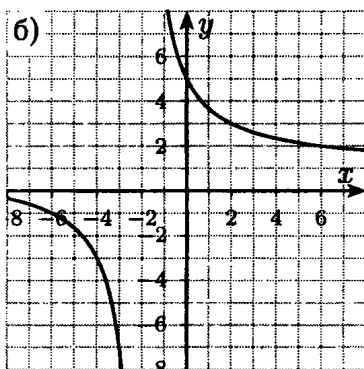
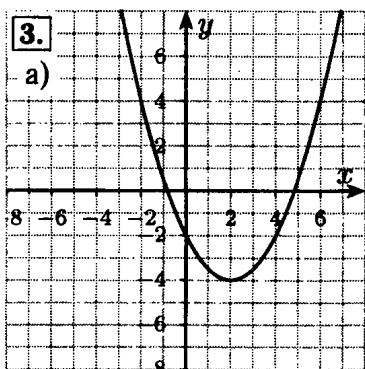
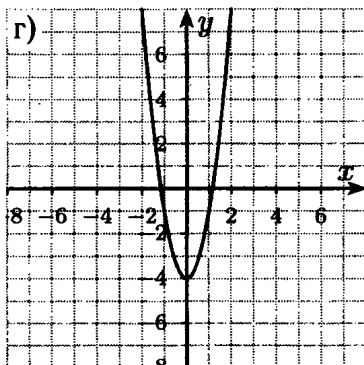
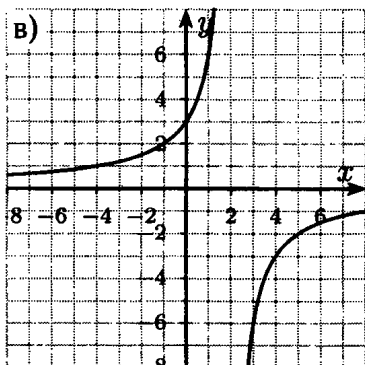
2.

а)



б)





4. а) $y = (x + 5)^2$; б) $y = x^2 - 1$; в) $y = (x - 1)^2 + 3$;
 г) $y = (x - 2)^2$.

5. а) $y = 2 \cdot (x - 4)^2 + 3$; б) $y = -\frac{1}{2} \cdot (x + 3)^2 + 2$;
 в) $y = -\frac{2}{3} \cdot (x + 1)^2 - 4$; г) $y = 1,5 \cdot (x - 2)^2 + 1$.

6. а) $y = \frac{6}{x-2}$; б) $y = \frac{6}{x} + 3$; в) $y = \frac{6}{x+3} + 1$; г) $y = \frac{6}{x-1} - 2$.

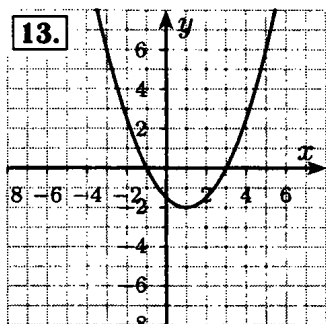
7. а) $y = \frac{1}{2}x^2$; б) $y = -(x+3)^2$; в) $y = x^2 - 3$; г) $y = (x-2)^2 - 4$.

8. а) $y = -\frac{4}{x}$; б) $y = \frac{6}{x-2}$; в) $y = \frac{4}{x+2}$; г) $y = \frac{-6}{x+1} - 2$.

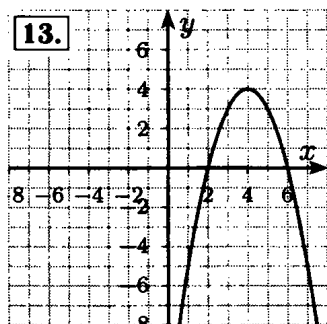
9. а) Координаты (2; 1), $x = 2$; б) Координаты (-1; 3), $x = -1$; в) Координаты (-6; 8), $x = -6$; г) Координаты (2; -8), $x = 2$.

10. а) $-\frac{a-5}{2a} = -3 \Rightarrow \frac{a-5}{2a} = 3 \Rightarrow a-5 = 6a \Rightarrow 5a = -5 \Rightarrow a = -1$; б) $\frac{a+9}{2a} = 2 \Rightarrow 4a = a+9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$.

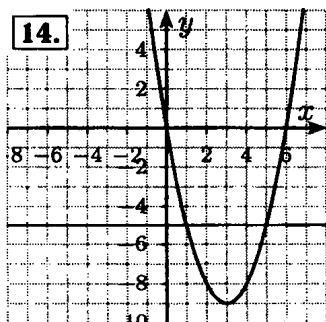
11. а) $-\frac{b}{4} = 2 \Rightarrow b = -8 \Rightarrow f(2) = 8 - 16 + c = -8 \Rightarrow c = 0$; б) $-\frac{b}{-6} = -4 \Rightarrow b = 24 \Rightarrow f(-4) = -48 + 24 \cdot 4 + c = 3 \Rightarrow c = -45$.



а) $(-\infty; 1]$ — функция убывает; $[1; \infty)$ — функция возрастает;
 б) $y_{\min} = f(1) = -2$.

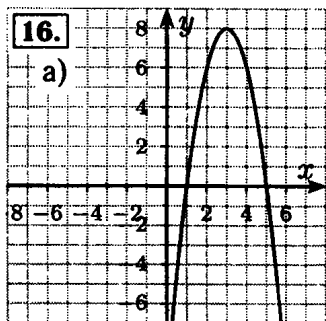


а) $y_{\max} = f(4) = 4$;
 б) $(-\infty; 4]$.

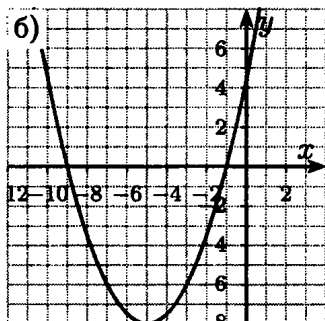


а) $x_1 = 1, x_2 = 5$;
 б) $x \in (-\infty; 0] \cup [6; +\infty)$.

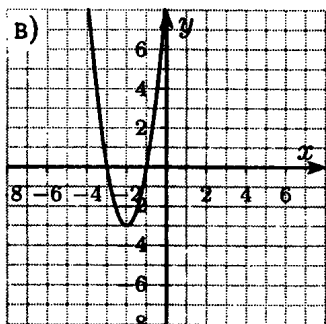
- 15.** а) 1) $(0; 12)$; 2) $x = 0$; 3) $\uparrow x \in (-\infty; 0)$; $\downarrow x \in (0; +\infty)$; 4) $y_{\max} = 12$; 5) $E(y) = (-\infty; 12]$;
 б) 1) $(2; 0)$; 2) $x = 2$; 3) $\uparrow x \in (2; +\infty)$; $\downarrow x \in (-\infty; 2)$; 4) $y_{\max} = 0$; 5) $E(y) = [0; +\infty)$.
 в) 1) $(1; 4)$; 2) $x = 1$; 3) $\uparrow x \in (-\infty; 1)$; $\downarrow x \in (1; +\infty)$; 4) $y_{\max} = 4$; 5) $E(y) = (-\infty; 4]$.
 г) 1) $(1; 1)$; 2) $x = 1$; 3) $\uparrow x \in (1; +\infty)$; $\downarrow x \in (-\infty; 1)$; 4) $y_{\max} = 1$; 5) $E(y) = [1; +\infty)$.



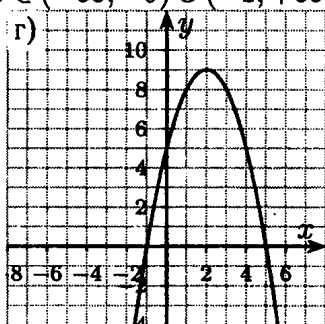
$y = 0$ при $x = 1$ и $x = 5$;
 $y > 0$ при $x \in (1; 5)$; $y < 0$
 при $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$;



$y = 0$ при $x = -9$ и
 $x = -1$; $y < 0$ при
 $x \in (-9; -1)$ $y > 0$ при
 $x \in (-\infty; -9) \cup (-1; +\infty)$;

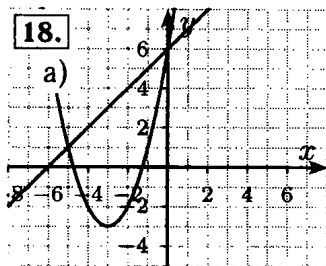


$y = 0$ при $x = -3$ и
 $x = -1$; $y > 0$ при
 $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$;
 $y < 0$ при $x \in (-3; -1)$;

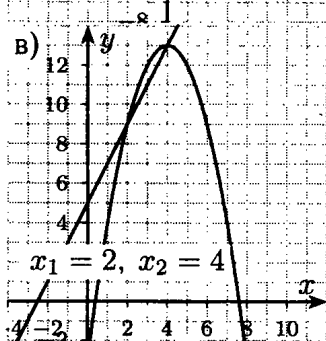


$y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$;
 $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$;
 $y < 0$ при
 $x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

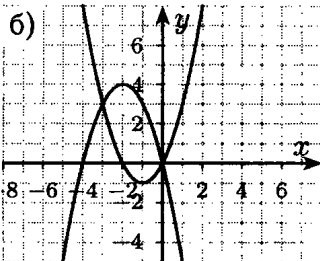
- 17.** а) $y = 2 \cdot (x+1)^2 - 8$; $y_{\max} = 0$; $y_{\min} = -8$; б) $y_{\max} = 0$; $y_{\min} = -3$; в) $y_{\min} = -6$; y_{\max} — не существует;
 г) $y_{\max} = 8$; y_{\min} — не существует.

18.

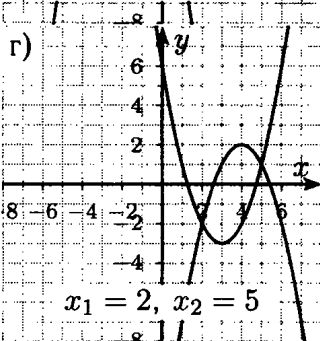
$$x_1 = -5, x_2 = 0$$



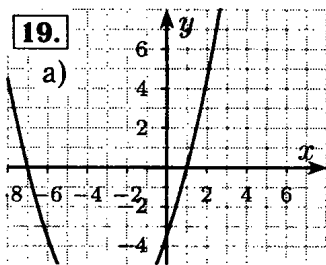
$$x_1 = 2, x_2 = 4$$



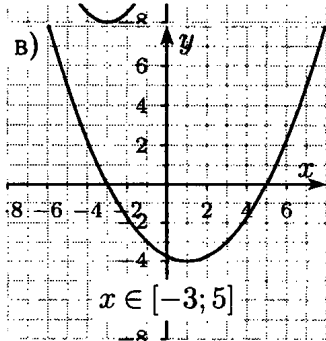
$$x_1 = -4, x_2 = 0$$



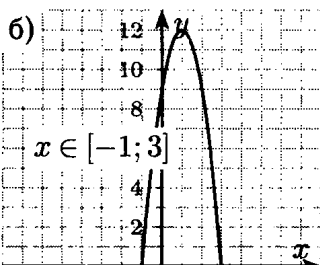
$$x_1 = 2, x_2 = 5$$

19.

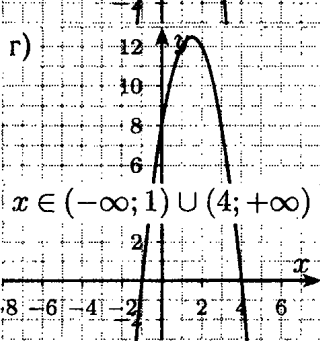
$$x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$$



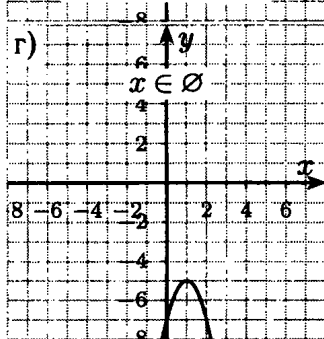
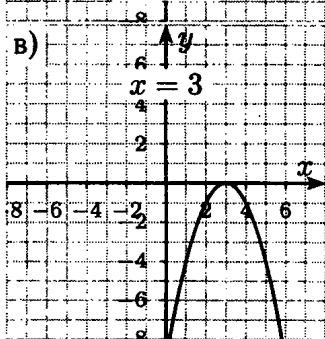
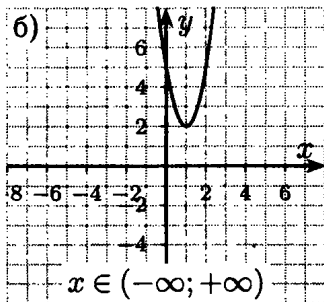
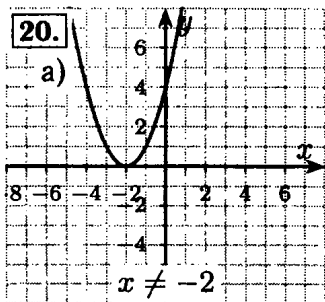
$$x \in [-3; 5]$$



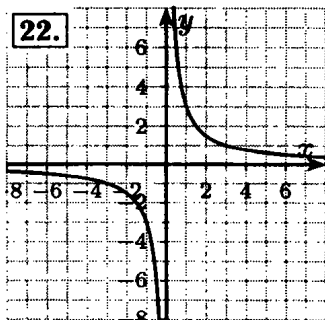
$$x \in [-1; 3]$$



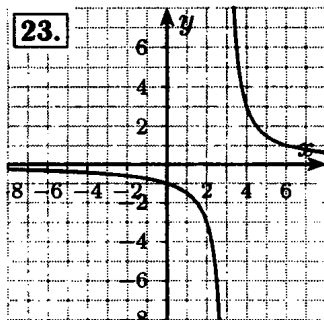
$$x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$$



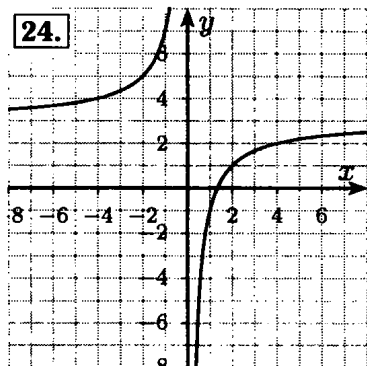
- 21.** а) $2x^2 - 8x + (5 - m) = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot (5 - m) = 8m + 24$. при $D = 0 \Rightarrow m = -3$ — один корень; при $m > -3$ — два корня; при $m < -3$ — нет корней.
 б) $-3x^2 - 12x = 7 - k = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x + k + 7 = 0 \Rightarrow D = 144 - 4 \cdot 3 \cdot (k + 7) = 60 - 12k$. при $D = 0 \Rightarrow k = 5$ — один корень; при $D > 0 \Rightarrow k < 5$ — два корня; при $D < 0 \Rightarrow k > 5$ — нет корней.



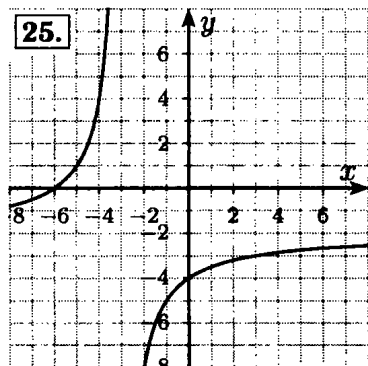
- а) $y_{\max} = 3; y_{\min} = 0,5$
 б) $y \in (0; 3)$.



- а) $(3; 0)$;
 б) $\downarrow x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.



- а) $x = 0$; $y = 3$;
 б) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.



- а) $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$;
 $E(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$; б) $\uparrow D(y)$;
 в) $(-3; -2)$; г) $x = -3$;
 $y = -2$.

- 26.** а) 1) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $\downarrow (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; 4) $(0; 4)$; 5) $y = 4$; $x = 0$; б) 1) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $\uparrow (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; 4) $(3; 5)$; 5) $y = 5$; $x = 3$; в) 1) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $\downarrow (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; 4) $(5; 0)$; 5) $y = 0$; $x = 5$; г) 1) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $\uparrow (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; 4) $(-1; -2)$; 5) $y = -2$; $x = -1$.

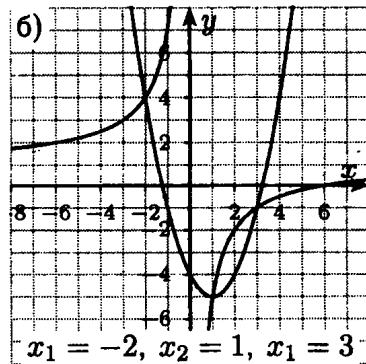
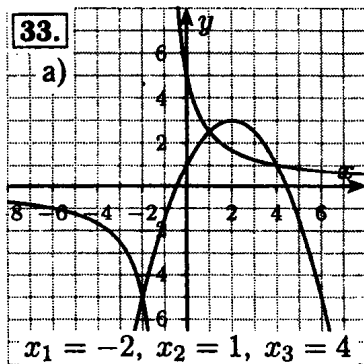
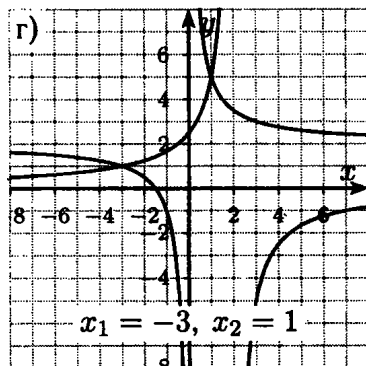
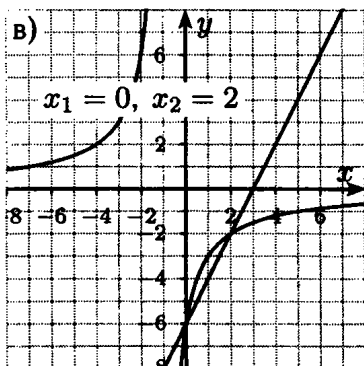
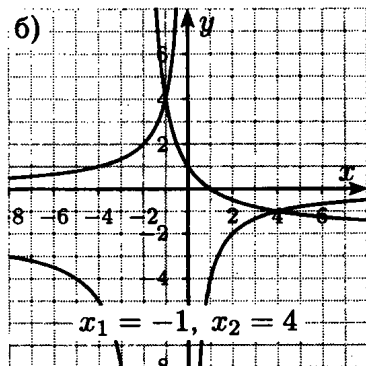
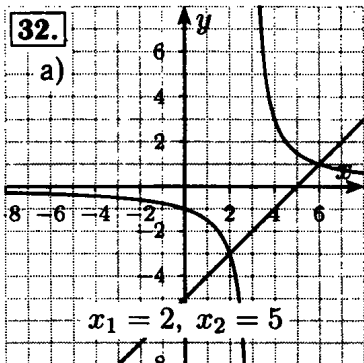
- 27.** а) $y = -\frac{3}{x}$; б) $y = \frac{4}{x}$; в) $y = -\frac{1}{2x}$; г) $y = \frac{3}{x}$;

- 28.** а) принадлежит $-\frac{10}{-3,9+4} = 100$; б) принадлежит $-(\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) + 15 = 15$; в) не принадлежит $-\frac{18}{0+15} \neq 1,2$; г) не принадлежит $-\frac{(-\sqrt{7})^2}{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \neq 6$.

- 29.** а) $y_{\min} = -6$; y_{\max} — не существует; б) $y_{\min} = 4$; $y_{\max} = \frac{4}{3}$; в) $y_{\min} = 10$; $y_{\max} = -4$; г) y_{\min} — не существует; $y_{\max} = 0$;

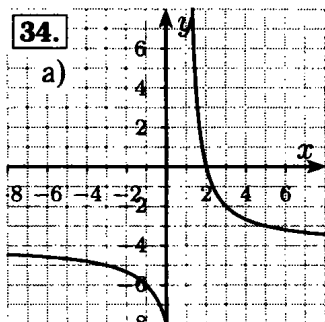
- 30.** а) $y = x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 16$ — $\downarrow (-\infty; 3]$ и $\uparrow [3; +\infty)$; б) $y = -x^2 + 2x + 5 = -(x - 1)^2 + 6$ — $\downarrow [1; +\infty)$ и $\uparrow (-\infty; 1]$.

- 31.** а) $y_{\min} = 1 - 6\sqrt{3}$; $y_{\max} = 1 - 4\sqrt{3}$; б) $y_{\min} = 6\sqrt{6} - 9$; $y_{\max} = 6\sqrt{5} - 7,5$; в) $y_{\min} = 2\sqrt{3} - 2$; $y_{\max} = 4$; г) $y_{\min} = -5$; $y_{\max} = 10 - 6\sqrt{6}$.



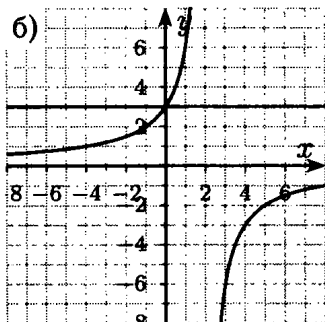
34.

а)



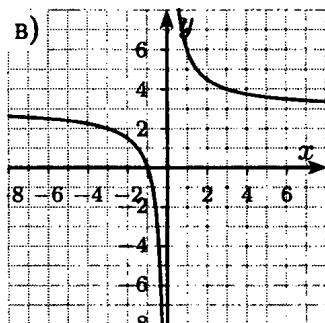
$y = 0$ при $x = 2$; $y > 0$ при $x \in (1; 2)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

б)



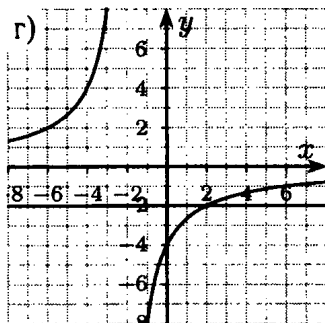
$y = 3$ при $x = 0$; $y > 3$ при $x \in (0; 2)$; $y < 3$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

в)



$y = 0$ при $x = -1$; $y < 0$ при $x \in (-1; 0)$; $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

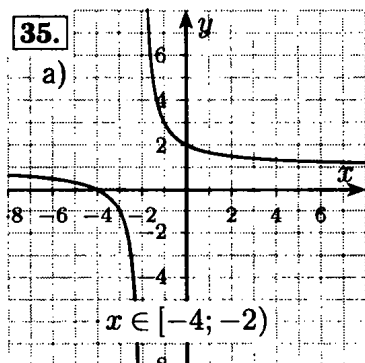
г)



$y = -2$ при $x = 0$; $y < -2$ при $x \in (-2; 0)$; $y > -2$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

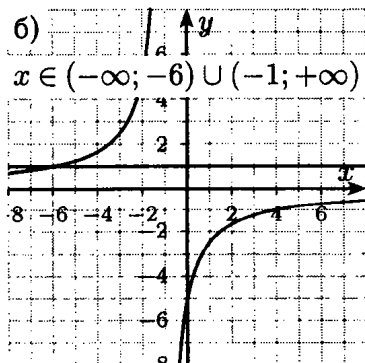
35.

а)

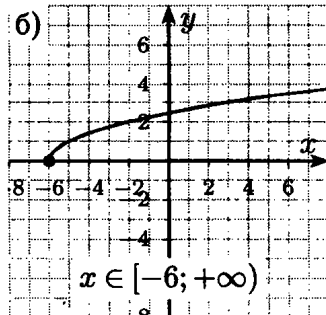
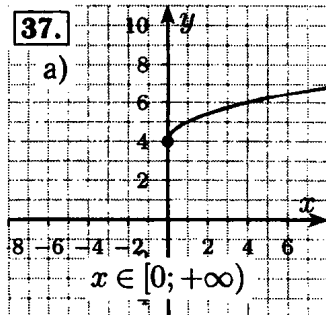
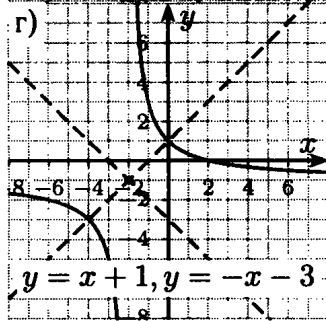
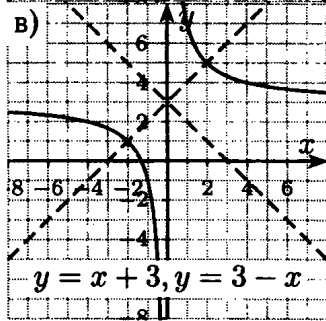
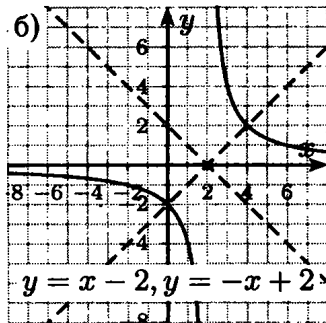
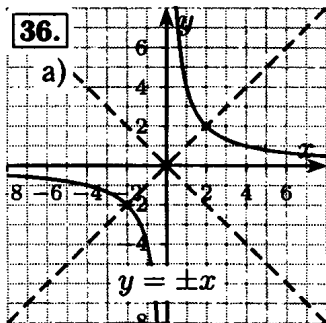
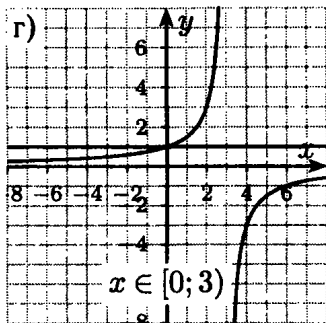
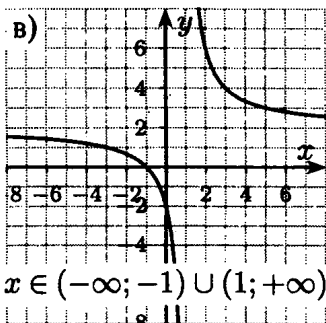


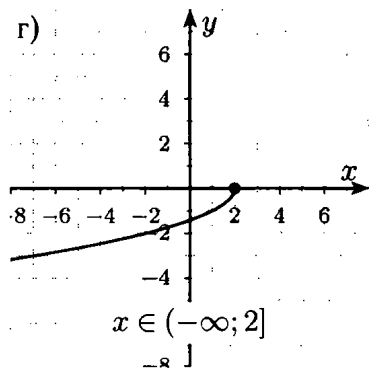
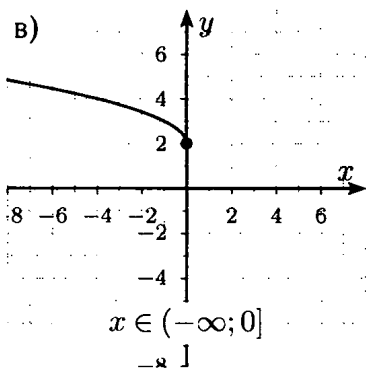
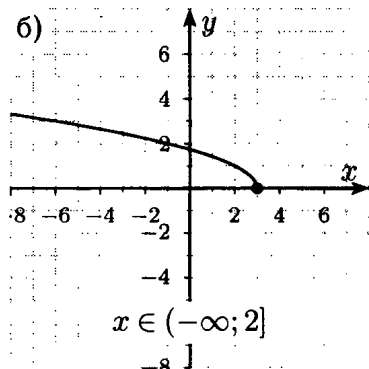
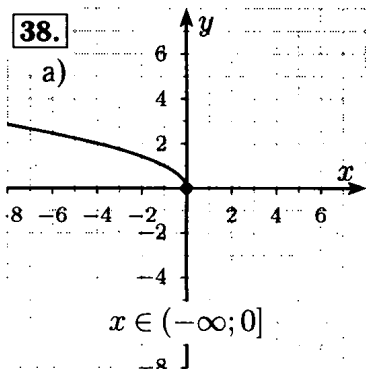
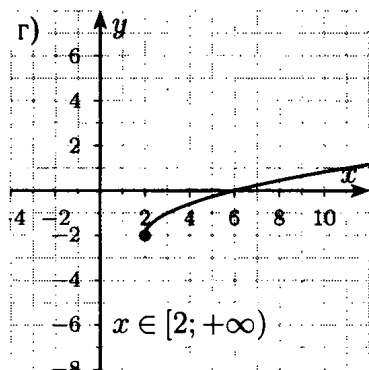
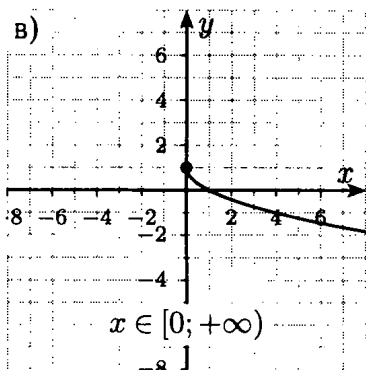
$x \in [-4; -2)$

б)



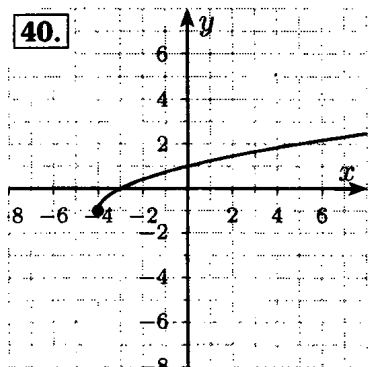
$x \in (-\infty; -6) \cup (-1; +\infty)$





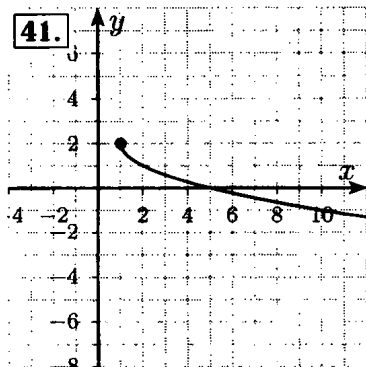
39. а) $y_{\min} = -5$; y_{\max} — не существует; б) $y_{\min} = -\sqrt{5}$; $y_{\max} = -\sqrt{2}$; в) $y_{\min} = 2$; y_{\max} — не существует; г) $y_{\min} = \sqrt{3} + 1$; $y_{\max} = \sqrt{6} + 1$.

40.



- а) $(-3; 0)$ и $(0; 1)$; б) $y < 0$
 при $x \in [-4; -3)$, $y > 0$
 при $x \in (-3; +\infty)$;
 в) $x \in [0; 12)$; г) $[1; 2]$.

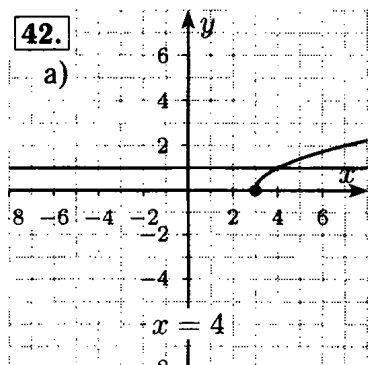
41.



- а) $D(y) = [1; +\infty)$, $E(y) =$
 $= (-\infty; 2]$;
 б) $y_{\min} = -1$, $y_{\max} = 0$];
 в) $x = 2$; г) $x \in (5; +\infty)$.

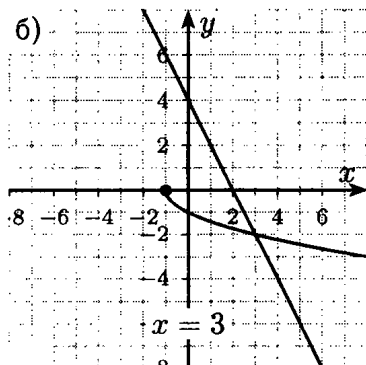
42.

а)



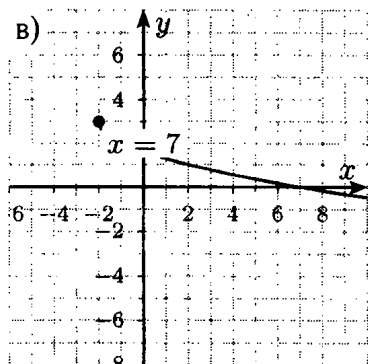
$$x = 4$$

б)



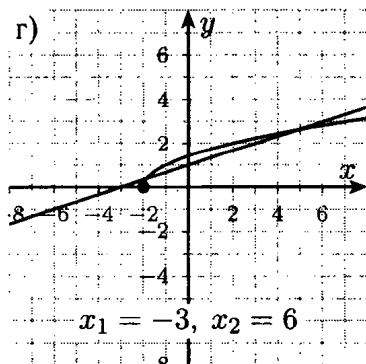
$$x = 3$$

в)



$$x = 7$$

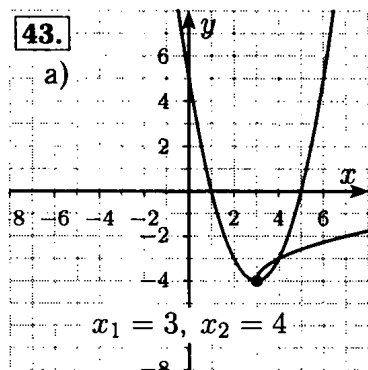
г)



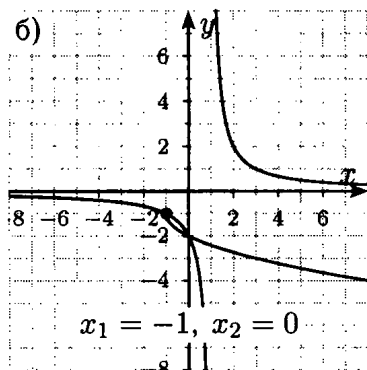
$$x_1 = -3, x_2 = 6$$

43.

а)

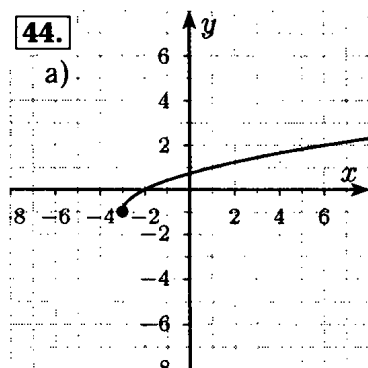


б)



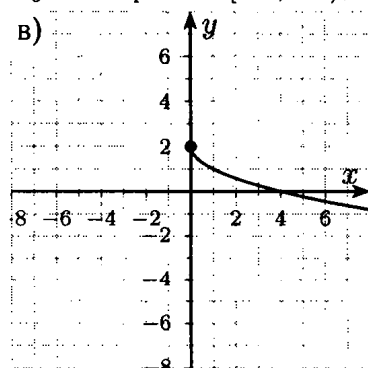
44.

а)



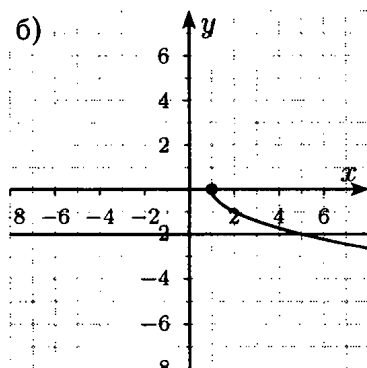
$y \geq 0$ при $x \in [-2; +\infty)$,
 $y < 0$ при $x \in [-3; -2)$,

в)



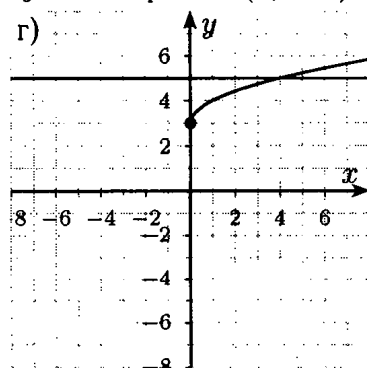
$y \geq 0$ при $x \in [0; 4]$, $y < 0$
 при $x \in (4; +\infty)$,

б)

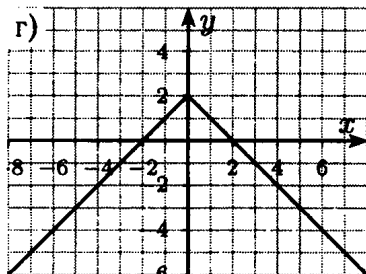
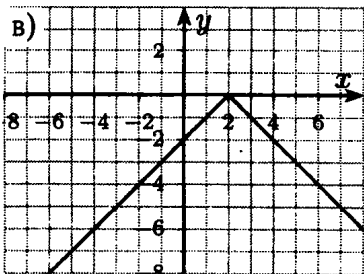
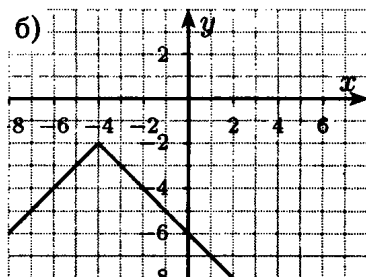
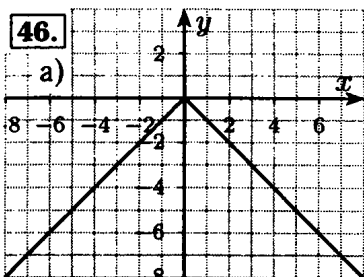
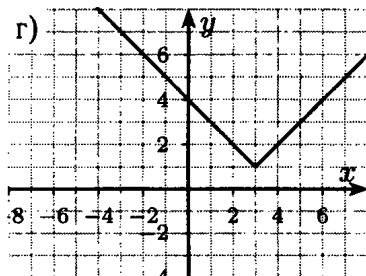
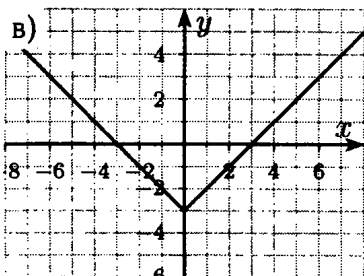
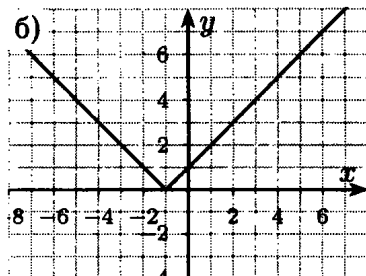
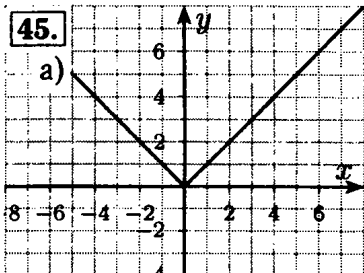


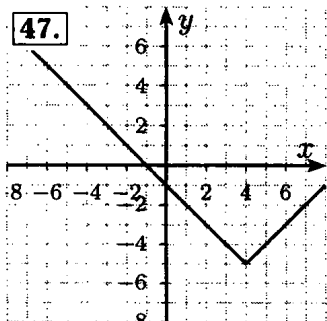
$y \geq -2$ при $x \in [1; 5]$,
 $y < -2$ при $x \in (5; +\infty)$,

г)



$y \geq 5$ при $x \in [4; +\infty)$,
 $y < 5$ при $x \in [0; 4)$,





а) $y_{\min} = -5$;

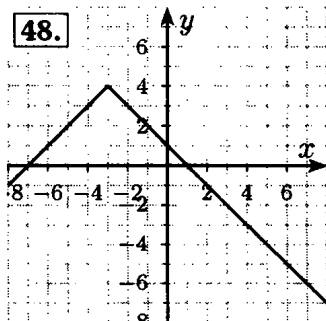
б) $\downarrow x \in (-\infty; 4]$,

$\uparrow x \in [4; +\infty)$; в) $x_1 = -1$

и $x_2 = 9$; г) $y > 0$ при

$x \in (-\infty; -1) \cup (9; +\infty)$,

$y < 0$ при $x \in (-1; 9)$.



а) $y_{\max} = 4$;

б) $\uparrow x \in (-\infty; -3)$,

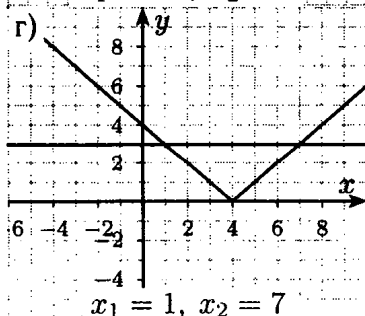
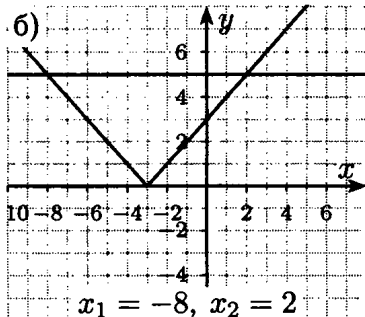
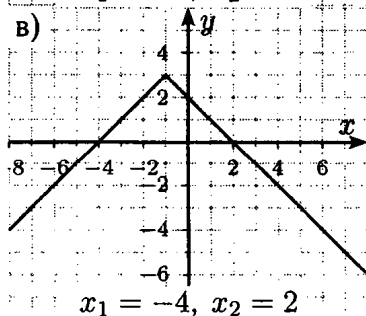
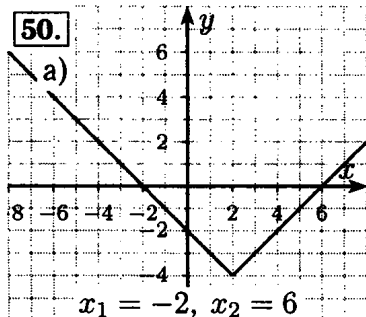
$\downarrow x \in [-3; +\infty)$; в) $x_1 = -7$

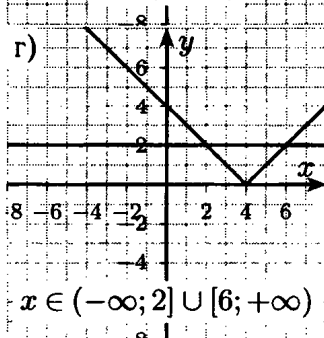
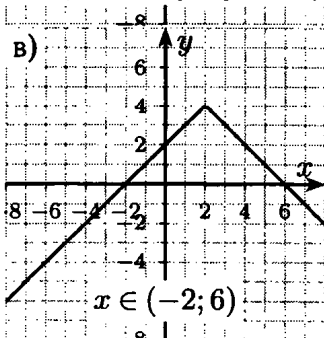
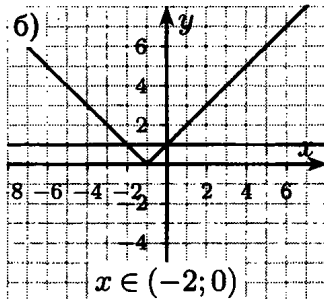
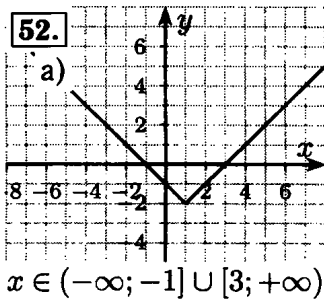
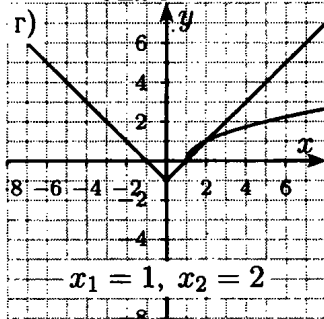
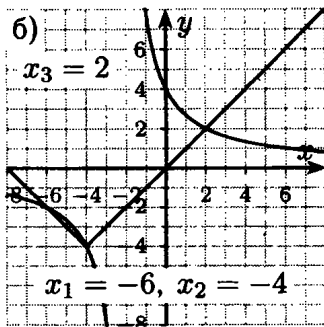
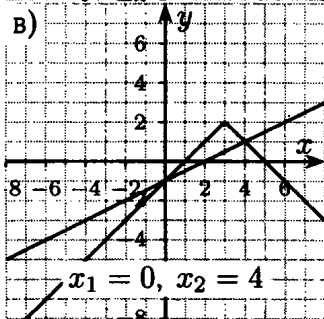
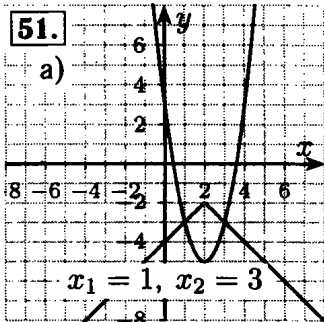
и $x_2 = 1$; г) $y > 0$ при

$x \in (-7; 1)$, $y < 0$ при

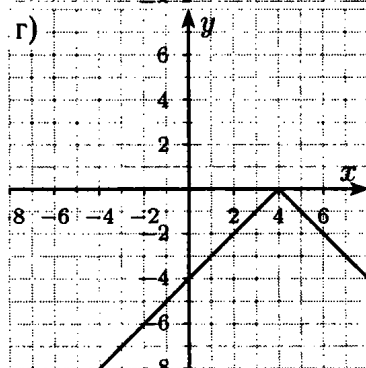
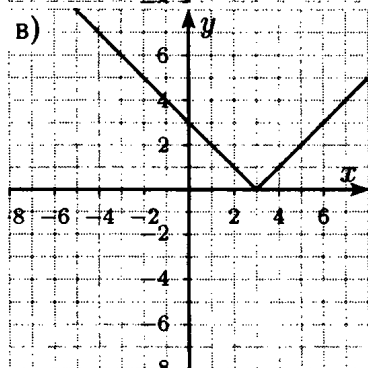
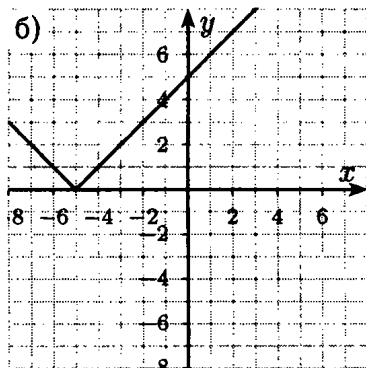
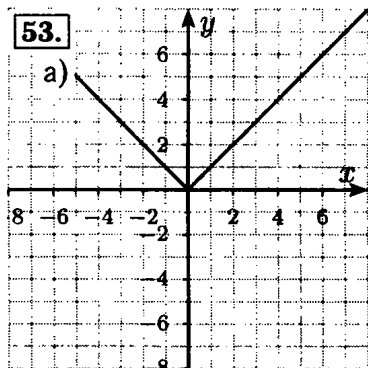
$x \in (-\infty; -7) \cup (1; +\infty)$.

49. а) $y_{\min} = 0$; $y_{\max} = \sqrt{2}$; б) $y_{\max} = -(4 - \sqrt{2})$;
 $y_{\min} = -3$; в) $y_{\max} = 5$; $y_{\min} = 5 - \sqrt{3}$; г) $y_{\min} = -2$;
 $y_{\max} = \sqrt{5} - 4$.





53.



54. а) $f(0) = 5$, $f(-3) = 38$, $f(2t) = 12t^2 - 4t + 5$,
 $f(x+2) = 3 \cdot (x+2)^2 - 2 \cdot (x+2) + 5 = 3x^2 + 10x + 13$;
 б) $f(1) = -2$, $f(-2) = -23$, $f(3x) = -36x^2 - 9x - 1$,
 $f(x-1) = -4 \cdot (x-1)^2 + 3 \cdot (x-1) - 1 = -4x^2 + 11x - 8$.

55. а) $f(1) = 0$, $f(8) = \sqrt{7}$, $f(0,5x) = \sqrt{0,5x-1}$, $f(x^2 + 1) = \sqrt{x^2} = |x|$;
 б) $f(0) = 2$, $f(-2) = \sqrt{2}$, $f(4x) = \sqrt{4x+4} = 2\sqrt{x+1}$;
 $f(x^2 + 4x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} = |x + 2|$.

56. а) $f(x+2) = f(x-1) \Rightarrow (x+2)^2 - 3 \cdot (x+2) + 2 = (x-1)^2 - 3 \cdot (x-1) + 2 \Rightarrow (x+2)^2 - (x-1)^2 - 3 \cdot (x+2-x+1) = 0 \Rightarrow (x+2-x+1) \cdot (x+2+x-1) - 3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow 3(2x+1) - 9 = 0 \Rightarrow 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1$;
 б) $f(x+1) = f(x-3) \Rightarrow (x+1)^2 - 5 \cdot (x+1) + 6 = (x-3)^2 - 5 \cdot (x-3) + 6 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15 \Rightarrow 8x = 284 \Rightarrow x = 3,5$.

57. a) $f(x^2 - 2x) = f(x + 4) \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 1} = \sqrt{x + 3}, x \geq 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x \in (-1; 4);$

б) $f(x^2 + 5x) = f(x - 5) \Rightarrow \sqrt{x^2 - 5x + 4} = \sqrt{x - 1}, x \geq 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = x - 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x \in (1; 5).$

58. a) $f(x^2 - 1) = f(3x^2 - 3x) \Rightarrow \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{3x^2 - 3x} \Rightarrow \frac{1}{(x-1) \cdot (x+1)} - \frac{1}{3x(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{3x - (x+1)}{3x(x^2 - 1)} = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0,5;$ б) $f(x^2 - 2x) = f(x - 2) \Rightarrow \frac{2}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2}{x-1} \Rightarrow \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{2}{x-1} \Rightarrow 2 \cdot (x-1) = 2 \Rightarrow x = 2.$

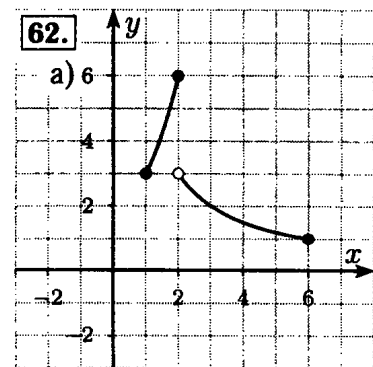
59. a) $f(x + 1) < f(x - 2) \Rightarrow (x + 1)^2 - 8 \cdot (x + 1) - 9 < (x - 2)^2 - 8 \cdot (x - 2) - 9 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 8x - 8 < x^2 - 4x + 4 - 8x + 16 - 9 \Rightarrow 6x - 27 < 0 \Rightarrow x < 4,5$

б) $f(x - 4) \geq f(x + 2) \Rightarrow (x - 4)^2 - 6 \cdot (x - 4) + 8 \geq (x + 2)^2 - 6 \cdot (x + 2) + 8 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 - 6x + 24 \geq x^2 + 4x + 4 - 6x - 12 \Rightarrow -12x + 48 \geq 0 \Rightarrow x \leq 4.$

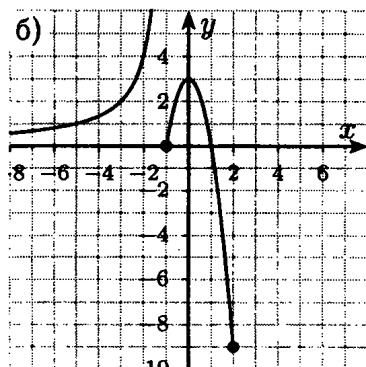
60. a) $f(x + 3) > f(0) \Rightarrow (x + 3)^2 + 7 \cdot (x + 3)^2 + 12 > 12 \Rightarrow (x + 3) \cdot (x + 10) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -10) \cup (-3; +\infty);$

б) $f(x - 1) \leq f(1) \Rightarrow (x - 1)^2 - 4 \cdot (x - 1) + 3 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x - 4) \leq 0 \Rightarrow x \in [2; 4].$

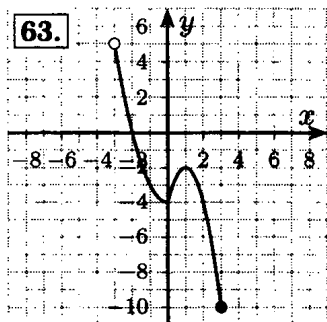
61. a) $y(3) < y(1,72);$ б) $y(3 - \sqrt{2}) < y(3 + \sqrt{2});$ в) $y(4) < y(3\sqrt{2});$ г) $y(0,8) > y(5).$



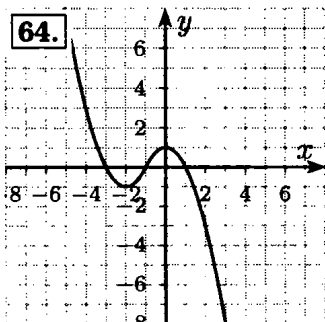
$D(f) = [1; 6], E(f) = [1; 6],$
 $\uparrow (-\infty; 0), \downarrow [0; 2].$



$D(f) = \mathbb{R},$
 $E(f) = [-9; +\infty),$
 $\uparrow (-\infty; 0), \downarrow [0; 2].$

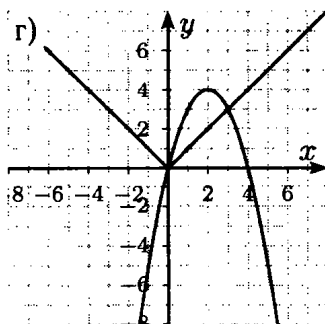
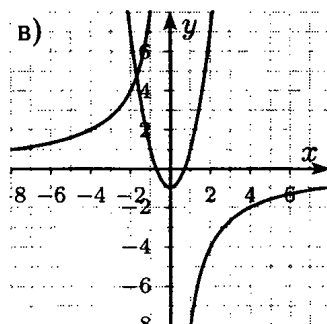
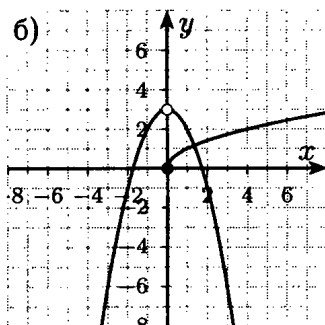
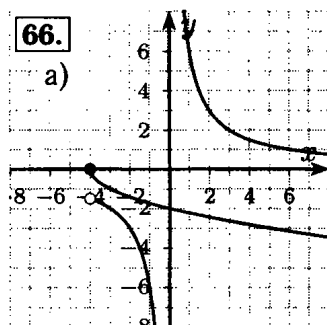


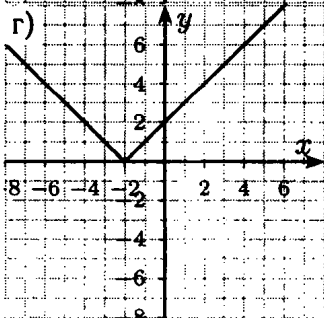
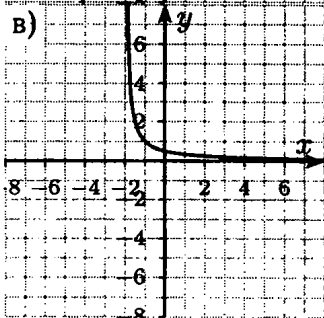
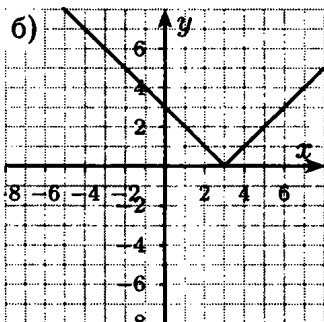
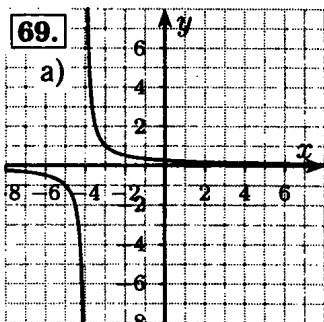
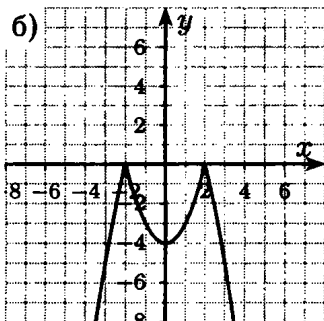
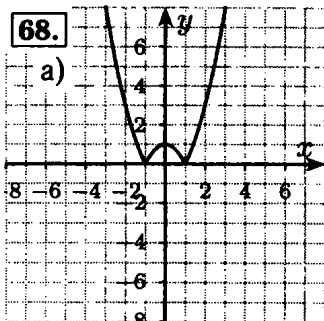
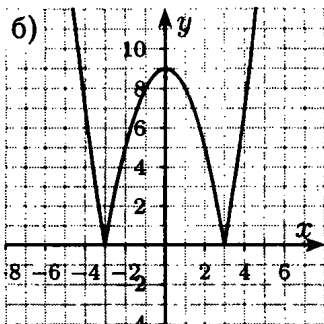
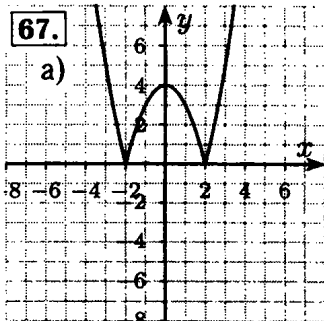
а) $f - 2 = (0)$, $f(0) = -4$, $f(3) = -10$; б) да, нет, да;



один корень — $p \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$;
два корня — $p = \pm 1$; три корня — $p \in (-1; 1)$.

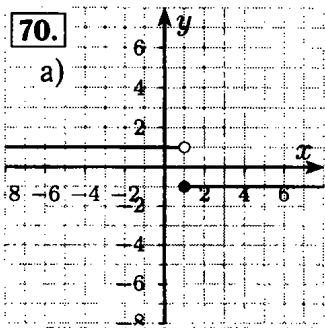
65. а) $\begin{cases} 2x^2, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1 - (x + 1)^2, & -3 \leq x \leq 0 \\ \frac{4}{x}, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$



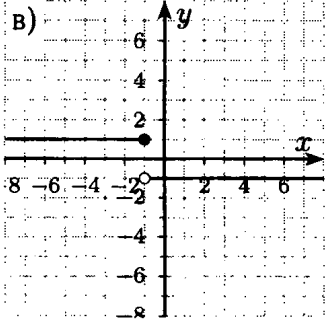


70.

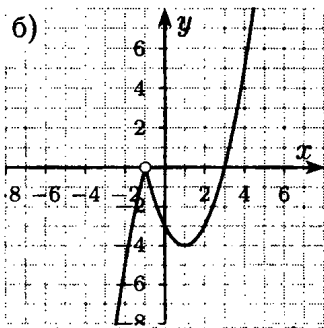
a)



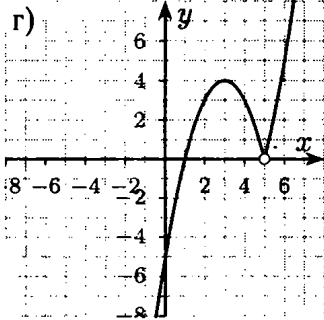
B)



б)

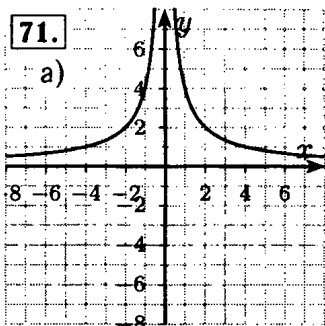


г)

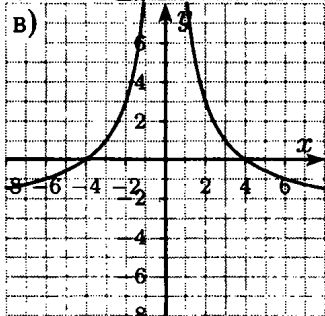


71.

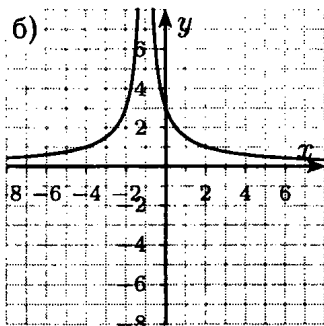
a)



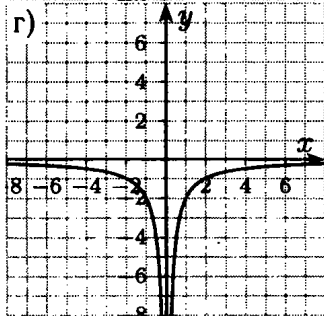
B)



б)

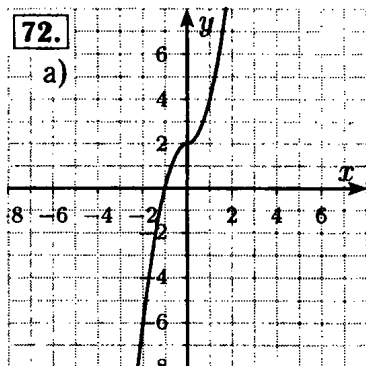


г)

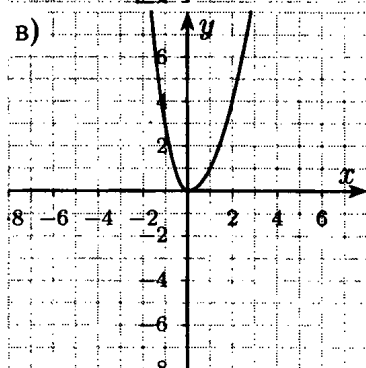


72.

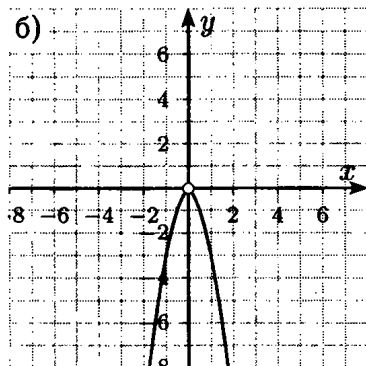
a)



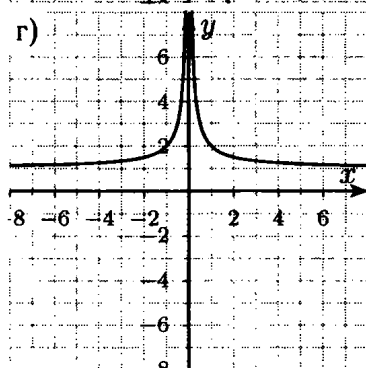
b)



б)

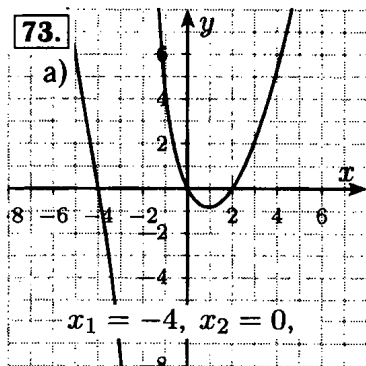


г)

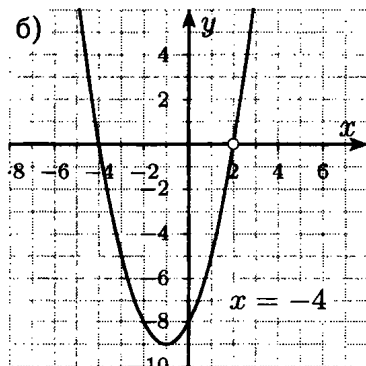


73.

a)



б)



74. а) $x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x + 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$
 б) $-3x^2 = 18x \Rightarrow 3x(x + 6) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -6;$
 в) $x^2 - 12x = 0 \Rightarrow -x(x + 12) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -12;$
 г) $4x^2 = 28x \Rightarrow 4x(x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 7.$

75. а) $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$ б) $18 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$; в) $24 - 6x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; г) $5x^2 - 30 = 0 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6}$.

76. а) $-5x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$; б) $32 + 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$ — нет корней; в) $(3x + 4)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$; г) $-4x^2 = 40 \Rightarrow x^2 = -10$ — нет корней.

77. а) $6x^2 - 13x - 15 = 0$: $a = 6$, $b = -13$, $c = -15$; $D = b^2 - 4ac = -13^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-15) = 529$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{13 \pm 23}{2 \cdot 6}$, $x_1 = -\frac{5}{6}$, $x_2 = 3$; б) $-5x^2 - 27x + 56 = 0$: $a = -5$, $b = -27$, $c = 56$; $D = b^2 - 4ac = -27^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 56 = 1849$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{27 \pm 43}{2 \cdot (-5)}$, $x_1 = -7$, $x_2 = \frac{8}{5}$; в) $9x^2 + 40x + 16 = 0$: $a = 9$, $b = 40$, $c = 16$; $D = b^2 - 4ac = 40^2 - 4 \cdot 9 \cdot 16 = 1024$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-40 \pm 32}{2 \cdot 9}$, $x_1 = -4$, $x_2 = -\frac{4}{9}$; г) $-3x^2 + 16x + 75 = 0$: $a = -3$, $b = 16$, $c = 75$; $D = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 75 = 1156$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-16 \pm 34}{2 \cdot (-3)}$, $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{25}{3}$.

78. а) $-x^2 + 4x - 1 = 0$: $a = -1$, $b = 4$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 12$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2 \cdot (-1)}$, $x_1 = 2 - \sqrt{3}$, $x_2 = 2 + \sqrt{3}$; б) $4x^2 - 10x + 5 = 0$: $a = 4$, $b = -10$, $c = 5$; $D = b^2 - 4ac = -10^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 20$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{2 \cdot 4}$, $x_1 = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{5})$, $x_2 = \frac{1}{4}(5 + \sqrt{5})$; в) $x^2 + 6x + 2 = 0$: $a = 1$, $b = 6$, $c = 2$; $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 28$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{7}}{2 \cdot 1}$, $x_1 = -3 - \sqrt{7}$, $x_2 = \sqrt{7} - 3$; г) $-5x^2 - 6x + 1 = 0$: $a = -5$, $b = -6$, $c = 1$; $D = b^2 - 4ac = -6^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 1 = 56$; $D > 0$, два решения, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{6 \pm 2\sqrt{14}}{2 \cdot (-5)}$, $x_1 = \frac{1}{5}(-3 - \sqrt{14})$, $x_2 = \frac{1}{5}(\sqrt{14} - 3)$.

79. а) $4x^2 + 28x + 49 = 0$: $a = 4$, $b = 28$, $c = 49$; $D = b^2 - 4ac = 28^2 - 4 \cdot 4 \cdot 49 = 0$; $D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-28}{2 \cdot 4} = -\frac{7}{2}$; б) $-3x^2 - 24x - 49 = 0$: $a = -3$, $b = -24$, $c = -49$; $D = b^2 - 4ac = -24^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-49) = -12$; $D < 0$, нет решений; в) $-25x^2 + 80x - 64 = 0$:

$a = -25, b = 80, c = -64; D = b^2 - 4ac = 80^2 - 4 \cdot (-25) \times (-64) = 0; D = 0$, одно решение $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-80}{2 \cdot (-25)} = \frac{8}{5}$;

г) $2x^2 - 8x + 11 = 0: a = 2, b = -8, c = 11; D = b^2 - 4ac = -8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 11 = -24; D < 0$, нет решений;

80. а) $(x-1) \cdot (x-2) = (3x+2) \cdot (3-x) + 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = -3x^2 + 7x + 6 + 2 \Rightarrow 4x^2 - 10x - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Rightarrow D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 3$; б) $(x+4) \cdot (4x-3) = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow 4x^2 + 13x - 12 = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow 3x^2 + 8x - 16 = 0 \Rightarrow D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot (-16) = 256 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-8 \pm 16}{6} \Rightarrow x = -4, x_2 = \frac{4}{3}$; в) $x^2 + x + 12 = 2 \cdot (x+1) \cdot (x-5) \Rightarrow x^2 + x + 12 = -8x - 10 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow D = 81 + 4 \times 22 = 169 = 13^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{9 \pm 13}{2} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 11$; г) $19 - (x-6) \cdot (2x+1) = (x-5) \cdot (x-1) \Rightarrow 19 - 2x^2 + 11x + 6 = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow 3x^2 - 17x - 20 = 0 \Rightarrow D = 289 - 4 \cdot 3 \cdot (-20) = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{17 \pm 23}{6} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = \frac{20}{3}$.

81. а) $\frac{8x^2+x}{8} = \frac{15}{32} \Rightarrow 32 \cdot (8x^2+x) = 15 \cdot 8 \Rightarrow 4 \cdot (8x^2+x) = 15 \Rightarrow 32x^2 + 4x - 15 = 0 \Rightarrow D = 16 + 4 \cdot 15 \cdot 32 = 44^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm 44}{64} \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{4}, x_2 = \frac{5}{8}$; б) $\frac{2x^2-3x}{2} + \frac{9x+2}{3} = \frac{3-2x^2}{6} \Rightarrow 3 \cdot (2x^2-3x) + 2 \cdot (9x+2) = 3 - 2x^2 \Rightarrow 8x^2 + 9x + 1 = 0 \Rightarrow D = 81 - 4 \cdot 8 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-9 \pm 7}{16} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{8}$; в) $\frac{10x^2-3x}{2} = \frac{7}{5} \Rightarrow 5 \cdot (10x^2-3x) = 7 \cdot 2 \Rightarrow 50x^2 - 15x - 14 = 0 \Rightarrow D = 225 + 4 \cdot 14 \times 50 = 3025 = 55^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{15 \pm 55}{100} \Rightarrow x_1 = 0,7, x_2 = -0,4$; г) $\frac{7x+15}{12} - \frac{6x^2+1}{6} = \frac{3-6x^2}{2} \Rightarrow 7x+15 - 2 \cdot (6x^2+1) = 6 \times (3-6x^2) \Rightarrow 24x^2 + 7x - 5 = 0 \Rightarrow D = 49 + 4 \cdot 5 \cdot 24 = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{48} \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{8}, x_2 = \frac{1}{3}$.

82. Из условий задачи получаем уравнение:
$$\begin{cases} x = y + 4 \\ xy = 96 \end{cases} \Rightarrow y(y+4) = 96 \Rightarrow y^2 + 4y - 96 = 0 \Rightarrow D = 16 + 496 = 512 = 22,627 \dots$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{-4 \pm 20}{2} \Rightarrow y = 8, x = 12.$$

83. Из условий задачи получаем уравнение: $x^2 = 3x(x-8) + 5442x^2 - 24x + 54 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 27 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 9$. Так как $x-8 > 0$, то $x = 9$.

84. Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 80 \\ xy = 175 \end{cases} \Rightarrow x(40 - x) = 175 \Rightarrow x^2 - 40x + 175 =$$

$$= 0 \Rightarrow D = 1600 - 4 \cdot 175 = 900 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{40 \pm 30}{2} \Rightarrow x_1 = 5, y_1 = 35, x_2 = 35, y_2 = 5. \text{ Ответ: } 5, 35 \text{ м.}$$

85. Из условий задачи получаем уравнение: $x^2 + (x + 7)^2 = 17^2 \Rightarrow 2x^2 + 14x - 240 = 0 \Rightarrow x^2 + 7x - 120 =$
 $= 0 \Rightarrow D = 49 - 4 \cdot (-120) = 529 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm 23}{2} \Rightarrow x = 8,$
 $x + 7 = 15, S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60 \text{ см}^2).$

86. Из условий задачи получаем уравнение: $x^2 = (x - 2)^2 + (x - 16)^2 \Rightarrow x^2 - 36x + 260 = 0 \Rightarrow D = 1296 -$
 $- 1040 = 2564 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{36 \pm 16}{2} \Rightarrow x = 26,$ так как $x > 16,$
 $x - 2 = 24, x - 16 = 10.$

87. Из условий задачи получаем уравнение: $(4x - 2)^2 - (3x + 2)^2 = 35 \Rightarrow 7x^2 - 28x - 35 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 =$
 $= 0 \Rightarrow x = 5, 3x = 15, 4x = 20.$

88. Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} x + y + 20 = 48 \\ x^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (28 - x)^2 = 400 \Rightarrow 2x^2 - 56x +$$
 $+ 384 = 0 \Rightarrow x^2 - 28x + 192 = 0 \Rightarrow D = 784 - 4 \cdot 192 =$
 $= 16 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{28 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = 12, y_1 = 16; x_2 = 16, y_2 = 12.$
 Ответ: 12, 16, 20 см.

89. Из условий задачи получаем уравнение:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 92 \\ x^2 + y^2 = 34^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (46 - x)^2 = 34^2 \Rightarrow 2x^2 - 92x +$$
 $+ 2116 - 1156 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 92x + 960 = 0 \Rightarrow x^2 - 46x +$
 $+ 480 = 0 \Rightarrow D = 2116 - 4 \cdot 480 = 196 = 14^2 \Rightarrow x_{1,2} =$
 $= \frac{46 \pm 14}{2} \Rightarrow x_1 = 16, y_1 = 30, x_2 = 30, y_2 = 16 \Rightarrow S = xy =$
 $= 16 \cdot 30 = 480 \text{ см}^2.$

90. Координаты вершины $(5; 5^2 - 10 \cdot 5 + c) = (5; c - 25).$ Расстояние от вершины до начала координат
 $\sqrt{5^2 + (c - 25)^2} = 13 \Rightarrow (c - 25)^2 = 144 \Rightarrow c - 25 = \pm$
 $\pm 12 \Rightarrow c_1 = 12 \text{ или } c_2 = 37.$

91. Координаты вершины
 $(-\frac{6}{2a}; a \cdot (-\frac{3}{a})^2 + 6 \cdot (-\frac{3}{a}) - 5) = (-\frac{3}{a}; -5 - \frac{9}{a}).$ Расстоя-

ние от вершины до начала координат $\sqrt{(\frac{3}{a})^2 + (\frac{9}{a} + 5)^2} =$

$$= 5 \Rightarrow |t = \frac{1}{a}| \Rightarrow 9t^2 + (9t + 5)^2 = 25 \Rightarrow 9t^2 + 81t^2 + 90t + 25 = 25 \Rightarrow 90t^2 + 90t = 0 \Rightarrow t(t + 1) = 0 \Rightarrow t_1 = 0; t_2 = -1 \Rightarrow a = -1.$$

92. a) $f(x) = ax^2 + bx + c, f(3) = 9a + 3b + c = -2, f(0) = c = 4, f(2) = 4a + 2b + c - 4 \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b + 4 = -2 \\ 4a + 2b + 4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b = -6 \\ 4a + 2b = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -8 \Rightarrow y = -8x + 4.$

б) $f(a) = 2^2 + 2p + q = -3, f(-3) = (-3)^2 - 3p + q = -7 \Rightarrow \begin{cases} 2^2 + 2p + q = -3 \\ (-3)^2 - 3p + q = -7 \end{cases} \Rightarrow 5p - 5 = -10 \Rightarrow p = -1, q = -5 \Rightarrow y = x^2 - x - 5.$

93. а) $x^2 - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow y = x^2 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 8 = 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot (-8) = 36 = 6^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2;$

б) $2x^4 - 19x^2 = 9 - 0 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| 2y^2 - 19y + 9 = 0 \Rightarrow D = 19^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 289 = 17^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{4} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}, y_2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x_{3,4} = \pm 3.$

в) $x^4 - 11x^2 + 18 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| \Rightarrow y^2 - 11y + 18 = 0 \Rightarrow D = 121 - 4 \cdot 18 = 49 = 7^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{11 \pm 7}{2} \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{2}, x_{3,4} = \pm 3.$

г) $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0 \Rightarrow |y = x^2 \geq 0| \Rightarrow 3y^2 - 13y + 4 = 0 \Rightarrow D = 169 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 121 = 11^2 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{13 \pm 11}{6} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{3}, y_2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, x_{3,4} = \pm 2.$

94. а) $(x^2 + 3)^2 - 7 \cdot (x^2 + 3) + 12 = 0 \Rightarrow |y = x^2 + 3 \geq 3| \Rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y_1 = 3, y_2 = 4 \Rightarrow x^2 = 0, x^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 1;$

б) $3 \cdot (6x^2 - x)^2 - 4 \cdot (6x^2 - x) = 1 = 0 \Rightarrow |y = 6x^2 - x| \Rightarrow 3y^2 - 4y + 1 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{6} \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - 6x + 1 = 0, x^2 - 6x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{2}, x_{3,4} = 3 \pm \sqrt{\frac{26}{3}};$

в) $2 \cdot (x^2 - 1)^2 - 13 \cdot (x^2 - 1) - 24 = 0 \Rightarrow y = x^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow 2y^2 - 13y - 24 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{13 \pm 19}{4} \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 3;$

$$\Gamma) (x^2 - 4x)^2 + 9 \cdot (x^2 - 4x) + 20 = 0 \Rightarrow |y = x^2 - 4x| \Rightarrow y_1 = -4, y_2 = -5 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0, x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x = 2.$$

$$\boxed{95.} \text{ а) } x^2 + 5x - 36 = 0; \text{ б) } x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{9} = 0; \text{ в) } x^2 + 10x - 21 = 0; \text{ г) } x^2 - \frac{29}{30}x + \frac{1}{9} = 0.$$

$$\boxed{96.} \text{ а) } x^2 - 4x + 1 = 0; \text{ б) } x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0; \text{ в) } +6x + 4 = 0; \text{ г) } x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{5}{18} = 0.$$

$$\boxed{97.} \text{ а) } \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} = \frac{3 \cdot (x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = \frac{3 \cdot (\frac{2}{3})}{-2} = -1;$$

$$\text{б) } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 \cdot (x_1 + x_2) = (-1)^3 - 3 \cdot (-5) \cdot (-1) = -16.$$

$$\boxed{98.} \text{ а) } x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = b^2 - 12 = 13 \Rightarrow b = \pm 5; \text{ б) } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -2.$$

$$\boxed{99.} \text{ а) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 - x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = 4 \Rightarrow q = -x_1 x_2 = -28;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_2 = 5x_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 5 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{3} = 5 \Rightarrow c = 15.$$

$$\boxed{100.} \text{ а) } x_1 x_2 = 4m^2 - 45m - 8 = 28 \Rightarrow 4m^2 - 45m - 36 = 0 \Rightarrow D = 2025 + 4 \cdot 4 \cdot 36 = 2601 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{45 \pm 51}{8} \Rightarrow m_1 = 12, m_2 = -\frac{3}{4}; D = (m-1)^2 - (4m^2 - 45m - 8) = 41m + 9 \geq 0 \Rightarrow m \geq -\frac{9}{41} \approx -0.22 \Rightarrow m = 12;$$

$$\text{б) } x_1 + x_2 = 3m^2 + 16m - 8 = 44 \Rightarrow 6m^2 + 16m - 12 = 0 \Rightarrow D = 256 + 4 \cdot 3 \cdot 12 = 400 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{-16 \pm 20}{6}, m_2 = \frac{2}{3}. \text{ При } m = \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 + 4x + 9\frac{2}{3} = 0 \Rightarrow D < 0; \text{ при } m = -6 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow D > 0. \text{ Следовательно } m = -6.$$

$$\boxed{101.} \text{ а) } x^2 + 22x - 23 = (x-1) \cdot (x+23); \text{ б) } -3x^2 - 8x + 3 = -3 \cdot (x^2 + \frac{8}{3}x - 1) = -3 \cdot (x - \frac{1}{3}) \cdot (x + 3) = (x + 3) \cdot (1 - 3x); \text{ в) } -x^2 + 18x - 77 = -(x-7) \cdot (x-11); \text{ г) } 7x^2 + 9x + 2 = 7 \cdot (x+1) \cdot (x + \frac{2}{7}) = (7x+2) \cdot (x+1).$$

$$\boxed{102.} \text{ а) } \frac{x^2 + 2x - 63}{49 - x^2} = \frac{(x-7) \cdot (x+9)}{(7-x) \cdot (7+x)} = -\frac{x+9}{x+7}; \text{ б) } \frac{6x^2 + x}{6x^2 - 17x - 3} = \frac{x(6x+1)}{(6x+1) \cdot (x-3)} = \frac{x}{x-3}; \text{ в) } \frac{8x - x^2}{x^2 - 3x - 40} = \frac{x(8-x)}{(x-8) \cdot (x+5)} = -\frac{x}{x+5}; \text{ г) } \frac{5x^2 - 12x + 4}{25x^2 - 4} = \frac{(5x-2) \cdot (x-2)}{(5x-2) \cdot (5x+2)} = \frac{x-2}{5x+2}.$$

$$\text{103. a) } \frac{4-a}{a} + \frac{a}{4+a} = \frac{(4-a) \cdot (4+a) + a^2}{a(4+a)} = \frac{16}{a(4+a)}; \text{ б) } \frac{2-c}{2+c} - \frac{2+c}{2-c} = \frac{(2-c)^2 - (2+c)^2}{4-c^2} = -\frac{8c}{4-c^2}; \text{ в) } \frac{1+x}{x} - \frac{x+2}{1+x} = \frac{(1+x)^2 - x(x+2)}{x(1+x)} = \frac{1}{x(1+x)}; \text{ г) } \frac{3}{3+y} + \frac{y}{3-y} = \frac{3 \cdot (3-y) + y(3+y)}{9-y^2} = \frac{y^2+9}{9-y^2}.$$

$$\text{104. a) } \frac{4a}{a^2-1} + \frac{a-1}{a+1} = \frac{4a+(a-1)^2}{a^2-1} = \frac{(a+1)^2}{(a-1) \cdot (a+1)} = \frac{a+1}{a-1}; \text{ б) } \frac{2b-5}{b^2-5b} + \frac{1}{5-b} = \frac{2b-5-b}{b^2-5b} = \frac{b-5}{b(b-5)} = \frac{1}{b}; \text{ в) } \frac{12x}{x^2-9} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{12x+(x-3)^2}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{(x+3)^2}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{x+3}{x-3}; \text{ г) } \frac{m+2}{3m^2-3m} - \frac{1}{m-1} = \frac{m+2-3m}{3m(m-1)} = -\frac{2 \cdot (m-1)}{3m(m-1)} = -\frac{2}{3m}.$$

$$\text{105. a) } \frac{x^2-9}{2x+x^2} \cdot \frac{x^2-4}{5x+15} = \frac{(x-3) \cdot (x+3)}{x(x+2)} \cdot \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{5 \cdot (x+3)} = \frac{(x-3) \cdot (x-2)}{5x}; \text{ б) } \frac{4y^2}{y^2-4y+4} : \frac{y}{y-2} = \frac{4y^2}{(y-2)^2} \cdot \frac{y-2}{y} = \frac{4y}{y-2}; \text{ в) } \frac{x-x^2}{25-x^2} \times \frac{2x+10}{x^2-1} = \frac{(5-x) \cdot (5+x)}{(x-1) \cdot (x+1)} \cdot \frac{2 \cdot (x+5)}{2 \cdot (x+5)} = -\frac{2x}{(x+1)(5-x)}; \text{ г) } \frac{a}{a+6} : \frac{6a^2}{a^2+36+12a} = \frac{a}{a+6} \cdot \frac{(a+6)^2}{6a^2} = \frac{a+6}{6a}.$$

$$\text{106. a) } (5a-b)^2 \frac{5b}{25a^2-b^2} = (5a-b)^2 \frac{5b}{(5a-b)(5a+b)} = (5a+b) \cdot 5b = 25ab + 5b^2; \text{ б) } \frac{4ax+4a^2+x^2}{3x} : (2a^2+ax) = \frac{(x+2a)^2}{3xa} \times \frac{1}{(x+2a)} = \frac{x+2a}{3ax}; \text{ в) } \frac{8b}{b^2-16} \cdot (b^2-8b+16) = \frac{8b}{(b-4)(b+4)} \times (b-4)^2 = \frac{8b(b-4)}{b+4}; \text{ г) } (3xy-y^2) : \frac{y^2-9x^2}{3y} = y(3x-y) \times \frac{3y}{(y-3x)(y+3x)} = -\frac{3y^2}{y+3x}.$$

$$\text{107. a) } \left(\frac{b}{b-3} - \frac{b}{b+3} - \frac{b^2+9}{9-b^2} \right) \cdot \frac{(3-b)^2}{3b+b^2} = \frac{b(b+3)-b(b-3)+b^2+9 \cdot (3-b)^2}{b^2-9b(b+3)} = \frac{(b+3)^2 \cdot (3-b)^2}{(b-3)(b+3)b(b+3)} = \frac{b-3}{b}; \text{ б) } \frac{y^2+5y}{(y-5)^2} : \left(\frac{5 \cdot (y-5)+y^2+25+5 \cdot (y+5)}{y^2-25} \right) = \frac{y(y+5)(y-5)(y+5)}{(y-5)^2 \cdot (y+5)^2} = \frac{y}{y-5};$$

$$\text{108. a) } \frac{x+40}{x^3-16x} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2} \right) = \frac{x+40}{x(x^2-16)} : \left(\frac{x-4}{3 \cdot (x+4)(x-\frac{1}{3})} + \frac{16}{(x-4)(x+4)} \right) = \frac{(x+40)(3x-1)(x+4)(x-4)}{x(x-4)(x+4)((x-4)^2+48 \cdot (x-\frac{1}{3}))} = \frac{(x+40)(3x-1)}{x(x+40)} = \frac{3x-1}{x^2};$$

$$\text{б) } \frac{y^3-y}{y-4 \cot \left(\frac{y-1}{2y^2+3y+1} - \frac{1}{y^2-1} \right)} = \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \times \left(\frac{y-1}{(2y+1)(y+1)} - \frac{1}{(y-1)(y+1)} \right) = \frac{y(y-1)(y+1)}{y-4} \times \frac{(y-1)^2 - (2y+1)}{(2y+1)(y-1)(y+1)} = \frac{y}{2y+1} \cdot \frac{y(y-4)}{y-4} = \frac{y^2}{2y+1}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{109. a) } & \left(\frac{1}{2-4m} + \frac{m+1}{8m^3-1} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m} \right) : \frac{1}{4m-2} \times \\
 & \times \left(\frac{1}{2 \cdot (1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(4m^2+2m+1)} \cdot \frac{4m^2+2m+1}{1+2m} \right) \cdot \frac{1}{4m-2} = \\
 & = \left(\frac{1}{2 \cdot (1-2m)} + \frac{m+1}{(2m-1)(2m+1)} \right) \cdot (4m-2) = \frac{2 \cdot (m+1) - (2m+1)}{2 \cdot (2m+1)(2m-1)} \times \\
 & \times (4m-2) = \frac{1}{2m+1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{2+6p}{6} \cdot \left(\frac{1}{2-6p} + \frac{1}{27p^3-1} : \frac{1+3p}{1+3p+9p^2} \right) = \frac{2+6p}{p} \times \\
 & \times \left(\frac{1}{2 \cdot (1-3p)} + \frac{1}{(3p-1)(9p^2+3p+1)} \cdot \frac{9p^2+3p+1}{1+3p} \right) = \frac{2 \cdot (1+3p)}{p} \times \\
 & \times \frac{2-(3p+1)}{2 \cdot (3p-1)(3p+1)} = -\frac{1}{p}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{110. a) } & \frac{c+5}{c^2-64} : \left(\frac{4}{c+8} - \frac{12}{c^2+16c+64} \right) + \frac{4}{8-c} = \frac{c+5}{c^2-64} : \\
 & : \left(\frac{4}{c+8} - \frac{12}{(c+8)^2} \right) + \frac{4}{8-c} = \frac{c+5}{(c-8)(c+8)} \cdot \frac{(c+8)^2}{4 \cdot (c+8) - 12} + \frac{4}{8-c} = \\
 & = \frac{(c+5)(c+8)}{4 \cdot (c-8)(c+5)} + \frac{4}{8-c} = \frac{c+8}{4 \cdot (c-8)} - \frac{4}{c-8} = \frac{c+8-16}{4 \cdot (c-8)} = \frac{1}{4}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \left(\frac{4}{x-7} + \frac{14}{(x-7)^2} \right) \cdot \frac{(x-7)(x+7)}{2x-7} \cdot \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{4x-14}{(x-7)^2} \times \\
 & \times \frac{(x-7)(x+7)}{(2x-7)} - \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{2 \cdot (x+7)}{x-7} - \frac{7 \cdot (x-3)}{x-7} = \frac{-5x+35}{x-7} = -5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{111. a) } & \frac{7x+12}{x^2+x} = \frac{7}{x} + \frac{5}{x+1}, x \neq 0, x \neq -1 \Rightarrow \frac{7x+12}{x^2+x} = \\
 & = \frac{7 \cdot (x+1) + 5x^2}{x^2+x} \Rightarrow \frac{5x^2+7x+7-7x-12}{x(x+1)} = 0 \Rightarrow 5x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \\
 & = 1;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{x}{x+5} - \frac{x+5}{5-x} = \frac{50}{x^2-25}, x \neq \pm 5 \Rightarrow \frac{x(x-5)+(x+5)^2}{x^2-25} = \frac{50}{x^2-25} \Rightarrow \\
 & \frac{2x^2+5x+25-50}{x^2-25} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 25 = 0 \Rightarrow x = 2,5;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } & \frac{x}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{10-x}{x^2-4}, x \neq \pm 2 \Rightarrow \frac{x(x+2)-5 \cdot (x-2)}{x^2-4} = \frac{10-x}{x^2-4} \Rightarrow \\
 & x^2 - 3x + 10 = 10 - x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } & \frac{3 \cdot (x-3) - 6}{x^2-3x} + \frac{3x-7}{x-3} = 0, x \neq 0, x \neq 3 \Rightarrow \frac{3x-15+(3x-7)x}{x^2 \cdot 3x} = \\
 & = 0 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{112. a) } & \frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3}, x \neq 1, x \neq 3 \Rightarrow 6 + (13 - \\
 & - 7x)(x-3) - 3 \cdot (x-1) = 0 \Rightarrow 6 + 13x - 39 - 7x^2 + 21x - \\
 & - 3x + 3 = 0 \Rightarrow -7x^2 + 31x - 30 = 0 \Rightarrow 7x^2 - 31x + 30 = \\
 & = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{31 \pm 11}{14} \Rightarrow x_1 = \frac{10}{7}, x_2 = 3 - \text{корень не} \\
 & \text{подходит.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{8}{x^2-6x+8} + \frac{1-3x}{2-x} = \frac{4}{x-4}, x \neq 2, x \neq 4 \Rightarrow 8 - (1-3x)(x-4) - \\
 & - 4 \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow 8 - (x-4-3x^2+12x) - 4x+8 = 0 \Rightarrow 3x^2 - \\
 & - 17x + 20 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{17 \pm 7}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = 4 - \text{корень} \\
 & \text{не подходит.}
 \end{aligned}$$

113. а) $2x + \frac{2}{x} - 5 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2;$

б) $3x - 2x^{-1} - 1 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 - 2 - x = 0 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{6} \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = 1;$

в) $3x + \frac{3}{x} + 10 = 0, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-10 \pm 8}{6} \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = -\frac{1}{3};$

г) $4x + 5 - 6x^{-1} = 0, x \neq 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{8} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{3}{4}.$

114. а) $\frac{3}{x^2 - 2x - x} - x^2 + 2x = 0 \Rightarrow |y = x^2 - 2x - 2| \Rightarrow \frac{3}{y} - (y + 2) = 0 \Rightarrow 3 - y^2 - 2y = 0, y \neq 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = -3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0, x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 1;$

б) $\frac{x}{x^2 - 2} + \frac{6 \cdot (x^2 - 2)}{x} = 7 \Rightarrow |y = \frac{x}{x^2 - 2}| \Rightarrow y + \frac{6}{y} = 7 \Rightarrow y^2 - 7y + 6 = 0 \Rightarrow y_1 = 1, y_2 = 6 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 2} = 1, \frac{x}{x^2 - 2} = 6 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0, 6x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -\frac{4}{3}, x_4 = \frac{3}{2};$

в) $1 - \frac{15}{(x^2 - 4x)^2} = \frac{2}{x^2 - 4x} \Rightarrow |y = \frac{1}{x^2 - 4x}| \Rightarrow 1 - 15y^2 = 2y \Rightarrow 15y^2 + 2y - 1 = 0 \Rightarrow y_1 = -\frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow x^2 - 4x = -3, x^2 - 4x = 5 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0, x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -1, x_4 = 5;$

г) $\frac{x-3}{x^2+10x+27} + \frac{x^2+10x+27}{x-3} \Rightarrow |y = \frac{x-3}{x^2+10x+27}| \Rightarrow y + \frac{1}{y} = -2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x - 3 = -x^2 - 10x - 27 \Rightarrow x^2 + 11x + 24 = 0 \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = -3.$

115. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{54}{v+12} + \frac{6}{12} = \frac{21}{v} \Rightarrow \frac{18}{v+12} + \frac{1}{6} - \frac{7}{v} = 0 \Rightarrow 6 \cdot 18 \cdot v + v(v+12) - 7 \cdot 6 \cdot (v+12) = 0 \Rightarrow v^2 + 78v - 504 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \bar{2} \Rightarrow v = 6 \text{ км/ч.}$

116. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{8}{v-2} + \frac{30}{v+2} = \frac{36}{v} \Rightarrow \frac{8 \cdot (v+2) + 30 \cdot (v-2)}{v^2 - 4} = \frac{36}{v} \Rightarrow v(38v - 44) = 361 \Rightarrow (v^2 - 4) \Rightarrow 2v^2 - 44v + 4 \cdot 36 = 0 \Rightarrow v^2 - 22v + 72 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \frac{22 \pm 14}{2} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ или } v_2 = 18 \text{ км/ч.}$

117. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{24}{v} + \frac{6}{v-3} = 2\frac{2}{3}, v > 3 \Rightarrow \frac{24 \cdot (v-3) + 6v}{v^2 - 3v} = \frac{8}{3} \Rightarrow 3 \cdot (30v - 72) = 8 \cdot (v^2 - 3v) \Rightarrow 8v^2 - 114v + 3 \cdot 72 = 0 \Rightarrow 4v^2 - 57v + 108 = 0 \Rightarrow v_{1,2} = \frac{57 \pm 39}{8} \Rightarrow v = 12 \text{ км/ч.}$

118. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{120}{v} = \frac{120}{v+20} + \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{120}{v} - \frac{120}{v+20} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{2400}{v(v+20)} = \frac{1}{15} \Rightarrow |y = v + 10| \Rightarrow y^2 - 100 = 2400 \cdot 15 \Rightarrow y^2 = 100 \cdot (1 + 24 \cdot 15) = 100 \cdot 361 \Rightarrow y = 10 \cdot 19 = 190 \Rightarrow v = 180$ км/ч.

119. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{10}{v} = \frac{10}{v+0,2} + 2,5 \Rightarrow \frac{10 \cdot (v+0,2) - 10v}{v(v+0,2)} = 2,5 \Rightarrow 2 = 2,5d + 0,5v \Rightarrow 5v^2 + v - 4 = 0 \Rightarrow v = 0,8$ км/ч, $v + 0,2 = 1$ км/ч.

120. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{60}{v} = \frac{60}{v+40} + \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{60 \cdot (v+40) - 60v}{v(v+40)} = \frac{8}{15} \Rightarrow y = v + 20 \Rightarrow 8 \cdot (y^2 - 400) = 15 \cdot 2400 \Rightarrow y^2 - 400 = 4500 \Rightarrow y = 70 \Rightarrow v = 50$ км/ч, $v + 40 = 90$ км/ч.

121. Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{20}{v} = \frac{20}{v+20} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{20 \cdot (v+20) - 20v}{v(v+20)} = \frac{1}{6} \Rightarrow y = v + 10 \Rightarrow y^2 - 100 = 6 \cdot 400 \Rightarrow y^2 = 2500 \Rightarrow y = 50 \Rightarrow v = 40$ км/ч, $v + 20 = 60$ км/ч.

122. а) $2^{-3} \cdot 2^5 \cdot (2^{-2})^4 = 2^{-3} \cdot 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-6} = \frac{1}{64}$;
 б) $\frac{3^3 \cdot 9^{-3}}{(3^4)^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 3^{-6}}{3^{-8}} = 3^5 = 243$; в) $(5^{-1})^4 \cdot 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^{-4} \times 5^9 \cdot 5^{-2} = 5^3 = 125$; г) $\frac{(7^{-2})^3 \cdot 7^{-7}}{49^{-6}} = \frac{7^{-6} \cdot 7^{-7}}{7^{-12}} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$.

123. а) $\frac{5^{-4} \cdot 15^6}{(3 \cdot 5)^{-2}} = \frac{5^{-4} \cdot 5^6 \cdot 3^6}{3^{10}} = \frac{5^2}{3^4} = \frac{25}{81}$; б) $\frac{4^3 \cdot 14^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{2^6 \cdot 2^{-3} \cdot 7^{-3}}{7^{-5} \cdot 2^7} = \frac{7^2}{2^4} = \frac{49}{16}$; в) $\frac{3^5 \cdot 2^{-6}}{(2^3)^{-4}} = \frac{3^5 \cdot 3^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-12}} = 3^{-1} \cdot 2^6 = \frac{64}{3}$;
 г) $\frac{8^{-3} \cdot 10^5}{5^6 \cdot 2^{-2}} = \frac{2^{-9} \cdot 2^5 \cdot 5^5}{5^6 \cdot 2^{-2}} = 2^{-2} \cdot 5^{-1} = \frac{1}{20}$.

124. а) $\frac{m^6 \cdot (m^{-2})^5}{m^{-3} \cdot m^7} = \frac{m^6 \cdot m^{-10}}{m^4} = m^{-8} = (0,5)^{-8} = 2^8 = 256$; б) $\frac{a^{-3} b^{-5} \cdot (a^2 b)^{-1}}{(a^{-3})^2 b^{-4}} = \frac{a^{-3} b^{-5} a^{-2} b^{-1}}{a^{-6} b^{-4}} = ab^{-2} = 15 \cdot 5^{-2} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$; в) $\frac{n^{-5} \cdot (n^{-1})^{-9}}{n^{-4} \cdot n^{10}} = \frac{n^{-5} \cdot n^9}{n^6} = n^{-2} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$;
 г) $\frac{(cd^3)^{-2} c^{-8}}{(c^{-5})^2 \cdot (d^{-3})^3} = \frac{c^{-2} d^{-6} c^{-1}}{c^{-10} d^{-9}} = \frac{c^{-10} d^{-6}}{c^{-10} d^{-9}} = d^3 = 27$.

125. а) $\left(\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2} \right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}} = \left(\frac{x}{(x-1)^2} - \frac{x+2}{(x-1)(x+2)} \right) \cdot \frac{1}{(2x-2)^{-2}} = \frac{x-(x-1)}{(x-1)^2} 4 \cdot (x-1)^2 = 4$;
 б) $\left(\frac{y+2}{y^2-y-6} - \frac{y}{y^2-6y+9} \right)^{-1} : (3y-9)^2 = \left(\frac{y+2}{(y-3)(y+2)} - \frac{y}{(y-3)^2} \right)^{-1} : (3y-9)^2 = \left(\frac{y-3-y}{(y-3)^2} \right)^{-1} \times \frac{1}{9 \cdot (y-3)^2} = \frac{(y-3)^2}{-3} \cdot \frac{1}{9 \cdot (y-3)^2} = -\frac{1}{27}$.

126. а) $\sqrt{(x+4)} = 3, x \geq -4 \Rightarrow x+4 = 9 \Rightarrow x = 5;$

б) $\sqrt{\frac{x+7}{x+2}} = 3, x \neq -2 \Rightarrow \frac{x+7}{x+2} = 9 \Rightarrow x+7 = 9x+18 \Rightarrow 8x = -11 \Rightarrow x = -\frac{11}{8};$ в) $\sqrt{3x-1} = 2\sqrt{2}, x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-1 = 8 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3;$ г) $\sqrt{2x-86} - x = 2 \Rightarrow x \neq 6 \frac{2x-8}{6-x} = 4 \Rightarrow 2x-8 = 24-4x \Rightarrow 6x = 32 \Rightarrow x = 5\frac{1}{3}.$

127. а) $\sqrt{x^2-5x} = 6 \Rightarrow x^2-5x = 36 \Rightarrow x^2-5x-36 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm 13}{2} \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 9;$ б) $\sqrt{x^2-5x+5} = 1 \Rightarrow x^2-5x+5 = 1 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4;$ в) $\sqrt{x^2+6x} = 4 \Rightarrow x^2+6x = 16 \Rightarrow x^2+6x-16 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm 40}{2} \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 2;$ г) $\sqrt{x^2+5x+2} = 4 \Rightarrow x^2+5x+2 = 16 \Rightarrow x^2+5x-14 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{2} \Rightarrow x_1 = -7, x_2 = 2.$

128. а) $\sqrt{x} = 2-x, x \geq 0, x \leq 2 \Rightarrow x = (2-x)^2 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x = 1;$ б) $\sqrt{7-x} = x-1, x \leq 7, x \geq 1 \Rightarrow 7-x = (x-1)^2 \Rightarrow x = 3;$ в) $\sqrt{x+2} = x, x \geq 0, x \geq -2 \Rightarrow x^2-x-2 = 0 \Rightarrow x = 2;$ г) $\sqrt{12-x} = x, x \geq 0, x \leq 12 \Rightarrow 12-x = x^2 \Rightarrow x^2+x-12 = 0 \Rightarrow x = 3.$

129. а) $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1, x > 1 \Rightarrow 4 \cdot (x-1) - 4\sqrt{(x-1)(x+4)} + x+4 = 1 \Rightarrow 4\sqrt{(x-1)(x+4)} = 5x-1 \Rightarrow 16 \cdot (x^2+3x-4) = 25x^2-10x+1 \Rightarrow 9x^2-58x+65 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{58 \pm 32}{18} \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = \frac{13}{9};$ б) $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x-2}, x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow x+3-2\sqrt{(x+3)(2x-1)} + 2x-1 = 3x-2 \Rightarrow 2\sqrt{(x+3)(x-1)} = 4 \Rightarrow (x+3)(2x-1) = 4 \Rightarrow 2x^2+5x-7 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{4} \Rightarrow x = 1;$ в) $\sqrt{x+6} - 2\sqrt{x-2} = 1, x > 2 \Rightarrow x+6 - 4\sqrt{(x+6)(x-2)} + 4 \cdot (x-2) = 1 \Rightarrow 4\sqrt{(x+6)(x-2)} = 5x-3 \Rightarrow 16 \cdot (x^2+4x-12) = 25x^2-30x+9 \Rightarrow 9x^2-94x+201 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{94 \pm 40}{18} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{67}{9} = 7\frac{4}{9};$ г) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \sqrt{2x-5} \Rightarrow x+1-2\sqrt{(x+1)(x-2)} + (x-2) = 2x-5, x > 2,5 \Rightarrow 2\sqrt{(x+1)(x-2)} = 4 \Rightarrow (x+1)(x-2) = 4 \Rightarrow x^2-x-6 = 0 \Rightarrow x = 3.$

130. а) $\sqrt{2x^2+8x+7} = x+2, x \geq -2 \Rightarrow 2x^2+8x+7 = x^2+4x+4 \Rightarrow x^2+4x+3 = 0 \Rightarrow x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow x = -1;$ б) $\sqrt{2x^2-7x+5} = 1-x, x \leq 1 \Rightarrow 2x^2-7x+5 = 1-2x+x^2 \Rightarrow x^2-5x+4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 4 \Rightarrow x = 1;$

$$\text{в) } \sqrt{2x^2 + 8x + 1} = x + 3, x \geq -3 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 1 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -4 \Rightarrow x = 2;$$

$$\text{г) } \sqrt{2x^2 - 8x + 1} = 3 - x, x \leq 3 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 1 = 9 - 6x + x^2; x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -2 \Rightarrow x = -2.$$

$$\text{131. а) } x^2 + 2x - \sqrt{x^2 + 2x} = 3 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 + 2x} \geq 0| \Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x^2 + 2x = 9 \Rightarrow x^2 + 2x - 9 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{10}$$

$$\text{б) } x + \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 + 6x} \geq 0| \Rightarrow y^2 - 10y + 24 = 0 \Rightarrow y_1 = 4, y_2 = 6 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0, x + 6x - 36 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{2}, x_{3,4} = \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{2} = -3 + 3\sqrt{5} \Rightarrow x_1 = -8, x_2 = 2, x_{3,4} = -3 \pm 3\sqrt{5}.$$

$$\text{132. а) } \sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x+3}} = 2 \Rightarrow |y = \sqrt{2-x} + 3 \geq 3| \Rightarrow y - 3 + \frac{4}{y} = 2 \Rightarrow y^2 - 3y + 4 - 2t = 0 \Rightarrow y^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow \sqrt{2-x} = 1 \Rightarrow 2-x = 1 \Rightarrow x = 1;$$

$$\text{б) } \frac{3}{\sqrt{x+1}+1} + 2\sqrt{x+1} = 5 \Rightarrow |y = \sqrt{x+1} + 1 \geq 1| \Rightarrow \frac{3}{y} + 2 \cdot (y-1) = 5 \Rightarrow 3 + 2y^2 - 2y - 5y = 0 \Rightarrow 2y^2 - 7y + 3 = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3.$$

$$\text{133. а) } 10\sqrt{x^2 - x - 1} - \frac{3}{x^2 - x - 1} = 7 \Rightarrow |y = \sqrt{x^2 - x - 1} \geq 0| \Rightarrow 10y - \frac{3}{y} = 7 \Rightarrow 10y^2 - 3 = 7y; 10y^2 - 7y - 3 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{7 \pm 13}{20} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2;$$

$$\text{б) } 2\sqrt{x^2 - 9x + 23} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x^2 - 9x + 23}} = |y = \sqrt{x^2 - 9x + 23} \geq 0| \Rightarrow 2y - 5 = \frac{3}{y} \Rightarrow 2y^2 - 5y - 3 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x^2 - 9x + 23 = 9 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 7.$$

$$\text{134. а) } \frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} = \frac{14}{49-48} \Rightarrow \sqrt{196} > \sqrt{192} \Rightarrow \frac{1}{7-4\sqrt{3}} - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} > \sqrt{192};$$

$$\text{б) } 9 + 12\sqrt{2} + 8 \Rightarrow 12\sqrt{22}\sqrt{70} \Rightarrow 72; 7 + 2\sqrt{70} + 10 \Rightarrow 6\sqrt{2}\sqrt{70} \Rightarrow 70 \Rightarrow 3 + 2\sqrt{2} > \sqrt{7} + \sqrt{10};$$

$$\text{в) } \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = \frac{14}{50-49} = 14 \Rightarrow \sqrt{196} < \sqrt{198} \Rightarrow \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} < \sqrt{198}.$$

$$\text{г) } 2\sqrt{5} + 3 \Rightarrow 20 + 12\sqrt{5} + 9 \Rightarrow 6\sqrt{5}\sqrt{190} \Rightarrow 180; 10 + 2\sqrt{190} + 19\sqrt{190} \Rightarrow 190 \Rightarrow 2\sqrt{5} + 3 < \sqrt{10} + \sqrt{19}.$$

$$\text{135. а) } \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m+4}} + \frac{4\sqrt{m}}{(\sqrt{m}-4)(\sqrt{m}+4)} = \frac{\sqrt{m}(\sqrt{m}-4)+4\sqrt{m}}{m-16} = \frac{m}{m-16} = \frac{9}{\frac{16}{9}-16} = \frac{16}{16-9 \cdot 16} = -\frac{1}{8};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n-5}} - \frac{5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+5)-5\sqrt{n}}{n-25} = \frac{n}{n-25} = \frac{25}{\frac{25}{4}-25} = -\frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{136. a) } & \left(\sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x+1}}\right) \cdot \frac{1-x}{\sqrt{x+3}} \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{3-x}{\sqrt{x+1}}\right) \cdot \frac{\sqrt{x+3}}{1-x} = \\
 & = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{1-x}{\sqrt{x+3}} = 1 - \sqrt{x}; \text{ б) } \left(2 + \sqrt{b}\right) \cdot \left(\frac{b-\sqrt{b}}{\sqrt{b-1}} 2\sqrt{b} + 2\right) = \\
 & = \left(2 + \sqrt{b}\right) \cdot \left(2 - \sqrt{b}\right) = 4 - b; \text{ в) } \left(\frac{6-y}{1+\sqrt{y}} + \sqrt{y}\right) : \frac{6+\sqrt{y}}{y-1} = \\
 & = \frac{6-y+y+\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}} \cdot \frac{y-1}{6+\sqrt{y}} = \sqrt{y} - 1; \text{ г) } \left(1 + 2\sqrt{a} - \frac{\sqrt{a+a}}{\sqrt{a+1}}\right) = (1 + \\
 & + 2\sqrt{a} - \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = (1 + \sqrt{a}) \cdot (1 - \sqrt{a}) = 1 - a.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{137. a) } & \left(\frac{\sqrt{x^3-1}}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x}\right) : \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = \left(\frac{(\sqrt{x-1})(x+\sqrt{x+1})}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x}\right) : \\
 & : \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = (\sqrt{x} + 1)^2 : (\sqrt{x} + 1) = \sqrt{x} + 1; \text{ б) } \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \times \\
 & \times \left(\frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a}\right) = \frac{1+\sqrt{a}}{1-a} \cdot (1 - \sqrt{a})^2 = \frac{1}{1-\sqrt{a}} \cdot (1 - \sqrt{a})^2 = \\
 & = 1 - \sqrt{a}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{138. a) } & \left(\frac{3\sqrt{x-x}\sqrt{x}}{3-x} - 2\right)^{-1} : \frac{\sqrt{x+2}}{x-4} = (\sqrt{x} - 2)^{-1} \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{x-4} = \\
 & = \frac{1}{\sqrt{x-2}} : \frac{1}{\sqrt{x-2}} = 1; \text{ б) } \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}\right)^{-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = (\sqrt{x} + 1)^{-1} \times \\
 & \times \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = (\sqrt{x} + 1)^{-1} \cdot (\sqrt{x} + 1) = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{139. a) } & \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} = |3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}| + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{5} - \\
 & - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{5}; \text{ б) } \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} = \\
 & = |2 - \sqrt{7}| + |2 - |2 - 7|| = \sqrt{7} - 2 + 3 - \sqrt{7} = 1; \\
 \text{в) } & \sqrt{(2\sqrt{15} - 3\sqrt{7})^2} - 3\sqrt{7} = |2\sqrt{15} - 3\sqrt{7}| - 3\sqrt{7} = 3\sqrt{7} - \\
 & - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{7} = -2\sqrt{15}; \text{ г) } \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{10} - 4)^2} = \\
 & = |\sqrt{10} - 3| + |\sqrt{10} - 4| = \sqrt{10} - 3 + 4 - \sqrt{10} = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{140. a) } & x^2 - 5 \cdot (\sqrt{x})^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0, x \geq 0 \Rightarrow x_1 = \\
 & = 6, x_2 = -14 \Rightarrow x = 6; \text{ б) } x^2 + \sqrt{(x+1)^2} - 3 \Rightarrow x^2 + \\
 & + |x+1| - 3 = 0: \text{ 1) } x \geq -1 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1; \\
 \text{2) } & x < -1 \Rightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \\
 & = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}; \text{ в) } x^2 + (\sqrt{x-3})^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 3 - 9 = \\
 & = 0, x \geq 3 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -4 \Rightarrow x = 3; \\
 \text{г) } & x^2 + \sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow x^2 + |x-3| - 9 = 0: \text{ 1) } x > 3 \Rightarrow x^2 + x - \\
 & - 3 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = -4, x_2 = 3 \Rightarrow x = 3; \\
 \text{2) } & x < 3 \Rightarrow x^2 - x + 3 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = \\
 & = -2, x_2 = 3 \Rightarrow x = -2.
 \end{aligned}$$

141. а) $3 + 2x < -4 \Rightarrow 2x < -7 \Rightarrow x < -\frac{7}{2}$; б) $1 - 3x \geq 2 \Rightarrow 3x \leq -1 \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3}$; в) $2 + 5x > -3 \Rightarrow 5x > -5 \Rightarrow x > -1$; г) $1 - 2x \leq 3 \Rightarrow 2x \geq -2 \Rightarrow x \geq -1$.

142. а) $\frac{x-2}{12} \geq \frac{3x-5}{15} \Rightarrow 5 \cdot (x-2) \geq 4 \cdot (3x-5) \Rightarrow 7x \leq 10 \Rightarrow x \leq \frac{10}{7}$; б) $\frac{3-2x}{9} \leq \frac{2x+7}{6} \Rightarrow 2 \cdot (3-2x) \leq 3 \cdot (2x+7) \Rightarrow 10x \geq -15 \Rightarrow x \geq -1,5$; в) $\frac{2+x}{10} > \frac{3x-1}{15} \Rightarrow (2+x) > 2 \cdot (3x-1) \Rightarrow 3x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{3}$; г) $\frac{3x-1}{8} > \frac{3-5x}{20} \Rightarrow 2x \geq -2 \Rightarrow x \geq -1$.

143. а) $(x-3)(x+3) > x^2 + 5x - 4 \Rightarrow x^2 - 9 > x^2 + 5x - 4 \Rightarrow 5x < -5 \Rightarrow x < -1$; б) $(x+4)^2 \leq x^2 + 6x + 10 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 \leq x^2 + 6x + 10 \Rightarrow 2x \leq -6 \Rightarrow x \leq -3$; в) $(3-2x)(3+2x) \geq 10 - 4x^2 + 5x \Rightarrow 9 - 4x^2 \leq 10 - 4x^2 + 5x \Rightarrow 5x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{5}$; г) $(1-3x)^2 > 9x^2 + 3x - 8 \Rightarrow 1 - 6x + 9x^2 > 9x^2 + 3x - 8 \Rightarrow 9x < 9 \Rightarrow x < 1$.

144. $x^2 + 5x + q = 0$: а) $D = 20 - 4q < 0 \Rightarrow 4q > 20 \Rightarrow q > 5$. Наименьшее целое $q = 6$. б) $D = 49 - 4q \geq 0 \Rightarrow q \leq \frac{49}{4}$. Наибольшее целое $q = 12$.

145. а) $ax^2 + 6x - 3 = 0 \Rightarrow D = 36 + 12a > 0 \Rightarrow a > -3$; б) $ax^2 + 5x + 15 = 0 \Rightarrow D = 25 - 60a < 0 \Rightarrow a > \frac{5}{12}$.

146. а) $\frac{3-p}{4} - \frac{5-2p}{18} < 0 \Rightarrow 9 \cdot (3-p) - 2 \cdot (5-2p) < 0 \Rightarrow 17 - 5p < 0 \Rightarrow p > \frac{17}{5}$. Наименьшее целое $p = 4$. б) $\frac{5-2k}{4} + \frac{9+2k}{6} > 0 \Rightarrow 3 \cdot (5-2k) + 2 \cdot (9+2k) > 0 \Rightarrow 33 - 2k > 0 \Rightarrow k < \frac{33}{2}$. Наибольшее целое $q = 16$.

147. а) $x^2 + 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x+1)(x+2) < 0 \Rightarrow x \in (-2; -1)$; б) $x^2 + x - 12 \geq 0 \Rightarrow (x-3)(x+4) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$; в) $x^2 - 7x + 12 > 0 \Rightarrow (x-3)(x+4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$; г) $x^2 - 3x - 4 \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) \leq 0 \Rightarrow x \in [-1; 4]$.

148. а) $2x^2 - 9x + 4 \geq 0 \Rightarrow 2 \cdot (x-4) \cdot (x + \frac{1}{2}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [4; +\infty)$; б) $9x^2 + 8x - 1 < 0 \Rightarrow 9 \cdot (x+1) \cdot (x - \frac{1}{9}) < 0 \Rightarrow x \in (-1; \frac{1}{9})$; в) $3x^2 - 4x + 1 \leq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x-1) \cdot (x - \frac{1}{3}) \leq 0 \Rightarrow x \in [\frac{1}{3}; 1]$; г) $-2x^2 + x + 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 > 0 \Rightarrow 2 \cdot (x-1) \cdot (x + \frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$.

149. а) $x^2 - 81 \leq 0 \Rightarrow (x-9)(x+9) \leq 0 \Rightarrow x \in [-9; 9]$; б) $-x^2 > 4x \Rightarrow x^2 + 4x < 0 \Rightarrow x(x+4) < 0 \Rightarrow x \in (-4; 0)$; в) $121 \leq x^2 \Rightarrow (x-11)(x+11) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -11] \cup [11; +\infty)$; г) $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow x \in (0; 2)$.

150. а) $4x^2 - 12x + 9 > 0 \Rightarrow (2x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}; +\infty)$; б) $-2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$; в) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0 \Rightarrow (3x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$; г) $x^2 - 2x + 5 < 0 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$.

151. а) $\sqrt{4x - 9x} \Rightarrow 4x - 9x \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{9}{4}$; б) $\frac{1}{\sqrt{5-7x}} \Rightarrow 5 - 7x > 0 \Rightarrow x < \frac{5}{7}$; в) $\sqrt{3-9x} \Rightarrow 3 - 9x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$; г) $\frac{1}{\sqrt{5x+3}} \Rightarrow 5x + 3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{5}$.

152. а) $\sqrt{x^2 - 3x} \Rightarrow x^2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x(x - 3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$; б) $\frac{1}{\sqrt{12-3x^2}} \Rightarrow 12 - 3x^2 > 0 \Rightarrow 12 - 3x^2 > 0 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x \in (-2; 2)$; в) $\sqrt{36 - x^2} \Rightarrow 36 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-6; 6]$; г) $\frac{1}{\sqrt{4x^2 - 8x}} \Rightarrow 4x^2 - 8x > 0 \Rightarrow 4x(x - 2) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

153. а) $\sqrt{x^2 - 8x + 15} \Rightarrow x^2 - 8x + 15 \geq 0 \Rightarrow (x - 5)(x - 3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 3] \cup [5; +\infty)$; б) $\sqrt{(-x^2 + 9x - 20)^{-1}} \Rightarrow -x^2 + 9x - 20 > 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) < 0 \Rightarrow x \in (4; 5)$; в) $\sqrt{(x^2 + 7x + 12)^{-1}} \Rightarrow x^2 + 7x + 12 > 0 \Rightarrow (x + 3)(x + 4) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (-3; +\infty)$; г) $\sqrt{-x^2 - 11x - 28} \Rightarrow x^2 + 11x + 28 \leq 0 \Rightarrow (x + 4)(x + 7) \leq 0 \Rightarrow x \in [-7; -4]$.

154. а) $\sqrt{(x^2 + 8x + 16)^{-1}} \Rightarrow (x + 4)^2 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$; б) $\sqrt{(-x^2 + 2x - 3)^{-1}} \Rightarrow x^2 - 2x + 3 < 0 \Rightarrow D = 4 - 4 \cdot 3 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$; в) $\sqrt{x^2 + 6x + 10} \Rightarrow x^2 + 6x + 10 \geq 0 \Rightarrow D = 36 - 4 \cdot 10 < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$; г) $\sqrt{-x^2 + 2x - 1} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Rightarrow (x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty)$.

155. а) $\frac{\sqrt{3-5x-2x^2}}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow 3 - 5x - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \Rightarrow 2 \cdot (x - \frac{1}{2})(x + 3) \leq 0 \Rightarrow x \in [-3; 0) \cup [0; \frac{1}{2}]$; б) $\frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{2x+5}, x \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow 3x^2 - x - 14 \geq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 2)(x - \frac{7}{2}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{5}{2}) \cup (-\frac{5}{2}; -2] \cup [\frac{7}{3}; +\infty)$; в) $\frac{\sqrt{2-5x-3x^2}}{9x}, x \neq 0 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 2 \leq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x + 2)(x - \frac{1}{3}) \leq 0 \Rightarrow x \in [-2; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]$; г) $\frac{\sqrt{3x^2-4x-15}}{7-2x}, x \neq \frac{7}{2} \Rightarrow 3x^2 - 4x - 15 \geq 0 \Rightarrow 3 \cdot (x - 3)(x + \frac{5}{3}) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{5}{3}) \cup [3; \frac{7}{2}) \cup (\frac{7}{2}; +\infty)$.

156. а) $y = \sqrt{2x+8} \Rightarrow 2x+8 \geq 0 \Rightarrow 2x > -8 \Rightarrow x \geq -4$; б) $y = \frac{1}{\sqrt{10x^2-3x-1}} \Rightarrow 10x^2-3x-1 > 0 \Rightarrow 10 \times (x - \frac{1}{2}) \cdot (x + \frac{1}{5}) > 0 \Rightarrow x \in [-\infty; -\frac{1}{5}) \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$; в) $y = \sqrt{(3x-18)^{-1}} \Rightarrow 3x-18 > 0 \Rightarrow 3x > 18 \Rightarrow x > 6$; г) $y = \sqrt{10+3x-x^2} \Rightarrow x^2-3x-10 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \Rightarrow x \in [-2; 5]$.

157. а) $5x^2-kx+5=0 \Rightarrow D = k^2-4 \cdot 5 \cdot 5 > 0 \Rightarrow k^2-100 > 0 \Rightarrow k \in (-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$; б) $3x^2+2kx-(k-6)=0 \Rightarrow D = 4k^2-4 \cdot 3 \cdot -(k-6) = 4k^2+12k-72 \geq 0 \Rightarrow k^2+3k-18 \geq 0 \Rightarrow (k-3)(k+6) \geq 0 \Rightarrow k \in (-\infty; -6] \cup [3; +\infty)$; в) $3x^2+2kx+12=0 \Rightarrow D = 4k^2-4 \cdot 3 \cdot 12 < 0 \Rightarrow k^2-36 < 0 \Rightarrow k \in (-6; 6)$; г) $2x^2-kx+k+6 \Rightarrow D = k^2-4 \cdot 2 \cdot (k+6) \leq 0 \Rightarrow k^2-8k-48 \leq 0 \Rightarrow (k-12)(k+4) \leq 0 \Rightarrow k \in [-4; 12]$.

158. Из условий задачи получаем уравнение: а) $a(a+3) > 70 \Rightarrow a^2+3a-70 > 0 \Rightarrow (a-7)(a+10) > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -10) \cup (7; +\infty)$. Так как сторона прямоугольника не может быть отрицательной величиной, то меньшая сторона прямоугольника больше 7 см.

б) Из условий задачи получаем уравнение: $\frac{1}{2} \cdot (a-5)a > 25 \Rightarrow a^2-5a-50 > 0 \Rightarrow (a-10)(a+5) > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; -5) \cup (10; +\infty)$. Так как сторона прямоугольника не может быть отрицательной величиной, то меньшая сторона прямоугольника больше 10 см.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Задачи на повторение	4
-----------------------------	----------

Глава 1. Алгебраические дроби	23
§1. Основные понятия	23
§2. Основное свойство алгебраической дроби . . .	28
§3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	32
§4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями	36
§5. Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень	44
§6. Преобразование рациональных выражений . .	50
§7. Первые представления о рациональных уравнениях	55
§8. Степень с отрицательным целым показателем	63
Домашняя контрольная работа №1	67
Вариант 1	67
Вариант 2	68

Глава 2. Функция $y = \sqrt{x}$.	
Свойства квадратного корня	70
§9. Рациональные числа	70
§10. Понятие квадратного корня из неотрицательного числа	71
§11. Иррациональные числа	76
§12. Множество действительных чисел	77
§13. Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график . . .	79
§14. Свойства квадратных корней	85
§15. Преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня . .	89

§16. Модуль действительного числа	102
Домашняя контрольная работа №2	111
Вариант 1	111
Вариант 2	112
Глава 3. Квадратичная функция $y = \frac{k}{x}$	114
§17. Функция $y = kx^2$, её свойства и график . . .	114
§18. Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график	131
§19. Как построить график функции $y = f(x+l)$, если известен график функции $y = f(x)$. .	141
§20. Как построить график функции $y = f(x) +$ $+ m$, если известен график функции $y = f(x)$	158
§21. Как построить график функции $y = f(x +$ $+ l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	169
§22. Функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график	179
§23. Графическое решение квадратных уравнений	189
Домашняя контрольная работа №3	196
Вариант 1	196
Вариант 2	198
Глава 4. Квадратные уравнения	200
§24. Основные понятия	200
§25. формулы корней квадратных уравнений . . .	206
§26. Рациональные уравнения	218
§27. Рациональные уравнения как математиче- ские модели реальных ситуаций	229
§28. Ещё одна формула корней квадратного урав- нения	242
§29. Теорема Виета	250
§30. Иррациональные уравнения	262
Домашняя контрольная работа №4	271
Вариант 1	271
Вариант 2	272

Глава 5. Неравенства	274
§31. Свойства числовых неравенств	274
§32. Исследование функции на монотонность . . .	281
§33. Решение линейных неравенств	283
§34. Решение квадратных неравенств	289
§35. Приближённые значения действительных чисел	305
§36. Стандартный вид числа	306
Домашняя контрольная работа №5	309
Вариант 1	309
Вариант 2	310

Глава 6. Итоговое повторение	312
-------------------------------------	------------

Издательство «ЛадКом»
ladya-book@bk.ru

С. М. Зак

**ВСЕ ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
А. Г. Мордковича
АЛГЕБРА
8 КЛАСС**

ФГОС

Формат 84x108 1/32

Бумага типографская. Печать офсетная. 352 с.

Усл.печ.л. 11. Тираж 10 000 экз. Заказ № ВЗК-02728-13.

Издательство «ЛадКом» Москва 2014 г.

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов.

610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36

<http://www.gipp.kirov.ru>; e-mail: order@gipp.kirov.ru