

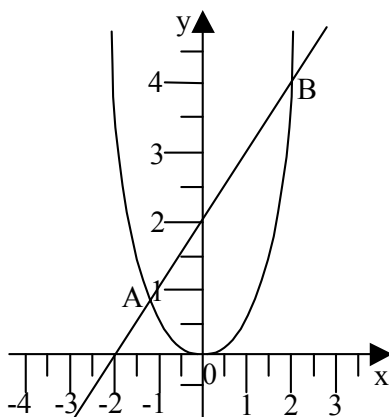
26. Графический способ решения уравнений

№622.

а) $x^2=x+2$; строим графики:

$y=x^2$; $y=x+2$;

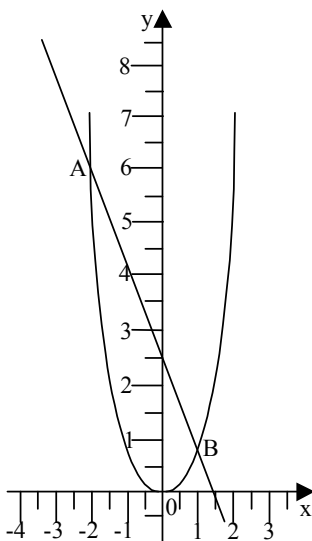
$x_1=-1$; $x_2=2$;



б) $x^2+1,5x-2,5=0$; строим графики:

$y=x^2$; $y=-1,5x+2,5$;

$x_1=-2,5$; $x_2=1$;



№623.

a) $x^2=0,5x+3$;

1) строим графики:

$y=x^2$ и $y=0,5x+3$; находим

$x_1=-1,5$; $x_2=2$.

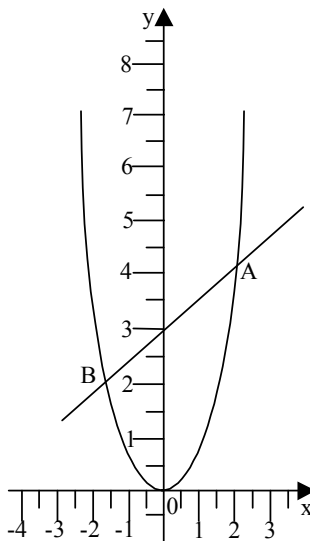
2) $x^2-0,5x-3=0$;

$D=(-0,5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=0,25+12=12,25=3,5^2$

$x=\frac{0,5 \pm 3,5}{2}$;

$x_1=2$;

$x_2=-1,5$;



б) $x^2-3x+2=0$;

1) строим графики:

$y=x^2$ и $y=3x-2$; находим

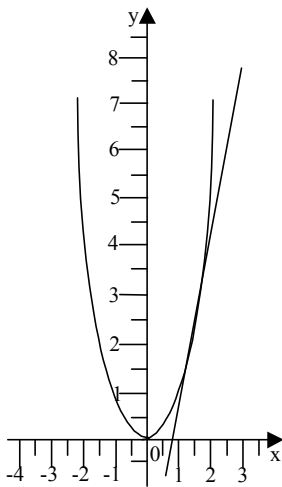
$x_1=1$; $x_2=2$.

2) $D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot 2=1$

$x=\frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$;

$$x_1=2;$$

$$x_2=1;$$

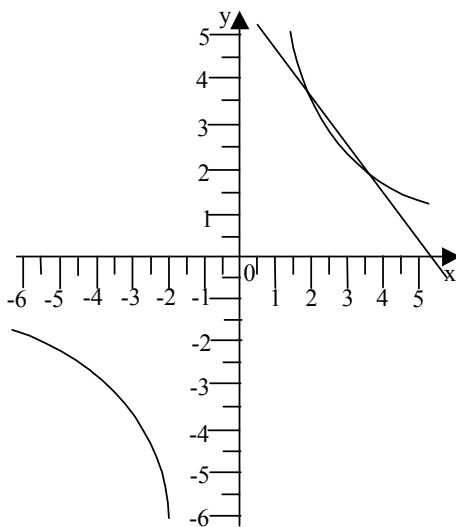


№624.

a) $\frac{8}{x} = -x + 6$; строим графики

$y = \frac{8}{x}$ и $y = -x + 6$; находим:

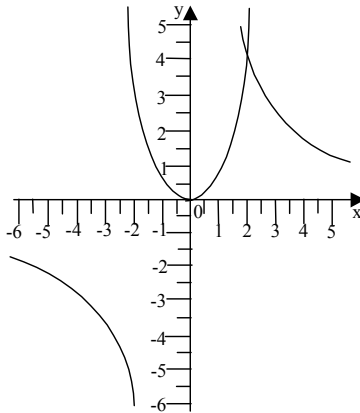
$$x_1=2; x_2=4;$$



б) $\frac{8}{x} = x^2$; строим графики

$y = x^2$ и $y = \frac{8}{x}$; находим:

$x \approx 2$;

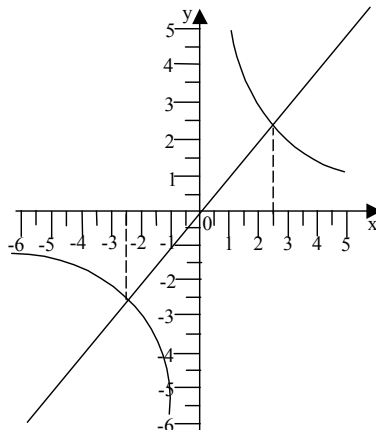


№625.

а) $\frac{6}{x} = x$; строим графики

$y = \frac{6}{x}$ и $y = x$;

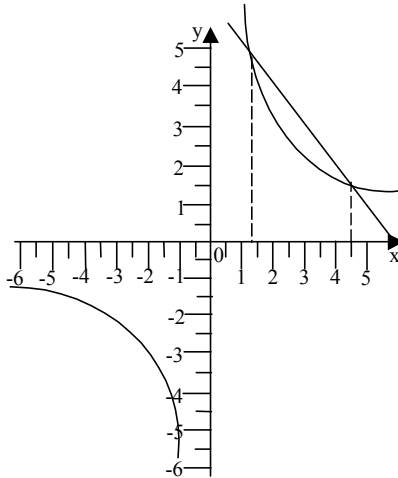
$x_1 \approx 2,5$; $x_2 \approx -2,5$;



б) $\frac{6}{x} = -x + 6$; строим графики

$y = \frac{6}{x}$ и $y = -x + 6$; находим:

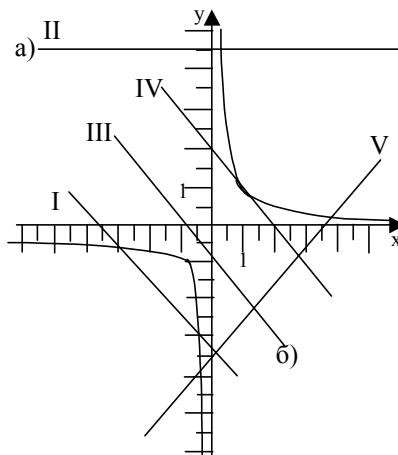
$x_1 \approx 1,2$; $x_2 \approx 4,6$.



№626.

$\frac{1}{x} = ax + b$; строим графики:

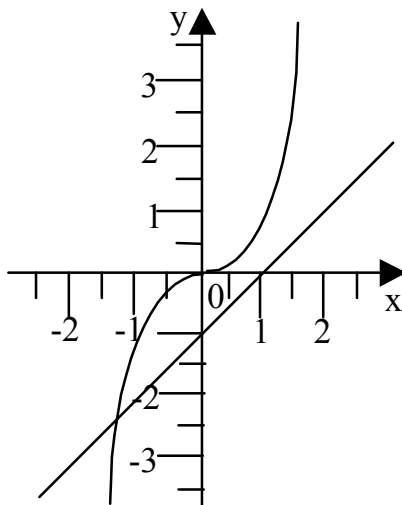
$y = \frac{1}{x}$ и $y = ax + b$.



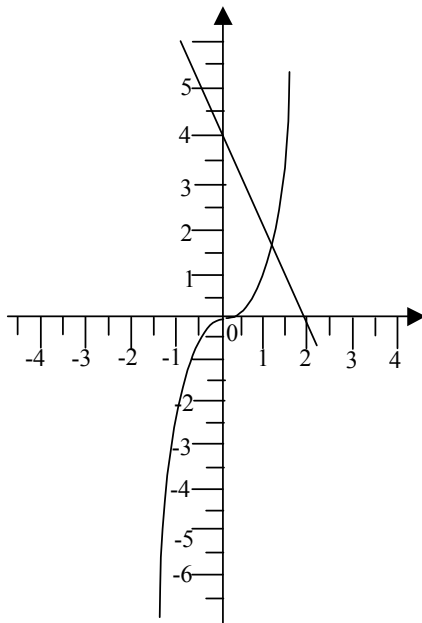
Из рисунка определяем, что
 для I прямой: у уравнения два корня;
 для II прямой: у уравнения один корень;
 для III прямой: у уравнения нет корней;
 для IV прямой: у уравнения один корень;
 для V прямой: у уравнения два корня.

№627.

а) $x^3 - x + 1 = 0$; строим графики
 $y = x^3$ и $y = x - 1$; находим
 $x \approx -1,3$;



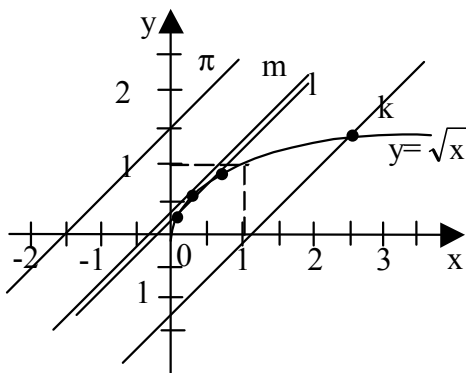
б) $x^3 + 2x - 4 = 0$; $x^3 = -2x + 4$; строим графики
 $y = x^3$ и $y = -2x + 4$; находим
 $x \approx 1,2$;



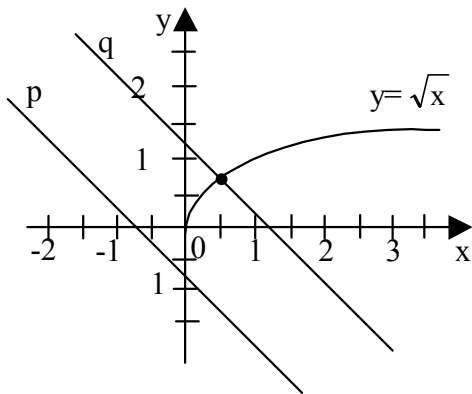
№628.

а) $\sqrt{x} = x + b$; строим графики:

$y = \sqrt{x}$ и $y = x + b$;



б) $\sqrt{x} = -x+b$; строим графики:
 $y = \sqrt{x}$ и $y = -x+b$;



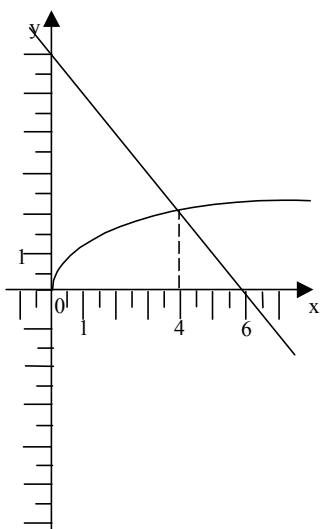
Из рисунков находим ответ:

а) При $b < 0$: у уравнения один корень – прямая k ; при $b \geq 0$: у уравнения два корня – прямая l ; один корень – прямая m ; нет корней – прямая π .

б) При $b < 0$: нет корней – прямая p ; при $b \geq 0$: у уравнения один корень – прямая q .

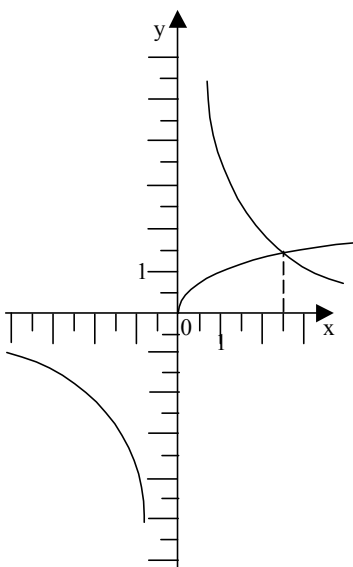
№629.

а) $\sqrt{x} = 6-x$; строим графики:
 $y = \sqrt{x}$ и $y = 6-x$; находим $x \approx 4$;



б) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$; строим графики:

$y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{4}{x}$; находим $x \approx 2,5$;



УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№630.

Обозначим за x км/ч предполагаемую скорость туристов, тогда

$(x+0,5)$ км/ч – фактическая скорость туристов, $\left(\frac{18}{x}\right)$ ч –

предполагаемое время прохождения туристами маршрута, $\left(\frac{18}{x+0,5}\right)$

ч – фактическое время прохождения туристами маршрута. Так как туристы прошли намеченный маршрут на полчаса быстрее, получаем уравнение:

$$\frac{18}{x} - \frac{18}{x+0,5} = \frac{1}{2};$$

$$36(x+0,5) - 36x = x^2 + 0,5x;$$

$$36x + 18 - 36x = x^2 + 0,5x;$$

$$x^2 + 0,5x - 18 = 0;$$

$$2x^2 + x - 36 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-1 \pm 17}{4};$$

$$x_1 = \frac{-1 - 17}{4} < 0 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = \frac{-1 + 17}{4} = 4.$$

Ответ: 4 км/ч.

№631.

Обозначим за x га/день количество гектаров, которое засеивала бригада ежедневно, , тогда $(x-10)$ га/день – количество гектаров,

которые планировалось засеивать ежедневно, $\left(\frac{120}{x}\right)$ дней –

фактическое время выполнения работы, $\left(\frac{120}{x-10}\right)$ дней –

планируемой время выполнения работы. Составляем уравнение:

$$\frac{120}{x-10} - 2 = \frac{120}{x};$$

$$\begin{aligned}
120x - 2x(x-10) &= 120(x-10); \\
120x - 2x^2 + 20x &= 120x - 1200; \\
-2x^2 + 20x + 1200 &= 0; \\
x^2 - 10x - 600 &= 0; \\
D_1 &= 25 + 600 = 625; \\
x &= 5 \pm \sqrt{625} = 5 \pm 25; \\
x_1 &= 5 + 25 = 30; \\
x_2 &= 5 - 25 = -20 < 0 \text{ (не подходит)}. \\
\text{Ответ: } 30 \text{ га.}
\end{aligned}$$

№632.

$$\begin{aligned}
\text{а) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \\
&= \frac{\sqrt{x}\sqrt{x} - \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y}\sqrt{y}}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x + y}{x - y}; \\
\text{б) } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \\
&= \frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \\
&= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{x - y} = \frac{2x + 2y}{x - y}.
\end{aligned}$$

Дополнительные упражнения к главе III

К ПАРАГРАФУ 8

№633.

$$\begin{aligned}
\text{а) } (x-3)(x^2+3x+9) &= x(x-8)(x+9); \\
x^3 - 27 &= x(x^2+9x-8x-72); \\
x^3 - 27 &= x^3+9x^2-8x^2-72x; \\
x^2-72x+27 &= 0 - \text{квадратное уравнение}; \\
\text{б) } (y+7)(y^2-7y+49) - y(y+8)(y-7) &= 0; \\
(y^3-343) - y(y^2-7y+8y-56) &= 0; \\
y^2-56y+343 &= 0 - \text{квадратное уравнение}; \\
\text{в) } (2x-1)(2x+1) + (x-3)^2 &= 17;
\end{aligned}$$

$$4x^2-1+x^2-6x+9-17=0;$$

$$5x^2-6x-9=0 \text{ - квадратное уравнение;}$$

$$\text{г) } (4x+1)^2=2x(x-6)-1=0;$$

$$16x^2+8x+1-2x^2+12x-1=0;$$

$$14x^2+20x=0;$$

$$7x^2+10x=0 \text{ - квадратное уравнение.}$$

№634.

$$\text{а) } y^2-36=0; (y-6)(y+6)=0;$$

$$y_1=6; y_2=-6;$$

$$\text{б) } \frac{1}{3}y^2 - \frac{8}{27}=0; 3\left(\frac{1}{3}y^2\right)=3\left(\frac{8}{27}\right); y^2=\frac{8}{9};$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{в) } -0,2y^2+45=0; 0,2y^2=45; y^2=\frac{45\cdot 10}{2}=225;$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{225}=\pm 15;$$

$$\text{г) } -\frac{3}{7}y^2+2\frac{1}{3}=0; \frac{3}{7}y^2=\frac{7}{3}; y^2=\frac{49}{9};$$

$$y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{49}{9}}=\pm\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}.$$

№635.

$$\text{а) } 8x^2-3x=0; x(8x-3)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$8x_2=3; x_2=\frac{3}{8}.$$

$$\text{б) } -2x^2+5x=0; x(2x-5)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$2x_2=5; x_2=\frac{5}{2}.$$

$$\text{в) } x^3+x=0; x(x^2+1)=0;$$

$$1) x_1=0;$$

$$2) x_2=x^2+1=0 \text{ – решений не имеет, т.к. } D=-4<0.$$

$$\text{г) } 2x^3-50x=0; 2x(x^2-25)=0$$

$$1) x_1=0;$$

$$2) x=25; x_{2,3}=\pm 5.$$

№636.

а) $(x+2)^2+(x-3)^2=13$; $x^2+4x+4+x^2-6x+9-13=0$;

$2x^2-2x=0$; $x(x-1)=0$;

$x_1=0$; $x_2=1$.

б) $(3x-5)^2-(2x+1)^2=24$;

$9x^2-30x+25-4x^2-4x-1-24=0$; $5x^2-34x=0$;

$x(5x-34)=0$;

1) $x_1=0$;

2) $5x=34$; $x_2=6,8$.

в) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$;

$x^3-64+28=x^3-25x^2$; $25x^2-36=0$; $x^2-\frac{36}{25}=0$;

$x^2=\frac{36}{25}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{36}{25}}$; $x_{1,2}=\pm\frac{6}{5}=\pm1\frac{1}{5}$.

г) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-1=1,6x^2(5x-2)$;

$8x^3+1-1=8x^3-3,2x^2$; $3,2x^2=0$; $x=0$.

№637.

а) $x^2=a$;

1) если $a \geq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$;

2) если $a < 0$, то уравнение не имеет корней;

б) $x^2=a^2$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{a^2}=\pm|a|=\pm a$;

в) $x^2+4b=0$; $x^2=-4b$;

1) если $b \leq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{-2b}$;

2) если $b > 0$, то уравнение не имеет корней;

г) $x^2+9b^2=0$; $x^2=-9b^2$. Если $b \neq 0$, то уравнение не имеет корней, так как $x^2 \geq 0$ при всех x , $a-b^2 < 0$. Если $b=0$, то у уравнений один корень $x=0$.

№638.

а) $x^2-16x+48=0$; $x^2-2 \cdot 8x+64-64+48=0$;

$(x-8)^2=16$; $x-8=\pm\sqrt{16}=\pm4$;

1) $x-8=4$; $x_1=12$;

2) $x-8=-4$; $x_2=4$;

б) $x^2+12x+27=0$; $x^2+2 \cdot 6x+36=36-27$;

$$(x+6)^2=0; x+6=\pm\sqrt{9}=\pm 3;$$

$$1) x+6=3; x_1=-3;$$

$$2) x+6=-3; x_2=-9;$$

$$в) x^2+10x-39=0; x^2+2 \cdot 5x+25=25+39;$$

$$(x+5)^2=64; x+5=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x+5=8; x_1=3;$$

$$2) x+5=-8; x_2=-13;$$

$$г) x^2-6x-55=0; x^2-2 \cdot 3x+9=9+55;$$

$$(x-3)^2=64; x-3=\pm\sqrt{64}=\pm 8;$$

$$1) x-3=8; x_1=11;$$

$$2) x-3=-8; x_2=-5;$$

$$д) x^2+7x-18=0; x^2+2 \cdot \frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=18+\left(\frac{7}{2}\right)^2;$$

$$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{121}{4}; x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{121}{4}}=\pm\frac{11}{2};$$

$$1) x+\frac{7}{2}=\frac{-11}{2}; x_1=\frac{-11}{2}-\frac{7}{2}; x_1=-9;$$

$$2) x+\frac{7}{2}=\frac{11}{2}; x_2=\frac{11}{2}-\frac{7}{2}=2;$$

$$е) x^2-11x+28=0; x^2-2 \cdot \frac{11}{2}x+\left(\frac{11}{2}\right)^2=\left(\frac{11}{2}\right)^2-28;$$

$$\left(x-\frac{11}{2}\right)^2=\frac{9}{4}; x-\frac{11}{2}=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2};$$

$$1) x-\frac{11}{2}=\frac{-3}{2}; x_1=\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}; x_1=4;$$

$$2) x-\frac{11}{2}=\frac{3}{2}; x_2=\frac{11}{2}+\frac{3}{2}; x_2=7;$$

$$ж) 2x^2-5x+2=0; x^2-\frac{5}{2}x+1=0;$$

$$x^2-2 \cdot \frac{5}{4}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2-1;$$

$$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}; x-\frac{5}{4}=\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4};$$

$$1) x-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}; x=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}; x_1=2;$$

$$2) x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}; x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}; x_2 = \frac{1}{2};$$

$$3) 3x^2 - x - 70 = 0; x^2 - \frac{x}{3} - \frac{70}{3} = 0;$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{70}{3};$$

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{841}{36}; x - \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{841}{36}};$$

$$1) x - \frac{1}{6} = \frac{-29}{6}; x_1 = \frac{-28}{6} = -4\frac{2}{3};$$

$$2) x - \frac{1}{6} = \frac{29}{6}; x_2 = 5.$$

№639*.

$$a) a^2 + 4a + 11 = (a^2 + 4a + 4) - 4 + 11 = (a + 2)^2 + 7 > 0 \text{ при всех значениях } a;$$

$$б) \frac{x^2 - 2x + 7}{19} = \frac{(x^2 - 2x + 1) + 6}{19} = \frac{(x - 1)^2}{19} > 0 \text{ при всех значениях } x;$$

$$в) m^2 - 4m + 51 = (m^2 - 4m + 4) - 4 + 51 = (m - 2)^2 + 47 > 0 \text{ при всех значениях } m;$$

$$г) \frac{p^2 - 6p + 18}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 6p + 9 + 9}{p^2 + 1} = \frac{(p - 3)^2 + 9}{p^2 + 1} > 0, \text{ т.к. } (p - 3)^2 + 9 > 0 \text{ при}$$

всех значениях p .

№640*.

$$a) x^2 - 8x + 27 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 27 = (x - 4)^2 + 11;$$

$$(x - 4)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (x - 4)^2 + 11 \geq 11 \text{ и } (x - 4)^2 + 11 = 11 \text{ при } x = 4.$$

$$б) a^2 - 4a + 20 = (a^2 - 4a + 4) + 16 = (a - 2)^2 + 16;$$

$$(a - 2)^2 \geq 0, \text{ следовательно, } (a - 2)^2 + 16 \geq 16 \text{ и } (a - 2)^2 + 16 = 16 \text{ при } a = 2.$$

К ПАРАГРАФУ 9

№641.

$$a) 4x^2 + 7x + 3 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1;$$

$$x = \frac{-7 \pm 1}{8};$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{8} = -\frac{3}{4};$$

$$x_2 = \frac{-7-1}{8} = -1;$$

$$б) x^2+x-56=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-56)=1+224=225;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$x_1 = \frac{-1+15}{2} = 7;$$

$$x_2 = \frac{-1-15}{2} = -8;$$

$$в) x^2-x-56=0;$$

$$D=(-1)^2-4 \cdot 1 \cdot (-56)=1+224=225;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2};$$

$$x_1 = \frac{1+15}{2} = 8;$$

$$x_2 = \frac{1-15}{2} = -7;$$

$$г) 5x^2-18x+16=0;$$

$$D_1=(-9)^2-5 \cdot 16=81-80=1;$$

$$x = \frac{9 \pm 1}{5};$$

$$x_1 = \frac{9-1}{5} = 1\frac{3}{5};$$

$$x_2 = \frac{9+1}{5} = 2;$$

$$д) 8x^2+x-75=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 8 \cdot (-75)=1+2400=2401;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 8} = \frac{-1 \pm 49}{16};$$

$$x_1 = \frac{-1+49}{16} = 3;$$

$$x_2 = \frac{-1-49}{16} = -\frac{50}{16} = -3\frac{1}{8};$$

$$е) 3x^2-11x-14=0;$$

$$D=(-11)^2-4 \cdot 3 \cdot (-14)=121+168=289;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 17}{6};$$

$$x_1 = \frac{11+17}{6} = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{11-17}{6} = -1;$$

$$\text{ж) } 3x^2 + 11x - 34 = 0;$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-34) = 121 + 408 = 529;$$

$$x = \frac{-11 \pm 23}{6};$$

$$x_1 = \frac{-11+23}{6} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-11-23}{6} = -\frac{34}{6} = -5\frac{2}{3};$$

$$\text{з) } x^2 - x - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5;$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№642.

$$\text{а) } (5x+3)^2 = 5(x+3); 25x^2 + 30x + 9 = 15 + 5x;$$

$$25x^2 + 25x - 6 = 0;$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-6) = 625 + 600 = 1225;$$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 25} = \frac{-25 \pm 35}{50} = \frac{-5 \pm 7}{10};$$

$$x_1 = \frac{-5+7}{10} = \frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-5-7}{10} = -1\frac{1}{5};$$

$$\text{б) } (3x+10)^2 = 3(x+10); 9x^2 + 60x + 100 = 3x + 30;$$

$$9x^2 + 57x + 70 = 0;$$

$$D = 57^2 - 4 \cdot 9 \cdot 70 = 3249 - 2520 = 729;$$

$$x = \frac{-57 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 9} = \frac{-57 \pm 27}{18} = \frac{-19 \pm 9}{6};$$

$$x_1 = \frac{-19+9}{6} = -1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{-19-9}{6} = -4\frac{2}{3};$$

$$\text{в) } (3x-8)^2 = 3x^2 - 8x; (3x-8)^2 - 3x + 8x = 0;$$

$$(3x-8)^2 - x(3x-8) = 0; (3x-8)(3x-8-x) = 0;$$

$$(3x-8)(2x-8) = 0; 2(3x-8)(x-4) = 0;$$

$$1) 3x-8=0; 3x=8; x_1 = 2\frac{2}{3};$$

$$2) x-4=0; x_2=4;$$

$$\text{г) } (4x+5)^2 = 5x^2 + 4x; 16x^2 + 40x + 25 - 5x^2 - 4x = 0;$$

$$11x^2 + 36x + 25 = 0;$$

$$D_1 = 18^2 - 11 \cdot 25 = 324 - 275 = 49;$$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{49}}{11} = \frac{-18 \pm 7}{11};$$

$$x_1 = \frac{-18-7}{11} = \frac{-25}{11} = -2\frac{3}{11};$$

$$x_2 = \frac{-18+7}{11} = -1;$$

$$\text{д) } (5x+3)^2 = 5x+3; (5x+3)^2 - (5x+3) = 0;$$

$$(5x+3)(5x+3-1) = 0; (5x+3)(5x+2) = 0;$$

$$1) 5x+3=0; 5x=-3; x_1 = -\frac{3}{5};$$

$$2) 5x+2=0; 5x=-2; x_2 = -\frac{2}{5};$$

$$\text{е) } (5x+3)^2 = (3x+5)^2; 25x^2 + 30x + 9 = 9x^2 + 30x + 25;$$

$$16x^2 - 16 = 0; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1$$

$$\text{ж) } (4x+5)^2 = 4(x+5)^2; 16x^2 + 40x + 25 = 4(x^2 + 10x + 25);$$

$$16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 12x^2 - 75 = 0;$$

$$4x^2 - 25 = 0; (2x-5)(2x+5) = 0;$$

$$1) 2x-5=0; 2x=5; x_1 = \frac{5}{2} = 2,5;$$

$$2) 2x+5=0; 2x=-5; x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5;$$

$$\text{з) } (2x+10)^2 = 4(x+5)^2; 4x^2 + 40x + 100 - 4(x^2 + 10x + 25) = 0;$$

$$4x^2 + 40x + 100 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 0 = 0;$$

x – любое действительное число.

№643.

$$\text{а) } x^2 - 2x - 5 = 0;$$

$$D=(-1)^2-1 \cdot (-5)=6;$$

$$x_{1,2}=1 \pm \sqrt{6};$$

Произведем проверку:

$$(1+\sqrt{6})^2-2(1+\sqrt{6})-5=1+2\sqrt{6}+6-2-2\sqrt{6}-5=7-7=0;$$

$$(1+\sqrt{6})^2-2(1+\sqrt{6})-5=1-2\sqrt{6}+6-2+2\sqrt{6}-5=7-7=0;$$

$$б) x^2+4x+1=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot 1=3;$$

$$x_{1,2}=-2 \pm \sqrt{3};$$

Произведем проверку:

$$(-2+\sqrt{3})^2+4(-2+\sqrt{3})+1=4-4\sqrt{3}+3-8+4\sqrt{3}+1=8-8=0;$$

$$(-2-\sqrt{3})^2+4(-2-\sqrt{3})+1=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+1=0;$$

$$в) 3y^2-4y-2=0;$$

$$D_1=(-2)^2-3 \cdot (-2)=10;$$

$$y_{1,2}=\frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}.$$

Произведем проверку:

$$3\left(\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right)^2-4\frac{2+\sqrt{10}}{3}-2=3\frac{4+4\sqrt{10}+10}{9}-\frac{8+4\sqrt{10}}{3}-2=$$

$$=\frac{14}{3}+\frac{4\sqrt{10}}{3}-\frac{8}{3}-\frac{4\sqrt{10}}{3}-2=0;$$

$$3\left(\frac{2-\sqrt{10}}{3}\right)^2-4\frac{2-\sqrt{10}}{3}-2=3\frac{4-4\sqrt{10}+10}{9}-\frac{8-4\sqrt{10}}{3}-2=$$

$$=\frac{14-4\sqrt{10}}{3}-\frac{8-4\sqrt{10}}{3}-2=\frac{14}{3}-\frac{4\sqrt{10}}{3}-\frac{8}{3}+\frac{4\sqrt{10}}{3}-2=\frac{14}{3}-\frac{8}{3}-\frac{6}{3}=0.$$

$$г) 5y^2-7y+1=0;$$

$$D=(-7)^2-4 \cdot 5 \cdot 1=29;$$

$$y_{1,2}=\frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}.$$

Произведем проверку:

$$5\left(\frac{7+\sqrt{29}}{10}\right)^2-7\frac{7+\sqrt{29}}{10}+1=$$

$$5\frac{49+14\sqrt{29}+29}{100}-\frac{49+7\sqrt{29}}{10}+1=$$

$$= \frac{78+14\sqrt{29}}{20} - \frac{49+7\sqrt{29}}{10} + 1 = \frac{39+7\sqrt{29}}{10} - \frac{49+7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0;$$

$$5 \left(\frac{7-\sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7-\sqrt{29}}{10} + 1 = 5 \frac{49-14\sqrt{29}+29}{100} - \frac{49-7\sqrt{29}}{10} + 1 =$$

$$= \frac{39-7\sqrt{29}}{10} - \frac{49-7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0.$$

д) $2y^2+11y+10=0$;

$D=11^2-4 \cdot 2 \cdot 10=121-80=41$;

$$y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$2 \left(\frac{-11+\sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11+\sqrt{41}}{4} + 10 =$$

$$= \frac{162-22\sqrt{41}}{8} + \frac{11\sqrt{41}-121}{4} + 10 = \frac{81-11\sqrt{41}}{4} + \frac{11\sqrt{41}-121}{4} + 10 =$$

$$= \frac{81}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0;$$

$$2 \left(\frac{-11-\sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11-\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{162+22\sqrt{41}}{8} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 =$$

$$= \frac{81+11\sqrt{41}}{4} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{81}{4} + \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{121}{4} + 10 =$$

$$= -10 + 10 = 0;$$

е) $4x^2-9x-2=0$;

$D=(-9)^2-4 \cdot 4 \cdot (-2)=81+32=113$;

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{8}.$$

Произведем проверку:

$$4 \left(\frac{9+\sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9+\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= 4 \frac{81+18\sqrt{113}+113}{64} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= \frac{97+9\sqrt{113}}{8} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$\begin{aligned}
& 4 \left(\frac{9 - \sqrt{113}}{8} \right)^2 - 9 \frac{9 - \sqrt{113}}{8} - 2 = \\
& = 4 \frac{81 - 18\sqrt{113} + 113}{64} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \\
& = \frac{97 - 9\sqrt{113}}{8} - \frac{81 - 9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0.
\end{aligned}$$

№644.

a) $x^2 - 2x - 2 = 0$;

$D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3$;

$x = 1 \pm \sqrt{3} \approx 1 \pm 1,73$;

$x_1 \approx 1 + 1,73 = 2,73$;

$x_2 \approx 1 - 1,73 = -0,73$;

б) $x^2 + 5x + 3 = 0$;

$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 25 - 12 = 13$;

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \approx \frac{-5 \pm 3,61}{2}$;

$x_1 \approx \frac{-5 + 3,61}{2} = -\frac{1,39}{2} = -0,695 \approx -0,70$;

$x_2 \approx \frac{-5 - 3,61}{2} = \frac{-8,61}{2} = -4,305 \approx -4,30$;

в) $3x^2 - 7x + 3 = 0$;

$D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13$;

$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{3 \cdot 2} \approx \frac{7 \pm 3,61}{6}$;

$x_1 \approx \frac{7 - 3,61}{6} = \frac{3,39}{6} \approx 0,57$;

$x_2 \approx \frac{7 + 3,61}{6} = \frac{10,61}{6} \approx 1,77$;

г) $5x^2 + 31x + 20 = 0$;

$D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 961 - 400 = 561$;

$x = \frac{-31 \pm \sqrt{561}}{5 \cdot 2} \approx \frac{-31 \pm 23,69}{10}$;

$x_1 \approx \frac{-31 + 23,69}{10} = -\frac{7,31}{10} \approx -0,73$;

$$x_2 \approx \frac{-31 - 23,69}{10} = -\frac{54,69}{10} \approx -5,47.$$

№645.

Один из корней уравнения равен 1 по условию задачи.

$$ax^2 - 3x - 5 = 0; \quad \frac{ax^2}{a} - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0; \quad x^2 - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0.$$

Обозначим за x_2 – корень уравнения, который может быть не равным 1.

Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 + x_2 = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 - \frac{5}{a} = \frac{3}{a}; \end{cases}$$

$$\frac{a-5}{a} = \frac{3}{a}; \quad \frac{a-5-3}{a} = 0; \quad a-8=0; \quad a=8.$$

Ответ: 8.

№646*.

$$ax^2 - (a+c)x + x = 0;$$

$$D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2;$$

$$x = \frac{a+c \pm \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac}}{2a} = \frac{a+c \pm |a-c|}{2a} = \frac{a+c \pm (a-c)}{2a};$$

$$x_1 = \frac{a+c+a-c}{2a} = 1.$$

Таким образом, один из корней уравнения равен 1, что и требовалось доказать.

№647*.

$$cx^2 + bx + a = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c};$$

$$ax^2 + bx + c = 0;$$

$$D = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac;$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{\left(-b + \sqrt{b^2 - 4ac} \right) \left(-b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)}{-2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} =$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} = -\frac{4ac}{2c \left(b - \sqrt{b^2 - 4ac} \right)} =$$

$$= -\frac{2a}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \text{ т.е. соответствующие корни первого и второго}$$

уравнений взаимно обратны, ч.т.д. Для Другой пары корней доказательство проводится аналогичным образом.

№648.

$$a) a^2 + 7a + 6 = a + 1$$

$$a^2 + 6a + 5 = 0;$$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4;$$

$$a = -3 \pm \sqrt{4} = -3 \pm 2;$$

$$a_1 = -3 + 2 = -1;$$

$$a_2 = -3 - 2 = -5;$$

$$б) 3x^2 - x + 1 = 2x^2 + 5x - 4;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0;$$

$$D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 4;$$

$$x = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2;$$

$$x_1 = 3 + 2 = 5;$$

$$x_2 = 3 - 2 = 1.$$

№649.

Обозначим за n – первое число, $(n+1)$ – второе число, $(n+2)$ – третье число, $(n+3)$ – четвертое число, $(n+4)$ – пятое число. По условию задачи составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n+3)^2 + (n+4)^2;$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = n^2 + 6n + 9 + n^2 + 8n + 16;$$

$$3n^2 + 6n + 5 = 2n^2 + 14n + 25;$$

$$3n^2 + 6n + 5 - 2n^2 - 14n - 25 = 0;$$

$$n^2 - 8n - 20 = 0;$$

$$D_1=4^2-1 \cdot (-20)=16+20=36;$$

$$n=4 \pm \sqrt{36}=4 \pm 6;$$

$$n_1=10;$$

$$n_2=-2;$$

$$1) \text{ если } n=10: n+1=11; n+2=12; n+3=13; n+4=14;$$

$$2) \text{ если } n=-2; n+1=-1; n+2=0; n+3=1; n+4=2.$$

Ответ: 10,11,12,13,14 или -2,-1,0,1,2.

№650.

Обозначим за $2n$ – первое четное число, $(2n+2)$ – второе четное число, $(2n+4)$ – третье четное число. По условию задачи составим уравнение:

$$(2n)^2+(2n+2)^2=(2n+4)^2;$$

$$4n^2+4n^2+8n+4-4n^2-16n-16=0;$$

$$3n^2-8n-12=0;$$

$$n^2-2n-3=0;$$

$$D_1=(-1)^2-1 \cdot (-3)=4;$$

$$n=1 \pm \sqrt{4}=1 \pm 2;$$

$$n_1=3;$$

$$n_2=-1;$$

$$1) \text{ если } n=3: 2n=2 \cdot 3=6; 2n+2=8; 2n+4=10;$$

$$2) \text{ если } n=-1; 2n=2 \cdot (-1)=-2; 2n+2=0; 2n+4=2.$$

Ответ: 6,8,10 или -2,0,2.

№651.

Обозначим ширину прямоугольника за x м, тогда длина прямоугольника равна $(x+5)$ м. Площадь прямоугольника $S=1800\text{м}^2$.

Составляем уравнение:

$$x(x+5)=1800;$$

$$x^2+5x-1800=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 1 \cdot (-1800)=25+7200=7225;$$

$$x=\frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2}=\frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2};$$

$$x_1=\frac{-5+85}{2}=40;$$

$$x_2=\frac{-5-85}{2}=-45 \text{ не подходит по смыслу; } x+5=45.$$

Ответ: ширина площадки 40 м, длина 45 м.

№652.

Обозначим за n – первое натуральное число, а $(n+1)$ – второе натуральное число. Тогда составляем уравнение:

$$(2n+1)^2 - 112 = n^2 + (n+1)^2;$$

$$4n^2 + 4n + 1 - 112 = n^2 + n^2 + 2n + 1;$$

$$4n^2 + 4n - 111 - 2n^2 - 2n - 1 = 0;$$

$$2n^2 + 2n - 112 = 0;$$

$$2(n^2 + n - 56) = 0;$$

$$n^2 + n - 56 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225;$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$$1) n_1 = \frac{-1 + 15}{2} = 7 \text{ и } n+1=8.$$

$$2) n_2 = \frac{-1 - 15}{2} = -8 \text{ (не подходит по условию задачи);}$$

Ответ: 7 и 8.

№653.

Обозначим за b - ширину прямоугольника, т.е. сторону первого квадрата, тогда a - длина прямоугольника, т.е. сторона второго квадрата. По условию задачи сумма площадей квадратов равна: $S_1 + S_2 = 116 \text{ см}^2$, периметр прямоугольника $P = 28 \text{ см}$. Имеем:

$$P = 2(a+b);$$

$$S_1 = a^2; S_2 = b^2;$$

$$28 = 2(a+b); 14 = a+b; a = 14-b;$$

$$a^2 + b^2 = 116; (14-b)^2 + b^2 = 116;$$

$$196 - 28b + b^2 + b^2 = 116; 2b^2 - 28b + 80 = 0;$$

$$b^2 - 14b + 40 = 0;$$

$$b_1 = 10; b_2 = 4;$$

$$a_1 = 14 - b_1 = 4; a_2 = 14 - b_2 = 10.$$

Ответ: стороны прямоугольника 10 см и 4 см.

№654.

Обозначим за ℓ см – искомую ширину рамки, тогда длина и ширина листа соответственно равны $(12+2\ell)$ см и $(18+2\ell)$ см.

Фотокарточка вместе с рамкой по условию задачи занимает площадь 280 см^2 . Составляем уравнение:

$$(12+2\ell)(18+2\ell)=280;$$

$$2 \cdot 2(6+\ell)(9+\ell)=280;$$

$$(6+\ell)(9+\ell)=70; 54+6\ell+9\ell+\ell^2=70;$$

$$\ell^2+15\ell+54-70=0; \ell^2+15\ell-16=0;$$

$$\ell_1=1; \ell_2=-16<0 \text{ (не подходит по смыслу задачи).}$$

Ответ: 1 см.

№655*.

Обозначим за n – число команд. Тогда $(n-1)$ – количество матчей, сыгранных каждой командой, а всего сыграно $\frac{n(n-1)}{2}$ матчей,

$$\text{откуда } \frac{n(n-1)}{2}=36; n^2-n-72=0.$$

По теореме Виета находим корни уравнения: $n_1=-8$ (не подходит по смыслу задачи), $n_2=9$.

Ответ: 9 команд.

№656*.

Обозначим за N – число участников, каждый участник сыграл $(N-1)$ партию, а всего сыграно $\frac{N(N-1)}{2}=45$ партий. Значит, $N(N-1)=90$,

откуда: $N_1=10$; $N_2=-9$ (не подходит по смыслу задачи).

Ответ: 10 шахматистов.

№657*.

Обозначим за a и b длину и ширину ящика соответственно. Площадь боковых стенок $0,5(2a+ab)=(a+b) \text{ м}^2$; площадь дна $(ab) \text{ м}^2$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} ab+1,08=a+b, \\ a=2b; \end{cases}$$

$$2b^2+1,08=3b; 2b^2-3b+1,08=0;$$

$$D=3^2-4 \cdot 2 \cdot 1,08=0,36;$$

$$b=\frac{3 \pm \sqrt{0,36}}{4} = \frac{3 \pm 0,6}{4};$$

$$b_1 = \frac{3+0,6}{4} = 0,9;$$

$$b_2 = \frac{3-0,6}{4} = 0,6;$$

$$b_1=0,9, a_1=1,8, V_1=a_1 \cdot b_2 \cdot 0,5=0,81(\text{м}^2);$$

$$b_2=0,6, a_2=1,2, V_2=a_2 \cdot b_2 \cdot 0,5=0,36(\text{м}^2).$$

Ответ: $0,81 \text{ м}^2$ или $0,36 \text{ м}^2$.

№658*.

Обозначим за a и b - длину и ширину листа соответственно, где $a=1,5b$. Так как сторона вырезанного квадрата равна 8 см, то объем получаемой коробки равен: $8(a-16)(b-16)=8(1,5b-16)(b-16) \text{ см}^3$.

Составляем уравнение:

$$8(1,5b-16)(b-16)=6080;$$

$$3b^2-80b-1008=0;$$

$$D_1=(-40)^2-3 \cdot (-1008)=1600+3024=4624;$$

$$b = \frac{40 \pm \sqrt{4624}}{3} = \frac{40 \pm 68}{3};$$

$$b_1 = \frac{40-68}{3} = -\frac{28}{3} \text{ (не подходит);}$$

$$b_2 = \frac{40+68}{3} = 36;$$

$$a=1,5 \cdot 36=54.$$

Ответ: 36 см – ширина листа, 54 см – длина листа.

№659.

$$a) x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0;$$

$$D = (-5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 2;$$

$$x = \frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2};$$

$$x_1 = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2};$$

$$x_2 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2};$$

Произведем проверку:

$$1) x_1 + x_2 = 5\sqrt{2}; 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = 12; 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6(\sqrt{2})^2 = 12.$$

$$б) x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0;$$

$$D_1 = (\sqrt{3})^2 - 1 \cdot (-72) = 75;$$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{75} = -\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 25} = -\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3};$$

$$x_1 = -\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3};$$

$$x_2 = -\sqrt{3} - \sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

Произведем проверку:

$$1) x_1 + x_2 = -2\sqrt{3}; -6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3};$$

$$2) x_1 \cdot x_2 = -72; (-6\sqrt{3}) \cdot 4\sqrt{3} = -24(\sqrt{3})^2 = -72.$$

$$в) y^2 - 6y + 7 = 0;$$

$$D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 7 = 2;$$

$$y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

Произведем проверку:

$$1) y_1 + y_2 = 6; 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6;$$

$$2) y_1 \cdot y_2 = 7; (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - (\sqrt{2})^2 = 7.$$

$$г) p^2 - 10p + 7 = 0;$$

$$D_1 = (-5)^2 - 1 \cdot 7 = 18;$$

$$p_{1,2} = 5 \pm \sqrt{18} = 5 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 5 \pm 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку:

$$1) p_1 + p_2 = 10; 5 + 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} = 10.$$

$$2) p_1 \cdot p_2 = 7; (5 + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2}) = 25 - 9(\sqrt{2})^2 = 25 - 18 = 7.$$

№660*.

$$а) 2x^2 + bx - 10 = 0;$$

$$x_1 = 5;$$

$$x^2 + \frac{b}{2}x - 5 = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -5;$$

$$x_2 = -1; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = 4 = -\frac{b}{2}; b = -8;$$

$$б) 3x^2 + bx + 24 = 0;$$

$$x_1 = 3;$$

$$x^2 + \frac{b}{3}x + 8 = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 8;$$

$$x_2 = -\frac{8}{3}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{3} = 3 + \frac{8}{3}; -\frac{b}{3} = \frac{17}{3}; b = -17;$$

$$\text{в) } (b-1)x^2 - (b+1)x = 72;$$

$$x_1 = 3;$$

$$x^2 - \frac{b+1}{b-1}x - \frac{72}{b-1} = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{72}{b-1};$$

$$x_2 = -\frac{24}{b-1}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{b+1}{b-1} = 3 - \frac{24}{b-1};$$

$$3b - 3 - 24 = b + 1; b = 14;$$

$$x_2 = -\frac{24}{13};$$

$$\text{г) } (b-5)x^2 - (b-2)x + b = 0;$$

$$x_1 = \frac{1}{2};$$

$$x^2 - \frac{b-2}{b-5}x + \frac{b}{b-5} = 0; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{b-5};$$

$$x_2 = \frac{2b}{b-5}; \text{ по теореме Виета:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{b-2}{b-5} = \frac{1}{2} + \frac{2b}{b-5};$$

$$b - 5 + 4b = 2b - 4; b = \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - 5} = -\frac{1}{7}.$$

№661*.

$D=b^2-4 \cdot 7 \cdot (-23)=b^2+644>0$ при всех b , поэтому данное уравнение имеет 2 корня при любых значениях b ; и так как произведение корней равно $-\frac{23}{7}<0$ (по теореме Виета), то знаки этих корней противоположны.

№662*.

Если x_1 – корень уравнения, тогда должно выполняться равенство $12x_1^2+70x_1+a^2+1=0$, а это невозможно, поскольку при $x_1>0$ его левая часть положительна. Следовательно, данное уравнение не имеет положительных корней.

№ 663.

$3x^2+bx+10=0$; по теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, \quad x_1+x_2 = -\frac{b}{3}; \quad \text{по условию, } x_1-x_2=4 \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$$

$$x_1=x_2+\frac{13}{3}; \quad 2x_2+\frac{13}{3} = -\frac{b}{3};$$

$$x_2 = -\frac{b+13}{6};$$

$$x_1 = \frac{13}{3} - \frac{b+13}{6} = \frac{26-b-13}{6} = \frac{13-b}{6};$$

$$-\frac{(13-b)(13+b)}{36} = \frac{10}{3};$$

$$b^2-169=120;$$

$$b^2=289;$$

$$b^2=\pm 17.$$

№664.

$5x^2-12x+c=0$; по условию задачи: $x_1=3x_2$;

по теореме Виета:

$$x_1+x_2 = \frac{12}{5}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{5};$$

$$3x_2 + x_2 = \frac{12}{5}; x_2 = \frac{3}{5}; x_1 = \frac{9}{5}; \frac{c}{5} = x_1 x_2; \frac{c}{5} = \frac{27}{25}; c = \frac{27}{5}.$$

Ответ: $\frac{27}{5}$.

№665*.

$4x^2 + bx - 27 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{27}{4};$$

по условию задачи: $\frac{x_1}{x_2} = -3; x_1 = -3x_2; -3x_2^2 = -\frac{27}{4};$

$$x_2^2 = \frac{9}{4};$$

$$1) x_2 = \frac{3}{2}; x_1 = -\frac{9}{2};$$

$$2) x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 = \frac{9}{2};$$

$$b = -4(x_1 + x_2); b_1 = -4\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2}\right) = 12; b_2 = -4\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = -12.$$

Ответ: $b = 12$ или $b = -12$.

№666*.

$5x^2 + 13x - 6 = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -\frac{13}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{6}{5};$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \frac{169}{25} + \frac{12}{5} = \frac{169 + 60}{25} = \frac{229}{25} = \frac{916}{100} = 9,16$$

Ответ: 9,16.

№667*.

$2x^2 - 5x + c = 0$; по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2};$$

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = \frac{5}{2}(x_1 - x_2) = 0,25; x_1 - x_2 = 0,1;$$

$$2x_1 = 2,6; x_1 = 1,3; x_2 = 1,2;$$

$$c=2x_1x_2=2 \cdot 1,3 \cdot 1,2=3,12.$$

Ответ: 3,12.

№668*.

$$4x^2+bx+c=0; \text{ по условию: } x_1=0,5, x_2=c;$$

по теореме Виета:

$$x_1+x_2=-\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2=\frac{c}{4};$$

$$4x_1x_2=c; 2c=c; c=0;$$

$$4x^2+bx=0; x(4x+b)=0; x_1=0; x_2=0,5;$$

$$4x_2+b=0; 2+b=0; b=-2.$$

Ответ: $b=-2, c=0$.

№669*.

По теореме Виета

$$x_1+x_2=-b, x_1 \cdot x_2=c;$$

по условию:

$$x_1=b, x_2=c, \text{ откуда:}$$

$$bc=c; bc-c=0;$$

$$c(b-1)=0; c \neq 0, b=1; b+c=-b; 1+c=-1; c=-2.$$

Ответ: $b=1, c=-2$

№670*.

Пусть x_1 и x_2 – корни данного уравнения. По теореме Виета получаем:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q.$$

№671*.

По теореме Виета

$$x_1+x_2=-\frac{2}{3}, x_1 \cdot x_2=\frac{k}{3};$$

по условию задачи:

$$x_2=-\frac{2}{3}x_1.$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x_2 = -\frac{2}{3}x_1; \end{cases} \quad x_1 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}; \quad \frac{x_1}{3} = -\frac{2}{3};$$

$$x_1 = -2; \quad x_2 = \frac{4}{3}; \quad k = 3x_1x_2 = 3 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = (-2) \cdot 4 = 8.$$

Ответ: -8.

№672*.

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = 8, \quad x_1 \cdot x_2 = k;$$

по условию задачи:

$$3x_1 + 4x_2 = 29;$$

$$24 - 3x_2 + 4x_2 = 29; \quad x_2 = 5, \text{ следовательно, } x_1 = 3; \quad k = x_1 \cdot x_2 = 15.$$

Ответ: 15.

К ПАРАГРАФУ 10

№673.

$$\text{а) } \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4; \quad \frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} - 4 = 0;$$

$$\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0;$$

$$(x-1)(x+1) + 120 - 24x + 24 = 0; \quad x^2 - 24x + 143 = 0;$$

$$D_1 = (-12)^2 - 1 \cdot 143 = 1;$$

$$x = 12 \pm \sqrt{1} = 12 \pm 1;$$

$$x_1 = 12 - 1 = 11;$$

$$x_2 = 12 + 1 = 13;$$

$$\text{б) } \frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} = 2; \quad \frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} - 2 = 0;$$

$$\frac{(x+1)(x-1) + 120 - 4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0;$$

$$(x+2)(x+15) - 4 \cdot 21 - 8(x+2) = 0;$$

$$x^2 + 9x - 70 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-70) = 81 + 280 = 361;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-9 \pm 19}{2};$$

$$x_1 = \frac{-9+19}{2} = 5;$$

$$x_2 = \frac{-9-19}{2} = -14;$$

$$в) \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1; \quad \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} - 1 = 0;$$

$$12(x+1)-8(x-1)-(x-1)(x+1)=0;$$

$$12x+12-8x+8-x^2+1=0; x^2-4x-21=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-21)=4+21=25;$$

$$x=2 \pm \sqrt{25} = 2 \pm 5;$$

$$x_1=2-5=-3;$$

$$x_2=2+5=7;$$

$$г) \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} = 3; \quad \frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} - 3 = 0;$$

$$16(1-x)+30(x-3)-3(x-3)(1-x)=0;$$

$$16+14x-90-3x+3x^2+9-9x=0;$$

$$3x^2+2x-65=0;$$

$$D_1=1^2-3 \cdot (-65)=1+195=196;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{196}}{3} = \frac{-1 \pm 14}{3};$$

$$x_1 = \frac{-1+14}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{-1-14}{3} = -5;$$

$$д) \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2};$$

$$\frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{28}{(1-x)(1+x)} = 0;$$

$$3(1+x)+1-x-28=0;$$

$$2(x-12)=0;$$

$$x=12;$$

$$е) \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}; \quad \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} - \frac{20}{x^2-4} = 0;$$

$$5(x+2)-3(x-2)-20=0;$$

$$2x-4=0;$$

$$x-2=0; x=2 \text{ не подходит, так как при } x=2 \text{ обращается в ноль}$$

знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет

корней;

$$\text{ж)} \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} = \frac{29}{(x+1)(x-2)};$$

$$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} - \frac{29}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$(x-2)(x+2) + (x+1)(x+3) - 29 = 0;$$

$$x^2 - 4 + x^2 + 3x + x + 3 - 29 = 0;$$

$$2(x^2 + 2x - 15) = 0; x^2 + 2x - 15 = 0;$$

$$D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-15) = 16;$$

$$x = -1 \pm \sqrt{16} = -1 \pm 4;$$

$$x_1 = -1 + 4 = 3;$$

$$x_2 = -1 - 4 = -5;$$

$$\text{з)} \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)};$$

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x+3)(x-1)} = 0;$$

$$(x-1)(x+2) - (x+1)(x+3) - 4 = 0;$$

$-3(x+3) = 0$; $x = -3$ не подходит, так как при $x = -3$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней.

№674*.

$$\text{а)} y = \frac{2x-5}{x+3} = 0; 2x-5=0; 2x=5;$$

$$x = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Искомая точка – (2,5;0).

$$\text{б)} y = \frac{(x-4)(3x-15)}{x-9} = 0;$$

$$(3x-15)(x-4) = 0;$$

$$1) 3(x-5) = 0; x-5=0; x_1=5;$$

$$2) x-4=0; x_2=4.$$

Искомые точки – (5;0) и (4;0).

$$\text{в)} y = \frac{x^2-5x+6}{x-2} = 0;$$

$$x-5x+6=0; (x-2)(x-3)=0;$$

$x_1=3$; $x_2=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомая точка – (3;0);

$$г) y = \frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x - 3} = 0;$$

$$x - 7x + 12x = 0; x(x - 7x + 12) = 0;$$

$$1) x1 = 0;$$

$$2) x - 7x + 12 = 0; (x - 4)(x - 3) = 0;$$

$x1 = 4; x2 = 3$ не подходит, так как при $x = 3$ обращается в ноль знаменатель дроби, искомые точки – $(0; 0)$ и $(4; 0)$.

№675.

$$а) y = \frac{5x - 7}{x^2 + 1};$$

$$1) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = -6; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} + 6 = 0;$$

$$5x - 7 + 6x^2 + 6 = 0; 6x^2 + 5x - 1 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25 + 24 = 49;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 7}{12};$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{12} = \frac{1}{6};$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{12} = -1;$$

$$2) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0; 5x - 7 = 0; x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0,8; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} - \frac{4}{5} = 0; 5(5x - 7) - 4(x^2 + 1) = 0;$$

$$4x^2 - 25x + 39 = 0;$$

$$D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 39 = 625 - 624 = 1;$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 1}{8};$$

$$x_1 = \frac{25 - 1}{8} = \frac{24}{8} = 3;$$

$$x_2 = \frac{25 + 1}{8} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4};$$

$$4) \frac{5x - 7}{x^2 + 1} = 0,56; \frac{5x - 7}{x^2 + 1} - \frac{14}{25} = 0;$$

$$25(5x - 7) - 14(x^2 + 1) = 0;$$

$$-14x^2 + 125x - 189 = 0;$$

$$14x^2 - 125x + 189 = 0;$$

$$D=125^2-4 \cdot 14 \cdot 189=12625-10584=5041;$$

$$x=\frac{125 \pm \sqrt{5041}}{2 \cdot 14} = \frac{125 \pm 71}{28};$$

$$x_1=\frac{125+71}{28}=\frac{196}{28}=7;$$

$$x_2=\frac{125-71}{28}=\frac{27}{14}=1\frac{13}{14};$$

$$6) y=\frac{x^2-2x+6}{x+4};$$

$$1) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=1,5; \quad \frac{x^2-2x+6}{x+4}-\frac{3}{2}=0;$$

$$2x^2-4x+12-3(x+4)=0;$$

$$2x^2-7x=0; \quad x(2x-7)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$x_2=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=3; \quad \frac{x^2-2x+6}{x+4}-3=0;$$

$$x^2-2x+6-3(x+4)=0; \quad x^2-5x-6=0;$$

$$(x+1)(x-6)=0;$$

$$x_1=-1;$$

$$x_2=6;$$

$$3) \frac{x^2-2x+6}{x+4}=7; \quad \frac{x^2-2x+6}{x+4}-7=0;$$

$$x^2-2x+6-7x-28=0; \quad x^2-9x-22=0;$$

$$D=(-9)^2-4 \cdot 1 \cdot (-22)=81+88=169;$$

$$x=\frac{9 \pm \sqrt{169}}{2}=\frac{9 \pm 13}{2};$$

$$x_1=\frac{9+13}{2}=11;$$

$$x_2=\frac{9-13}{2}=-2.$$

№676.

$$a) 2x+3=\frac{34}{x-5};$$

$$(2x+3)(x-5)-34=0;$$

$$2x(x-5)+3(x-5)-34=0;$$

$$2x^2-7x-49=0;$$

$$D=(-7)^2-4 \cdot 2 \cdot (-49)=49+392=441;$$

$$x=\frac{7 \pm \sqrt{441}}{4}=\frac{7 \pm 21}{4};$$

$$x_1=\frac{7+21}{4}=7; y_1=2 \cdot 7+3=17;$$

$$x_2=\frac{7-21}{4}=-\frac{14}{4}=-3\frac{1}{2}; y_2=2 \cdot (-3,5)+3=-4.$$

Искомые точки пересечения: (7;17) и (-3,5;-4).

$$\text{б) } \frac{x^2-5x}{x+3}=2x; \frac{x^2-5x}{x+3}-2x=0; x^2-5x-2x^2-6x=0;$$

$$x^2+11x=0; x(x+11)=0;$$

$$x_1=0; y_1=0;$$

$$x_2=-11; y_2=2 \cdot (-11)=-22.$$

Искомые точки пересечения: (0;0) и (-11;-22).

№677*.

$$\text{а) } \frac{2x+1}{2x-1}-\frac{3(2x-1)}{7(2x+1)}+\frac{8}{1-4x^2}=0;$$

$$\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{3(2x-1)}{7(2x+1)}+\frac{8}{(1-2x)(1+2x)}=0;$$

$$7(2x+1)^2-3(2x-1)^2-56=0;$$

$$7(4x^2+4x+1)-3(2x-1)^2-56=0;$$

$$7(4x^2+4x+1)-3(4x^2-4x+1)-56=0;$$

$$16x^2+40x-52=0; 4x^2+10x-13=0;$$

$$D_1=5^2-4 \cdot (-13)=77;$$

$$x_{1,2}=\frac{-5 \pm \sqrt{77}}{4};$$

$$\text{б) } \frac{y}{y^2-9}-\frac{1}{y^2+3y}+\frac{3}{6y+2y^2}=0;$$

$$\frac{y}{(y-3)(y+3)}-\frac{1}{y(y+3)}+\frac{3}{2y(3+y)}=0;$$

$$2y^2-2(y-3)+3(y-3)=0;$$

$$2y^2+y-3=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 2 \cdot (-3)=25;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4};$$

$$y_1 = \frac{-1+5}{4} = 1;$$

$$y_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2};$$

$$\text{в)} \frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y};$$

$$\frac{2y-1}{7y(2y+1)} + \frac{8}{3(4y^2-1)} - \frac{2y+1}{3y(y-1)} = 0;$$

$$\frac{3(2y-1)^2 + 56y - 7(2y+1)^2}{3 \cdot 7y(4y^2-1)} = 0;$$

$$3(4y^2-4y+1)+56y-7(4y^2+4y+1)=0;$$

$$12y^2-12y+3+56y-28y^2-28y-7=0;$$

$$16y^2-16y+4=0;$$

$$4y^2-4y+1=0; (2y-1)^2=0;$$

$$2y=1; y=\frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y=\frac{1}{2} \text{ общий знаменатель}$$

дробей обращается в ноль, значит, корней нет.

$$\text{г)} \frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{9-6x+x^2} = \frac{3}{2x^2+6x};$$

$$\frac{3}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{(3-x)^2} - \frac{3}{2x(x+3x)} = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 2x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)} = 0;$$

$$6x(x-3)-2x(x+3)-3(x^2-6x+9)=0;$$

$$6x^2-18x-2x^2-6x-3x^2+18x-27=0;$$

$$6x^2-2x^2-3x^2-6x-27=0;$$

$$x^2-6x-27=0;$$

$$D_1=(-3)^2-1 \cdot (-27)=36;$$

$$x=3 \pm \sqrt{36}=3 \pm 6;$$

$$x_1=3+6=9;$$

$x_2=3-6=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=9$;

$$\text{д)} \frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4};$$

$$\frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)} - \frac{1}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} = 0;$$

$$9x+12-x+4-x^2-4x-16=0;$$

$$-x^2+4x+12+4-16=0;$$

$$x^2-4x=0; x(x-4)=0;$$

$$x_1=0;$$

$x_2=4$ не подходит, так как при $x=4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=0$;

$$е) \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1};$$

$$\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} - \frac{1}{2y+1} - \frac{y+3}{4y^2-2y+1} = 0;$$

$$3-(4y^2-2y+1)-(2y+1)(y+3)=0;$$

$$3-4y^2+2y-1-2y^2-6y-y-3=0;$$

$$6y^2+5y+1=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 6 \cdot 1=1;$$

$$y = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 1}{12};$$

$$y_1 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3};$$

$$y_2 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y = -\frac{1}{2} \text{ общий}$$

знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень

$$y = -\frac{1}{3};$$

$$ж) \frac{32}{x^3-2x^2-x+2} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x+1};$$

$$\frac{32}{(x-2)(x^2-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$\frac{32}{(x-2)(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$32+x+1-(x-2)(x-1)=0;$$

$$x^2-4x-31=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-31)=35;$$

$$x_{1,2}=2 \pm \sqrt{35};$$

$$з) \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0;$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} = 0$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x-4)(x^2+3)} = 0$$

$$2(x^2+3)+3(x-4)+6=0;$$

$$2x^2+3x=0; x(2x+3)=0;$$

$$x_1=0;$$

$$2x_2+3=0; x_2=-\frac{3}{2}=-1\frac{1}{2}.$$