

# **Домашняя работа по алгебре за 8 класс**

**к учебнику «Алгебра. Учебник для 8 кл.  
общеобразовательных учреждений» Ш.А. Алимов  
и др. — М.: «Просвещение», 2001 г.**

**учебно-практическое  
пособие**

## ***СОДЕРЖАНИЕ***

НЕРАВЕНСТВА.....	4
КВАДРАТНЫЕ КОРНИ.....	69
КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	86
КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ .....	137
КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА .....	162

## Неравенства

1.

$$\begin{array}{ll} 1) (1,2 \cdot 6) = 7,2; & 3) \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{7}{9} = -\frac{1}{9}; \\ 2) \frac{1}{2} \cdot (-2) = -1; & 4) -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 1. \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{ll} 1) 0,2 \cdot 6 \cdot 5 = 6; & 2) (-2) \cdot 4 \cdot 5 = -40; \\ 3) 0,2 \cdot (-5) \cdot 6 = -6; & 4) 5 \cdot (-0,2) \cdot (-4) = 4; \\ 5) (-6) \cdot 0,4 \cdot (-5) = 12; & 6) (-6) \cdot (-4) \cdot (-3) = -72. \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{ll} 1) 36 : 3 = 12; & 4) (-0,4) : 8 = -0,05; \\ 2) (-36) : 2 = -18; & 5) (-80) : (-16) = 5; \\ 3) 655 : (-5) = -131; & 6) (-0,9) : (-0,3) = 3. \end{array}$$

4.

$$\begin{array}{ll} 1) 2 \cdot (-15) : 3 = -10; & 4) (-6) \cdot (-12) : (-8) = -9; \\ 2) (-0,4) \cdot (-5) : 2 = 1; & 5) (-45) : 3 \cdot (-2) = 30; \\ 3) 6 \cdot (-8) : (-12) = 4; & 6) (-55) : (-11) \cdot (-3) = -15. \end{array}$$

5.

$$\begin{array}{ll} 1) a^3 b^2 c^2; \quad a = -1, b = -3, c = 2: & a^3 b^2 c^2 = (-1)^3 \cdot (-3)^2 \cdot 2^2 = -36; \\ 2) ab^3 c^2; \quad a = -2, b = -1, c = -3: & ab^3 c^2 = (-2) \cdot (-1)^3 \cdot (-3)^2 = 18; \\ 3) \frac{a^3 b^2}{c^3}; \quad a = -2, b = -3, c = -1: & \frac{a^3 b^2}{c^3} = \frac{(-2)^3 \cdot (-3)^2}{(-1)^3} = 72; \\ 4) \frac{ab^3}{c^2}; \quad a = 8, b = -1, c = -2: & \frac{ab^3}{c^2} = \frac{8 \cdot (-1)^3}{(-2)^2} = -2. \end{array}$$

6.

$$1) -11,7 < 0; \quad 2) 98,3 > 0; \quad 3) x < 0; \quad 4) y > 0.$$

7.

$$\begin{array}{l} 1) a > 0, b > 0, \text{ значит } 2a > 0, 3b > 0, a + 3b > 0, \\ \text{поэтому } 2a(a + 3b) > 0; \\ 2) a > 0, b > 0, \text{ значит } a + b > 0, 2a + b > 0, \\ \text{поэтому } (a + b)(2a + b) > 0. \end{array}$$

**8.**

- 1)  $a < 0, b < 0$ , значит  $3a < 0, 4b < 0$ , поэтому  $3a + 4b < 0$ ;  
2)  $a < ab < 0$ , значит  $2a < 0, a + b < 0$ , поэтому  $2a(a + b) > 0$ .

**9.**

- 1)  $a - b = a + (-b) > 0$ ; т.к.  $b < 0$ , то  $-b > 0$ , поэтому  $a - b > 0$ ;  
2)  $b - a = b + (-a) < 0$ , т.к.  $b < 0$ , то  $-a < 0$ ;  
3)  $a^2 > 0, b < 0$ , поэтому  $a^2b < 0$   
 $b < 0$ , поэтому  $b \cdot b \cdot b = b^3 < 0$ . Значит  $a^2b + b^3 < 0$ ;  
4)  $a > 0, b^3 < 0$ , поэтому  $ab^3 < 0$ .  
 $a^3 > 0, b < 0$ , поэтому  $a^3b < 0$ . Значит  $ab^3 + a^3b < 0$ .

**10.**

- 1)  $(-17) \cdot (-1,281)^2 = \langle - \rangle \cdot \langle + \rangle < 0$ ;  
2)  $(-2,23)^3 \cdot (-0,54)^5 = \langle - \rangle \cdot \langle - \rangle > 0$ ;  
3)  $(-0,37)^3 + (-2,7)^5 = \langle - \rangle + \langle - \rangle < 0$ ;  
4)  $(-3,21)^2 - (-45,4)^3 = \langle + \rangle - \langle - \rangle > 0$ .

**11.**

$$1) 2 - \frac{1}{a^2 + 1} = \frac{2 \cdot (a^2 + 1) - 1}{a^2 + 1} = \frac{2a^2 + 2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{2a^2 + 1}{a^2 + 1} > 0,$$

т.к.  $a^2 \geq 0$  для всех  $a$ .

$$2) a^2 + \frac{1 - a^2}{1 + a^2} = \frac{a^2 \cdot (a^2 + 1) + 1 - a^2}{1 + a^2} = \frac{a^2 + a^4 + 1 - a^2}{1 + a^2} = \frac{a^4 + 1}{1 + a^2} > 0,$$

т.к.  $a^4 \geq 0, a^2 \geq 0$  для всех  $a$ .

$$3) (3a + 2)^2 - 6a(a + 2) = 9a^2 + 12a + 4 - 6a^2 - 12a = 3a^2 + 4 > 0,$$

т.к.  $a^2 \geq 0$  для всех  $a$ .

$$4) (2a - 3)^2 - 3a(a - 4) = 4a^2 - 12a + 9 - 3a^2 + 12a = a^2 + 9 > 0,$$

т.к.  $a^2 \geq 0$  для всех  $a$ .

**12.**

$$1) (-1,5)^3 - a^2 = (-1,5)^3 + (-a^2) < 0, \text{ т.к. } (-1,5)^3 < 0 \text{ и } -a^2 \leq 0$$

$$2) (-7)^5 - (1 - a)^4 = (-7)^5 + (-(1 - a)^4) < 0, \text{ т.к. } (-7)^5 < 0 \text{ и } -(1 - a)^4 \leq 0$$

$$3) 2a(4a - 3) - (3a - 1)^2 = 8a^2 - 6a - 9a^2 + 6a - 1 = \\ = -a^2 - 1 = -(a^2 + 1) < 0 \text{ при любом } a.$$

$$4) 3a(a + 4) - (2a + 3)^2 = 3a^2 + 12a - 4a^2 - 12a - 9 = \\ = -a^2 - 9 = -(a^2 + 9) < 0 \text{ при любом } a.$$

**13.**

$$1) a^3b^4 < 0, \text{ т.к. } a^3 < 0, b^4 > 0; \quad 2) \frac{a^2}{b^5} > 0, \text{ т.к. } a^2 > 0, b^5 > 0;$$

$$3) (2a - b) \cdot (2b - a) = 4ab - 2a^2 - 2b^2 + ab = 5ab - 2(a^2 + b^2) = 5ab + (-2(a^2 + b^2)) < 0, \text{ т.к. } 5ab < 0 \text{ и } -2(a^2 + b^2) < 0;$$

$$4) \frac{3b - 2a}{3a - 2b} = \frac{3b + (-2a)}{3a + (-2b)} < 0, \text{ т.к. } 3b + (-2a) > 0, a \cdot 3a + (-2b) < 0.$$

**14.**

$$1) -a < 0, \text{ значит } a > 0; \quad 2) -a > 0, \text{ значит } a < 0;$$

$$3) a^2 a^3 > 0, \text{ значит } a > 0, \text{ т.к. } a^2 > 0; \quad 4) a^4 a^3 < 0, \text{ значит } a < 0, \text{ т.к. } a^4 > 0$$

$$5) \frac{a^5}{a^2} > 0, \text{ значит } a > 0, \text{ т.к. } a^2 > 0; \quad 6) \frac{a^4}{a^3} < 0, \text{ значит } a < 0, \text{ т.к. } a^4 > 0$$

**15.**

$$1) a < 0, \text{ значит } b < 0; \quad ab > 0 \quad 2) a < 0, \text{ значит } b > 0; \quad ab < 0$$

$$3) a < 0, \text{ значит } b > 0; \quad \frac{a}{b} < 0 \quad 4) a < 0, \text{ значит } b < 0; \quad \frac{b}{a} > 0$$

$$5) ab = -1 < 0, \text{ значит } b > 0; \quad 6) \frac{a}{b} = 2 > 0 \text{ и } a < 0, \text{ значит } b < 0.$$

**16.**

$$1) x \cdot (x + 1) = 0; \quad x + 1 = 0, \text{ т.е. } x_1 = -1; \text{ или } x_2 = 0. \text{ Ответ: } -1; 0.$$

$$2) x \cdot (x - 2) = 0; \quad x - 2 = 0, \text{ т.е. } x_1 = 2; \text{ или } x_2 = 0. \text{ Ответ: } 2; 0.$$

$$3) (x - 2) \cdot (x + 3) = 0; \quad x - 2 = 0, \text{ т.е. } x_1 = 2 \text{ или } x + 3 = 0, \text{ т.е. } x_2 = -3. \\ \text{Ответ: } 2; -3.$$

$$4) (x + 4) \cdot (x + 5) = 0; \quad (x + 5) = 0, \text{ т.е. } x_1 = -5 \text{ или } x + 4 = 0, \text{ т.е. } x_2 = -4. \\ \text{Ответ: } -5; -4.$$

**17.**

$$1) (3x - 1) \cdot (x + 5) = 0; \quad 3x - 1 = 0, \text{ т.е. } x_1 = \frac{1}{3} \text{ или } x + 5 = 0, \text{ т.е. } x_2 = -5.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; -5.$$

$$2) (2x + 3) \cdot (x + 1) = 0; \quad 2x + 3 = 0, \text{ т.е. } x_1 = -1,5 \text{ или } x + 1 = 0, \text{ т.е. } x_2 = -1.$$

$$\text{Ответ: } -1,5; -1.$$

$$3) (1 + 2x) \cdot (3x - 2) = 0; \quad 1 + 2x = 0, \text{ т.е. } x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{или } 3x - 2 = 0, \text{ т.е. } x_2 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2}; \frac{2}{3}.$$

$$4) (5x - 3) \cdot (2 + 3x) = 0 \text{ или } 5x - 3 = 0, \text{ т.е. } x_1 = \frac{3}{5}$$

$$\text{или } 2 + 3x = 0, \text{ т.е. } x_2 = -\frac{2}{3}. \text{ Ответ: } \frac{3}{5}; -\frac{2}{3}.$$

**18.**

$$1) x^2 + x = 0;$$

$$x \cdot (x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0, \text{ т.е. } x_1 = -1 \text{ или } x_2 = 0$$

$$\text{Ответ: } 0; -1.$$

$$2) x^2 - x = 0; x \cdot (x - 1) = 0$$

$$x - 1 = 0, \text{ т.е. } x_1 = 1$$

$$\text{или } x_2 = 0$$

$$\text{Ответ: } 0; 1.$$

$$3) 5x - x^2 = 0;$$

$$x \cdot (5 - x) = 0$$

$$5 - x = 0, \text{ т.е. } x_1 = 5 \text{ или } x_2 = 0$$

$$\text{Ответ: } 0; 5.$$

$$4) 3x^2 + 4x = 0; x \cdot (3x + 4) = 0$$

$$3x + 4 = 0, \text{ т.е. } x_1 = -1\frac{1}{3}$$

$$\text{или } x_2 = 0$$

$$\text{Ответ: } 0; -1\frac{1}{3}.$$

**19.**

$$1) x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3) \cdot (x + 3) = 0$$

$$x - 3 = 0, \text{ т.е. } x_1 = 3$$

$$\text{или } x + 3 = 0, \text{ т.е. } x_2 = -3$$

$$\text{Ответ: } 3; -3.$$

$$2) 16 - x^2 = 0$$

$$(4 - x) \cdot (4 + x) = 0$$

$$x = 4 \text{ или } x = -4$$

$$\text{Ответ: } 4; -4.$$

$$3) 25 - 4x^2 = 0$$

$$(5 - 2x) \cdot (5 + 2x) = 0$$

$$5 - 2x = 0, \text{ т.е. } x_1 = 2,5$$

$$\text{или } 5 + 2x = 0, \text{ т.е. } x_2 = -2,5$$

$$\text{Ответ: } 2,5; -2,5.$$

$$4) 49x^2 - 16 = 0$$

$$(7x - 4) \cdot (7x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{7} \text{ или } x = -\frac{4}{7}$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{7}; -\frac{4}{7}.$$

**20.**

$$1) \frac{x+1}{x-2} = 0; x \neq 2; x + 1 = 0; x = -1. \text{ Ответ: } -1.$$

$$2) \frac{x-1}{x+2} = 0; x \neq -2; x - 1 = 0; x = 1. \text{ Ответ: } 1.$$

$$3) \frac{2x-1}{3x+1} = 0; x \neq -\frac{1}{3}; 2x - 1 = 0; x = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}.$$

$$4) \frac{1+2x}{2x-5} = 0; x \neq 2,5; 1 + 2x = 0; x = -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}.$$

**21.**

1)  $\frac{x^2-4}{x-2} = 0, x \neq 2$

$x^2 - 4 = 0; x = 2; x = -2$

$x = 2$  – посторонний корень

Ответ:  $-2$ .

2)  $\frac{x^2-1}{x-1} = 0, x \neq 1$

$x^2 - 1 = 0; x = 1; x = -1$

$x = 1$  – посторонний корень

Ответ:  $-1$ .

3)  $\frac{x^2+5x}{x} = 0$

$x^2 + 5x = 0, x \neq 0; x(x+5) = 0; x_1 = 0, x_2 = -5,$

т.е.  $x_1 = 0$  – посторонний корень,  $x = -5$ .

Ответ:  $-5$ .

4)  $\frac{x-3x^2}{x} = 0; x-3x^2 = 0, x \cdot (1-3x) = 0, x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3},$

$x_1 = 0$  – посторонний корень,  $x = \frac{1}{3}$ . Ответ:  $\frac{1}{3}$ .

**22.**

1)  $\frac{x \cdot (x+2)}{x+1} = 0$

$x \cdot (x+2) = 0, x_1 = 0, x_2 = -2$

Ответ:  $0, -2$

2)  $\frac{x \cdot (x-2)}{x-3} = 0$

$x \cdot (x-2) = 0, x_1 = 0, x_2 = 2$

Ответ:  $0; 2$ .

3)  $\frac{(2x-1) \cdot (x-2)}{x+3} = 0; (2x-1) \cdot (x-2) = 0, x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 2$

Ответ:  $0, 5; 2$ .

4)  $\frac{(x+3) \cdot (2x-4)}{x-1} = 0; (x+3) \cdot (2x-4) = 0, x_1 = -3, x_2 = 2$

Ответ:  $-3; 2$ .

5)  $\frac{x+2}{x^2-x-1} = 0; x+2 = 0; x = -2$

Ответ:  $-2$ .

6)  $\frac{x-3}{x^2+x+1} = 0; x-3 = 0; x = 3$ . Ответ:  $3$ .

**23.**

1)  $\frac{x^2-1}{x+2} = 0, \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x+2} = 0; (x-1) \cdot (x+1) = 0, x_1 = 1, x_2 = -1$

Ответ:  $-1; 1$ .

$$2) \frac{x^2 - 49}{x - 1} = 0 \quad \frac{(x - 7) \cdot (x + 7)}{x - 1} = 0; \quad (x - 7) \cdot (x + 7) = 0, \quad x_1 = 7, \quad x_2 = -7$$

Ответ:  $-7; 7$ .

$$3) \frac{3x^2 + x}{x - 5} = 0; \quad 3x \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = -\frac{1}{3}$$

Ответ:  $-\frac{1}{3}; 0$ .

$$4) \frac{x - 5x^2}{x + 3} = 0; \quad x \cdot (1 - 5x) = 0, \quad x \left(x - \frac{1}{5}\right) = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $0; \frac{1}{5}$ .

**24.**

$$1) \frac{x}{x - 5} - \frac{x - 2}{x - 6} = 0; \quad \frac{x \cdot (x - 6) - (x - 2) \cdot (x - 5)}{(x - 5) \cdot (x - 6)} = 0$$

$$\frac{x^2 - 6x - x^2 + 5x + 2x - 10}{(x - 5) \cdot (x - 6)} = 0; \quad \frac{x - 10}{(x - 5) \cdot (x - 6)} = 0$$

$$x - 10 = 0, \quad x = 10$$

Ответ:  $10$ .

$$2) \frac{x + 1}{x - 2} + \frac{1 - x}{x + 3} = 0; \quad \frac{(x + 1) \cdot (x + 3) + (1 - x) \cdot (x - 2)}{(x - 2) \cdot (x + 3)} = 0;$$

$$\frac{x^2 + 4x + 3 - x^2 + 3x - 2}{(x - 2) \cdot (x + 3)} = 0; \quad \frac{7x + 1}{(x - 2) \cdot (x + 3)} = 0$$

$$7x + 1 = 0, \quad x = -\frac{1}{7}. \quad \text{Ответ: } -\frac{1}{7}.$$

$$3) \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} = 0; \quad \frac{(x + 1) - 2}{(x - 1) \cdot (x + 1)} = 0; \quad \frac{x - 1}{(x - 1) \cdot (x + 1)} = 0$$

$x - 1 = 0, \quad x = 1$  – посторонний корень, т.к. при  $x = 1$  знаменатель обращается в ноль. Ответ: решений нет.

$$4) \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{(x - 2) \cdot (x - 3)} = 0; \quad \frac{x - 2 - 1}{(x - 2) \cdot (x - 3)} = 0;$$

$$\frac{x - 3}{(x - 2) \cdot (x - 3)} = 0; \quad x - 3 = 0, \quad (x - 2)(x - 3) \neq 0;$$



$x = 3$  – посторонний корень,

т.к. при  $x = 3$  знаменатель обращается в ноль.

$x \neq 2, x \neq 3$ .

Ответ: решений нет.

**25.**

1)  $a > 0$ .

$$\frac{1}{a+2} - \frac{1}{a+3} = \frac{(a+3) - (a+2)}{(a+2) \cdot (a+3)} = \frac{1}{(a+2) \cdot (a+3)} > 0,$$

т.к.  $a + 2 > 0, a + 3 > 0$ , ч.т.д.

2)  $a < 0$ .

$$\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a-1} = \frac{(a-1) - (a-2)}{(a-2) \cdot (a-1)} = \frac{1}{(a-2) \cdot (a-1)} > 0,$$

т.к.  $a - 2 < 0, a - 1 < 0$ , ч.т.д.

3)  $a > 0$ .

$$\frac{2}{3a+2} - \frac{1}{a+1} = \frac{2(a+1) - (3a+2)}{(3a+2) \cdot (a+1)} = \frac{2a+2-3a-2}{(3a+2) \cdot (a+1)} = \frac{-a}{(3a+2) \cdot (a+1)} < 0,$$

т.к.  $-a < 0, 3a + 2 > 0, a + 1 > 0$ , ч.т.д.

4)  $a < 0$ .

$$\frac{1}{1-a} - \frac{3}{3-2a} = \frac{3-2a-3(1-a)}{(1-a) \cdot (3-2a)} = \frac{3-2a-3+3a}{(1-a) \cdot (3-2a)} = \frac{a}{(1-a) \cdot (3-2a)} < 0,$$

т.к.  $a < 0, 1 - a = 1 + (-a) > 0, 3 - 2a = 3 + (-2a) > 0$ , ч.т.д.

**26.**

$$1) \frac{(-1)^{6n} - (-1)^{2n+3}}{(-1)^{4n+1} + (-1)^{6n-1}} = \frac{1 - (-1)}{-1 - 1} = \frac{2}{-2} = -1,$$

т.к.  $6n$  – чётное число,  $2n + 3, 2n + 1, 4n + 1$  – нечётные числа

$$2) \frac{(-1)^{2n} + (-1)^{2n+1}}{(357-2,4)^6} = \frac{1-1}{(357-2,4)^6} = 0,$$

т.к.  $2n$  – чётное,  $2n + 1$  – нечётное

**27.**

$$1) \frac{a-1}{a+1} : \frac{1}{a^2+2a+1} + 1 = \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{1} + 1 = (a-1) \cdot (a+1) + 1 = a^2 - 1 + 1 = a^2.$$

$$2) \frac{3a^2+4a+1}{(a+1)^2} - \frac{a-1}{a+1} = \frac{3a^2+4a+1-(a-1) \cdot (a+1)}{(a+1)^2} = \frac{3a^2+4a+1-a^2-1}{(a+1)^2} = \frac{2a^2+2a+1}{(a+1)^2} = \frac{2(a^2+2a+1)}{(a+1)^2} = 2.$$

**28.**

- 1)  $0,3 > \frac{1}{5}$ , т.к.  $0,3 - \frac{1}{5} = 0,3 - 0,2 = 0,1 > 0$ ;  
2)  $\frac{1}{3} > 0,3$ , т.к.  $\frac{1}{3} - 0,3 = \frac{10}{30} - \frac{3}{10} = \frac{10}{30} - \frac{9}{30} = \frac{1}{30} > 0$ ;  
3)  $\frac{13}{40} < 0,35$ , т.к.  $\frac{13}{40} - 0,35 = \frac{65}{200} - \frac{70}{200} < 0$ ;  
4)  $-\frac{5}{8} > -0,7$ , т.к.  $-\frac{5}{8} - (-0,7) = -\frac{25}{40} + \frac{7}{10} = -\frac{25}{40} + \frac{28}{40} = \frac{3}{40} > 0$ .

**29.**

- 1)  $b - a = -1,3 < 0$ , значит  $b < a$ ; 2)  $b - a = 0,001 > 0$ , значит  $b > a$ ;  
3)  $a - b = (-5)^4 > 0$ , значит  $a > b$ ; 4)  $a - b = -5^4 < 0$ , значит  $a < b$ .

**30.**

- 1)  $a^2 - (a + 1) \cdot (a - 1) = a^2 - a^2 + 1 = 1 > 0$ ,  
поэтому  $a^2 > (a + 1) \cdot (a - 1)$ .  
2)  $(a + 2) \cdot (a + 4) > (a + 1) \cdot (a + 5) = a^2 + 6a + 8 - a^2 - 6a - 5 = 3 > 0$ ,  
поэтому  $(a + 2) \cdot (a + 4) > (a + 1) \cdot (a + 5)$ .

**31.**

$$\frac{a^2}{(1+a)^2} \cdot \left( \frac{1}{a^3} + \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a} \right) = \frac{a^2}{(1+a)^2} \cdot \frac{1+2a+a^2}{a^3} = \frac{a^2}{(1+a)^2} \cdot \frac{(1+a)^2}{a^3} = \frac{1}{a};$$

1)  $a = 235$  и  $a = 785$ :  $\frac{1}{235} > \frac{1}{785}$ ; 2)  $a = -0,8$  и  $a = -\frac{5}{6}$ :  $-\frac{5}{4} < -\frac{6}{5}$ .

**32.**

- 1)  $a^3 - (a + 1) \cdot (a^2 - a + 1) = a^3 - (a^3 + 1) = a^3 - a^3 - 1 = -1 < 0$ ,  
поэтому  $a^3 < (a + 1) \cdot (a^2 - a + 1)$ .  
2)  $(a + 7) \cdot (a + 1) - (a + 2) \cdot (a + 6) = a^2 + 8a + 7 - a^2 - 8a - 12 = -5 < 0$ , поэтому  $(a + 7) \cdot (a + 1) < (a + 2) \cdot (a + 6)$ .  
3)  $1 + (3a + 1)^2 - (1 + 2a) \cdot (1 + 4a) = 1 + 9a^2 + 6a + 1 - 1 - 6a - 8a^2 = a^2 + 1 > 0$ , поэтому  $1 + (3a + 1)^2 > (1 + 2a) \cdot (1 + 4a)$ .  
4)  $(3a - 2) \cdot (a + 2) - (1 + 2a)^2 = 3a^2 + 6a - 2a - 4 - 1 - 4a - 4a^2 = -a^2 - 5 < 0$ , поэтому  $(3a - 2) \cdot (a + 2) < (1 + 2a)^2$ .

**33.**

- 1)  $a(a + b) - (ab - 2) = a^2 + ab - ab + 2 = a^2 + 2 > 0$ , значит,  $a(a + b) > ab - 2$ .  
2)  $2ab - 1 - b(2a + b) = 2ab - 1 - 2ab - b^2 = -b^2 - 1 = -(b^2 + 1) < 0$ ,  
значит,  $2ab - 1 < b(2a + b)$ .

3)  $3ab - 2 - a(3b + a) = 3ab - 2 - 3ab - a^2 = -a^2 - 2 = -(a^2 + 2) < 0$ ,  
 значит,  $3ab - 2 < a(3b + a)$

4)  $(3a - 2) \cdot (a + 2) - (1 + 2a)^2 = 3a^2 + 6a - 2a - 4 - 1 - 4a - 4a^2 =$   
 $= -a^2 - 5 = -(a^2 + 5) < 0$ , значит,  $(3a - 2)(a + 2) < (1 + 2a)^2$

**34.**

Если  $a$  марок купил каждый, то первый заплатил  $5a$  коп.,  
 $\left(3 \cdot \frac{a}{2} + 6 \cdot \frac{a}{2}\right) = 4,5a$  (коп.) – заплатил второй;  $5a > \frac{3a}{2} + \frac{6a}{2}$ , т.е. пер-  
 вый мальчик заплатил больше второго.

Ответ: первый.

**35.**

1)  $a > 0, b > 0, c > 0, a > b$ ,

$$\frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bc-ab-ac}{b(b+c)} = \frac{c(b-a)}{b(b+c)} < 0,$$

т.к.  $c > 0, b - a < 0, b > 0, b + c > 0$ , значит  $\frac{b+c}{a+c} < \frac{b}{a}$ .

2)  $a > 0, b > 0, c > 0, a > b$ .

$$\frac{b+c}{a+c} - \frac{b}{a} = \frac{ab+ac-ab-cb}{a(a+c)} = \frac{c(a-b)}{a(a+c)} > 0,$$

т.к.  $c > 0, a - b > 0, a > 0, a + c > 0$ , значит  $\frac{b+c}{a+c} > \frac{b}{a}$ .

**36.**

$a^4 + b^4 - (a^3b + ab^3) = a^4 + b^4 - a^3b - ab^3 = a \cdot (a^3 - b^3) + b \cdot (b^3 - a^3) =$   
 $= (a - b) \cdot (a^3 - b^3) = (a - b) \cdot (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) =$   
 $= (a - b)^2 \cdot (a^2 + ab + b^2) \geq 0$ , т.к.  $(a - b)^2 > 0, a^2 + ab + b^2 > 0$ ,  
 поэтому  $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$ .

**37.**

$a^3 + 1 - (a^2 + a) = a^3 + 1 - a^2 - a = a^2(a - 1) - (a - 1) = (a - 1) \cdot (a^2 - 1) =$   
 $= (a - 1) \cdot (a - 1) \cdot (a + 1) = (a - 1)^2 \cdot (a + 1) > 0$ , т.к.  $(a - 1)^2 > 0, a + 1 > 0$ .

**38.**

1) если  $a - 2 < b, b < 0$ , значит  $a - 2 < 0$  (по теореме 1);

2) если  $a^2 - 5 > a, a > 1$ , значит  $a^2 - 5 > 1$  (по теореме 1).

**39.**

1)  $a > b, b > 1$ , значит  $a > 1$  – положительное;

2)  $a < b, b < -2$ , значит  $a < -2$  – отрицательное;

3)  $(a - 1) < b$ ,  $b < -1$ , значит  $a - 1 < -1$ ,  $a < 0$  – отрицательное;

4)  $a + 1 > b$ ,  $b > 1$ , значит  $a + 1 > 1$ ,  $a > 0$  – положительное.

**40.**

1)  $-2 + 5 < 4 + 5$ ;  $3 < 9$ ;

2)  $-2 - 7 < 4 - 7$ ;  $-9 < -3$ .

**41.**

1)  $2a + 3b + 2b > a - 2b + 2b$

2)  $2a + 3b - a > a - 2b - a$

$2a + 5b > a$

$a + 3b > -2b$

**42.**

1)  $3 - 1 > 1 - 1$ ;  $2 > 0$ ;

2)  $3 - (-5) > 1 - (-5)$ ;  $8 > 6$ .

**43.**

1)  $a - 2b - a < 3a + b - a$

2)  $a - 2b - b < 3a + b - b$

$-2b < 2a + b$

$a - 3b < 3a$

**44.**

a)  $a < b$ , поэтому

б)  $a < b$ , поэтому

$a + x < b + x$ ;

$a - 5 < b - 5$ .

**45.**

1) если  $4a - 2b > 3a - b$ , то  $a > b$ ;  $4a - 2b > 3a - b$ , прибавим к обеим частям неравенства число  $2b - 3a$ :

$4a - 2b + 2b - 3a > 3a - b + 2b - 3a$ ;  $a > b$

2) если  $2b - 3a < 3b - 4a$ , то  $a < b$ ;  $2b - 3a < 3b - 4a$ , прибавим к обеим частям неравенства число  $4a - 2b$ :

$2b - 3a + 4a - 2b < 3b - 4a + 4a - 2b$ ;  $a < b$

3) если  $b(2a + 1) < a(2b + 1)$ , то  $a > b$ ;  $b(2a + 1) < a(2b + 1)$ ,  $2ab + b < 2ab + a$ . Вычтем из обеих частей неравенства число  $2ab$ :

$2ab + b - 2ab < 2ab + a - 2ab$ ;  $b < a$ , т.е.  $a > b$

4) если  $b(1 - 3a) > a(1 - 3b)$ , то  $a < b$ ;  $b(1 - 3a) > a(1 - 3b)$ , прибавим к обеим частям неравенства число  $3ab$ :

$b - 3ab + 3a > a - 3ab + 3ab$ ;  $b > a$ , т.е.  $a < b$

**46.**

1) если  $x(x + 2) < (x - 2) \cdot (x + 3)$ , то  $x < -6$ ;

$x(x + 2) < (x - 2) \cdot (x + 3)$ ;  $x^2 + 2x < x^2 + x - 6$

$x^2 + 2x - x^2 - x < -6$ ;  $x < -6$

2) если  $x(x + 6) > (x + 1) \cdot (x + 4)$ , то  $x > 4$ ;

$x^2 + 6x > x^2 + 5x + 4$ ;  $x^2 + 6x - x^2 - 5x > 4$ ;  $x > 4$

3) если  $(x - 3)^2 < x(x - 5)$ , то  $x > 9$ ;

$x^2 - 6x + 9 < x^2 - 5x$ ;  $9 < x^2 - 5x - x^2 + 6x$ ;  $9 < x$ , т.е.  $x > 9$

4) если  $x(3 + x) < (x + 2)^2$ , то  $x > -4$ ;

$3x + x^2 < x^2 + 4x + 4$ ;  $-4 < x^2 + 4x - 3x - x^2$ ;  $-4 < x$ , т.е.  $x > -4$

47.

1)  $13,4 < 18$ ;    2)  $19 > 12$ ;    3)  $-10 < -8$ ;    4)  $-12 > -14$ .

48.

1)  $a > 0,5$ ;    2)  $a < -\frac{1}{4}$ ;    3)  $-a < -\frac{3}{4}$ ;    4)  $a < 2$ .

49.

1)  $-1 < 2,5$ ;    2)  $0,9 > -2$ ;    3)  $5 < 6$ ;    4)  $5 > 3$ .

50.

1)  $a < 4$ ;    2)  $a < 2$ ;    3)  $x > \frac{3}{8}$ ;    4)  $x < -\frac{4}{9}$ .

51.

1)  $a^2 - a = a \cdot (a - 1) < 0$ , т.к.  $a > 0$ ,  $a - 1 < 0$ ; поэтому  $a^2 < a$   
2)  $a^3 - a^2 = a^2 \cdot (a - 1) < 0$ , т.к.  $a^2 > 0$ ,  $a - 1 < 0$ ; поэтому  $a^3 < a^2$

52.

$a < b$ .

1)  $-4,3a > -4,3b$ ;    2)  $0,19a < 0,19b$ ;    3)  $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$ ;  
4)  $-\frac{a}{6} > -\frac{b}{6}$ ;    5)  $-2(a + 4) > 2(b + 4)$ ;    6)  $\frac{2}{3}(a - 5,2) < \frac{2}{3}(b - 5,2)$ .

53.

1)  $5a - 2b > 2a + b$ ;  $5a - 2a > b + 2b$ ;  $3a > 3b$ ;  $a > b$ ;  
2)  $4a - b < 2a + b$ ;  $4a - 2a < b + b$ ;  $2a < 2b$ ;  $a < b$ ;  
3)  $a + 4b > 3a + 2b$ ;  $a - 3a > 2b - 4b$ ;  $-2a > -2b$ ;  $a < b$ ;  
4)  $2a + 3b < 6a - 2b$ ;  $2a - 6a < -2b - 2b$ ;  $-4a < -4b$ ;  $a > b$ .

54.

1)  $(x - 1) \cdot (x + 2) > (x + 1) \cdot (x - 2)$ ,  
 $x^2 + x - 2 > x^2 - x - 2$ ;  $x^2 + x - 2 - x^2 + x + 2 > 0$ ;  $2x > 0$ ;  $x > 0$

2)  $(x + 1) \cdot (x - 8) > (x + 2) \cdot (x - 4)$ ;  $x^2 - 7x - 8 > x^2 - 2x - 8$ ;  
 $x^2 - 7x - 8 - x^2 + 2x + 8 > 0$ ;  $-5x > 0$ ;  $x < 0$

3)  $(x - 3)^2 < (4 + x) \cdot (x - 4)$ ,

$x^2 - 6x + 9 < x^2 - 16$ ;  $x^2 - 6x - x^2 < -16 - 9$ ;  $-6x < -25$ ;  $x > \frac{25}{6}$

4)  $(x - 3) \cdot (3 + x) > (x + 2)^2$ ,

$x^2 - 9 > x^2 + 4x + 4$ ;  $x^2 - x^2 - 4 - 9 > 4x$ ;  $-13 > 4x$ ;  $x < -\frac{13}{4}$

**55.**

1)  $a - b > a + b, a - b - a - b > 0, -2b > 0, b < 0.$

Ответ: может при  $b < 0$ ;

2)  $a - b < a + b, a - b - a - b < 0, -2b < 0, b > 0.$

Ответ: может при  $b < 0$ ;

3)  $a - b = a + b, a - b - a - b = 0, -2b = 0, b = 0.$

Ответ: может при  $b = 0$ ;

4)  $a - b > a, a - b - a > 0, -b > 0, b < 0.$

Ответ: может при  $b < 0$ ;

5)  $a - b > b, a > 2b.$

Ответ: может при  $a > 2b$ ;

6)  $a - b = b, a = 2b.$  Ответ: может при  $a = 2b.$

**56.**

1)  $a < 0, a \neq -1.$

$$a + \frac{1}{a} - (-2) = \frac{a^2 + 1}{a} + 2 = \frac{a^2 + 2a + 1}{a} = \frac{(a + 1)^2}{a} < 0,$$

значит,  $a + \frac{1}{2} < -2$

2)  $ab > 0, a \neq b.$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a - b)^2}{ab} > 0, \text{ значит, } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$$

3)  $y > 0, y \neq \frac{1}{2}.$

$$4y + \frac{1}{y} - 4 = \frac{4y^2 - 4y + 1}{y} = \frac{(2y - 1)^2}{y} > 0, \text{ значит, } 4y + \frac{1}{y} > 4$$

4)  $x < 0, x \neq -\frac{1}{3}.$

$$9x + \frac{1}{x} + 6 = \frac{9x^2 + 6x + 1}{x} = \frac{(3x + 1)^2}{x} < 0, \text{ значит, } 9x + \frac{1}{6} > -6$$

**57.**

1)  $a > b, ab > 0.$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} < 0, \text{ т.к. } b - a < 0, ab > 0, \text{ значит, } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

2)  $a > b, ab < 0.$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} > 0, \text{ т.к. } b - a < 0, ab < 0, \text{ значит, } \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

**58.**

1) если  $a < b$ , то  $\frac{a}{b} < 1$ ,  $\frac{a}{b} - 1 = \frac{a-b}{b}$ , т.к.  $a < b$ , то  $a - b < 0$

если  $b < 0$ , то  $\frac{a-b}{b} > 0$ , т.е.  $\frac{a}{b} > 1$ , если  $b > 0$ , то  $\frac{a-b}{b} < 0$ , т.е.  $\frac{a}{b} < 1$

Ответ: неверно.

2) если  $\frac{a}{b} > 1$ , то  $a > b$ ,  $\frac{a}{b} - 1 > 0$ ,  $\frac{a-b}{b} > 0$

неравенство не выполняется при  $b < 0$

Ответ: неверно.

3) если  $\frac{a}{b} < 1$ , то  $\frac{b}{a} > 1$ ,  $\frac{a}{b} - 1 = \frac{a-b}{b} < 0$

условия  $\frac{b}{a} > 1$  недостаточно, если  $ab < 0$ , то  $\frac{b}{a} < 1$

Ответ: неверно.

4) если  $a^2 < 1$ , то  $a < 1$ ,  $a^2 - 1 < 0$ ,  $(a-1)(a+1) < 0$   
если  $a > 1$ , то  $a-1 > 0$ ,  $a+1 > 0$ , т.е.  $a^2 - 1 > 0$

Ответ: верно.

**59.**

$$1) \frac{\begin{matrix} + \\ x > 7 \\ y > 4 \end{matrix}}{x+y > 11}$$

Ответ: верно

$$3) \frac{\begin{matrix} + \\ x < -7 \\ y < 7 \end{matrix}}{x+y < 0}$$

Ответ: верно

$$2) \frac{\begin{matrix} \times \\ x > 5 \\ y > 8 \end{matrix}}{x \cdot y > 40}$$

Ответ: неверно

$$4) \frac{\begin{matrix} \times \\ x < 2 \\ y < 5 \end{matrix}}{x \cdot y < 10}$$

Ответ: верно только при  $x > 0, y > 0$

**60.**

$$1) \frac{\begin{matrix} + \\ 5 > -8 \\ 8 > 5 \end{matrix}}{13 > -3};$$

$$2) \frac{\begin{matrix} + \\ -8 < 2 \\ 3 < 5 \end{matrix}}{-5 < 7};$$

$$3) \frac{\begin{matrix} + \\ 3x+y < 2x+1 \\ 3y-2x < 14-2a \end{matrix}}{x+4y < 2x+15-2a};$$

$$4) \frac{\begin{matrix} + \\ 3x^2+2y > 4a-2 \\ 5y-3x^2 > 3-4a \end{matrix}}{7y > 1}$$

61.

$$\begin{array}{l} \times 2\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3} \\ 12 > 6 \\ 1) \frac{\quad}{32 > 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \times x-2 > 1 \\ \times x+2 > 4 \\ 3) \frac{\quad}{x^2-4 > 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \times 6\frac{1}{4} < 9\frac{2}{3} \\ 4 < 6 \\ 2) \frac{\quad}{25 < 58} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 < (2x+1) \\ \times 3 < (2x-1) \\ 4) \frac{\quad}{12 < 4x^2-1} \end{array}$$

62.

1)  $3a + 2b > 16$ .

$$a > 2; b > 5; a > 6; 2b > 10, \begin{array}{l} + 3a > 6 \\ + 2b > 10 \\ \hline 3a + 2b > 16 \end{array}$$

2)  $ab - 1 > 9$ .

$$\begin{array}{l} a > 2 \\ \times b > 5 \\ \hline ab > 10 \end{array}; \quad \begin{array}{l} ab - 1 > 10 - 1 \\ ab - 1 > 9 \end{array}$$

3)  $a^2 + b^2 > 29$ .

$$\begin{array}{l} a > 2 \\ \times a > 2 \\ \hline a^2 > 4 \end{array}; \quad \begin{array}{l} b > 5 \\ \times b > 5 \\ \hline b^2 > 25 \end{array}; \quad \begin{array}{l} + a^2 > 4 \\ + b^2 > 25 \\ \hline a^2 + b^2 > 29 \end{array}$$

4)  $a^3 + b^3 > 133$ .

$$\begin{array}{l} a^2 > 4 \\ \times a > 2 \\ \hline a^3 > 8 \end{array}; \quad \begin{array}{l} b^2 > 25 \\ \times b > 5 \\ \hline b^3 > 125 \end{array}; \quad \begin{array}{l} + a^3 > 8 \\ + b^3 > 125 \\ \hline a^3 + b^3 > 133 \end{array}$$

5)  $(a + b)^2 > 35$ .

$$\begin{array}{l} a > 2 \\ + b > 5 \\ \hline a + b > 7 \end{array}; \quad \begin{array}{l} a + b > 7 \\ \times a + b > 7 \\ \hline (a + b)^2 > 49 \end{array}$$

так как  $49 > 35$ , то  $(a + b)^3 > 35$ .

6)  $(a + b)^3 > 340$ .

$$\begin{array}{l} (a + b)^2 > 49 \\ \times (a + b) > 7 \\ \hline (a + b)^3 > 343 \end{array}; \text{ так как } 343 > 340, \text{ то } (a + b)^3 > 340.$$



**63.**

Дано:  $\triangle ABC$ ,

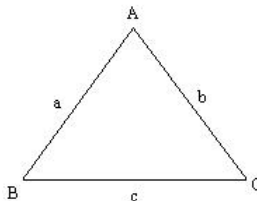
$a < 73$  см,  $b < 115$  см,

$c < 111$  см.

Доказать:  $P < 300$  см.

Доказательство:  $P = a + b + c$

$$\begin{array}{r} a < 73 \\ + \quad b < 115 \\ \hline c < 111 \\ \hline P < 229 \end{array}$$



так как  $229 < 300$ , то  $P < 300$ , т.е. периметр меньше 3 м.

**64**

Пусть  $a$  коп. – цена тетради,  $b$  коп. – цена блокнота.

Тогда  $a < 45$ ,  $4a < 180$ ;  $b < 40$ ;  $8b < 320$

$$\begin{array}{r} 4a < 180 \\ + \quad 8b < 320 \\ \hline 4a + 8b < 500 \end{array}$$

т.е. стоимость всей покупки меньше 5 р.

**65.**

Дано:

$a < 2$ ;  $b > 3$ .

$$\begin{array}{r} a < 2 \\ + \quad 3 < b \\ \hline 1) \quad a + 3 < b + 2 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} a + 3 < b + 2 \\ 2) \times \quad a + 3 - 4 < b + 2 - 4 \\ \hline a - 1 < b - 2 \end{array};$$

$$\begin{array}{r} 2 + 3 < b + 2 \\ 3) \times \quad a + 3 - 5 < b + 2 - 5 \\ \hline a - 2 < b - 3 \end{array}, b - 3 > a - 2,$$

$$\begin{array}{r} 2b > 6 \\ + \quad 4 > 2a \\ \hline 4) \quad 2b + 4 > 6 + 2a \end{array};$$

$2b > 6$ ;  $2a < 4$

$2b + 4 - 4 > 6 + 2a - 4 \Rightarrow 2b > 2a + 2$ .

**66.**

$$a > 2, b > 3, c > 1.$$

$$\begin{array}{r} a > 2 \\ + b > 3 \\ \hline c > 1 \end{array}; 2) \frac{a > 2}{abc > 6}$$

$$3) a > 2; abc > 6; \frac{2ab > 12}{3abc > 18}$$

$$b > 3; 3abc > 18; ab > 6; 2ab > 12$$

$$4) \frac{a > 2}{ac > 2}; \frac{abc > 6}{abc + 2ac > 10}$$

$$5) \frac{abc > 6}{abc^2 > 6}; \frac{a > 2}{a + ab + abc^2 > 14}$$

так как  $14 < 13$ , то  $a + ab + abc^2 > 13$ .

$$6) \frac{a > 2}{a^2 > 4}, \frac{b > 3}{b^2 > 9}, \frac{c > 1}{c^2 > 1},$$

$$\frac{a^2 > 4}{a^2 + b^2 + c^2 > 14}; \text{ так как } 14 > 13, \text{ то } a^2 + b^2 + c^2 > 13.$$

**67.**

$ABCD$  – прямоугольник,

$a > 7$  см,  $b > 21$  см, где  $a, b$  – стороны прямоугольника

$$P = 2 \cdot (AB + BC)$$

$$1) \frac{a > 7}{a + b > 28}$$

$$2) 2(a + b) > 2 \cdot 28, 2(a + b) > 56.$$

$$P > 56 \text{ см.}$$

**68.**

Пусть  $a$  – длина участка,  $b$  – ширина

$$a = 5b, b > 4$$

$$a = 5b > 5 \cdot 4, \text{ т.е. } a > 20$$

$$\begin{array}{r} a > 20 \\ \times \\ b > 4 \end{array}$$

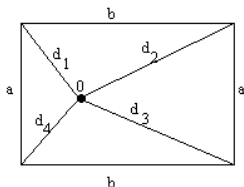
$$\hline$$

$$S = ab > 20 \cdot 4$$

$$S > 80 \text{ (м}^2\text{)}$$

**69.**

$ABCD$  – прямоугольник.



$P$  – периметр прямоугольника

по теореме о сумме длин двух сторон треугольника имеем:

$$\begin{array}{rcl} d_1 + d_2 & > & b \\ d_2 + d_3 & > & a \\ + \quad d_3 + d_4 & > & b \\ d_4 + d_1 & > & a \end{array}$$

$$\hline 2d_1 + 2d_2 + 2d_3 + 2d_4 > 2(a + b)$$

$$2(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) > 2(a + b)$$

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 > \frac{P}{2}$$

**70.**

$$1) x + y > 5, x < 2$$

$$\begin{array}{r} x + y > 5 \\ + \quad 2 > x \\ \hline x + y + 2 > 5 + x \end{array}, \quad x + y - x > 3, \quad y > 3$$

$$2) x - y < -3, x > 4$$

$$\begin{array}{r} x - y < -3 \\ + \quad 4 < x \\ \hline x - y + 4 < x - 3 \end{array}; \quad x + 4 + 3 - x > y$$

$$\hline x - y + 4 < x - 3; \quad 7 < y, y > 7.$$

$$3) a - 3b < 5, a > -4$$

$$\begin{array}{r} a - 3b < 5 \\ + \\ -a < 4 \\ \hline -3b < 9 \end{array}$$

$$b > -3$$

$$4) 2a + 3b > 1, a < 2$$

$$\begin{array}{r} 2a + 3b > 1 \\ + \\ -2a > -4 \\ \hline 3b > -3 \end{array}$$

$$b > -1$$

**71.**

$$a > 1.$$

$$1) a^3 - a = a \cdot (a^2 - 1) = a \cdot (a + 1) \cdot (a - 1) > 0,$$

т.к.  $a > 1, a + 1 > 2, a - 1 > 0$

$$2) a^5 - a^2 = a^2 \cdot (a^3 - 1) = a^2 \cdot (a - 1) \cdot (a^2 + a + 1) > 0,$$

т.к.  $a^2 > 1, a - 1 > 0, a^2 + a + 1 > 3$ .

**72.**

$$0 < a < 1.$$

$$1) a^3 - a = a \cdot (a^2 - 1) < 0, \text{ т.к. } a > 0, a^2 - 1 < 0$$

$$2) a^5 - a^2 = a^2 \cdot (a^3 - 1) < 0, \text{ т.к. } a^2 > 0, a^3 - 1 < 0$$

**73.**

$$a < 0, b < 0, a > b.$$

1) так как  $a < 0$  и  $n = 2k + 1$ , то  $a^n < 0$ , аналогично  $b^n < 0$ ;

так как  $a > b$ , то  $a^n > b^n$ .

2) так как  $a < 0$  и  $n = 2k$ , то  $a^n > 0$ , аналогично  $b^n > 0$ ;

так как  $a > b$ , то  $a^n < b^n$ .

**74.**

$$a > 0, b > 0, n \in N, a^n > b^n$$

$$\left. \begin{array}{l} x \quad a > b \\ x \quad a > b \\ x \quad \dots \\ x \quad a > b \end{array} \right\} n \quad \text{раз; } a^n > b^n$$

$$\left. \begin{array}{l} x \quad a \leq b \\ x \quad a \leq b \\ x \quad \dots \\ x \quad a \leq b \end{array} \right\} n \quad \text{раз; } a^n \leq b^n, \text{ т.е. } a^n > b^n \text{ при } a > b$$

**75.**

$$\begin{array}{llllll} 1) n \leq -2 & 2) n \leq 3 & 3) n < 4 & 4) n < -5 & 5) n \leq 0,2 & 6) n \leq -0,3 \\ n = -2 & n = 3 & n = 3 & n = -6 & n = 0 & n = -1 \end{array}$$

**76.**

$$\begin{array}{llllll} 1) n \geq -3 & 2) n \geq 6 & 3) n > 6 & 4) n > -4 & 5) n > -4,21 & 6) n \geq 3,24 \\ n = -3 & n = 6 & n = 7 & n = -3 & n = -4 & n = 4 \end{array}$$

**77.**

$$1) \frac{x}{6} \leq 1, x \leq 6; x = 6; \quad 2) \frac{x}{4} < -2, x < -8, x = -9$$

**78.**

$$1) t \leq 0^\circ; \quad 2) h \geq 5 \text{ м}; \quad 3) 0^\circ \leq t \leq 100^\circ; \quad 4) v \leq 60 \text{ км/ч.}$$

**79.**

$$a \leq b,$$

$$1) a - 3 \leq b - 3 \text{ верно}; 2) 5a \leq 5b \text{ верно};$$

$$3) a + 2,5 < b + 2,5 \text{ неверно, т.к. } a + 2,5 \leq b + 2,5;$$

$$4) a - 4 > b - 4 \text{ неверно, т.к. } a - 4 \geq b - 4.$$

**80.**

$$a \geq b$$

$$1) -2a > -2b \text{ неверно}; \quad 2) -3a \leq -3b \text{ верно};$$

$$3) \frac{a}{12} \geq \frac{b}{12} \text{ верно}; \quad 4) \frac{a}{15} < \frac{b}{15} \text{ неверно.}$$

**81.**

$$1) a - b \geq 4a + 5b; \quad a - b \geq 4a + 5b; \quad -3a \geq 6b; \quad a \leq -2b.$$

$$2) a - 2b \leq 5a + 4b; \quad a - 5a \leq 4b + 2b; \quad -4a \leq 6b; \quad 2a \geq -3b.$$

$$3) (x+2) \cdot (x-3) \leq (x+3) \cdot (x-2),$$

$$x^2 - x - 6 \leq x^2 + x - 6; \quad x^2 - x - 6 - x^2 - x + 6 \leq 0; \quad -2x \leq 0; \quad x \geq 0.$$

$$4) (x-5) \cdot (x+1) \geq (x+5) \cdot (x-1),$$

$$x^2 - 4x - 5 \geq x^2 + 4x - 5; \quad x^2 - 4x - 5 - x^2 - 4x + 5 \geq 0; \quad -8x \geq 0 \quad x \leq 0.$$

**82.**

$$1) (x-1) \cdot (x+3) \leq (x+1)^2;$$

$$(x-1) \cdot (x+3) - (x+1)^2 = x^2 + 2x - 3 - x^2 - 2x - 1 = -4 < 0,$$

$$\text{поэтому } (x-1) \cdot (x+3) < (x+1)^2.$$

$$2) (x+2)^2 \geq (x+1) \cdot (x+3)$$

$$(x+2)^2 - (x+1) \cdot (x+3) = x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x - 3 = 1 > 0,$$

$$\text{поэтому } (x+2)^2 \geq (x+1) \cdot (x+3).$$

**83.**

1)  $4x^2 + 1 - 4x = (2x - 1)^2 > 0$ , т.е.  $4x^2 + 1 \geq 4x$

2)  $a > 0$ .  $a + \frac{1}{a} = \frac{a^2 + 1}{a} > 0$ , т.е.  $a + \frac{1}{a} > 0$ .

3)  $ab > 0$ .  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab} = \frac{(a - b)^2}{ab} \geq 0$ , т.е.  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ .

4)  $a \geq b, ab > 0$ .  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} \leq 0$ , т.е.  $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$ .

5)  $a \geq b, ab < 0$ .  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} \geq 0$ , т.е.  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ .

6)  $a + b = 1$ .

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - \frac{1}{2} &= (a^2 + 2ab + b^2) - 2ab - \frac{1}{2} = (a + b)^2 - 2ab - \frac{1}{2} = \\ &= 1 - 2ab - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - 2ab \end{aligned}$$

если  $a > 0, b > 0$ , то  $2ab \leq \frac{1}{2}$ , значит  $\frac{1}{2} - 2ab \geq 0$ ;

если  $a < 0, b > 0$ , то  $-2ab > 0$ , значит  $\frac{1}{2} - 2ab \geq 0$ , т.е.  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$

**84.**

1)  $x + 17 > 18$ ;

2)  $13 - x < 2$ ;

3)  $17x \geq 3$ ;

4)  $2 \cdot (x - 3) \leq 2$ ;

5)  $\frac{1}{2} \cdot (x + 3) \leq 3x$ ;

6)  $2 \cdot (-4x) \geq x + 4$

$-8x \geq x + 4$ .

**85.**

1)  $3x + 4 > 2$ ;                      10;  $\frac{1}{2}; 0$ ;

2)  $3x + 4 \leq x$ ; числа 10;  $\frac{1}{2}; 0; -1$  — не являются решениями.

3)  $\frac{1}{2}x - 3 \geq 1 - x$ ;                      10;

4)  $3 - x \geq \frac{1}{2}x$ ;                       $\frac{1}{2}; 0; -1$ .

**86.**

1)  $-2y > 0, y < 0$ ;

2)  $-3y < 0, y > 0$ ;

3)  $y^2 + 1 \geq 0, y$  — любое;

4)  $2y^2 + 3 \leq 0$ , нет решений;

5)  $(y - 1)^2 \leq 0, y = 1$ ;

6)  $(y + 2)^2 > 0$ , при любых  $y \neq -2$ .

87.

- 1) при  $x \geq 0$   $y \geq 2$ ;
- 3) при  $x > -5$   $y > 0$ ;

- 2) при  $x < 0$   $y < 2$ ;
- 4) при  $x \leq -5$   $y \leq 0$ .

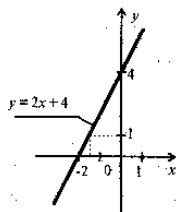
88.

- 1)  $y > 0$ , при  $x < -3$ ;
- 3)  $y < 0$ , при  $x > -3$ ;
- 5)  $y \geq -4$ , при  $x \leq 0$ ;

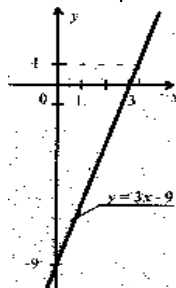
- 2)  $y \geq 0$ , при  $x \leq -3$ ;
- 4)  $y < -4$ , при  $x > 0$ ;
- 6)  $y > -4$ , при  $x < 0$ .

89.

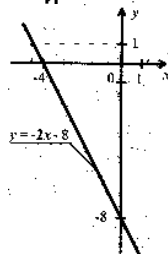
- 1)  $y > 0$  при  $x > -2$ ;  
 $y < 0$  при  $x < -2$ ;  
 $y = 0$  при  $x = -2$ ;  
 $y > 1$  при  $x > -1,5$ ;  
 $y < 1$  при  $x < -1,5$ .



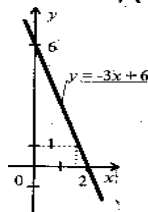
- 2)  $y > 0$  при  $x > 3$ ;  
 $y < 0$  при  $x < 3$ ;  
 $y = 0$  при  $x = 3$ ;  
 $y > 1$  при  $x > 3\frac{1}{3}$ ;  
 $y < 1$  при  $x < 3\frac{1}{3}$ .



- 3)  $y > 0$  при  $x < -4$ ;  
 $y < 0$  при  $x > -4$ ;  
 $y = 0$  при  $x = -4$ ;  
 $y > 1$  при  $x < -4,5$ ;  
 $y < 1$  при  $x > -4,5$ ;



- 4)  $y > 0$  при  $x < 2$ ;  
 $y < 0$  при  $x > 2$ ;  
 $y = 0$  при  $x = 2$ ;  
 $y > 1$  при  $x < 1\frac{2}{3}$ ;  
 $y < 1$  при  $x > 1\frac{2}{3}$ .



90.

1)  $x + 2 \geq 15$

$x \geq 13$

Ответ:  $x \geq 13$

4)  $-4 > 5 - y$

$y > 9$

Ответ:  $y > 9$

2)  $x - 6 < 8$

$x < 14$

Ответ:  $x < 14$

5)  $2z \geq z - 7$

$z \geq -7$

Ответ:  $z \geq -7$

3)  $3 \leq y + 6$

$y \geq -3$

Ответ:  $y \geq -3$

6)  $3z \leq 2z + 4$

$z \leq 4$

Ответ:  $z \leq 4$

91.

1)  $12x > -36$

$x > -3$

Ответ:  $x > -3$

2)  $-7x \leq 56$

$x \geq -8$

Ответ:  $x \geq -8$

3)  $\frac{y}{4} \leq 7$

$y \leq 28$

Ответ:  $y \leq 28$

4)  $-5 < \frac{z}{3}$

$z > -15$

Ответ:  $z > -15$

5)  $7,2z > -27$

$z > -3,75$

Ответ:  $z > -3,75$

6)  $-4,5x \geq 9$

$x \leq -2$

Ответ:  $x \leq -2$

92.

1)  $2x - 16 > 0$

$2x > 16$

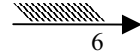
$x > 8$



2)  $18 - 3x > 0$

$3x < 18$

$x < 6$



3)  $3x - 15 < 0$

$3x < 15$

$x < 5$



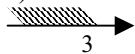
4)  $25 - 5x < 0$

$5x > 25$

$x > 5$



5)  $9 - 3x \geq 0; 3x \leq 9; x \leq 3$



6)  $2x + 4 \leq 0; 2x \leq -4; x \leq -2$

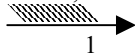


93.

1)  $3(x + 1) \leq x + 5$

$3x + 3 - x \leq 5$

$2x \leq 2; x \leq 1$



2)  $4(x - 1) \geq 5 + x$

$4x - 4 - x \geq 5$

$3x \geq 9; x \geq 3$



4)  $x + 2 < 3(x + 2) - 4$

$x + 2 < 3x + 6 - 4$

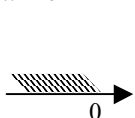
$0 < 2x; x > 0$



3)  $2(x - 3) + 4 < x - 2$

$2x - 6 + 4 - x < -2$

$x < 0$



5)  $\frac{x-1}{3} \geq \frac{2x-3}{5}$

$5(x - 1) \geq 3(2x - 3)$

$5x - 5 \geq 6x - 9$

$9 - 5 \geq 6x - 5x$

$x \leq 4$



6)  $\frac{3x-2}{4} \geq \frac{2x-1}{3}$

$3(3x - 2) \geq 4(2x - 1)$

$9x - 6 \geq 8x - 4$

$9x - 8x \geq 6 - 4$

$x \geq 2$





