

637.

1) $y = x^2 + x - 12$

с осью Oy : $(0; 12)$

с осью Ox :

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = -4,$$

$$(3; 0); (-4; 0)$$

2) $y = -x^2 + 3x + 10$

с осью Oy : $(0; 10)$

с осью Ox :

$$-x^2 + 3x + 10 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = 5,$$

$$(-2; 0); (5; 0)$$

3) $y = -8x^2 - 2x + 1$

с осью Oy : $(0; 1)$

с осью Ox :

$$-8x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$8x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{4}; x_2 = -\frac{1}{2},$$

$$\left(\frac{1}{4}; 0\right) \text{ и } \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$$

4) $y = 7x^2 + 4x - 11$

с осью Oy : $(0; -11)$

с осью Ox :

$$7x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = -\frac{4}{7},$$

$$(1; 0) \text{ и } \left(-\frac{4}{7}; 0\right)$$

5) $y = 5x^2 + x - 1 = 0$

с осью Oy : $(0; -1)$

с осью Ox :

$$5x^2 + x - 1 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{10},$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{21}}{10}; 0\right) \text{ и }$$

$$\left(\frac{-1 - \sqrt{21}}{10}; 0\right)$$

6) $y = 5x^2 + 3x - 2$

с осью Oy : $(0; -2)$

с осью Ox :

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1; x_2 = \frac{2}{5}$$

$$(-1; 0); \left(\frac{2}{5}; 0\right)$$

7) $y = 4x^2 - 11x + 6$

с осью Oy : $(0; 6)$

с осью Ox : $4x^2 - 11x + 6 = 0$

$$x_1 = \frac{3}{4}, x_2 = 2 \left(\frac{3}{4}; 0\right); (2; 0)$$

8) $y = 3x^2 + 13x - 10$

с осью Oy : $(0; -10)$

с осью Ox : $3x^2 + 13x - 10 = 0$

$$x_1 = -5; x_2 = \frac{2}{3}, (-5; 0) \text{ и } \left(\frac{2}{3}; 0\right)$$

638.

1) $y = x^2 - 4x - 5$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_0 = 4 - 8 - 5 = -9 \end{cases} (2; -9)$$

3) $y = x^2 - 6x + 10$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{2} = 3 \\ y_0 = 9 - 18 + 10 = 1 \end{cases} (3; 1)$$

2) $y = -x^2 - 2x + 3$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1 \\ y_0 = -1 + 2 + 3 = 4 \end{cases} (-1; 4)$$

4) $y = x^2 + x + \frac{5}{4}$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ y_0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{4} = 1 \end{cases} \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$$

$$5) y = -2x \cdot (x + 2)$$

$$y = -2x^2 - 4x$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{-4} = -1 \\ y_0 = -2 + 4 = 2 \end{cases}$$

$$(-1; 2)$$

$$6) y = (x - 2)(x + 3)$$

$$y = x^2 + x - 6$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ y_0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6 = -6\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\left(-\frac{1}{2}; -6\frac{1}{4}\right)$$

639.

$$1) y = x^2 - 5x - 6$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2} = 2,5 \\ y_0 = 6,25 - 12,5 + 6 = -12,25 \end{cases},$$

$$(2,5; -12,25)$$

$y > 0$, если $x \in (-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$

$y < 0$, если $x \in (-1; 6)$

y возрастает, если $x \in (2,5; +\infty)$

y убывает, если $x \in (-\infty; 2,5)$

$y_{\text{наим}} = -12,25$, при $x = 2,5$

$$2) y = x^2 + 10x + 30$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-10}{2} = -5 \\ y_0 = 25 - 50 + 30 = 5 \end{cases}, (-5; 5)$$

$y > 0$, если $x \in (-\infty; +\infty)$

y возрастает, если $x \in (-5; +\infty)$

y убывает, если $x \in (-\infty; -5)$

$y_{\text{наим}} = 5$, при $x = -5$

$$3) y = -x^2 - 6x - 8$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{6}{-2} = -3 \\ y_0 = -9 + 18 - 8 = 1 \end{cases}, (-3; 1)$$

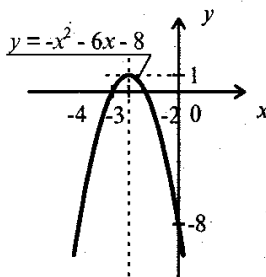
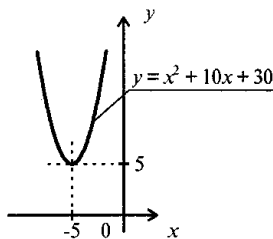
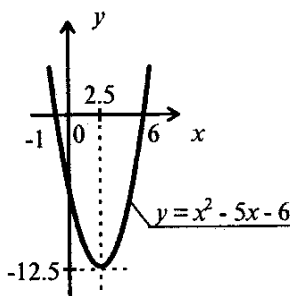
$y > 0$, если $x \in (-4; -2)$

$y < 0$, если $x \in (-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$

y возрастает, если $x \in (-\infty; -3)$

y убывает, если $x \in (-3; +\infty)$

$y_{\text{наиб}} = 1$, при $x = -3$



$$4) y = 2x^2 - 5x + 2$$

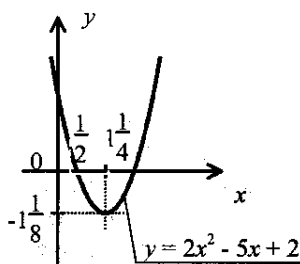
$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \\ y_0 = 2 \cdot \frac{25}{16} - 5 \cdot \frac{5}{4} + 2 = -1\frac{1}{8} \end{cases}, \left(1\frac{1}{4}; -1\frac{1}{8}\right)$$

$y > 0$, если $x \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup (2; +\infty)$

$y < 0$, если $x \in (\frac{1}{2}; 2)$

y возрастает, если $x \in (1\frac{1}{4}; +\infty)$

y убывает, если $x \in (-\infty; 1\frac{1}{4})$; $y_{\text{наим}} = -1\frac{1}{8}$, при $x = 1\frac{1}{4}$



$$5) y = -3x^2 - 3x + 1$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \\ y_0 = -3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{2} + 1 = 1\frac{3}{4} \end{cases}, \left(-\frac{1}{2}; 1\frac{3}{4}\right)$$

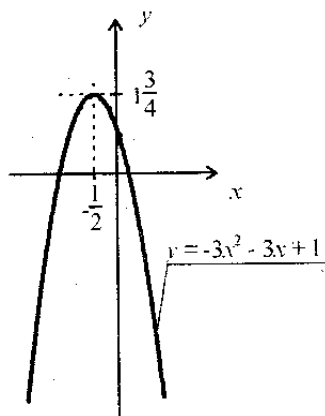
$y > 0$, если $x \in (-1, 3; 0, 3)$

$y < 0$, если $x \in (-\infty; -1, 3) \cup (0, 3; +\infty)$

y возрастает, если $x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$

y убывает, если $x \in (-\frac{1}{2}; +\infty)$

$y_{\text{наиб}} = 1\frac{3}{4}$, при $x = -\frac{1}{2}$



$$6) y = -2x^2 - 3x - 3$$

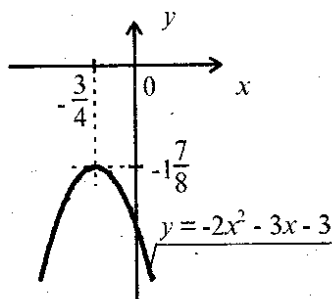
$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} \\ y_0 = -2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{9}{4} - 3 = -1\frac{7}{8} \end{cases}, \left(-\frac{3}{4}; -1\frac{7}{8}\right)$$

$y < 0$, если $x \in (-\infty; +\infty)$

y возрастает, если $x \in (-\infty; -\frac{3}{4})$

y убывает, если $x \in (-\frac{3}{4}; +\infty)$

$y_{\text{наиб}} = -1\frac{7}{8}$, при $x = -\frac{3}{4}$



640.

$$1) y = x^2 + 2x + 3$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{-2} = -1 \\ y_0 = 1 - 2 + 3 = 2 \end{cases}$$

$$y_{\text{наим}} = 2, \text{ при } x = -1$$

$$3) y = -3x^2 + 7x$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-7}{-6} = 1\frac{1}{6} \\ y_0 = -3 \cdot \frac{49}{36} + \frac{49}{6} = 4\frac{1}{12} \end{cases}$$

$$y_{\text{наиб}} = 4\frac{1}{12}, \text{ при } x = 1\frac{1}{6}$$

$$2) y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \\ y_0 = -1 - 2 + 3 = 4 \end{cases}$$

$$y_{\text{наим}} = 4, \text{ при } x = 1$$

$$4) y = 3x^2 + 4x + 5$$

$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \\ y_0 = 3 \cdot \frac{4}{9} - 4 \cdot \frac{2}{3} + 5 = 3\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$y_{\text{наим}} = 3\frac{2}{3}, \text{ при } x = -\frac{2}{3}$$

641.

Пусть x м – одна сторона прямоугольника, $(300 - x)$ м – другая сторона прямоугольника.

$$S = x(300 - x) = x^2 + 300x \text{ (м}^2\text{)}$$

Рассмотрим функцию $y = -x^2 + 300x$ – парабола.

Т.к. $a < 0$, то наибольшее значение y будет принимать в точке:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-300}{-2} = 150,$$

150 м – одна сторона; $300 - 150 = 150$ (м) – другая.

Ответ: 150 м; 150 м.

642.

$$P_{ABCD} + LK + TP = 1600$$

$$2 \cdot AB + 2 \cdot BC + LK + TP = 1600$$

Пусть $AB = x$, тогда $2x + 4BC = 1600$;

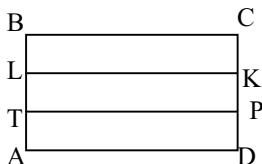
$$BC = 400 - \frac{1}{2}x; S_{ABCD} = x(400 - \frac{1}{2}x)$$

$$S_{ABCD} = -\frac{1}{2}x^2 + 400x, \text{ т.к. } a = -\frac{1}{2} < 0, \text{ то площадь наибольшая}$$

$$\text{при } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{400}{-1} = 400; AB = 400 \text{ м,}$$

$$BC = 400 - \frac{400}{2} = 200 \text{ (м)}$$

Ответ: 400 м; 200 м.



643.

$$y = x^2 + px + q$$

$$1) (0;2), (1;3) \in \delta$$

$$2) (0;0), (2;6) \in \delta$$

$$\begin{cases} 2 = 0^2 + p \cdot 0 + q \\ 3 = 1^2 + p \cdot 1 + q \end{cases} \begin{cases} q = 2 \\ 3 = 1 + p + 2 \end{cases} \begin{cases} q = 2 \\ p = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = 0^2 + p \cdot 0 + q \\ 6 = 2^2 + p \cdot 2 + q \end{cases} \begin{cases} q = 0 \\ 6 = 4 + 2 \cdot p \end{cases} \begin{cases} q = 0 \\ p = 1 \end{cases}$$

Ответ: 0, 2

Ответ: 1, 0

644.

$$y = x^2 + px + q$$

$$1) (2;0), (3;0) \in \delta$$

$$\begin{cases} 0 = 4 + p \cdot 2 + q \\ 0 = 9 + p \cdot 3 + q \end{cases}; \quad \begin{cases} 0 = 5 + p \\ q = -4 - 2 \cdot p \end{cases}; \quad \begin{cases} p = -5 \\ q = 6 \end{cases}$$

Ответ: -5, 6

$$2) (1;0), (0;3) \in \delta$$

$$\begin{cases} 0 = 1 + p + q \\ 3 = 0 + p \cdot 0 + 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} p = -1 - q \\ q = 3 \end{cases}; \quad \begin{cases} p = -4 \\ q = 3 \end{cases}$$

Ответ: -4, 3

$$3) (2;0) \in \delta.$$

Условие касания:

$$y = (x + a)^2, \text{ при } a = -2. \text{ Поэтому}$$

$$y = x^2 - 4x + 4 \text{ и } p = -4, q = 4$$

645.

$$1) \begin{cases} y = x^2 + 3x + 2 \\ y = |7 - x| \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 2 = |7 - x|$$

$$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 7 - x \\ x^2 + 3x + 2 = x - 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 = 0 \\ x^2 + 2x + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -5; x_2 = 1 \\ \text{нет решений} \end{cases}$$

Ответ: -5; 1.

$$2) \begin{cases} y = 3x^2 - 6x + 3 \\ y = |3x - 3| \end{cases}$$

$$3x^2 - 6x + 3 = |3x - 3|$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x + 3 = 3x - 3 \\ 3x^2 - 6x + 3 = 3 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 9x + 6 = 0 \\ 3x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1; x_2 = 2 \\ x_1 = 0; x_2 = 1 \end{cases}$$

Ответ: $x = 0; x = 1; x = 2$

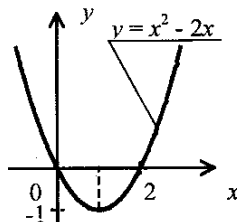
646.

$$1) y = ax^2 + bx + c$$

$$A(0;0); (2;0); (3;3)$$

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 = a \cdot 4 + b \cdot 2 + c \\ 3 = a \cdot 9 + b \cdot 3 + c \end{cases} \begin{cases} c = 0 \\ 2b = -4a \\ 3 = 9a + 3b \end{cases};$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ b = -2a \\ 3 = -6a + 9a \end{cases} \begin{cases} c = 0 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$$



$$2) y = ax^2 + bx + c; x_0 = 1; y_0 = 3;$$

$$A(-1;7)$$

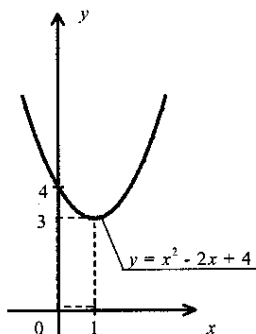
$$\begin{cases} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c \end{cases}; \begin{cases} 1 = -\frac{b}{2a} \\ 3 = a + b + c \end{cases} \begin{cases} b = - \\ c = - \end{cases}$$

так как $A(-1;7)$ принадлежит

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} b = -2a \\ 3 = -a + c \\ 7 = 1 - b + c \end{cases} \begin{cases} b = -2a \\ 3 = -a + c \\ 6 = 2a + c \end{cases} \begin{cases} b = -2 \\ c = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$y = x^2 - 2x + 4$$

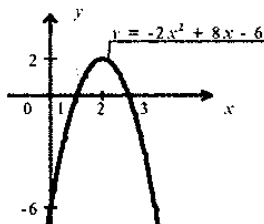


$$3) y = ax^2 + bx + c$$

$$A(1;0); B(3;0); y_0 = 2$$

$$\begin{cases} 0 = a + b + c \\ 0 = 9a + 3b + c \end{cases} \begin{cases} 0 = 8a + 2b \\ 0 = a + b + c \end{cases} \begin{cases} b = -4a \\ c = -a + 4a \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -4a \\ c = 3a \end{cases} y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c, \text{ т.к. } y_0 = 2$$



$$2 = ax_0^2 - 4ax_0 + 3a x_0 = -\frac{b}{2a}; 2 = a \cdot 4 - 8a + 3a x_0 = -\frac{4a}{2a} = 2$$

$$a = -2 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow c = -6 \Rightarrow y = -2x^2 + 8x - 6$$

647.

$$y = kx; y = x^2 + 4x + 1; kx = x^2 + 4x + 1; x^2 + 4x - kx + 1 = 0;$$

$$x^2 + (4 - k) \cdot x + 1 = 0; D = (4 - k)^2 - 4 = 0; 16 - 8k + k^2 - 4 = 0;$$

$$k^2 - 8k + 12 = 0; k_1 = 2; k_2 = 6$$

Ответ: 2 или 6.

648.

Воспользуемся тем, что прямая проходит через точки $(x_0; y_0)$ и $\left(\frac{x_0}{2}; 0\right)$ ($x_0 \neq 0$). Причем $y_0 = ax_0^2$, т.к. $(x_0; y_0)$ принадлежит параболе.

Пусть $y = kx + b$ – уравнение прямой.

$$\begin{cases} 0 = \frac{kx_0}{2} + b \\ ax_0^2 = kx_0 + b \end{cases}; \begin{cases} b = -\frac{kx_0}{2} \\ ax_0^2 = \frac{kx_0}{2} \end{cases} \begin{cases} b = -\frac{kx_0}{2} = -\frac{2ax_0^2}{2} = -ax_0^2 \\ ax_0 = \frac{k}{2}; \quad k = 2ax_0 \end{cases}$$

Посмотрим, сколько точек пересечения:

$$ax^2 = 2ax_0x - ax_0^2, ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 = 0$$

$$D = 4a^2x_0^2 - 4a^2x_0^2 = 0, \text{ значит, одна точка пересечения, ч.т.д.}$$

Квадратные неравенства

649.

$$x^2 - 4 > 0; x^2 - 3x - 5 \leq 0; x^2 - 1 \leq 0 - \text{квадратные}$$

650.

$$1) x^2 < 3x + 4; x^2 - 3x - 4 < 0; 2) 3x^2 - 1 > x; 3x^2 - x - 1 > 0$$

$$3) 3x^2 < x^2 - 5x + 6; 2x^2 + 5x - 6 < 0$$

$$4) 2x(x - 1) < x + 5; 2x^2 + 2x - x - 5 < 0; 2x^2 + x - 5 < 0$$

651.

$$1) x^2 + 3x + 2 > 0; x = 0, x = 2$$

$$2) -x^2 + 3,5x + 2 \geq 0; x = 0, x = 2$$

$$3) x^2 - x - 2 \leq 0; x = 0, \text{ то } -2 \leq 0$$

$$4) x^2 + x + \frac{3}{4} < 0; x = -1, x = 2$$

$$x = -1, \text{ то } 0 \leq 0; x = 2, \text{ то } 0 \leq 0$$

652.

$$1) (x - 2)(x + 4) > 0$$

$$2) (x - 11)(x - 3) < 0$$

$$\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 4 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x - 2 < 0 \\ x + 4 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 11 < 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x - 11 > 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2 \\ x > -4 \end{cases}; x > 2 \text{ или } \begin{cases} x < 2 \\ x < -4 \end{cases}; x < -4 \quad \begin{cases} x < 11 \\ x > 3 \end{cases}; 3 < x < 11 \text{ или}$$

$$\text{Ответ: } x < -4 \text{ или } x > 2$$

$$\begin{cases} x > 11 \\ x < 3 \end{cases} \text{ нет решений}$$

$$\text{Ответ: } 3 < x < 11$$

$$3) (x-3)(x+5) < 0$$

$$\begin{cases} x-3 < 0; \\ x+5 > 0; \end{cases} \begin{cases} x < 3 \\ x > -5 \end{cases} ; -5 < x < 3$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-3 > 0 \\ x+5 < 0 \end{cases} \end{matrix} ; \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x > 3 \\ x < -5 \end{cases} \end{matrix} \text{нет решений}$$

Ответ: $-5 < x < 3$

$$4) (x+7)(x+1) > 0$$

$$\begin{cases} x+7 > 0; \\ x+1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} ; x > -1$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x+7 < 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \end{matrix} ; \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < -7 \\ x < -1 \end{cases} \end{matrix} ; x < -7$$

Ответ: $x < -7$ и $x > -1$

653.

$$1) x^2 - 4 < 0; (x-2)(x+2) < 0$$

$$\begin{cases} x-2 > 0; \\ x+2 < 0; \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \text{нет решений}$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-2 < 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 2 \\ x > -2 \end{cases} \end{matrix} ; -2 < x < 2$$

Ответ: $-2 < x < 2$

$$3) x^2 + 3x < 0; x(x+3) < 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} ; \begin{cases} x > 0 \\ x < -3 \end{cases} \text{нет решений}$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x > -3 \end{cases} \end{matrix} ; -3 < x < 0$$

Ответ: $-3 < x < 0$

$$2) x^2 - 9 > 0; (x-3)(x+3) > 0$$

$$\begin{cases} x-3 < 0; \\ x+3 < 0; \end{cases} \begin{cases} x < 3 \\ x < -3 \end{cases} ; x < -3$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-3 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x > 3 \\ x > -3 \end{cases} \end{matrix} ; x > 3$$

Ответ: $x < -3$ или $x > 3$

$$4) x^2 - 2x > 0; x(x-2) > 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} x > 0 \\ x > 2 \end{cases} ; x > 2$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x-2 < 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x < 2 \end{cases} \end{matrix} ; x < 0$$

Ответ: $x < 0$, $x > 2$

654.

$$1) x^2 - 3x + 2 < 0; (x-2)(x-1) < 0$$

$$\begin{cases} x-2 > 0; \\ x-1 < 0; \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases} \text{нет решений}$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-2 < 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases} \end{matrix} ; 1 < x < 2$$

Ответ: $1 < x < 2$

$$3) x^2 - 2x - 3 > 0; (x-3)(x+1) > 0$$

$$\begin{cases} x-3 > 0; \\ x+1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x > 3 \\ x > -1 \end{cases} ; x > 3$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-3 < 0 \\ x+1 < 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < 3 \\ x < -1 \end{cases} \end{matrix} ; x < -1$$

Ответ: $x < -1$, $x > 3$

$$2) x^2 + x - 2 < 0; (x+2)(x-1) < 0$$

$$\begin{cases} x+2 > 0; \\ x-1 < 0; \end{cases} \begin{cases} x > -2 \\ x < 1 \end{cases} ; -2 < x < 1$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x+2 < 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < -2 \\ x > 1 \end{cases} \end{matrix} \text{нет решений}$$

Ответ: $-2 < x < 1$

$$4) x^2 + 2x - 3 > 0; (x+3)(x-1) > 0$$

$$\begin{cases} x+3 > 0; \\ x-1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x > -3 \\ x > 1 \end{cases} ; x > 1$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x+3 < 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x < -3 \\ x < 1 \end{cases} \end{matrix} ; x < -3$$

Ответ: $x < -3$, $x > 1$

$$5) 2x^2 + 3x - 2 > 0$$

$$(x - \frac{1}{2})(x + 2) > 0$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{2} > 0; \\ x + 2 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > -2 \end{cases}; x > \frac{1}{2}$$

$$\begin{matrix} \text{или} & & \text{или} \\ \begin{cases} x - \frac{1}{2} < 0; \\ x + 2 < 0 \end{cases} & ; & \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x < -2 \end{cases} \end{matrix}; x < -2$$

Ответ: $x < -2$

$$\text{или } x > \frac{1}{2}$$

$$6) 3x^2 + 2x - 1 > 0$$

$$(x - \frac{1}{3})(x + 1) > 0$$

$$\begin{cases} x - \frac{1}{3} > 0; \\ x + 1 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x > -1 \end{cases}; x > \frac{1}{3}$$

$$\begin{matrix} \text{или} & & \text{или} \\ \begin{cases} x - \frac{1}{3} < 0; \\ x + 1 < 0 \end{cases} & ; & \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ x < -1 \end{cases} \end{matrix}; x < -1$$

Ответ: $x < -1$

$$\text{или } x > \frac{1}{3}$$

655.

$$1) 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 > 0$$

$$2) 7\left(\frac{1}{6} - x\right)^2 \leq 0, x = \frac{1}{6}$$

x — любое, кроме $x = \frac{1}{3}$

$$3) 3x^2 - 3 < x^2 - x$$

$$3x^2 - x^2 + x - 3 < 0$$

$$2x^2 + x - 3 < 0$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 1) < 0$$

$$\begin{cases} x + \frac{3}{2} > 0; \\ x - 1 < 0 \end{cases}; \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < 1 \end{cases}; -\frac{3}{2} < x < 1$$

$$\begin{matrix} \text{или} & & \text{или} \\ \begin{cases} x + \frac{3}{2} < 0; \\ x - 1 > 0 \end{cases} & ; & \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > 1 \end{cases} \end{matrix} \text{ нет решений}$$

Ответ: $-\frac{3}{2} < x < 1$

$$4) (x - 1)(x + 3) > 5$$

$$x^2 + 2x - 3 - 5 > 0$$

$$x^2 + 2x - 8 > 0$$

$$(x - 2)(x + 4) > 0$$

$$\begin{cases} x - 2 > 0; \\ x + 4 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x > 2 \\ x > -4 \end{cases}; x > 2$$

$$\begin{matrix} \text{или} & & \text{или} \\ \begin{cases} x - 2 < 0; \\ x + 4 < 0 \end{cases} & ; & \begin{cases} x < 2 \\ x < -4 \end{cases} \end{matrix}; x < -4$$

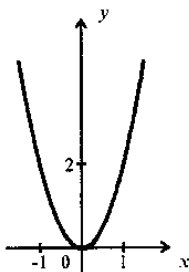
Ответ: $x < -4$ или $x > 2$

656.

1) $y = 2x^2$

$y > 0$, при всех $x \neq 0$;

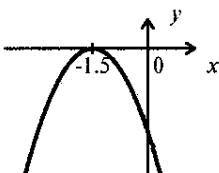
$y = 0$, при $x = 0$



3) $y = -(x + 1,5)^2$

$y < 0$ при всех $x \neq -1,5$

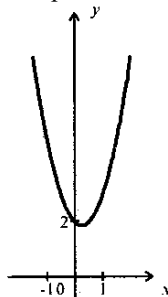
$y = 0$ при $x = -1,5$



2) $y = 2x^2 - x + 2$

$$\begin{cases} x_0 = \frac{1}{4} \\ y_0 = 1\frac{7}{8} \end{cases}$$

$y > 0$ при любом x

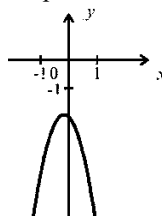


4) $y = -3x^2 - x - 2$

$A\left(-\frac{1}{6}; -1\frac{11}{12}\right)$ – вершина па-

раболы

$y < 0$ при всех x



657.

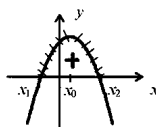
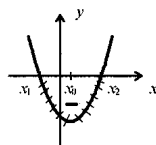
Рассмотрим 2 случая:

1) $a > 0$. Тогда по графику видно, что $ax_0^2 + bx_0 + c < 0$, значит, $a(ax_0^2 + bx_0 + c) < 0$, ч.т.д.

2) $a < 0$. Тогда

$ax_0^2 + bx_0 + c > 0$, значит

$a(ax_0^2 + bx_0 + c) < 0$, ч.т.д.



658.

Пусть $x, x+1, x+2$ – данные числа.

Используя условие, получаем:

$$\begin{cases} x(x+1) < 72 \\ (x+1)(x+2) \geq 72 \end{cases} \begin{cases} x^2 + x - 72 < 0 \\ x^2 + 3x - 70 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) x^2 + x - 72 < 0$$

$$(x+9)(x-8) < 0$$

$$\begin{cases} x+9 < 0 \\ x-8 > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < -9 \\ x > 8 \end{cases} \text{ нет решения}$$

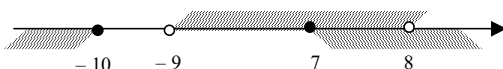
$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x+9 > 0 \\ x-8 < 0 \end{cases}; \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x > -9 \\ x < 8 \end{cases}; \end{matrix} -9 < x < 8$$

$$2) x^2 + 3x - 70 \geq 0$$

$$(x-7)(x+10) \geq 0$$

$$\begin{cases} x-7 \geq 0 \\ x+10 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 7 \\ x \geq -10 \end{cases}; x \geq 7$$

$$\begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x-7 \leq 0 \\ x+10 \leq 0 \end{cases}; \end{matrix} \begin{matrix} \text{или} \\ \begin{cases} x \leq 7 \\ x \leq -10 \end{cases}; \end{matrix} x \leq -10$$



Но т.к. $x \in \mathbb{N}$, то $x = 7$; $7 \leq x < 8$ – решение системы

7 – первое число;

7 + 1 = 8 – второе; 7 + 2 = 9 – третье.

Ответ: 7, 8, 9.

659.

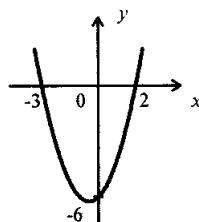
$$y = x^2 + x - 6$$

A(-0,5; -6,25) – вершины параболы

$y > 0$, при $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

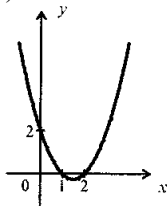
$y < 0$, при $x \in (-3; 2)$;

$y = 0$, при $x = -3$; $x = 2$

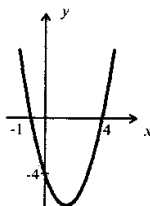


660.

$$1) x^2 - 3x + 2 \leq 0; x_1 = 1, x_2 = 2 \quad 2) x^2 - 3x - 4 \geq 0; x_1 = -1, x_2 = 4$$

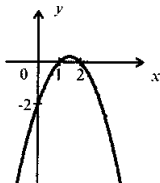


$$1 \leq x \leq 2$$

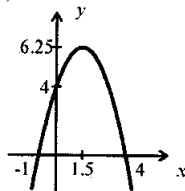


$$x \in (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$$

$$3) -x^2 + 3x - 2 < 0; x_1=1, x_2=2 \quad 4) -x^2 + 3x + 4 > 0; x_1=-1, x_2=4$$



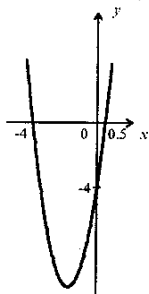
$$x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$$



$$x \in (-1; 4)$$

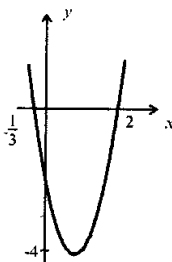
661.

$$1) 2x^2 + 7x - 4 < 0; x_1=-4, x_2=0.5$$



$$x \in (-4; \frac{1}{2})$$

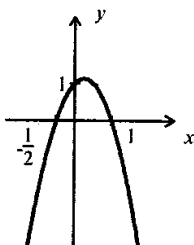
$$2) 3x^2 - 5x - 2 > 0; x_1 = -\frac{1}{3}; x_2=2$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2; +\infty)$$

$$3) -2x^2 + x + 1 \geq 0$$

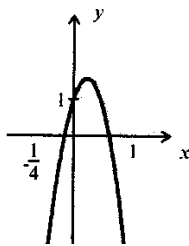
$$x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 1$$



$$x \in [-\frac{1}{2}; 1]$$

$$4) -4x^2 + 3x + 1 \leq 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{4}; x_2 = 1$$



$$x \in (-\infty; -\frac{1}{4}] \cup [1; +\infty)$$

662.

$$1) x^2 - 6x + 9 > 0$$

$(x-3)^2 > 0$, ясно, что все

$x \neq 3$ — решения

$$x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$$

$$2) x^2 - 14x + 49 \leq 0$$

$$(x-7)^2 \leq 0.$$

Ясно, что только

$$x = 7 \text{ — решение; } x = 7$$

$$3) 4x^2 - 4x + 1 \geq 0$$

$$4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \text{ ясно, что любое}$$

x – решение; $x \in (-\infty; \infty)$

$$5) -9x^2 - 6x - 1 < 0$$

$$-9\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 < 0$$

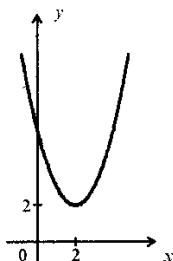
$$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 > 0,$$

ясно, что все $x \neq -\frac{1}{3}$ решения

$$x \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}; +\infty)$$

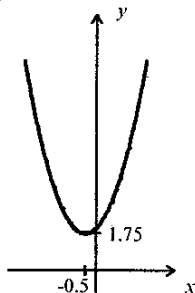
663.

$$1) x^2 - 4x + 6 > 0$$



x – любое

$$3) x^2 + x + 2 > 0$$



x – любое

$$4) 4x^2 - 20x + 25 < 0$$

$$4\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 < 0, \text{ ясно, что не-}$$

равенство решений не имеет

$$6) -2x^2 + 6x - 4,5 \leq 0$$

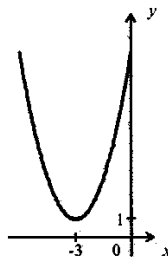
$$(x^2 - 3x + \frac{9}{4}) \geq 0$$

$$(x - \frac{3}{2})^2 \geq 0. \text{ Ясно, что лю-}$$

бое x – решения

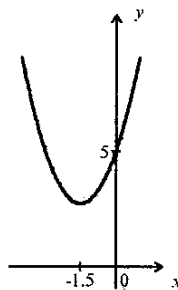
$$x \in (-\infty; \infty)$$

$$2) x^2 + 6x + 10 < 0$$



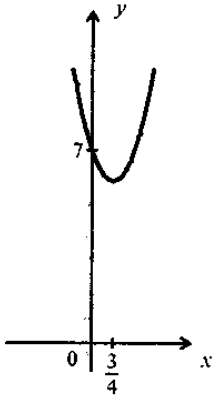
нет решений

$$4) x^2 + 3x + 5 < 0$$



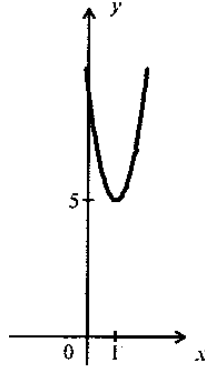
нет решений

$$5) 2x^2 - 3x + 7 < 0$$



нет решений

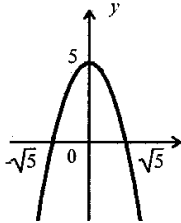
$$6) 4x^2 - 8x + 9 > 0$$



x – любое

664.

$$1) 5 - x^2 \geq 0; x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$$

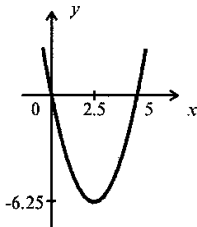


$$x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$$

$$3) -2,1x^2 + 10,5x < 0$$

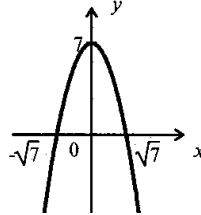
$$3x^2 - 15x > 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 5$$



$$x \in (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$$

$$2) -x^2 + 7 \leq 0; x_{1,2} = \pm \sqrt{7}$$

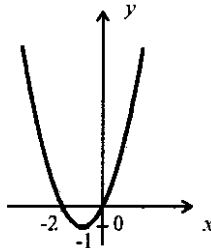


$$x \in (-\infty; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; +\infty)$$

$$4) -3,6x^2 - 7,2x < 0$$

$$x^2 + 2x > 0$$

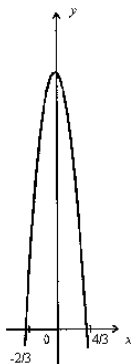
$$x_1 = 0, x_2 = -2$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$$

$$5) -6x^2 - x + 12 > 0$$

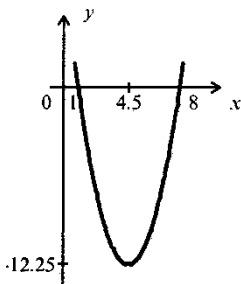
$$x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = 1\frac{1}{3}$$



$$x \in \left(-\frac{3}{2}; 1\frac{1}{3}\right)$$

$$7) -\frac{1}{2}x^2 + 4,5x - 4 > 0$$

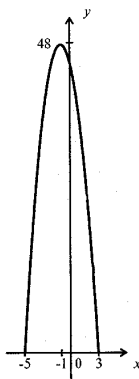
$$x^2 - 9x + 8 < 0; x_1 = 1, x_2 = 8$$



$$x \in (1; 8)$$

$$6) -3x^2 - 6x + 45 < 0$$

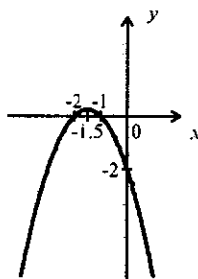
$$x_1 = -5, x_2 = 3$$



$$x \in (-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$$

$$8) -x^2 - 3x - 2 > 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = -1$$



$$x \in (-2; -1)$$

665.

а) y не принимает отрицательных значений;

$y > 0$, при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; $y = 0$, при $x = 0$.

б) $y > 0$, при $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$;

$y < 0$, при $x \in (-2; 1)$; $y = 0$, при $x = -2$; $x = 1$.

в) $y > 0$, при $x \in (-1; 2)$;

$y < 0$, при $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$; $y = 0$, при $x = -1$; $x = 2$.

г) y не принимает отрицательных значений;

$y < 0$, для $x \in (-\infty; +\infty)$; $y \neq 0$.

666.

1) $x^2 + 10 > 0$

x – любое

3) $(x - 1)^2 + 1 > 0$

x – любое

5) $-(x + 1)^2 - 2 < 0$

x – любое

7) $0,5x^2 + 8 \leq 0$

нет решений

2) $x^2 + 9 < 0$

нет решений

4) $(x + 5)^2 + 3 < 0$

нет решений

6) $-(x - 2)^2 - 4 > 0$

нет решений

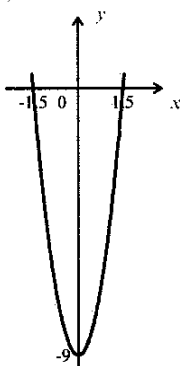
8) $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + 21 \geq 0$

x – любое

667.

1) $4x^2 - 9 > 0$

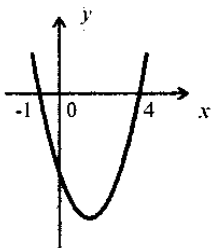
$x_{1,2} = \pm 1,5$



$x \in (-\infty; -1,5) \cup (1,5; +\infty)$

4) $x^2 - 3x - 4 < 0$

$x_1 = -1, x_2 = 4$



$x \in (-1; 4)$

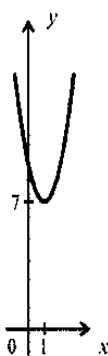
2) $9x^2 - 25 > 0; x_{1,2} = \pm \frac{5}{3}$

3) $x^2 - 3x + 2 > 0$
 $x_1 = 1, x_2 = 2$



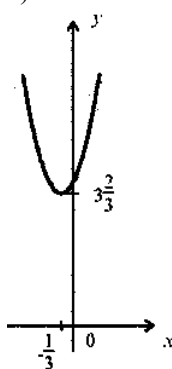
$x \in (-\infty; -1\frac{2}{3}) \cup (1\frac{2}{3}; +\infty)$

5) $2x^2 - 4x + 9 \leq 0$



нет решений

6) $3x^2 + 2x + 4 \geq 0$



x – любое

$$7) \frac{1}{2}x^2 - 4x \geq -8;$$

$$x^2 - 8x + 16 \geq 0$$

$$(x-4)^2 \geq 0; x - \text{любое}$$

$$8) \frac{1}{3}x^2 + 2x \leq -3;$$

$$x^2 + 6x + 9 \leq 0$$

$$(x+3)^2 \leq 0; x = -3$$

668.

$$1) 2x^2 - 8x \leq -8$$

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

$$(x-2)^2 \leq 0$$

$$x = 2$$

$$2) x^2 + 12x \geq -36$$

$$x^2 + 12x + 36 \geq 0$$

$$(x+6)^2 \geq 0$$

$$x - \text{любое}$$

$$3) 9x^2 + 25 < 30x$$

$$9x^2 - 30x + 25 < 0$$

$$\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 < 0$$

нет решения

$$4) 16x^2 + 1 > 8x$$

$$16x^2 - 8x + 1 > 0$$

$$(4x-1)^2 > 0$$

$$\text{все } x \neq \frac{1}{4}$$

$$5) 2x^2 - x \geq 0$$

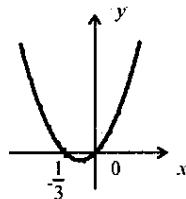
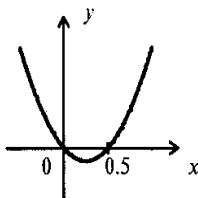
$$x(2x-1) \geq 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$$

$$6) 3x^2 + x \leq 0$$

$$x(3x+1) \leq 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{3}$$



$$x \in (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \quad x \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$$

$$7) 0,4x^2 - 1,1x + 1 \geq 0$$

$$4x^2 - 11x + 10 \geq 0$$

$$\left(2x - \frac{11}{4}\right)^2 + \frac{39}{16} \geq 0; x - \text{любое}$$

$$8) x^2 - x + 0,26 \leq 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 0,01 \leq 0$$

нет решений

669.

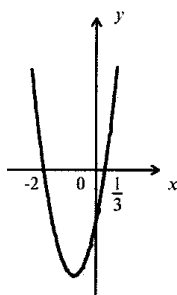
$$1) x(x+1) < 2(1-2x-x^2)$$

$$x^2 + x - 2 + 4x + 2x^2 < 0$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2; x_2 = \frac{1}{3}$$

$$x \in (-2; \frac{1}{3})$$



$$2) x^2 + 2 < 3x - \frac{1}{8}x^2$$

$$8x^2 + 16 - 24x + x^2 < 0$$

$$9x^2 - 24x + 16 < 0$$

$$(3x - 4)^2 < 0; \text{ нет решений}$$

$$4) 2x(x - 1) < 3(x + 1)$$

$$2x^2 - 2x < 3x + 3$$

$$2x^2 - 5x - 3 < 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = 3$$

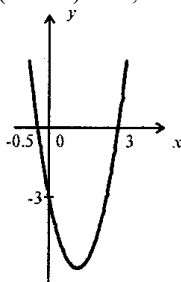
$$x \in (-\frac{1}{2}; 3)$$

$$3) 6x^2 + 1 \leq 5x - \frac{1}{4}x^2$$

$$24x^2 + 4 - 20x + x^2 \leq 0$$

$$25x^2 - 20x + 4 \leq 0$$

$$(5x - 2)^2 \leq 0; x = 0,4$$



$$5) \frac{5}{3}x - \frac{1}{6}x^2 \leq x + 1$$

$$10x - x^2 \leq 6x + 6; x^2 - 4x + 6 \geq 0$$

$$(x - 2)^2 + 2 \geq 0; x - \text{любое}$$

$$6) \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3} \geq x - 1$$

$$x^2 + 4 - 6x + 6 \geq 0; x^2 - 6x + 10 \geq 0$$

$$(x - 3)^2 + 1 \geq 0; x - \text{любое}$$

670.

$$1) -x^2 + 6x - 9 \leq 0$$

$$-(x^2 - 6x + 9) \leq 0,$$

$$(x - 3)^2 \geq 0 \quad x - \text{любое}$$

$$3) -\frac{1}{2}x^2 - 3x - 4\frac{1}{2} \leq 0$$

$$-\frac{1}{2} \cdot (x^2 + 6x + 9) \leq 0$$

$$(x + 3)^2 \geq 0$$

$$x - \text{любое}$$

$$2) x^2 - 2x + 1 \leq 0$$

$$(x - 1)^2 \leq 0$$

$$x = 1$$

$$4) -\frac{1}{3}x^2 - 4x - 12 \leq 0$$

$$-\frac{1}{3} \cdot (x^2 + 12x + 36) \geq 0$$

$$(x + 6)^2 \geq 0$$

$$x - \text{любое}$$

671.

$$1) x^2 - 2x + q > 0; \quad x^2 - 2x + 1 + q - 1 > 0; (x - 1)^2 + (q - 1) > 0$$

$$(x - 1)^2 > 1 - q; \quad 1 - q < 0, \text{ т.к. } q > 1,$$

значит неравенство верно для любых x , ч.т.д.

672.

$x^2 - (2 + r) \cdot x + 4 > 0$, т.к. $a = 1 > 0$, то ветви параболы направлены вверх. Значит, $D < 0$ (т.к. неравенство верно для любых x).

$$D = (2 + r)^2 - 4 \cdot 4 = (r + 2 - 4)(r + 2 + 4) = (r - 2)(r + 6)$$

$$(r - 2)(r + 6) < 0, \text{ т.е. } r \in (2; 6)$$

Ответ: $(2; 6)$

673.

$(r^2 - 1) \cdot x^2 + 2(r - 1) \cdot x + 2 > 0$, верно при любых значениях x , если $(r^2 - 1) > 0$ и $D < 0$;

$$\frac{D}{4} = (r - 1)^2 - 2(r^2 - 1) = r^2 - 2r + 1 + 2 - 2r^2 = -r^2 - 2r + 3, \text{ т.е.}$$

$$\begin{cases} r^2 - 1 > 0 \\ -r^2 - 2r + 3 < 0 \end{cases}; \begin{cases} (r - 1)(r + 1) > 0 \\ r^2 + 2r - 3 > 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} (r - 1)(r + 1) > 0 \\ (r - 1)(r + 3) > 0 \end{cases}; \begin{cases} r < -1 & \text{или} & r > 1 \\ r > 1 & \text{или} & r < -3 \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

674.

Подставим значение $x = 5$ в неравенства:

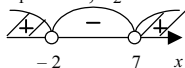
1) $4 \cdot 2 = 8 > 0$; 2) $7 \cdot 10 = 70 > 0$; 3) $(-2) \cdot (-5) = 10 > 0$; 4) $6 \cdot 1 = 6 > 0$.

Ч.т.д.

675.

1) $(x + 2)(x - 7) > 0$

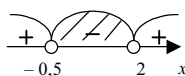
$x_1 = -2, x_2 = 7$



$x \in (-\infty; -2) \cup (7; +\infty)$

3) $(x - 2) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) < 0$

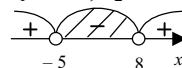
$x_1 = -0,5; x_2 = 2$



$x \in (-0,5; 2)$

2) $(x + 5)(x - 8) < 0$

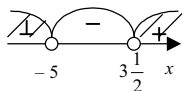
$x_1 = -5, x_2 = 8$



$x \in (-5; 8)$

4) $(x + 5) \cdot \left(x - 3\frac{1}{2}\right)$

$x_1 = -5, x_2 = 3\frac{1}{2}$

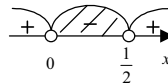
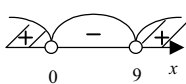
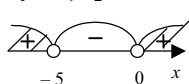


$x \in (-\infty; -5) \cup \left(3\frac{1}{2}; +\infty\right)$

676.

1) $x^2 + 5x > 0$; $x(x+5) > 0$ 2) $x^2 - 9x > 0$; $x(x-9) > 0$ 3) $2x^2 - x < 0$; $x(2-x) < 0$

$x_1 = 0, x_2 = -5$

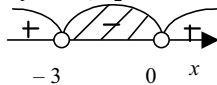


$x \in (-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$ $x \in (-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$ $x \in (0; \frac{1}{2})$

$$4) x^2 + 3x < 0$$

$$x(x+3) < 0$$

$$x_1 = -3, x_2 = 0$$

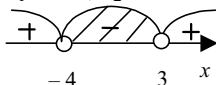


$$x \in (-3; 0)$$

$$5) x^2 + x - 12 < 0$$

$$(x-3)(x+4) < 0$$

$$x_1 = -4, x_2 = 3$$

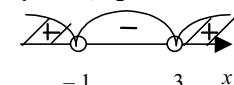


$$x \in (-4; 3)$$

$$6) x^2 - 2x - 3 > 0$$

$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

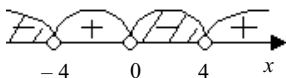


$$x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

677.

$$1) x^3 - 16x > 0$$

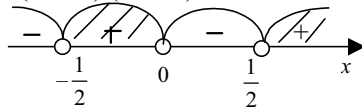
$$x(x-4)(x+4) < 0$$



$$x \in (-\infty; -4) \cup (0; 4)$$

$$2) 4x^3 - x > 0$$

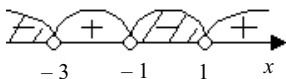
$$x(2x-1)(2x+1) > 0$$



$$x \in (-\frac{1}{2}; 0) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$$

$$3) (x^2 - 1)(x + 3) < 0$$

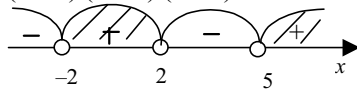
$$(x-1)(x+1)(x+3) < 0$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1)$$

$$4) (x^2 - 4)(x - 5) > 0$$

$$(x-2)(x+2)(x-5) > 0$$



$$x \in (-2; 2) \cup (5; +\infty)$$

678.

$$1) (x-5)^2(x^2 - 25) > 0$$

$$(x-5)^2(x-5)(x+5) > 0$$



$$x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$$

$$2) (x+7)^2(x^2 - 49) < 0$$

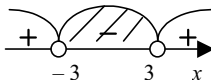
$$(x+7)^2(x-7)(x+7) < 0$$



$$x \in (-7; 7)$$

$$3) (x-3)^2(x^2 - 9) < 0$$

$$(x-3)^3(x+3) < 0$$



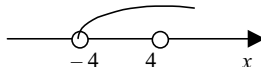
$$x \in (-3; 3)$$

$$4) (x-4)(x^2 - 16) > 0$$

$$(x-4)^2(x+4) > 0;$$

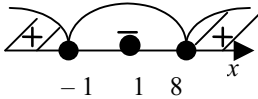
$$x+4 > 0,$$

$$x > -4$$

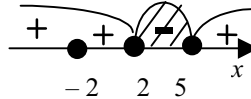


$$(-4; 4) \cup (4; +\infty)$$

$$\begin{aligned}
 &5) (x-8)(x-1)(x^2-1) \geq 0 \\
 &(x-8)(x-1)^2(x+1) \geq 0; \\
 &(x-8)(x+1) \geq 0 \\
 &x \in (-\infty; -1] \cup [8; +\infty) \\
 &x = 1
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &6) (x-5)(x+2)(x^2-4) \leq 0 \\
 &(x-5)(x+2)^2(x-2) \leq 0; \\
 &(x-5)(x-2) \leq 0 \\
 &x \in [2; 5], x = -2
 \end{aligned}$$



679.

$$1) \frac{x-2}{x+5} > 0$$



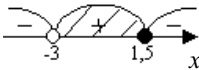
$$x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$$

$$2) \frac{x-4}{x+3} < 0$$



$$x \in (-3; 4)$$

$$3) \frac{1,5-x}{3+x} \geq 0$$



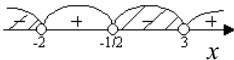
$$x \in (-3; 1,5)$$

$$4) \frac{3,5+x}{x-7} \leq 0$$



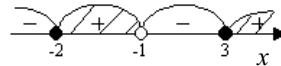
$$x \in [-3,5; 7)$$

$$5) \frac{(2x+1)(x+2)}{x-3} < 0$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$$

$$6) \frac{(x-3)(2x+4)}{x+1} \geq 0$$



$$x \in [-2; -1) \cup [3; +\infty)$$

680.

$$1) \frac{x^2-2x+3}{(x-2)^2} \leq 0;$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$



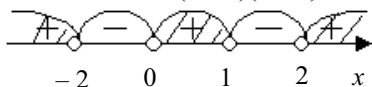
$$x \in [-1; 2) \cup (2; 3]$$

$$2) \frac{(x+4)^2}{2x^2+3x+1} \geq 0; \frac{1}{(x+1)(x+\frac{1}{2})} \geq 0$$



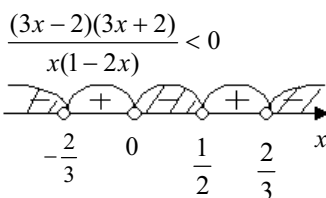
$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$3) \frac{x^2 - x}{x^2 - 4} > 0; \frac{x(x-1)}{(x-2)(x+2)} > 0$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup (0; 1) \cup (2; +\infty)$$

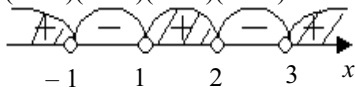
$$4) \frac{9x^2 - 4}{x - 2x^2} < 0;$$



$$x \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$$

$$5) (x^2 - 5x + 6)(x^2 - 1) > 0$$

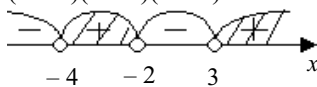
$$(x-2)(x-3)(x-1)(x+1) > 0$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup (1; 2) \cup (3; +\infty)$$

$$6) (x+2)(x^2 + x - 12) > 0$$

$$(x+2)(x-3)(x+4) > 0$$



$$x \in (-4; -2) \cup (3; +\infty)$$

681.

$$1) (x^2 - 7x + 12)(x^2 - x + 2) \leq 0$$

$$(x-3)(x-4) \leq 0, x^2 - x + 2 > 0$$

для любых x ;

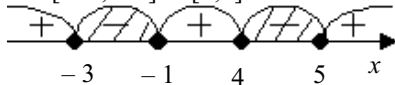
$$x \in [3; 4]$$



$$2) (x^2 - 3x - 4)(x^2 - 2x - 15) \leq 0$$

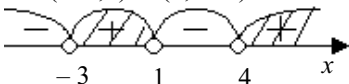
$$(x+1)(x-4)(x+3)(x-5) \leq 0$$

$$x \in [-3; -1] \cup [4; 5]$$



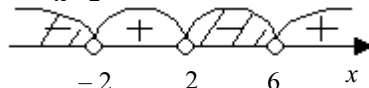
$$3) \frac{x^2 - x - 12}{x-1} > 0 \frac{(x-4)(x+3)}{x-1} > 0$$

$$x \in (-3; 1) \cup (4; +\infty)$$



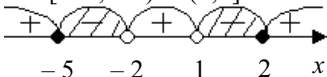
$$4) \frac{x^2 - 4x - 12}{x-2} < 0$$

$$\frac{(x-6)(x+2)}{x-2} < 0; x \in (-\infty; -2) \cup (2; 6)$$



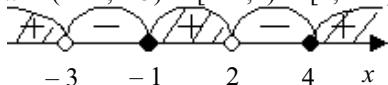
$$5) \frac{x^2 + 3 - 10}{x^2 + x - 2} \leq 0; \frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-1)} \leq 0$$

$$x \in [-5; -2) \cup (1; 2]$$



$$6) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + x - 6} \geq 0, \frac{(x+1)(x-4)}{(x+3)(x-2)} \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup [-1; 2) \cup [4; +\infty)$$



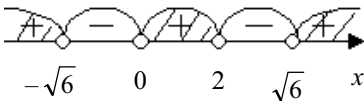
682.

$$1) \frac{x}{x-2} + \frac{3}{x} > \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{x^2 + 3(x-2) - 3x}{x(x-2)} > 0$$

$$\frac{x^2 - 6}{x(x-2)} > 0,$$

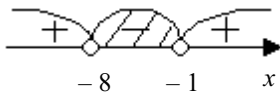
$$\frac{(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6})}{x(x-2)} > 0$$



$$x \in (-\infty; -\sqrt{6}) \cup (0; 2) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$$

$$3) \frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 64} < 0;$$

$$\frac{(x-8)(x+1)}{(x-8)(x+8)} < 0$$

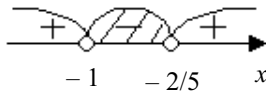


$$x \in (-8; -1)$$

$$5) \frac{5x^2 - 3x - 2}{1 - x^2} \geq 0$$

$$\frac{(x-1)\left(x + \frac{2}{5}\right)}{(1-x)(x+1)} \geq 0;$$

$$\frac{x + \frac{2}{5}}{x+1} \leq 0$$



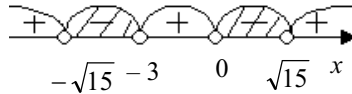
$$x \in \left[-1; -\frac{2}{5}\right]$$

$$2) \frac{x^2}{x^2 + 3x} + \frac{2-x}{x+3} < \frac{5-x}{x}$$

$$\frac{x^2 + (2-x)x - (5-x)(x+3)}{x(x+3)} < 0$$

$$\frac{x^2 + 2x - x^2 - 5x - 15 + x^2 + 3x}{x(x+3)} < 0$$

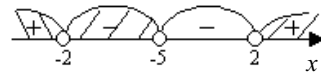
$$\frac{(x - \sqrt{15})(x + \sqrt{15})}{x(x+3)} < 0$$



$$x \in (-\sqrt{15}; -3) \cup (0; \sqrt{15})$$

$$4) \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 4} > 0;$$

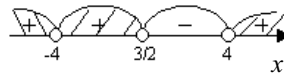
$$\frac{(x+2)(x+5)}{(x+2)(x-2)} > 0$$



$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; -5) \cup (2; +\infty)$$

$$6) \frac{x^2 - 16}{2x^2 + 5x - 12} > 0$$

$$\frac{(x-4)(x+4)}{(x+4)\left(x - \frac{3}{2}\right)} > 0$$



$$x \in (-\infty; -4) \cup \left(-4; \frac{3}{2}\right) \cup (4; +\infty)$$

683.

Пусть $y = ax^2 + bx + c$ имеет нули $x_1 < m$, $x_2 < m$. Тогда ясно, что $D = b^2 - 4ac \geq 0$. $m - x_1 > 0$, $m - x_2 > 0$. Значит,

$$\begin{cases} m - x_1 + m - x_2 > 0 \\ (m - x_1)(m - x_2) > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 + x_2 < 2m \\ x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) > -m^2 \end{cases}$$

по теореме Виета получаем:

$$\begin{cases} -\frac{b}{a} < 2m \\ \frac{c}{a} + m \cdot \frac{b}{a} > -m^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} -\frac{b}{2a} < m \\ m^2 + m \cdot \frac{b}{a} + \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} < m \\ a^2 m^2 + amb + ac > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} -\frac{b}{2a} < m \\ ay(m) > 0 \end{cases} \text{ ч.т.д.}$$

Рассуждения обратимы, значит, обратное утверждение тоже верно.

684.

Пусть $y = ax^2 + bx + c$ имеет нули x_1 , x_2 ; $k < x_1 < m$, $k < x_2 < m$. Тогда ясно, что $D = b^2 - 4ac \geq 0$.

$m - x_1 > 0$, $m - x_2 > 0$, $k - x_1 < 0$, $k - x_2 < 0$. Поэтому,

$$\begin{cases} m - x_1 + m - x_2 > 0 \\ (m - x_1)(m - x_2) > 0 \\ k - x_1 + k - x_2 < 0 \\ (k - x_1)(k - x_2) > 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x_1 + x_2 < 2m \\ x_1 x_2 - m(x_1 + x_2) > -m^2 \\ x_1 + x_2 > 2k \\ x_1 x_2 - k(x_1 + x_2) > -k^2 \end{cases}$$

по теореме Виета получаем:

$$\begin{cases} -\frac{b}{a} < 2m \\ \frac{c}{a} + m \cdot \frac{b}{a} > -m^2 \\ -\frac{b}{a} > 2k \\ \frac{c}{a} + k \cdot \frac{b}{a} > -k^2 \end{cases}; \quad \begin{cases} k < -\frac{b}{2a} < m \\ ay(m) > 0 \\ ay(k) > 0 \end{cases}, \text{ ч.т.д.}$$

Рассуждения обратимы, значит, обратное утверждение тоже верно.

685.

Согласно задаче №684 $k = -1$

$$\text{Значит, } \begin{cases} D = 4b^2 - 16b \geq 0 \\ -\frac{2b}{2} > -1 \\ y(k) = y(-1) = 1 - 2b + 4b > 0 \end{cases} ; \begin{cases} b(b-4) \geq 0 \\ b < 1 \\ b > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b \leq 0 \text{ или } b \geq 4 \\ b < 1 \\ b > -\frac{1}{2} \end{cases} . \text{ Отсюда } -\frac{1}{2} < b \leq 0 .$$

$$\text{Ответ: } \left[-\frac{1}{2}; 0 \right]$$

686.

$k = 0, m = 3$. Поэтому

$$\begin{cases} D = b^2 - 8 \geq 0 \\ \frac{b}{2} > 0 \\ \frac{b}{2} < 3 \\ y(0) = 2 > 0 \\ y(3) = 9 - 3b + 2 > 0 \end{cases} ; \begin{cases} (b - 2\sqrt{2})(b + 2\sqrt{2}) \geq 0 \\ b > 0 \\ b < 6 \\ b < \frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } 2\sqrt{2} \leq b < \frac{11}{3}$$

$$\text{Ответ: } \left[2\sqrt{2}; \frac{11}{3} \right]$$

687.

1) $(x - 5,7)(x - 7,2) > 0$

$$x \in (-\infty; 5,7) \cup (7,2; +\infty)$$

2) $(x - 3)(x - 4) > 0$

$$x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$$

$$3) (x-2,5)(3-x) < 0$$

$$x \in (-\infty; 2,5) \cup (3; +\infty)$$

$$5) x^2 > x; x(x-1) > 0$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$$

$$7) 4 > x^2;$$

$$(2-x)(2+x) > 0$$

$$x \in (-2; 2)$$

$$4) (x-3)(4-x) < 0$$

$$x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$$

$$6) x^2 > 36; (x-6)(x+6) > 0$$

$$x \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$$

$$8) \frac{9}{16} \geq x^2;$$

$$\left(\frac{3}{4} - x\right)\left(\frac{3}{4} + x\right) \geq 0$$

$$x \in \left[-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$$

688.

$$1) -9x^2 + 1 \leq 0;$$

$$(1-3x)(1+3x) \leq 0$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$3) -5x^2 - x \geq 0;$$

$$-x(5x+1) \geq 0$$

$$x \in \left[-\frac{1}{5}; 0\right]$$

$$2) -4x^2 + 1 \geq 0$$

$$(1-2x)(1+2x) \geq 0;$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$$

$$4) -3x^2 + x \leq 0;$$

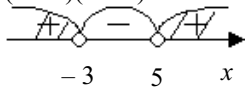
$$x(1-3x) \leq 0$$

$$x \in (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$5) -2x^2 + 4x + 30 < 0$$

$$x^2 - 2x - 15 > 0$$

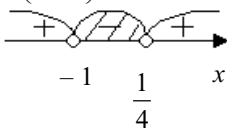
$$(x-5)(x+3) > 0$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$$

$$7) 4x^2 + 3x - 1 < 0$$

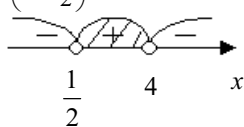
$$4\left(x - \frac{1}{4}\right)(x+1) < 0$$



$$x \in \left(-1; \frac{1}{4}\right)$$

$$6) -2x^2 + 9x - 4 > 0$$

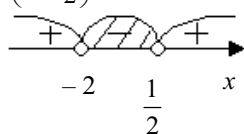
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-4) > 0$$



$$x \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$$

$$8) 2x^2 + 3x - 2 < 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)(x+2) < 0$$

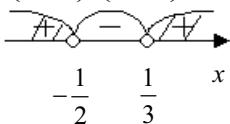


$$x \in \left(-2; \frac{1}{2}\right)$$

689.

$$1) 6x^2 + x - 1 > 0$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) > 0$$



$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$3) x^2 - 2x + 1 \geq 0$$

$$(x-1)^2 \geq 0$$

x — любое число

$$5) -x^2 + 6x - 9 < 0$$

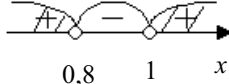
$$x^2 - 6x + 9 > 0$$

$$(x-3)^2 > 0$$

$$x \neq 3$$

$$2) 5x^2 - 9x + 4 > 0$$

$$(x-1)(x-0,8) > 0$$



$$x \in (-\infty; 0,8) \cup (1; +\infty)$$

$$4) x^2 + 10x + 25 > 0$$

$$(x+5)^2 > 0$$

$$x \neq -5$$

$$6) -4x^2 - 12x - 9 < 0$$

$$4x^2 + 12x + 9 > 0$$

$$(2x+3)^2 > 0$$

$$x \neq -\frac{3}{2}$$

690.

1) $x^2 - 3x + 8 > 0$
 $(x - 1,5)^2 + 5,75 > 0$
 x – любое

4) $3x^2 - 4x + 5 \leq 0$
 $\frac{D}{4} = 4 - 15 < 0$

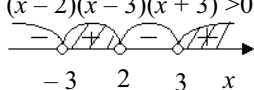
и $a = 3 > 0$,
 значит решений нет

2) $x^2 - 5x + 10 < 0$
 $(x - 2,5)^2 + 3,75 < 0$
 нет решений

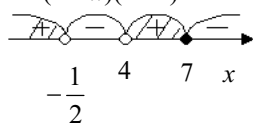
5) $-x^2 + 2x - 4 \leq 0$
 $x^2 - 2x + 4 \geq 0$
 $(x - 1)^2 + 3 \geq 0$
 x – любое

3) $2x^2 - 3x + 5 \geq 0$
 $D = 9 - 40 < 0$,
 и $a = 2 > 0$,
 значит x – любое
 6) $-4x^2 + 7x - 5 > 0$
 $D = 49 - 80 < 0$, зна-
 чит нет решений

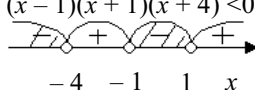
691.

1) $(x - 2)(x^2 - 9) > 0$
 $(x - 2)(x - 3)(x + 3) > 0$


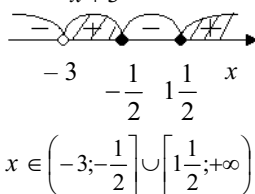
$x \in (-3; 2) \cup (3; +\infty)$

4) $\frac{x - 7}{(4 - x)(2 + 1)} \geq 0$


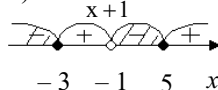
$x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (4; 7]$

2) $(x^2 - 1)(x + 4) < 0$
 $(x - 1)(x + 1)(x + 4) < 0$


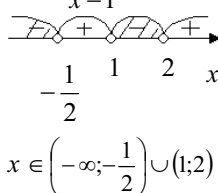
$x \in (-\infty; -4) \cup (-1; 1)$

5) $\frac{4x^2 - 4x - 3}{x + 3} \geq 0$
 $\frac{(2x - 1)^2 - 4}{x + 3} \geq 0$
 $\frac{(2x - 3)(2x + 1)}{x + 3} \geq 0$


$x \in \left(-3; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[1\frac{1}{2}; +\infty\right)$

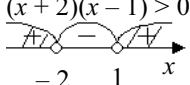
3) $\frac{(x + 3)(x - 5)}{x + 1} \leq 0$


$x \in (-\infty; -3] \cup (-1; 5]$

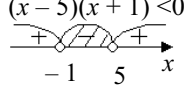
6) $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 1} < 0$
 $\frac{(x - 2)\left(x + \frac{1}{2}\right)}{x - 1} < 0$


$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; 2)$

692.

1) $x^2 > 2 - x$
 $x^2 + x - 2 > 0$
 $(x + 2)(x - 1) > 0$


$x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

2) $x^2 - 5 < 4x$
 $x^2 - 4x - 5 < 0$
 $(x - 5)(x + 1) < 0$


$x \in (-1; 5)$