

ГЛАВА III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

19. Определение квадратного уравнения. Неполные квадратные уравнения

№504.

Ответ: а) является; б) нет; в) является; г) нет; д) неполное квадратное уравнение; е) неполное квадратное уравнение.

№505.

Коэффициенты:

а) $a=5$; $b=-9$; $c=4$;

б) $a=1$; $b=3$; $c=-10$;

в) $a=-1$; $b=-8$; $c=1$;

г) $a=-4$; $b=5$; $c=0$;

д) $a=6$; $b=0$; $c=-30$;

е) $a=9$; $b=0$; $c=0$.

№506.

а) $(2x-1)(2x+1)=x(2x+3)$;

$4x^2-1=2x^2+3x$;

$2x^2-3x-1=0$;

б) $(3x+2)^2=(x+2)(x-3)$;

$(3x+2)^2=x^2-3x+2x-6$;

$9x^2+12x+4=x^2-3x+2x-6$;

$8x^2+13x+10=0$;

в) $(x+1)(x+2)=(2x-1)(x-2)$;

$x^2+2x+x+2=2x^2-4x+2-x$;

$x^2+3x+2-2x^2+5x-2=0$

$-x^2+8x=0$;

$x^2-8x=0$;

г) $(x+3)(3x-2)=(4x+5)(2x-3)$;

$(x+3)(3x-2)=8x^2-12x+10x-15$;

$3x^2-2x+9x-6=8x^2-12x+10x-15$;

$5x^2-9x-9=0$.

№507.

а) $4x^2 - 2x(3x+1) = 5$;

$4x^2 - 6x^2 - 2x = 5$;

$-2x^2 - 2x = 5$;

$2x^2 + 2x + 5 = 0$;

б) $x^2 + (1-x)(1-3x) = x$;

$x^2 + 1 - 3x - x + 3x^2 = x$;

$4x^2 - 5x + 1 = 0$;

в) $-5x(x+6) = 4(x-3) - 10$;

$-5x^2 - 30x = 4x - 12 - 10$;

$5x^2 + 30x + 4x - 12 - 10 = 0$;

$5x^2 + 34x - 22 = 0$;

г) $(x-8)(2x+3) = (3x-5)(x+4)$;

$2x^2 + 3x - 16x - 24 = 3x^2 + 12x - 5x - 20$;

$-2x^2 - 3x + 16x + 24 + 3x^2 + 12 - 5x - 20 = 0$;

$x^2 + 20x + 4 = 0$;

№508.

1) $7x^2 - 12x = 0$;

2) $2x^2 - 4 = 0$;

3) $x^2 = 0$;

№509.

а) $4x^2 - 9 = 0$; $(2x-3)(2x+3) = 0$;

1) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$;

2) $2x-3=0$; $2x=3$; $x=1\frac{1}{2}$; $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{2}$;

б) $-x^2 + 3 = 0$; $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$;

в) $-0,1x^2 + 10 = 0$; $0,1x^2 = 10$; $x^2 = 10$; $0,1$;
 $x^2 = 100$;

$x_{1,2} = \pm \sqrt{100}$; $x_{1,2} = \pm 10$;

г) $y^2 - \frac{1}{9} = 0$; $y^2 = \frac{1}{9}$; $y_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{9}}$; $y_{1,2} = \frac{1}{3}$;

д) $6y^2 + 24 = 0$; $6y^2 = -24$; $y^2 = -4$; но квадрат числа не может быть меньше нуля, следовательно, корней нет;

$$\text{e) } 3m^2-1=0; 3m^2=1; m^2=\frac{1}{3}; m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}}; m_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

№510.

$$\text{a) } 3x^2-4x=0; x(3x-4)=0; x=0; 3x-4=0;$$

$$3x=4; x=1\frac{1}{3};$$

$$x_1=0; x_2=1\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } -5x^2+6x=0; 5x^2-6x=0; x(5x-6)=0;$$

$$x=0; 5x-6=0; 5x=6; x=1\frac{1}{5};$$

$$x_1=0; x_2=1\frac{1}{5};$$

$$\text{в) } 10x^2+7x=0; x(10x+7)=0;$$

$$1) x=0; 2) 10x+7=0;$$

$$10x=-7; x=-\frac{7}{10}; x=-0,7;$$

$$x_1=0; x_2=-0,7;$$

$$\text{г) } 4a^2-3a=0; a(4a-3)=0;$$

$$1) a=0; 2) 4a-3=0;$$

$$4a=3; a=\frac{3}{4}; a_1=0; a_2=\frac{3}{4};$$

$$\text{д) } 6z^2-z=0; z(6z-1)=0;$$

$$1) z=0; 2) 6z-1=0;$$

$$6z=1; z=\frac{1}{6};$$

$$z_1=0; z_2=\frac{1}{6};$$

$$\text{e) } 2y+y^2=0; y(2+y)=0;$$

$$1) y=0; 2) 2+y=0;$$

$$y=-2; y_1=0; y_2=-2.$$

№511.

$$\text{a) } 2x^2+3x=0; x(2x+3)=0;$$

$$1) x=0; 2) 2x+3=0; 2x=-3;$$

$$x=-1\frac{1}{2}; x_1=0; x_2=-1\frac{1}{2};$$

$$б) 3x^2-2=0; 3x^2=2; x^2=\frac{2}{3}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{3}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{3};$$

$$в) 5u^2-4u=0; u(5u-4)=0;$$

$$1) u=0; 2) 5u-4=0;$$

$$u=\frac{4}{5}; u_1=0; u_2=\frac{4}{5};$$

$$г) 7a-14a^2=0; 7a(1-2a)=0;$$

$$1) a=0; 2) 1-2a=0;$$

$$2a=1; a=\frac{1}{2}; a_1=0; a_2=\frac{1}{2};$$

$$д) 1-4y^2=0; (1-2y)(1+2y)=0;$$

$$1) 1+2y=0; 2y=-1; y=-\frac{1}{2};$$

$$2) 1-2y=0; 2y=1; y=\frac{1}{2};$$

$$y_1=\frac{1}{2}; y_2=-\frac{1}{2};$$

$$е) 2x^2-6=0; 2(x^2-3)=0; x^2=3;$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{3}.$$

№512.

$$а) 4x^2-3x+7=2x^2+x+7;$$

$$2x^2-4x=0; 2x(x-2)=0;$$

$$1)x=0; 2) x-2=0; x=2;$$

$$x_1=0; x_2=2;$$

$$б) -5y^2+8y+8=8y+3;$$

$$-5y^2+5=0; 5(y^2-1)=0; y^2=1;$$

$$y_{1,2}=\pm 1;$$

$$в) 10-3x^2=x^2+10-x; 10-3x^2-x^2-10+x=0;$$

$$-4x^2+x=0; 4x^2-x=0; x(4x-1)=0;$$

$$1)x=0; 2) 4x-1=0; 4x=1; x=\frac{1}{4}; x_1=0; x_2=\frac{1}{4};$$

$$г) 1-2y+3y^2=y^2-2y+1; 3y^2-2y+1-y^2+2y-1=0;$$

$$2y^2=0; y=0.$$

№513.

a) $(x+3)(x-4)=-12$; $x^2-4x+3x-12=-12$;
 $x^2-x=0$; $x(x-1)=0$; $x=0$; $x-1=0$; $x=1$;
 $x_1=0$; $x_2=1$;

б) $1\frac{2}{3}x+(2x+1)\left(\frac{1}{3}x-1\right)=0$;

$1\frac{2}{3}x+2\cdot\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{1}{3}x-1=0$;

$\frac{2}{3}x^2-1=0$; $x^2-\frac{3}{2}=0\cdot\frac{3}{2}$; $x^2=\frac{3}{2}$;

$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$;

в) $(3x-1)^2-1=0$;

$(3x-1-1)(3x-1+1)=0$; $(3x-2)(3x+0)=0$;

$3x-2=0$; $3x=2$; $x=\frac{2}{3}$; $3x=0$; $x=0$;

$x_1=\frac{2}{3}$; $x_2=0$;

г) $3x(2x+3)=2x(x+4,5)+2$; $6x^2+9x=2x^2+9x+2$;
 $4x^2-2=0$; $2(2x^2-1)=0$;

$2x^2=1$; $x^2=\frac{1}{2}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$;

д) $18-(x-5)(x-4)=-x^2$; $18-(x^2-4x-5x+20)=-x^2$;

$18-x^2+4x+5x-20+x^2=0$; $9x-2=0$; $9x=2$; $x=\frac{2}{9}$;

е) $(x-1)(x+1)=2(x^2-3)$; $x^2-1=2x^2-6$; $x^2-1-2x^2+6=0$;
 $-x^2+5=0$; $x^2-5=0$; $x^2=5$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$.

№514.

a) $x^2-5=(x+5)(2x-1)$; $x^2-5=2x^2-x+10x-5$;

$x^2+9x=0$; $x(x+9)=0$;

$x=0$; $x+9=0$; $x=-9$;

$x_1=0$; $x_2=-9$;

б) $(2x+3)(3x+1)=11x+30$; $6x^2+2x+9x+3-11x-30=0$;

$6x^2-27=0$; $3(2x^2-9)=0$;

$$2x^2-9=0; 2x^2=9; x^2=\frac{9}{2};$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{9}{2}}=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в)} 2x-(x+1)^2=3x^2-6; 2x-(x^2+2x+1)=3x^2-6;$$

$$3x^2-6-2x+x^2+2x+1=0; 4x^2-5=0; 4x^2=5;$$

$$x^2=\frac{5}{4}; x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}; x_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{г)} 6a^2-(a+2)^2=-4(a-4); 6a^2-(a^2+4a+4)=-4a+16;$$

$$6a^2-a^2-4a-4+4a-16=0; 5a^2-20=0; 5(a^2-4)=0;$$

$$a^2-4=0; a^2=4; a_{1,2}=\pm 2;$$

$$\text{д)} x(7-6x)=(1-3x)(1+2x); 7x-6x^2=1+2x-3x-6x^2;$$

$$7x-1-2x+3x=0; 8x-1=0; 8x=1; x=\frac{1}{8};$$

$$\text{е)} (5y+2)(y-3)=-13(2+y); 5y^2-15y+2y-6=-26-13y;$$

$$5y^2-13y-6+26+13y=0; 5y^2+20=0; 5(y^2+4)=0;$$

$y^2+4=0; y^2=-4$; корней нет, поскольку квадрат действительного числа не может быть меньше нуля.

№515.

Обозначим за n и $(n+1)$ – два последовательных целых числа. Их произведение по условию задачи 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Составим уравнение:

$$n(n+1)=1,5n^2; n^2+n-1,5n^2=0; -0,5n^2+n=0;$$

$$0,5n^2-n=0; n(0,5n-1)=0; n_1=0; \text{(не подходит по условию задачи)};$$

$$0,5n-1=0; 0,5n=1; n=1:0,5; n=2; n+1=3.$$

Ответ: 2 и 3.

№516.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S=a^2$ (см²).

$$\text{Тогда имеем: } S=S_{\text{тр}}+S_{\text{ост части}}; S_{\text{кв}}=59+85; S=144 \text{ см}^2; \text{ т.е. } a^2=144 \text{ см}^2;$$

$$a=\pm\sqrt{144}=\pm 12; a_1=12; a_2=-12 - \text{не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть отрицательным числом.}$$

Ответ: 12 см.

№517.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$ (см²). По условию задачи, $S_{\text{кв}}-S_{\text{кр}}=12$ (см²). Составим уравнение:

$a^2-12=36$; $a^2=48$. Откуда находим:

$$a_{1,2}=\pm\sqrt{48}; a_{1,2}=\pm\sqrt{16\cdot 3};$$

$a_1=4\sqrt{3}$; $a_2=-4\sqrt{3}$ - не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля.

Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

№518.

Площадь круга равна πr^2 , где r – радиус круга.

Из условия $S_{\text{кр}}=1$ дм². Составляем уравнение: $\pi r^2=1$; $r^2=\frac{1}{\pi}$;

$r_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot\pi}{\pi\cdot\pi}}=\pm\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_1=\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_2=-\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ - не подходит, так как радиус круга не может быть меньше нуля.

Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ дм.

№519.

Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$, $S_{\text{кр}}=\pi r^2$. По условию задачи площади круга и квадрата равны, значит, можно составить уравнение: $a^2=\pi r^2$; откуда

$a_{1,2}=\pm\sqrt{\pi r^2}$; $a_1=r\sqrt{\pi}$; $a_2=-r\sqrt{\pi}$; - не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля.

Ответ: $r\sqrt{\pi}$ см.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№520.

а) $y=(1-\sqrt{2})x$; $y=kx$; $k=1-\sqrt{2}<0$, следовательно, график функции $y=(1-\sqrt{2})x$ расположен во II и IV четвертях;

б) $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$; $y=kx$, $k = \sqrt{35} - 5,7$; $\sqrt{37} \approx 5,92$, следовательно, график функции $y = (\sqrt{35} - 5,7)x$ расположен в I и III координатных четвертях.

№521.

$$\frac{9+6x+x^2}{x+3} + \sqrt{x} = \frac{(x+3)^2}{x+3} + \sqrt{x} = x+3 + \sqrt{x};$$

Подставим $x=0,36$:

$$x+3 + \sqrt{x} = 0,36+3 + \sqrt{0,36} = 0,36+3+0,6=3,96;$$

Подставим $x=49$:

$$x+3 + \sqrt{x} = 49+3 + \sqrt{49} = 52+7=59.$$

№522.

а) $a^2+b^2>0$ и $a^2+b^2+1>0$, следовательно, $\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1} > 0$;

б) $(a+b)^2>0$ и $(a-b)^2+1>0$, следовательно, $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2+1} > 0$;

20. Решение квадратных уравнений выделением квадратного двучлена

№523.

а) $x^2+12x+36=0$; $(x+6)^2=0$; $x+6=0$; $x=-6$;

б) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$; $x-\frac{1}{2}=0$; $x=\frac{1}{2}$.

№524.

а) $x^2-8x+15=0$; $x^2-8x+16=16-15$;

$(x-4)^2=1$; $x-4=\pm 1$;

1) $x_1=4+1=5$; 2) $x_2=4-1=3$; $x_1=5$; $x_2=3$;

б) $x^2+12x+20=0$; $x^2+12x+36=36-20$; $(x+6)^2=16$; $x+6=\pm 4$;

1) $x+6=4$; $x=-2$; 2) $x+6=-4$; $x=-10$; $x_1=-2$; $x_2=-10$;

$$\text{в)} x^2 - 5x - 6 = 0; x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 6;$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25 + 24}{4}; \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2};$$

$$1) x = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6; 2) x = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = -1; x_1 = 6; x_2 = -1;$$

$$\text{г)} x^2 - 8x - 9 = 0; x^2 - 2 \cdot 4x + 16 - 16 - 9 = 0;$$

$$x^2 - 8x + 16 = 16 + 9; (x - 4)^2 = 25;$$

$$x - 4 = \pm 5; 1) x = 4 + 5 = 9; 2) x = 4 - 5 = -1; x_1 = 9; x_2 = -1.$$

№525.

$$\text{а)} x^2 - 4x + 3 = 0; x^2 - 4x = -3; x - 2 \cdot 2x + 4 = 4 - 3; x^2 - 4x + 4 = 1;$$

$$(x - 2)^2 = 1; x - 2 = \pm \sqrt{1};$$

$$1) x - 2 = 1; x = 3; 2) x - 2 = -1; x = 1; x_1 = 3; x_2 = 1;$$

$$\text{б)} x^2 + 3x - 10 = 0; x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 10;$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}};$$

$$x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}; x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{10}{2} = -5;$$

$$x_1 = 2; x_2 = -5;$$

$$\text{в)} x^2 + 9x + 14 = 0; x^2 + 2 \cdot \frac{9}{2}x + \frac{81}{4} = \frac{81}{4} - 14;$$

$$\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}; x + \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2};$$

$$1) x + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -2;$$

$$2) x + \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}; x = -\frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -7;$$

$$x_1 = -2; x_2 = -7;$$

$$\text{г)} x^2 - 2x - 1 = 0; x^2 - 2x + 1 = 1 + 1; (x - 1)^2 = 2; x - 1 = \pm \sqrt{2};$$

$$1) x - 1 = -\sqrt{2}; x = -\sqrt{2} + 1;$$

$$2) x - 1 = \sqrt{2}; x = \sqrt{2} + 1;$$

$$x_1 = -\sqrt{2} + 1; x_2 = \sqrt{2} + 1.$$

№526.

a) $x^2-6x+8=0$; $(x^2-2 \cdot 3x+9)-9+8=0$;

$(x-3)^2=1$; $x-3=\pm 1$;

1) $x-3=1$; $x=4$;

2) $x-3=-1$; $x=2$;

$x_1=4$; $x_2=2$;

б) $x^2+x-6=0$; $\left(x^2+2 \cdot \frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{4}-6=0$;

$x^2+x+\frac{1}{4}=6+\frac{1}{4}$; $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$; $x+\frac{1}{2}=\pm\frac{5}{2}$;

1) $x+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$; $x=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2$;

2) $x+\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$; $x=-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=-3$;

$x_1=2$; $x_2=-3$;

в) $x^2+4x+3=0$; $x^2+4x+4-4+3=0$;

$(x+2)^2=1$; $x+2=\pm 1$;

1) $x+2=1$; $x=-1$;

2) $x+2=-1$; $x=-3$;

$x_1=-1$; $x_2=-3$;

г) $x^2+4x-2=0$; $x^2+4x+4-4-2=0$;

$(x+2)^2=6$; $x+2=\pm\sqrt{6}$;

1) $x=-2+\sqrt{6}$;

2) $x=-2-\sqrt{6}$;

$x_1=-1+\sqrt{6}$; $x_2=-2-\sqrt{6}$.

№527.

a) $2x^2-9x+10=0$; $x^2-\frac{9}{2}x+\frac{10}{2}=0$; $x^2-\frac{9}{2}x=-\frac{10}{2}$;

$x^2-2x \cdot \frac{9}{4}+\frac{81}{16}=\frac{81}{16}-\frac{10}{2}$; $x^2-2x \cdot \frac{9}{4}+\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{81-80}{16}$;

$\left(x-\frac{9}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$; $x-\frac{9}{4}=\pm\sqrt{\frac{1}{16}}$;

1) $x-\frac{9}{4}=\frac{1}{4}$; $x=\frac{9}{4}+\frac{1}{4}$; $x=\frac{10}{4}=2,5$;

$$2) x = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2;$$

$$x_1 = 2, 5; x_2 = 2;$$

$$6) 5x^2 + 3x - 8 = 0; x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{8}{5} = 0; x^2 + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5};$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2;$$

$$\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100};$$

$$x + \frac{3}{10} = \pm \sqrt{\frac{169}{100}}; x + \frac{3}{10} = \pm \frac{13}{10};$$

$$1) x = \frac{13}{10} - \frac{3}{10} = 1;$$

$$2) x = -\frac{13}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{16}{10}; x = -1, 6;$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1, 6.$$

№528.

$$5x^2 + 14x - 3 = 0; x^2 + \frac{14}{5}x - \frac{3}{5} = 0; x^2 + \frac{14}{5}x = \frac{3}{5};$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{14}{10}x + \left(\frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \left(\frac{14}{10}\right)^2; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \frac{3}{5} + \frac{196}{100};$$

$$\left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \frac{256}{100}; \left(x + \frac{14}{10}\right)^2 = \left(\frac{16}{10}\right)^2; x + \frac{14}{10} = \pm \frac{16}{10};$$

$$1) x = \frac{16}{10} - \frac{14}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5};$$

$$2) x = -\frac{16}{10} - \frac{14}{10} = -\frac{30}{10} = -3;$$

$$x_1 = \frac{1}{5}; x_2 = -3.$$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№529.

Ответ: $a^2 + 4$; $5a^2 + 2$; $(a-4)^2 + 4$.

№530.

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{8}{8-c^2} + \frac{c}{c-2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\
 & \left(\frac{8}{(2-c)(4+2c+c^2)} - \frac{c}{c-2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2} \right) = \\
 & \frac{8-c(4+2c+c^2)-(8-c^3)}{(2-c) \cdot (4+2c+c^2)} \cdot \frac{2c-(c+2)^2}{2(c+2)} = \\
 & \frac{8-4c-2c^2-c^3-8+c^3}{8-c^3} \cdot \frac{2c-c^2-4c-4}{2(c+2)} = \\
 & \frac{-4(4c+2c^2)}{8-c^3} \cdot \frac{-c^2-2c-4}{2(c+2)} = \frac{2c(2+c)}{(2-c)(4+2c+c^2)} \times \\
 & \times \frac{(c^2+2c+4)}{2(c+2)} = \frac{2c(c+2)(c^2+2c+4)}{2(2-c)(c^2+2c+4)(c+2)} = \frac{c}{2-c}.
 \end{aligned}$$

№531.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & \frac{(3x-6)^2}{(2-x)^2} = \frac{3^2 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2} = 9; \\
 \text{б)} \quad & \frac{a^2+8a+16}{(2a+8)^2} = \frac{(a+4)^2}{2 \cdot 2(a+4)^2} = \frac{1}{4}.
 \end{aligned}$$

№532.

$$\begin{aligned}
 & \left(\sqrt{10+5\sqrt{3}} + \sqrt{10-5\sqrt{3}} \right)^2 = 10+5\sqrt{3} + 2\sqrt{(10+5\sqrt{3})(10-5\sqrt{3})} + \\
 & + 10-5\sqrt{3} = 20+2\sqrt{100-25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20+2\sqrt{100-25 \cdot 3} = 20+2\sqrt{25} = \\
 & = 20+2 \cdot 5 = 30, 30 \in \mathbb{N}, \text{ следовательно, } 30 \in \mathbb{Q}, \text{ что и требовалось} \\
 & \text{доказать.}
 \end{aligned}$$

§ 9. Формула квадратных уравнений по формуле

21. Решение квадратных уравнений по формуле

№533.

- а) $2x^2+3x+1=0$; $D=9-4 \cdot 2 \cdot 1=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня;
 б) $2x^2+x+2=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 2=1-16=-15$; $D<0$, у уравнения нет корней;
 в) $9x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 9 \cdot 1=36-36=0$; $D=0$, уравнение имеет один корень;
 г) $x^2+5x-6=0$; $D=5^2-1 \cdot 1 \cdot (-6)=25+24=49$; $D>0$, уравнение имеет два корня.

№534

- а) $3x^2-7x+4=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 3 \cdot 4=49-48=1$, $D>0$ – два корня:

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1;$$

- б) $5x^2-8x+3=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 5 \cdot 3=64-60=4$; $D>0$ – два корня:

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10};$$

$$x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{10}{10} = 1;$$

$$x_2 = \frac{8-2}{6} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$

- в) $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{13 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{13+1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{13-1}{6} = \frac{12}{6} = 2;$$

- г) $2y^2-9y+10=0$; $D=9^2-4 \cdot 2 \cdot 10=81-80=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4};$$

$$y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2};$$

$$y_2 = \frac{9-1}{4} = 2;$$

д) $5y^2 - 6y + 1 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{10};$$

$$y_1 = \frac{6+4}{10} = 1;$$

$$y_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

е) $4x^2 + x - 33 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-33) = 1 + 528 = 529$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 23}{8};$$

$$x_1 = \frac{-1-23}{8} = \frac{-24}{8} = -3;$$

$$x_2 = \frac{-1+23}{8} = \frac{22}{8} = 2,75;$$

ж) $y^2 - 10y - 24 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100 + 96 = 196$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2};$$

$$y_1 = \frac{10+14}{2} = 12;$$

$$y_2 = \frac{10-14}{2} = -2;$$

з) $p^2 + p - 90 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 1 + 360 = 361$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2};$$

$$p_1 = \frac{-1-19}{2} = -10;$$

$$p_2 = \frac{-1+19}{2} = 9.$$

№535.

а) $14x^2-5x-1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 14 \cdot (-1)=25+56=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 14} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{28};$$

$$x_1 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{5-9}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7};$$

б) $-y^2+3y+5=0$; $y^2-3y-5=0$;

$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-5)=9+20=29$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2};$$

$$y_1 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2};$$

$$y_2 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2};$$

в) $2x^2+x+67=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 67=1-536=-535$;

$D<0$, у уравнения нет корней;

г) $1-18p+81p^2=0$; $D_1=9^2-1 \cdot 81=0$; $D_1=0$ – один корень:

$$p = \frac{9 \pm \sqrt{0}}{81} = \frac{1}{9};$$

д) $-11y+y^2-152=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot (-152)=121+608=729$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{11 \pm 27}{2};$$

$$y_1 = \frac{11-27}{2} = -8;$$

$$y_2 = \frac{11+27}{2} = 19;$$

е) $18+3x^2-x=0$; $3x^2-x+18=0$;

$D=(-1)^2-4 \cdot 3 \cdot 18=1-216=-215$; $D<0$ – нет корней.

№536.

а) $5x^2-11x+2=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 5 \cdot 2=121-40=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm 9}{10};$$

$$x_1 = \frac{11+9}{10} = 2;$$

$$x_2 = \frac{11-9}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

б) $2p^2 + 7p - 30 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30) = 49 + 240 = 289$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 17}{4};$$

$$p_1 = \frac{-7+17}{4} = \frac{10}{4} = 2,5;$$

$$p_2 = \frac{-7-17}{4} = \frac{-24}{4} = -6;$$

в) $9y^2 - 30y + 25 = 0$; $D_1 = 15^2 - 9 \cdot 25 = 225 - 225 = 0$; $D_1 = 0$ – один корень:

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{2}{3};$$

г) $35x^2 + 2x - 1 = 0$; $D_1 = 1^2 - 35 \cdot (-1) = 1 + 35 = 36$; $D_1 > 0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{35};$$

$$x_1 = \frac{-1-6}{35} = -\frac{7}{35} = -\frac{1}{5};$$

$$x_2 = \frac{-1+6}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

д) $2y^2 - y - 5 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 1 + 40 = 41$; $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4};$$

е) $16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D_1 = 4^2 - 16 \cdot 1 = 0$; $D = 0$ – один корень:

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}.$$

№537.

а) $x^2 - 11x + 31 = 1$;

$x^2 - 11x + 30 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 30 = 121 - 120 = 1$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2};$$

$$x_1 = \frac{11-1}{2} = 5;$$

$$x_2 = \frac{11+1}{2} = 6;$$

$$\text{б) } x^2 - 5x - 3 = 2x - 5;$$

$$x^2 - 7x + 2 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 49 - 8 = 41;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2};$$

$$x_1 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2};$$

$$x_2 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2};$$

$$\text{в) } 7x + 1 = 3x^2 - 2x + 1;$$

$$3x^2 - 9x = 0; 3x(x-3) = 0;$$

$$1) 3x = 0; x = 0;$$

$$2) x - 3 = 0; x = 3;$$

$$\text{г) } -2x^2 + 5x + 6 = 4x^2 + 5x;$$

$$6x^2 - 6 = 0; 6(x^2 - 1) = 0; x^2 - 1 = 0; x^2 = 1;$$

$$x_{1,2} = \pm 1.$$

№538.

$$\text{а) } x^2 - 6x = 5x - 18; x^2 - 11x + 18 = 0;$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49;$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{11 \pm 7}{2};$$

$$x_1 = \frac{11-7}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{11+7}{2} = 9;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 4x + 3 = x^2 + x + 1;$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0; D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4};$$

$$x_1 = \frac{5+3}{4} = 2;$$

$$x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

№539.

a) $3x^2-14x+16=0$; $D_1=7^2-3 \cdot 16=1$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{7+1}{3} = 2\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{7-1}{3} = 2;$$

б) $5x^2-16x+3=0$; $D_1=8^2-5 \cdot 3=49$;

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{49}}{5} = \frac{8 \pm 7}{5};$$

$$x_1 = \frac{8+7}{5} = 3;$$

$$x_2 = \frac{8-7}{5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

в) $x^2+2x-80=0$; $D_1=1^2-1 \cdot (-80)=81$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{1} = -1 \pm 9;$$

$$x_1 = -1-9 = -10;$$

$$x_2 = -1+9 = 8;$$

г) $x^2-22x-23=0$; $D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{144}}{1} = 11 \pm 12;$$

$$x_1 = 11+12 = 23;$$

$$x_2 = 11-12 = -1;$$

д) $4x^2-36x+77=0$; $D_1=18^2-4 \cdot 77=16$;

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{18 \pm 4}{4};$$

$$x_1 = \frac{18+4}{4} = \frac{22}{4} = 5,5;$$

$$x_2 = \frac{18-4}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5;$$

е) $15y^2-22y-37=0$; $D_1=11^2-15 \cdot (-37)=676$;

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15};$$

$$y_1 = \frac{11+26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$y_2 = \frac{11-26}{15} = -1;$$

$$\text{ж) } 7z^2 - 20z + 14 = 0; D_1 = 10^2 - 7 \cdot 14 = 2;$$

$$z_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{7};$$

$$\text{з) } y^2 - 10y - 25 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot (-25) = 50;$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{50}}{1} = 5 \pm \sqrt{2 \cdot 25} = 5 \pm 5\sqrt{2}.$$

№540.

$$\text{а) } 8x^2 - 14x + 5 = 0; D_1 = 7^2 - 8 \cdot 5 = 9;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{7 \pm 3}{8};$$

$$x_1 = \frac{7+3}{8} = 1\frac{1}{4};$$

$$x_2 = \frac{7-3}{8} = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 12x^2 + 16x - 3 = 0; D_1 = 8^2 - 12 \cdot (-3) = 100;$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-8 \pm 10}{12};$$

$$x_1 = \frac{-8+10}{12} = \frac{1}{6};$$

$$x_2 = \frac{-8-10}{12} = -1\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 4x^2 + 4x + 1 = 0; D_1 = 2^2 - 4 \cdot 1 = 0;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$\text{г) } x^2 - 8x - 84 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-84) = 100;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{1} = 4 \pm 10;$$

$$x_1 = 4 + 10 = 14;$$

$$x_2 = 4 - 10 = -6;$$

$$\text{д) } x^2 - 6x - 19 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-19) = 28;$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{28}}{1} = -3 \pm \sqrt{4 \cdot 7} = -3 \pm 2\sqrt{7};$$

$$\text{e) } 5x^2 + 26x - 24 = 0; D_1 = 13^2 - 5 \cdot (-24) = 289;$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5};$$

$$x_1 = \frac{-13 + 17}{5} = \frac{4}{5};$$

$$x_2 = \frac{-13 - 17}{5} = -6;$$

$$\text{ж) } x^2 - 34x + 289 = 0; D_1 = 17^2 - 1 \cdot 289 = 0;$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{0}}{1} = 17;$$

$$\text{з) } 3x^2 + 32x + 80 = 0; D_1 = 16^2 - 3 \cdot 80 = 16;$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{-16 \pm 4}{3};$$

$$x_1 = \frac{-16 + 4}{3} = -4;$$

$$x_2 = \frac{-16 - 4}{3} = -6\frac{2}{3}.$$

№541.

$$\text{a) } 2x^2 - 5x - 3 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4};$$

$$x_1 = \frac{5 - 7}{4} = -0,5;$$

$$x_2 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3;$$

$$\text{б) } 3x^2 - 8x + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 3 \cdot 5 = 1;$$

$$x = \frac{4 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{4 + 1}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{4 - 1}{3} = 1;$$

$$\text{в) } 5x^2 + 9x + 4 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 1;$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{10};$$

$$x_1 = \frac{-9+1}{10} = -0,8;$$

$$x_2 = \frac{-9-1}{10} = -1;$$

$$\text{г) } 36y^2 - 12y + 1 = 0; D_1 = 6^2 - 36 \cdot 1 = 0; y = \frac{6}{36} = \frac{1}{6};$$

$$\text{д) } 3t^2 - 3t + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3 - \text{корней нет};$$

$$\text{е) } x^2 + 9x - 22 = 0; D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 169;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-9 \pm 13}{2};$$

$$x_1 = \frac{-9+13}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-9-13}{2} = -\frac{22}{2} = -11;$$

$$\text{ж) } y^2 - 12y + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 1 \cdot 32 = 4;$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{1} = 6 \pm 2;$$

$$y_1 = 6 + 2 = 8;$$

$$y_2 = 6 - 2 = 4;$$

$$\text{з) } 100x^2 - 160x + 63 = 0; D_1 = 80^2 - 63 \cdot 100 = 100;$$

$$x = \frac{80 \pm \sqrt{100}}{100} = \frac{80 \pm 10}{100};$$

$$x_1 = \frac{80-10}{100} = \frac{70}{100} = 0,7;$$

$$x_2 = \frac{80+10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9.$$

№542.

$$\text{а) } 5x^2 = 9x + 2; 5x^2 - 9x - 2 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{5 \cdot 2} = \frac{9 \pm 11}{10};$$

$$x_1 = \frac{9-11}{10} = -0,2;$$

$$x_2 = \frac{9+11}{10} = 2;$$

$$6) -x^2 = 5x - 14; x^2 + 5x - 14 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 81; x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5+9}{2} = 2;$$

$$x_2 = \frac{-5-9}{2} = -7;$$

$$B) 6x + 9 = x^2; x^2 - 6x - 9 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-9) = 18;$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{1} = 3 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$Г) z - 5 = z^2 - 25; z^2 - z - 20 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; z = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2};$$

$$z_1 = \frac{1+9}{2} = 5;$$

$$z_2 = \frac{1-9}{2} = -4;$$

$$Д) y^2 = 52y - 576; y^2 - 52y + 576 = 0;$$

$$D_1 = 26^2 - 1 \cdot 576 = 100;$$

$$y = \frac{26 \pm \sqrt{100}}{1} = 26 \pm 10;$$

$$y_1 = 26 + 10 = 36;$$

$$y_2 = 26 - 10 = 16;$$

$$е) 15y^2 - 30 = 22y + 7; 15y^2 - 22y - 37 = 0;$$

$$D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15};$$

$$y_1 = \frac{11-26}{15} = -1;$$

$$y_2 = \frac{11+26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$ж) 25p^2 = 10p - 1; 25p^2 - 10p + 1 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 - 1 \cdot 25 = 0; p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5};$$

$$з) 299x^2 + 10x = 500 - 101x^2;$$

$$400x^2 + 100x - 500 = 0; 4x^2 + x - 5 = 0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 4 \cdot (-5)=81; x=\frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8};$$

$$x_1=\frac{-1+9}{8}=1;$$

$$x_2=\frac{-1-9}{8}=-1,25.$$

№543.

$$a) 25=26x-x^2; x^2-26x+25=0;$$

$$D_1=13^2-1 \cdot 25=144; x=\frac{13 \pm \sqrt{144}}{1}=13 \pm 12;$$

$$x_1=13+12=25;$$

$$x_2=13-12=1;$$

$$б) 3x^2=10-29x; 3x^2+29x-10=0;$$

$$D=29^2-4 \cdot 3 \cdot (-10)=841+120=961;$$

$$x=\frac{-29 \pm \sqrt{961}}{3 \cdot 2} = \frac{-29 \pm 31}{6};$$

$$x_1=\frac{-29+31}{6}=\frac{1}{3};$$

$$x_2=\frac{-29-31}{6}=-10;$$

$$в) y^2=4y+96; y^2-4y-96=0;$$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-96)=100;$$

$$y=\frac{2 \pm \sqrt{100}}{1}=2 \pm 10;$$

$$y_1=2+10=12;$$

$$y_2=2-10=-8;$$

$$г) 3p^2+3=10p; 3p^2-10p+3=0;$$

$$D_1=5^2-3 \cdot 3=16; p=\frac{5 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3};$$

$$p_1=\frac{5-4}{3}=\frac{1}{3};$$

$$p_2=\frac{5+4}{3}=3;$$

$$д) x^2-20x=20x+100; x^2-40x-100=0;$$

$$D_1=20^2-1 \cdot (-100)=500;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{500}}{1} = 20 \pm \sqrt{5 \cdot 100} = 20 \pm 10\sqrt{5};$$

$$\text{е) } 25x^2 - 13x = 10x^2 - 7;$$

$$15x^2 - 13x + 7 = 0;$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 15 \cdot 7 = 169 - 420 = -251 < 0 - \text{у уравнения нет корней.}$$

№544.

$$\text{а) } (2x-3)(5x+1) = 2x + \frac{2}{5}; 10x^2 + 2x - 15x - 3 - 2x - \frac{2}{5} = 0;$$

$$10x^2 - 15x - 3 \frac{2}{5} = 0; 50x^2 - 75x - 17 = 0;$$

$$D = 75^2 - 4 \cdot 50 \cdot (-17) = 5625 + 3400 = 9025;$$

$$x = \frac{75 \pm \sqrt{9025}}{2 \cdot 50} = \frac{75 \pm 95}{100};$$

$$x_1 = \frac{75 - 95}{100} = -0,2;$$

$$x_2 = \frac{75 + 95}{100} = \frac{170}{100} = 1,7;$$

$$\text{б) } (3x-1)(x+3) = x(1+6x);$$

$$3x^2 + 9x - x - 3 = x + 6x^2;$$

$$3x^2 - 7x + 3 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13;$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6};$$

$$\text{в) } (x-1)(x+1) = 2(5x-10 \frac{1}{2}); x^2 - 1 = 10x - 2 \cdot \frac{21}{2};$$

$$x^2 - 1 = 10x - 21; x^2 - 10x + 20 = 0; D_1 = 5^2 - 1 \cdot 20 = 5;$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5};$$

$$\text{г) } -x(x+7) = (x-2)(x+2);$$

$$-x^2 - 7x = x^2 - 4; 2x^2 + 7x - 4 = 0;$$

$$D = 49 - 2 \cdot (-4) \cdot 4 = 81; x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{-7 + 9}{4} = \frac{1}{2};$$

$$x_2 = \frac{-7 - 9}{4} = -4.$$

№545.

$$\text{a) } (x+4)^2 = x+40; x^2+8x+16-3x-40=0;$$

$$x^2+5x-24=0; D=5^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=121;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5+11}{2} = 3;$$

$$x_2 = \frac{-5-11}{2} = -8;$$

$$\text{б) } (2x-3)^2 = 11x-19; 4x^2-12x+9-11x+19=0;$$

$$4x^2-23x+28=0; D=23^2-4 \cdot 4 \cdot 28=81;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{23 \pm 9}{8};$$

$$x_1 = \frac{23-9}{8} = 1,75;$$

$$x_2 = \frac{23+9}{8} = 4;$$

$$\text{в) } (x+1)^2 = 7918-2x; x^2+2x+1+2x-7918=0;$$

$$x^2+4x-7917=0; D_1=2^2-1 \cdot (-7917)=4+7917=7921;$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{7921}}{1} = -2 \pm 89;$$

$$x_1 = -2+89=87;$$

$$x_2 = -2-89=-91;$$

$$\text{г) } (x+2)^2 = 3131-2x; x^2+4x+4-3131+2x=0;$$

$$x^2+6x-3127=0; D_1=9-1 \cdot (-3127)=9+3127=3136;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3136}}{1} = -3 \pm 56;$$

$$x_1 = -3+56=53;$$

$$x_2 = -3-56=-59.$$

№546.

$$\text{a) } 3(x+4)^2 = 10x+32; 3(x^2+8x+16)=10x+32;$$

$$3x^2+14x+16=0;$$

$$D_1=7^2-3 \cdot 16=1; x = \frac{-7 \pm 1}{3};$$

$$x_1 = \frac{-7+1}{3} = -2;$$

$$x_2 = \frac{-7-2}{3} = -2\frac{2}{3};$$

$$\text{б) } 15x^2+17=15(x+1)^2; 15x^2+17=15(x^2+2x+1); \\ 15x^2+17=15x^2+30x+15;$$

$$30x-2=0; 2(15x+1)=0; 15x-1=0; x=\frac{1}{15};$$

$$\text{в) } (x+1)^2=(2x-1)^2; x^2+2x+1=4x^2-4x+1=0; \\ 3x^2-6x=0; 3x(x-2)=0;$$

$$x_1=0; x_2=2;$$

$$\text{г) } (x-2)^2+48=(2-3x)^2; x^2-4x+4+48=4-12x+9x^2; \\ 8x^2-8x-58=0;$$

$$x^2-x-6=0; D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{1 \cdot 2} = \frac{1 \pm 5}{2};$$

$$x_1 = \frac{1-5}{2} = -2;$$

$$x_2 = \frac{1+5}{2} = 3.$$

№547.

$$\text{а) } \frac{x^2-1}{2} - 11x = 11; x^2-1-22x=22;$$

$$x^2-22x-23=0;$$

$$D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144;$$

$$x=11 \pm \sqrt{144} = 11 \pm 12;$$

$$x_1=11+12=23;$$

$$x_2=11-12=-1;$$

$$\text{б) } \frac{x^2+x}{2} = \frac{8x-7}{3}; \frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-7}{3} = 0;$$

$$3x^2+3x-16x+14=0; 3x^2-13x+14=0;$$

$$D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1;$$

$$x = \frac{13 \pm 1}{6};$$

$$x_1 = \frac{13-1}{6} = 2;$$

$$x_2 = \frac{13+1}{6} = 2\frac{1}{3};$$

$$\text{в)} \frac{4x^2-1}{3} = x(10x-9); \frac{4x^2-1}{3} = 10x^2-9x;$$

$$10x^2-9x - \frac{4x^2-1}{3} = 0; 30x^2-27x-4x^2+1=0;$$

$$26x^2-27x+1=0; D=27^2-4 \cdot 26 \cdot 1=729-104=625=25^2;$$

$$x = \frac{27 \pm 25}{52};$$

$$x_1 = \frac{27+25}{52} = 1;$$

$$x_2 = \frac{27-25}{52} = \frac{1}{26};$$

$$\text{г)} \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}; \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4} = 0;$$

$$15x^2-8x-16x^2-15=0;$$

$$x^2+8x+15=0; D_1=4^2-1 \cdot 15=1;$$

$$x = \frac{-4 \pm 1}{1};$$

$$x_1 = -4+1 = -3;$$

$$x_2 = -4-1 = -5.$$

№548.

$$\text{а)} 5x^2-x-1=0; D=1^2-4 \cdot 5 \cdot (-1)=21;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10} \approx \frac{1 \pm 4,58}{10};$$

$$x_1 \approx \frac{1+4,58}{10} = \frac{5,58}{10} = 0,558 \approx 0,56;$$

$$x_2 \approx \frac{1-4,58}{10} = -\frac{3,58}{10} = -0,358 \approx -0,36;$$

$$\text{б)} 2x^2+7x+4=0; D=7^2-4 \cdot 2 \cdot 4=17;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4} \approx \frac{-7 \pm 4,12}{4};$$

$$x_1 \approx \frac{-7-4,12}{4} = -\frac{11,12}{4} = -2,78;$$

$$x_2 \approx \frac{-7+4,12}{4} = \frac{-2,88}{4} = -0,72;$$

$$\text{в)} 3(y^2-2)-y=0; 3y^2-y-6=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=1+72=73;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{3 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \approx \frac{1 \pm 8,54}{6};$$

$$y_1 \approx \frac{1 + 8,54}{6} = \frac{9,54}{6} = 1,59;$$

$$y_2 \approx \frac{1 - 8,54}{6} = -\frac{7,54}{6} \approx -1,26;$$

$$r) y^2 + 8(y-1) = 3; y^2 + 8y - 8 - 3 = 0; y^2 + 8y - 11 = 0;$$

$$D_1 = 16 - 1 \cdot (-11) = 27;$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{27}}{1} \approx -4 \pm 5,20;$$

$$y_1 \approx -4 - 5,20 = -9,20;$$

$$y_2 \approx -4 + 5,20 = 1,20.$$

№549.

$$a) x^2 - 8x + 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 9 = 7; x = 4 \pm \sqrt{7} \approx 4 \pm 2,65;$$

$$x_1 \approx 4 + 2,65 = 6,65;$$

$$x_2 \approx 4 - 2,65 = 1,35;$$

$$b) 2y^2 - 8y + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6; y = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2} \approx \frac{4 \pm 2,45}{2};$$

$$y_1 \approx \frac{4 + 2,45}{2} = \frac{6,45}{2} \approx 3,22;$$

$$y_2 \approx \frac{4 - 2,45}{2} = \frac{1,55}{2} \approx 0,78.$$

№550.

$$a) 0,7x^2 = 1,3x + 2; 0,7x^2 - 1,3x - 2 = 0;$$

$$D = 1,3^2 - 4 \cdot 0,7 \cdot (-2) = 1,69 + 5,6 = 7,29;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{7,29}}{2 \cdot 0,7} = \frac{1,3 \pm 2,7}{1,4};$$

$$x_1 = \frac{1,3 + 2,7}{1,4} = \frac{4}{1,4} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7};$$

$$x_2 = \frac{1,3 - 2,7}{1,4} = \frac{-1,4}{1,4} = -1;$$

$$b) 7 = 0,4y + 0,2y^2; 0,2y^2 + 0,4y - 7 = 0;$$

$$D_1 = 0,2^2 - 0,2 \cdot (-7) = 1,44;$$

$$y = \frac{-0,2 \pm \sqrt{1,44}}{0,2} = \frac{-0,2 \pm 1,2}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{-0,2 + 1,2}{0,2} = \frac{1}{0,2} = 5;$$

$$y_2 = \frac{-0,2 - 1,2}{0,2} = \frac{-1,4}{0,2} = -7;$$

$$\text{в)} x^2 - 1,6x - 0,36 = 0; D_1 = 0,8^2 - 1 \cdot (-0,36) = 1;$$

$$x = \frac{0,8 \pm \sqrt{1}}{1} = 0,8 \pm 1$$

$$x_1 = 0,8 + 1 = 1,8;$$

$$x_2 = 0,8 - 1 = -0,2;$$

$$\text{г)} z^2 - 2z + 2,91 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot 2,91 = -1,91; D > 0 - \text{у уравнения нет корней};$$

$$\text{д)} 0,2y^2 - 10y + 125 = 0; D_1 = 5^2 - 0,2 \cdot 125 = 0;$$

$$y = \frac{5 \pm 0}{0,2} = 5 \cdot \frac{10}{2} = 25;$$

$$\text{е)} \frac{1}{3}x^2 + 2x - 9 = 0; D_1 = 1^2 - \frac{1}{3} \cdot (-9) = 4;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{1}{3}} = -3 \pm 6;$$

$$x_1 = -3 + 6 = 3;$$

$$x_2 = -3 - 6 = -9.$$

№551.

$$\text{а)} \frac{1}{7}x^2 = 2x - 7; x^2 - 14x + 49 = 0; D_1 = 7^2 - 1 \cdot 49 = 0; x = 7;$$

$$\text{б)} x^2 + 1,2 = 2,6x; x^2 - 2,6x + 1,2 = 0;$$

$$D_1 = 1,3^2 - 1 \cdot 1,2 = 1,69 - 1,2 = 0,49;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{0,49}}{1} = 1,3 \pm 0,7;$$

$$x_1 = 1,3 + 0,7 = 2;$$

$$x_2 = 1,3 - 0,7 = 0,6;$$

$$\text{в)} 4x^2 = 7x + 7,5; 4x^2 - 7x - 7,5 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7,5) = 49 + 120 = 169;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4 \cdot 2} = \frac{7 \pm 13}{8};$$

$$x_1 = \frac{7-13}{8} = -0,75;$$

$$x_2 = \frac{7+13}{8} = 2,5.$$

№552.

$$a) 3a+0,6=9a^2+0,36;$$

$$9a^2-3a-0,24=0; D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-0,24)=9+8,64=17,64;$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17,64}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm 4,2}{18};$$

$$a_1 = \frac{3+4,2}{18} = \frac{2}{5};$$

$$a_2 = \frac{3-4,2}{18} = \frac{-1,2}{18} = -\frac{1}{15};$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{5}; -\frac{1}{15};$$

$$б) 0,4a+1,2=0,16a^2+1,44; 0,16a^2-0,4a-1,2+1,44=0;$$

$$0,04a^2-0,1a+0,06=0;$$

$$D=0,1^2-4 \cdot 0,04 \cdot 0,06=0,01-0,0096=0,0004;$$

$$a = \frac{0,1 \pm \sqrt{0,0004}}{2 \cdot 0,04} = \frac{0,1 \pm 0,02}{0,08};$$

$$a_1 = \frac{0,1+0,02}{0,08} = \frac{0,12}{0,08} = 1,5;$$

$$a_2 = \frac{0,1-0,02}{0,08} = \frac{0,08}{0,08} = 1.$$

Ответ: 1,5; 1.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№553.

$$\begin{aligned} a) \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2} &= \\ &= \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + 4}{2(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{4x + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x-1};$$

Подставим $x=-0,5$:

$$\frac{2}{x-1} = \frac{2}{-0,5-1} = \frac{2}{-1,5} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{a - \frac{2a-1}{a}}{\frac{1-a}{3a}} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} : \frac{1-a}{3a} = \frac{(a^2 - 2a + 1)3a}{a(1-a)} = \frac{3(1-a)^2}{1-a} = 3(1-a);$$

Подставим $a=-1,5$:

$$3 \cdot (1-a) = 3 \cdot (1-(-1,5)) = 3 \cdot (1+1,5) = 3 \cdot 2,5 = 7,5.$$

№554.

$$\text{а) } (\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{7} +$$

$$+ \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{7} - \frac{2\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{7\sqrt{3}}{7} + \frac{7\sqrt{2}}{7} - \frac{2 \cdot 7\sqrt{5}}{7} + 2\sqrt{5} =$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2};$$

$$\text{б) } (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{75} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} +$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} =$$

$$= 5 - 5\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = 2 + 3\sqrt{5}.$$

№555.

а) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$7x-1=2x;$$

$$7x-2x-1=0; 5x-1=0; 5x=1; x=\frac{1}{5}; y=2x=2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$$y = \frac{2}{5}; \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5} \right) - \text{искомая точка};$$

б) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$3x-11=4; 3x=4+11; 3x=15; x=5; y=4;$$

(5;4) – искомая точка.

22. Решение задач с помощью квадратных уравнений

№556.

Пусть n и $(n+6)$ – данные натуральные числа.

По условию, произведение этих чисел равно 187. Составим уравнение:

$$n(n+6)=187; n^2+6n-187=0;$$

$$D_1=3^2-1 \cdot (-187)=9+187=196; n=\frac{-3 \pm \sqrt{196}}{1}=-3 \pm 14;$$

$$n_1=-3-14=-17 \text{ (не подходит, поскольку не натуральное);}$$

$$n_2=-3+14=11; \text{ тогда } n+6=11+6=17.$$

Ответ: 11, 17.

№557.

Пусть x и $(x-2)$ – данные числа.

По условию, их произведение равно 120. Составим уравнение:

$$x(x-2)=120; x^2-2x=120; x^2-2x-120=0;$$

$$D_1=1^2-1 \cdot (-120)=1+120=121; x=\frac{1 \pm \sqrt{121}}{1}=1 \pm 11;$$

$$1) x_1=1+11=12, x-2=10;$$

$$2) x_2=1-11=-10, x-2=-12.$$

Обе пары чисел удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 1) 12 и 10; 2) -10 и -12.

№558.

Пусть x см и $(x+4)$ см соответственно – ширина и длина прямоугольника. По условию задачи площадь $S=60 \text{ см}^2$. Составляем уравнение: $x(x+4)=60; x^2+4x-60=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-60)=64; x=\frac{-2 \pm \sqrt{64}}{1}=-2 \pm 8;$$

$$x_1=-2+8=6;$$

$$x_2=-2-8=-10 \text{ – не подходит.}$$

Значит $x+4=10$; периметр $P=2 \cdot (6+10)=32 \text{ (см)}$.

Ответ: 32 см.

№559.

Пусть x м и $(x+10)$ м – ширина и длина участка. Площадь участка по условию задачи равна 1200 м^2 . Составляем уравнение:

$$x(x+10)=1200; x^2+10x-1200=0;$$

$$D_1=5^2-1 \cdot (-1200)=1225;$$

$$x=-5 \pm \sqrt{1225}=-5 \pm 35;$$

$$x_1=-5-35=-40 \text{ – не подходит;}$$

$$x_2=-5+35=30;$$

Значит $x+10=40$, а длина изгороди, т.е. периметр участка

$$P=2 \cdot (30+40)=140 \text{ м.}$$

Ответ: 140 м.

№560.

Пусть a м и b м – длина и ширина прямоугольника. Периметр прямоугольника по условию равен 62 м, а его площадь – 120 м^2 . Так как $P=2(a+b)$, $S=ab$, то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 62 = 2(a+b), \\ 210 = ab; \end{cases} \quad \begin{cases} 31 = a+b, \\ 210 = ab; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 31-b, \\ 210 = (31-b)b; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 31-b, \\ 31b - b^2 - 210 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 31-b, \\ b^2 - 31b + 210 = 0; \end{cases}$$

Решим второе уравнение:

$$D=31^2-4 \cdot 1 \cdot 210=961-840=121; b=\frac{31 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{31 \pm 11}{2};$$

$$b_1=\frac{31+11}{2}=21; \text{ значит, } a_1=31-b_1=10;$$

$$b_2=\frac{31-11}{2}=10; \text{ значит } a_2=31-b_2=21.$$

Ответ: 21 м, 10 м.

№561.

Пусть катеты данного треугольника равны a см и b см. Сумма катетов по условию равна 23 см, т.е. $a+b=23$, а площадь

треугольника равна 60 см^2 , т.е. $\frac{1}{2}ab=60$. Получаем систему

уравнений:

$$\begin{cases} a+b=23, \\ ab=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ (23-b)b=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ b^2-23b+120=0; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение:

$$D=23^2-4 \cdot 1 \cdot 120=529-480=49; b=\frac{23 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{23 \pm 7}{2};$$

$$b_1=15; \text{ значит } a_1=23-b_1=8;$$

$$b_2=8; \text{ значит } a_2=23-b_2=15.$$

Ответ: 8 см и 15 см.

№562.

Пусть n и $(n+1)$ – данные натуральные числа. Произведение этих чисел по условию больше их суммы на 109. Составляем уравнение:

$$n(n+1)-109=n+(n+1); n^2+n-109=n+n+1;$$

$$n^2-n-110=0;$$

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-110)=441; n=\frac{1 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{1 \pm 21}{2};$$

$$n_1=\frac{1+21}{2}=11;$$

$$n_2=\frac{1-21}{2}=-10; - \text{ не подходит, т.к. не натуральное. Значит } n=11,$$

$$n+1=12.$$

Ответ: 11, 12.

№563.

Пусть x см и $(x+3)$ см – ширина и длина оставшейся части листа, тогда длина стороны квадрата будет равна $(x+3)$ см. Площадь прямоугольной части листа по условию задачи равна 70 см^2 .

Составляем уравнение:

$$x(x+3)=70; x^2+3x-70=0;$$

$$D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=289; x=\frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2} = \frac{-3 \pm 17}{2};$$

$$x_1=\frac{-3+17}{2}=7; \text{ значит } x+3=10.$$

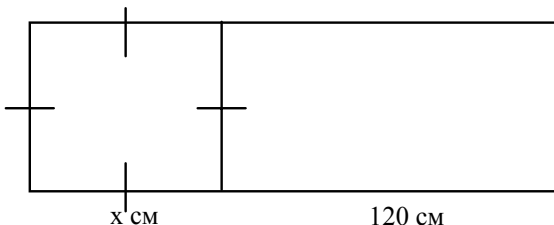
$$x_2=\frac{-3-17}{2}=-10 - \text{ не подходит, т.к. длина не может быть}$$

отрицательной.

Ответ: 10 см.

№564.

Пусть x см и $(x+120)$ см – сторона квадрата и длина доски прямоугольной формы.



Площадь доски прямоугольной формы по условию задачи равна 4500 см^2 . Составляем уравнение:

$$x(x+120)=4500; x^2+120x-4500=0;$$

$$D_1=60^2-1 \cdot (-4500)=3600+4500=8100;$$

$$x=\frac{-60 \pm \sqrt{8100}}{1}=-60 \pm 90;$$

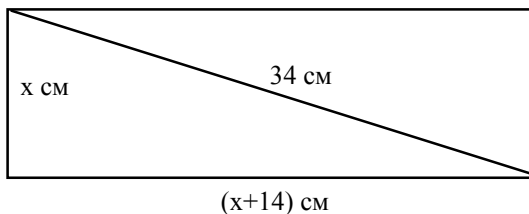
$$x_1=-60+90=30;$$

$$x_2=-60-90=-150 \text{ – не подходит, т.к. } -150 < 0.$$

Ответ: 30 см.

№565.

Пусть x см и $(x+14)$ см – ширина и длина прямоугольника.



Воспользуемся теоремой Пифагора:

$$x^2+(x+14)^2=34^2;$$

$$x^2+x^2+28x+196=1156;$$

$$2x^2+28x-960=0; x^2+14x-480=0;$$

$$D_1=7^2-1 \cdot (-480)=49+480=529; x=\frac{-7 \pm \sqrt{529}}{1}=-7 \pm 23;$$

$$x_1=-7-23=-30 \text{ – не подходит;}$$

$$x_2 = -7 + 23 = 16; \text{ значит } x + 14 = 30.$$

Ответ: 16 см и 30 см.

№566.

Обозначим за x см - длину гипотенузы, тогда $(x-3)$ см и $(x-6)$ см – длины катетов. Составляем уравнение, исходя из теоремы

Пифагора:

$$x^2 = (x-3)^2 + (x-6)^2; x^2 = x^2 - 6x + 9 + x^2 - 12x + 36;$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0;$$

$$D_1 = 9^2 - 1 \cdot 45 = 81 - 45 = 36; x = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6;$$

$$x_1 = 15;$$

$$x_2 = 3 - \text{ не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

№567.

Обозначим за x и $(x+8)$ количество рядов и количество мест в ряду.

По условию в кинотеатре 884 места. Составим уравнение:

$$x(x+8) = 884;$$

$$x^2 + 8x - 884 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot (-884) = 16 + 884 = 900 = 30^2;$$

$$x = -4 \pm 30;$$

$$x_1 = -4 + 30 = 26;$$

$$x_2 = -4 - 30 = -34 - \text{ не подходит.}$$

Ответ: 26.

№568.

Пусть n , $(n+1)$ и $(n+2)$ – данные целые числа. Сумма их квадратов по условию задачи равна 869. Составим уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 869; n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 869; 3n^2 + 6n - 864 = 0;$$

$$n^2 + 2n - 288 = 0; D_1 = 1^2 - 1 \cdot (-288) = 289;$$

$$n = -1 \pm \sqrt{289} = -1 \pm 17;$$

$$n_1 = -1 - 17 = -18; \text{ значит } n+1 = -17;$$

$$n+2 = -16;$$

$$n_2 = -1 + 17 = 16; \text{ значит } n+1 = 17, n+2 = 18.$$

Ответ: -18, -1, -16; или 16, 17, 18.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№569.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{8a^3 - 27}{9 - 12a + 4a^2} &= \frac{(2a - 3)(4a^2 + 6a + 9)}{(2a - 3)^2} = \frac{4a^2 + 6a + 9}{2a - 3}; \\ \text{б)} \quad \frac{ax - 2x - 4a + 8}{3a - 6 - ax + 2x} &= \frac{x(a - 2) - 4(a - 2)}{3(a - 2) - x(a - 2)} = \frac{(a - 2)(x - 4)}{(a - 2)(3 - x)} = \frac{x - 4}{3 - x}. \end{aligned}$$

№570.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - b}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{b})}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \\ &= \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1}; \text{ подставляем } a=5 \text{ и } b=2 \text{ и находим:} \\ &= \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2} + 2 \cdot 2 + 1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \\ &= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{5})} = 1; \\ \text{б)} \quad \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} &= \frac{x - 2\sqrt{xy} + y + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \\ &= \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1}; \text{ подставляем } x=4 \text{ и } y=6 \text{ и находим:} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{4 \cdot 6} + 6}{4 + \sqrt{4 \cdot 6} + 1} = \frac{10 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2(5 + 2\sqrt{6})}{5 + 2\sqrt{6}} = 2. \end{aligned}$$

№571.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} &= 0; \\ x(x-3) - 3x &= 0; \\ x^2 - 6x &= 0; \quad x(x-6) = 0; \\ 1) \quad x_1 &= 0; \\ 2) \quad x - 6 &= 0; \quad x_2 = 6; \\ \text{б)} \quad \frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} &= 2; \quad 12 \left(\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} \right) = \frac{2}{1} \cdot 12; \end{aligned}$$

$$\frac{12x(x+1)}{3} + \frac{12(8+x)}{4} = 24 ;$$

$$4x(x+1)+3(8+x)=24; 4x^2+4x+24+3x=24;$$

$$4x^2+7x=0; x(4x+7)=0;$$

$$x_1=0; 4x_2+7=0; 4x_2=-7; x_2=-\frac{7}{4}=-1\frac{3}{4}.$$

№572.

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$1) y=0; 13x-2,6=y; 13x=2,6; x=\frac{2,6}{13}=0,2; (0,2;0);$$

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

$$2) x=0; y=13 \cdot 0-2,6; y=-2,6; (0;-2,6).$$

Ответ: (0,2;0); (0;-2,6).