21. Теорема Виета

№573.

а) x^2-37x+27=0; D=37^2-4 · 1 · 27=1369-108=1261;
D>0, значит, уравнение имеет два корня; $x_1+x_2=37$; $x_1 \cdot x_2=27$;
б) y^2+41y-371=0; D=41^2-4 · 1 · (-371)=1681+1484=3165;
D>0, значит, уравнение имеет два корня.
По теореме Виета:
$y_1+y_2=-41$; $y_1-y_2=-371$;
в) x^2-210x=0; $x_1+x_2=210$; $x_1 \cdot x_2=0$;
г) y^2-19=0; $y_1+y_2=0$; $y_1 \cdot y_2=-19$;
д) $2x^2-9x-10=0$; $\frac{2x^2}{2}-\frac{9}{2}x-\frac{10}{2}=0$;

D=$\left(\frac{9}{2}\right)^2$-4 · 1 · (-5)=$\frac{81}{4}$+20=$\frac{161}{4}$>0, значит, уравнение имеет 2 корня.
По теореме Виета:
$x_1+x_2=\frac{9}{2}$; $x_1 \cdot x_2=-5$;

е) $5x^2+12x+7=0$; $x^2+\frac{12}{5}x+\frac{7}{5}=0$;

D1=$\left(\frac{6}{5}\right)^2-\frac{7}{5}=\frac{36}{25}-\frac{35}{25}=\frac{1}{25}$;
По теореме Виета:
$x_1+x_2=-\frac{12}{5}=-2{,}4$; $x_1 \cdot x_2=1{,}4$;
ж) $-z^2+z=0$; $z^2-z=0$; $z_1+z_2=1$; $z_1 \cdot z_2=0$;
з) $3x^2-10=0$; $x^2-\frac{10}{3}=0$;
Уравнение имеет 2 корня и по теореме Виета:
$x_1+x_2=0$; $x_1 \cdot x_2=-\frac{10}{3}$.

№574.

а) $x^2-2x-9=0$; $D_1=1^2-1 \cdot (-9)=10$; $x=1 \pm \sqrt{10}$;
$x_1=1-\sqrt{10}$; $x_2=1+\sqrt{10}$.
Произведем проверку:

$x_1+x_2=1-\sqrt{10}+1+\sqrt{10}=2;$

$x_1 \cdot x_2=(1-\sqrt{10})(1+\sqrt{10})=1-10=-9;$

б) $3x^2-4x-4=0;\ x^2-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}=0;$

$$D=\left(\frac{4}{3}\right)^2-4\cdot 1\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{16}{9}+\frac{16}{3}=\frac{16+48}{9}=\frac{64}{9};$$

$$x=\frac{\frac{4}{3}\pm\sqrt{\frac{64}{9}}}{2}=\frac{\frac{4}{3}\pm\frac{8}{3}}{2};$$

$$x_1=\frac{\frac{4}{3}+\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{3}=\frac{4}{2}=2;$$

$$x_2=\frac{\frac{4}{3}-\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2}\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3};$$

$$x_1\cdot x_2=2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3};$$

в) $2x^2+7x-6=0;\ x^2+\frac{7}{2}x-3=0;$

$$D=\left(\frac{7}{2}\right)^2-4\cdot 1\cdot(-3)=\frac{49}{4}+\frac{12}{1}=\frac{49+48}{4}=\frac{97}{4};$$

$$x=\frac{-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{97}{4}}}{2}=\frac{-\frac{7}{2}\pm\frac{\sqrt{97}}{2}}{2};$$

$$x_1=\frac{-\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{97}}{2}}{2}=\frac{-7+\sqrt{97}}{4};$$

$$x_2=\frac{-\frac{7}{2}-\frac{\sqrt{97}}{2}}{2}=\frac{-7-\sqrt{97}}{4}.$$

Произведем проверку:

$x_1+x_2=\frac{-7+\sqrt{97}}{4}+\frac{-7-\sqrt{97}}{4}=-\frac{7}{4}+\frac{\sqrt{97}}{4}-\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{97}}{4}=-\frac{14}{4}=-\frac{7}{2}$;

$x_1 \cdot x_2=\left(\frac{-7+\sqrt{97}}{4}\right)\cdot\left(\frac{-7-\sqrt{97}}{4}\right)=-\left(\frac{\sqrt{97}+7}{4}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{97}-7}{4}\right)=$

$-\frac{\left(\sqrt{97}\right)^2-7^2}{16}=-\frac{97-49}{16}=-\frac{48}{16}=-3$;

г) $2x^2+9x+8=0$; $x^2+\frac{9}{2}x+4=0$;

$D=\left(\frac{9}{2}\right)^2-4\cdot 1\cdot 4=\frac{81}{4}-16=\frac{81-64}{4}=\frac{17}{4}$;

$x=\frac{-\frac{9}{2}\pm\sqrt{\frac{17}{4}}}{2}=\frac{-9\pm\sqrt{17}}{4}$.

$x_1=\frac{-9+\sqrt{17}}{4}$;

$x_2=\frac{-9-\sqrt{17}}{4}$.

Произведем проверку:

$x_1+x_2=\frac{-9+\sqrt{17}}{4}+\frac{-9-\sqrt{17}}{4}=\frac{-9+\sqrt{17}-9-\sqrt{17}}{4}=-\frac{18}{4}=-\frac{9}{2}$;

$x_1 \cdot x_2=\left(\frac{-9+\sqrt{17}}{4}\right)\cdot\left(\frac{-9-\sqrt{17}}{4}\right)=-\left(\frac{\sqrt{17}+9}{4}\right)\times$

$\times\left(\frac{\sqrt{17}-9}{4}\right)=-\frac{\left(\sqrt{17}\right)^2-9^2}{16}=-\frac{17-81}{16}=4$.

№575.

а) $x^2-15x-16=0$; $D=15^2-4\cdot 1\cdot(-16)=225+64=289$;

$x=\frac{15\pm\sqrt{289}}{2}=\frac{15\pm 17}{2}$;

$x_1=\frac{15+17}{2}=16$;

$x_2=\frac{15-17}{2}=-1$.

Произведем проверку:

$x_1+x_2=16+(-1)=15$;

$x_1 \cdot x_2=16 \cdot (-1)=-16$;

б) $x^2-6x-11=0$; $D_1=3^2-1 \cdot (-11)=20$;

$x=3 \pm \sqrt{20}=3 \pm 2\sqrt{5}$;

$x_1=3+2\sqrt{5}$;

$x_2=3-2\sqrt{5}$.

Произведем проверку:

$x_1+x_2=3+2\sqrt{5}+3-2\sqrt{5}=6$;

$x_1 \cdot x_2=(3+2\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})=3^2-(2\sqrt{5})^2=9-20=-11$;

в) $12x^2-4x-1=0$;

$x^2-\frac{4}{12}x-\frac{1}{12}=0$; $x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}=0$;

$D=\left(\frac{1}{3}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$;

$x=\dfrac{\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}}{2}=\dfrac{\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}}{2}$;

$x_1=\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{2}$;

$x_2=\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}}{2}=\dfrac{-\frac{1}{3}}{2}=-\frac{1}{6}$.

Произведем проверку:

$x_1+x_2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$;

$x_1 \cdot x_2=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{12}$;

г) $x^2-6=0$; $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})=0$;

1) $x-\sqrt{6}=0$; $x=\sqrt{6}$;

2) $x+\sqrt{6}=0$; $x=-\sqrt{6}$

Произведем проверку:

$x_1+x_2=\sqrt{6}-\sqrt{6}=0$;

$x_1 \cdot x_2=\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6})=-6$;

д) $5x^2-18x=0$; $x(5x-18)=0$;
1) $x_1=0$;
2) $5x-18=0$; $5x=18$; $x_2=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}$.
Произведем проверку:
$x_1+x_2=0+3\frac{3}{5}=3\frac{3}{5}$;
$x_1 \cdot x_2=0 \cdot 3\frac{3}{5}=0$;
е) $2x^2-41=0$; $x^2-\frac{41}{2}=0$;
$\left(x-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=0$;
1) $x-\sqrt{\frac{41}{2}}=0$; $x_1=\sqrt{\frac{41}{2}}$;
2) $x+\sqrt{\frac{41}{2}}=0$; $x_2=-\sqrt{\frac{41}{2}}$.
Произведем проверку:
$x_1+x_2=\sqrt{\frac{41}{2}}-\sqrt{\frac{41}{2}}=0$;
$x_1 \cdot x_2=\sqrt{\frac{41}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=-\frac{41}{2}$.

№576.

а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2-9x+20=0$, тогда $x_1+x_2=9$;
$x_1 \cdot x_2=20$, откуда $x_1=2$; $x_2=5$.
б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+11x-12=0$, тогда $x_1+x_2=-11$;
$x_1 \cdot x_2=-12$, откуда подберем $x_1=1$; $x_2=-12$.
в) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+x-56=0$, тогда $x_1+x_2=-1$;
$x_1 \cdot x_2=-56$, откуда подберем $x_1=7$; $x_2=-8$.
г) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2-19x+88=0$, тогда $x_1+x_2=19$;
$x_1 \cdot x_2=88$, откуда подберем $x_1=11$; $x_2=8$.

№577.

а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+16x+63=0$, тогда $x_1+x_2=-16$; $x_1 \cdot x_2=63$, откуда $x_1=-7$; $x_2=-9$.
б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2+2x-48=0$, тогда $x_1+x_2=-2$; $x_1 \cdot x_2=-48$, откуда подберем $x_1=6$; $x_2=-8$.

№578.

Поскольку $x_1=7$, то (по теореме Виета): $x_1 \cdot x_2=-35$, $7 \cdot x_2=-35$; $x_2=-5$.
$x_1+x_2=7+(-5)=2$; $p=-2$.
Ответ: $x_2=-5$, $p=-2$.

№579.

Поскольку $x_1=12{,}5$, то (по теореме Виета): $x_1+x_2=13$; $x_1 \cdot x_2=q$;
$12{,}5+x_2=13$; $x_2=13-12{,}5=0{,}5$; $q=12{,}5 \cdot 0{,}5=6{,}25$.
Ответ: $x_2=0{,}5$, $q=6{,}25$.

№580.

$5x^2+bx+24=0$; $x^2+\frac{1}{5}bx+\frac{24}{5}=0$.

Поскольку $x_1=8$; то $x_1 \cdot x_2=\frac{24}{5}$; $8 \cdot x_2=\frac{24}{5}$; $x_2=\frac{24}{5}:\frac{8}{1}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5}$;

$x_1+x_2=8+\frac{3}{5}=8\frac{3}{5}$; $8\frac{3}{5}=-\frac{1}{5}b$; $\frac{43}{5}=-\frac{1}{5}b$; откуда

$b=-\frac{43}{5}:\frac{1}{5}=-\frac{43 \cdot 5}{5 \cdot 1}=-43$.

Ответ: $x_2=\frac{3}{5}$; $b=-43$.

№581.

$10x^2-33x+c=0$; $x^2-\frac{33}{10}x+\frac{c}{10}=0$; $x^2-3{,}3x+0{,}1c=0$;
поскольку $x_1=5{,}3$, то $x_1+x_2=3{,}3$; $x_1 \cdot x_2=0{,}1c$;
$5{,}3+x_2=3{,}3$; $x_2=3{,}3-5{,}3$; $x_2=-2$;
$5{,}3 \cdot (-2)=-10{,}6=0{,}1c$; $c=-106$.
Ответ: $x_2=-2$; $c=-106$.

№582.

Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. По условию задачи x_1-x_2=2, а по теореме Виета получим: x_1+x_2=12. Затем получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 12. \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим: $2x_1$=14, откуда x_1=7. Вычтем первое уравнение из второго, получим: $2x_2$=10, откуда x_2=5. Значит, q=$x_1 \cdot x_2$=$7 \cdot 5$=35.
Ответ: 35.

№583.

Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. Тогда имеем систему:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1. \end{cases}$$

Находим: $2x_1$=5, $2x_2$=-7, т.е. x_1=2,5; x_2=-3,5.
Значит, c=$x_1 \cdot x_2$=$2,5 \cdot -(3,5)$=-8,75.
Ответ: -8,75.

№584.

а) $3x^2+113x-7=0$; $x^2+\frac{113}{3}x-\frac{7}{3}=0$;
D>0, по теореме Виета:
$x_1 \cdot x_2=-\frac{7}{3}<0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.
б) $5x^2-291x-16=0$; $x^2-\frac{291}{5}x-\frac{16}{5}=0$;
D>0, по теореме Виета:
$x_1 \cdot x_2=-\frac{16}{5}<0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

№585.

а) имеет два корня противоположных знаков;

б) имеет два положительных корня;
в) не имеет корней;
г) имеет два положительных корня;
д) не имеет корней;
е) имеет два корня противоположных знаков.

№586.

а) имеет два положительных корня;
б) имеет два корня противоположных знаков;
в) имеет два положительных корня;
г) имеет два корня противоположных знаков;
д) имеет два положительных корня;
е) имеет два корня противоположных знаков.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№587.

а) $(3x+1)^2=3x+1$; $9x^2+6x+1=3x+1$;
$9x^2+3x=0$; $3x(3x+1)=0$; $x(3x+1)=0$;
$x_1=0$; $3x_2+1=0$; $3x_2=-1$; $x_2=-\frac{1}{3}$;
б) $(3x+1)^2=3(x+1)$; $9x^2+6x+1=3x+3$;
$9x^2+3x-2=0$;
$D=3^2-4\cdot 9\cdot (-2)=81$;
$x=\frac{-3\pm\sqrt{81}}{2\cdot 9}=\frac{-3\pm 9}{18}$;
$x_1=\frac{-3+9}{18}=\frac{1}{3}$;
$x_2=\frac{-3-9}{18}=-\frac{2}{3}$;
в) $(3x+1)^2=(2x-5)^2$; $9x^2+6x+1=4x^2-20x+25$;
$5x^2+26x-24=0$;
$D_1=13^2-5\cdot (-24)=169+120=289$;
$x=\frac{-13\pm\sqrt{289}}{5}=\frac{-13\pm 17}{5}$
$x_1=\frac{-13+17}{5}=\frac{4}{5}$;

$x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6$;

г) $(3x+4)^2=4(x+3)$; $9x^2+24x+16=4x+12$;

$9x^2+20x+4=0$;

$D_1=10^2-4 \cdot 9=64$;

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{9} = \frac{-10 \pm 8}{9}$

$x_1 = \frac{-10+8}{9} = -\frac{2}{9}$;

$x_2 = \frac{-10-8}{9} = -2$;

д) $4(x+3)^2=2x+6)$; $4(x+3)^2=(2x+6)(2x+6)$;

$4(x+3)^2=2 \cdot 2(x+3)^2$; $4(x+3)^2=4(x+3)^2$ при любом x;

е) $(6x+3)^2=(x-4)^2$; $36x^2+36x+9=x^2-8x+16$;

$35x^2+44x-7=0$;

$D_1=22^2-35 \cdot (-7)=484+245=729$;

$x = \frac{-22 \pm \sqrt{729}}{35} = \frac{-22 \pm 27}{35}$

$x_1 = \frac{-22+27}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$;

$x_2 = \frac{-22-27}{35} = -\frac{49}{35} = -1\frac{2}{5}$;

№588.

Обозначим за (8x) м – первый катет треугольника, (15x) м – второй катет. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$(8x)^2+(15x)^2=6{,}8^2$; $64x^2+225x^2=46{,}24$;

$289x^2=46{,}24$; $x^2=\frac{46{,}24}{289}=0{,}16$; $x=\pm\sqrt{0{,}16}$;

$x_1=\sqrt{0{,}16}=0{,}4$; тогда $8x=8 \cdot 0{,}4=3{,}2$ м – длина первого катета, $15x=15 \cdot 0{,}4=6$ м – длина второго катета.

$x_2=-\sqrt{0{,}16}=-0{,}4$ не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов: $S=\frac{3{,}2 \cdot 6}{2}=\frac{19{,}2}{2}=9{,}6$ (м^2).

Ответ: 9,6 м^2.

№589.

Обозначим за (12x) см – длину неизвестного катета, (13x) см – длину гипотенузы. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:
$(13x)^2=(12x)^2+15^2$; $169x^2=144x^2+225$;
$25x^2=225$; $x^2=9$; $x=\pm\sqrt{9}$;
$x_1=3$; $x_2=-3$ – не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля.
$13x=3\cdot13=39$ см – длина гипотенузы,
$12x=3\cdot12=36$ см – длина искомого катета.
Найдем периметр: P=15+39+36=90 см.
Ответ: 90 см.

§ 10. Дробные рациональные уравнения

24. Решение дробных рациональных уравнений

№590.

а) $\frac{y^2}{y+3}=\frac{y}{y+3}$; $\frac{y^2}{y+3}-\frac{y}{y+3}=0$;

$\frac{y^2-y}{y+3}=0$; $y^2-y=0$; $y(y-1)=0$;
$y_1=0$; $y_2-1=0$; $y_2=1$;
Оба корня не обнуляют знаменатель.

б) $\frac{x^2}{x^2-4}=\frac{5x-6}{x^2-4}$; $\frac{x^2}{x^2-4}-\frac{5x-6}{x^2-4}=0$;

$\frac{x^2-5x+6}{x^2-4}=0$; $x^2-5x+6=0$;
$D=5^2-4\cdot1\cdot6=25-24=1$;
$x=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{5\pm1}{2}$;
$x_1=\frac{5+1}{2}=3$;
$x_2=\frac{5-1}{2}=2$.

x=2 не подходит, т.к. при x=2 знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень x=3.

в) $\frac{2x^2}{x-2}=\frac{-7x+6}{2-x}$; $\frac{2x^2}{x-2}-\frac{-7x+6}{2-x}=0$;

$\frac{2x^2}{x-2}-\frac{7x-6}{x-2}=0$; $2x^2-7x+6=0$;

$D=7^2-4\cdot 2\cdot 6=49-48=1$;

$x=\frac{7\pm\sqrt{1}}{4}=\frac{7\pm 1}{4}$;

$x_1=\frac{7+1}{4}=2$;

$x_2=\frac{7-1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$.

x=2 не подходит, т.к. при x=2 знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x=1\frac{1}{2}$.

г) $\frac{y^2-6y}{y-5}=\frac{5}{5-y}$; $\frac{y^2-6y}{y-5}-\frac{5}{5-y}=0$;

$\frac{y^2-6y}{y-5}+\frac{5}{y-5}=0$; $\frac{y^2-6y+5}{y-5}=0$; $y^2-6y+5=0$;

$D_1=3^2-1\cdot 5=9-5=4$; $y=3\pm\sqrt{4}=3\pm 2$;

$y_1=3+2=5$; $y_2=3-2=1$.

y=5 не подходит, т.к. при y=5 знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень y=1.

д) $\frac{2x-2}{x+7}=\frac{3x+4}{x-1}$; $\frac{2x-2}{x+7}-\frac{3x+4}{x-1}=0$;

$\frac{(2x-1)(x-1)-(3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)}=0$;

$\frac{2x^2-2x-x+1-(3x^2+21x+4x+28)}{(x+7)(x-1)}=0$;

$2x^2-3x+1-3x^2-25x-28=0$; $-x^2-28x-27=0$;

$x^2+28x+27=0$; $D_1=14^2-1\cdot 27=196-27=169$;

$x=-14\pm\sqrt{169}=-14\pm 13$;

$x_1=-14-13=-27$;

$x_2=-14+13=-1$;

е) $\frac{2y+3}{2y-1}=\frac{y-5}{y+3}$; $\qquad$ $\frac{2y+3}{2y-1}-\frac{y-5}{y+3}=0$;

(2y+3)(y+3)-(2y-1)(y-5)=0;

$2y^2+6y+3y+9-(2y^2-10y-y+5)=0$;

$2y^2+9y+9-2y^2+11y-5=0$;

20y+4=0; 4(5y+1)=0; 5y+1=0; 5y=-1; y=-$\frac{1}{5}$;

y=-$\frac{1}{5}$ является корнем уравнения, т.к. при y=-$\frac{1}{5}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

ж) $\frac{5y+1}{y+1}=\frac{y+2}{y}$; $\qquad$ $\frac{5y+1}{y+1}-\frac{y+2}{y}=0$;

y(5y+1)-(y+1)(y+2)=0; $5y^2+y-(y^2+2y+2+2)=0$;

$5y^2+y-y^2-3y-2=0$; $4y^2-2y-2=0$; $2y^2-y-1=0$;

$D=1^2-4\cdot 2\cdot(-1)=1+8=9$;

y=$\frac{1\pm\sqrt{9}}{2\cdot 2}=\frac{1\pm 3}{4}$;

$y_1=\frac{1+3}{4}=1$;

$y_2=\frac{1-3}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$.

При $y_1=1$ и $y_2=-\frac{1}{2}$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

з) $\frac{1+3x}{1-2x}=\frac{5-3x}{1+2x}$; $\qquad$ $\frac{1+3x}{1-2x}-\frac{5-3x}{1+2x}=0$;

$\frac{(1+2x)(1+3x)-(1-2x)(5-3x)}{1-4x^2}=0$;

$1+3x+2x+6x^2-(5-3x-10x+6x^2)=0$;

18x-4=0;

2(9x-2)=0; 9x=2; x=$\frac{2}{9}$.

x=$\frac{2}{9}$ является корнем уравнения, т.к. при x=$\frac{2}{9}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

и) $\frac{x-1}{2x+3}-\frac{2x-1}{3-2x}=0$; $\qquad$ $\frac{x-1}{2x+3}+\frac{2x-1}{2x-3}=0$;

$\frac{(2x-3)(x-1)+(2x-1)(2x+3)}{4x^2-9}=0$;

$(2x-3)(x-1)+(2x-1)(2x+3)=0$;

$6x^2-x=0$; $x(6x-1)=0$;

$x_1=0$;

$6x_2-1=0$; $6x_2=1$; $x_2=\frac{1}{6}$.

При $x=0$ и $x=\frac{1}{6}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому $x_1=0$ и $x_2=\frac{1}{6}$ являются корнями уравнения.

№591.

а) $\frac{2x-5}{x+5}-4=0$; $\frac{2x-5-4(x+5)}{x+5}=0$;

$2x-5-4x-20=0$; $-2x-25=0$;

$2x+25=0$; $2x=-25$; $x=-\frac{25}{2}=-12\frac{1}{2}$; $x=-12\frac{1}{2}$

$x=-12\frac{1}{2}$ является корнем уравнения, т.к. при $x=-12\frac{1}{2}$ знаменатель не обращается в ноль.

б) $\frac{12}{7-x}=x$; $\frac{12}{7-x}-\frac{x}{1}=0$;

$\frac{12-x(7-x)}{7-x}=0$; $12-7x+x^2=0$; $x^2-7x+12=0$;

$D=7^2-4\cdot 1\cdot 12=1$;

$x=\frac{7\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{7\pm 1}{2}$;

$x_1=\frac{7-1}{2}=3$;

$x_2=\frac{7+1}{2}=4$;

$x_1=3$ и $x_2=4$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

в) $\frac{x^2-4}{4}=\frac{3+2x}{2}$; $\frac{x^2-4}{4}-\frac{3+2x}{2}=0$

$x^2-4-6-4x=0$; $x^2-4x-10=0$;

$D_1=(-2)^2-1\cdot(-10)=4+10=14$;

$x_{1,2}=2\pm\sqrt{14}$;

г) $\frac{10}{2x-3}=x-1$; $\qquad \frac{10}{2x-3}-\frac{x-1}{1}=0$;

$\frac{10-(2x-3)(x-1)}{2x-3}=0$; $10-(2x-3)(x-1)=0$;

$10-(2x^2-2x-3x+3)=0$;

$2x^2-5x-7=0$;

$D=5^2-4\cdot 2\cdot(-7)=25+56=81$;

$x=\frac{5\pm\sqrt{81}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm 9}{4}$;

$x_1=\frac{5+9}{4}=3\frac{1}{2}$;

$x_2=\frac{5-9}{4}=-1$.

При $x_1=3\frac{1}{2}$ и $x_2=-1$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

д) $\frac{8}{x}=3x+2$; $\qquad \frac{8-x(3x+2)}{x}=0$;

$8-x(3x+2)=0$; $3x^2+2x-8=0$;

$D_1=1^2-3\cdot(-8)=1+24=25$;

$x=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{3}=\frac{-1\pm 5}{3}$;

$x_1=\frac{-1+5}{3}=1\frac{1}{3}$;

$x_2=\frac{-1-5}{3}=-2$;

При $x_1=1\frac{1}{3}$ и $x_2=-2$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

е) $\frac{x^2+4x}{x+2}=\frac{2x}{3}$; $\qquad \frac{x^2+4x}{x+2}-\frac{2x}{3}=0$;

$\frac{3(x^2+4x)-2x(x+2)}{3(x+2)}=0$; $3(x^2+4x)-2x(x+2)=0$;

$x^2+8x=0$; $x(x+8)=0$;

$x_1=0$;

x_2=-8;
x_1=0 и x_2=-8 являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

ж) $\frac{2x^2-5x+3}{10x-5}=0$; $2x^2-5x+3=0$;

D=$(-5)^2-4\cdot 2\cdot 3=25-24=1$

x=$\frac{5\pm\sqrt{1}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm 1}{4}$;

x_1=$\frac{5+1}{4}=1\frac{1}{2}$;

x_2=$\frac{5-1}{4}=1$.

x_1=1$\frac{1}{2}$ и x_2=1 являются корнями уравнения, поскольку при x=1$\frac{1}{2}$ и x=1 общий знаменатель не обращается в ноль.

з) $\frac{4x^3-9x}{x+1{,}5}=0$; $4x^3-9x=0$;

$x(4x^2-9)=0$; $x(2x-3)(2x+3)=0$;

x_1=0;

x_2=$\frac{3}{2}$;

x_3=-$\frac{3}{2}$;

x=-$\frac{3}{2}$ не подходит, так как при этом значении знаменатель дроби обращается в ноль; значит, уравнение имеет два корня: x_1=0, x_2= $\frac{3}{2}$, т.к. при x=0 и x=$\frac{3}{2}$ знаменатель дроби не обращается в ноль.

№592.

а) $\frac{x^2}{x^2+1}=\frac{7x}{x^2+1}$; $\frac{x^2}{x^2+1}-\frac{7x}{x^2+1}=0$;

$\frac{x^2-7}{x^2+1}=0$; $x^2-7x=0$; $x(x-7)=0$;

x_1=0;

x_2=7.
Оба значения являются корнями уравнения, т.к. x+1>0 при всех x.

б) $\frac{y^2}{y^2-6y}=\frac{4(3-2y)}{y(6-y)}$; $\frac{y^2}{y^2-6y}-\frac{4(3-2y)}{y(6-y)}=0$;

$\frac{y^2}{y^2-6y}+\frac{4(3-2y)}{y(y-6)}=0$; y^2+4(3-2y)=0;

y^2+12-8y=0; y^2-8y+12=0;

$D_1=(-4)^2-1\cdot 12=16-12$;

y=$\frac{4\pm\sqrt{4}}{1}=4\pm 2$;

y_1=4+2=6;

y_2=4-2=2.

y_1=6 не подходит, т.к. при y=6 знаменатель обращается в ноль, а при y=4 знаменатель в ноль не обращается, один корень y=4.

в) $\frac{x-2}{x+2}=\frac{x+3}{x-4}$; $\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+3}{x-4}=0$;

(x-4)(x-2)-(x+2)(x+3)=0;

x^2-2x-4x+8-x^2-3x-3x-6=0;

11x=2; x=$\frac{2}{11}$.

x=$\frac{2}{11}$ является корнем уравнения, поскольку при x=$\frac{2}{11}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

г) $\frac{8y-5}{y}=\frac{9y}{y+2}$; $\frac{8y-5}{y}-\frac{9y}{y+2}=0$;

(8y-5)(y+2)-y $\cdot$ 9y=0; 8y^2+16y-5y-10-9y^2=0;

y^2-11y+10=0;

$D=(-11)^2-4\cdot 1\cdot 10=81$;

y=$\frac{11\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{11\pm 9}{2}$;

$y_1=\frac{11-9}{2}=1$;

$y_2=\frac{11+9}{2}=10$.

При y=1 и y=10 общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

д) $\dfrac{x^2+3}{x^2+1}=2$; $\dfrac{x^2+3}{x^2+1}-2=0$;

$x^2+3-2(x^2+1)=0$;

$-x^2+1=0$; $x^2-1=0$; $(x-1)(x+1)=0$;

1) $x-1=0$;

$x_1=1$;

2) $x+1=0$;

$x_2=-1$.

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. x>0 при всех x.

е) $\dfrac{3}{x^2+2}=\dfrac{1}{x}$; $\dfrac{3}{x^2+2}-\dfrac{1}{x}=0$; $3x-(x^2+2)=0$;

$x^2-3x+2=0$;

$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 2=9-8=1$;

$x=\dfrac{3\pm 1}{2}$;

$x_1=\dfrac{3-1}{2}=1$;

$x_2=\dfrac{3+1}{2}=2$.

При x=1 и x=2 общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

ж) $x+2=\dfrac{15}{4x+1}$; $\dfrac{x+2}{1}-\dfrac{15}{4x+1}=0$;

$(x+2)(4x+1)-15=0$;

$4x^2+9x-13=0$;

$D=9^2-4\cdot 4\cdot(-13)=81+208=289$;

$x=\dfrac{-9\pm\sqrt{289}}{2\cdot 4}=\dfrac{-9\pm 17}{8}$;

$x_1=\dfrac{-9-17}{8}=-\dfrac{26}{8}=-3{,}25$;

$x_2=\dfrac{-9+17}{8}=1$.

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при x=1 и x=3,25 общий знаменатель не обращается в ноль.

з) $\dfrac{x^2-5}{x-1}=\dfrac{7x+10}{9}$; $\dfrac{x^2-5}{x-1}-\dfrac{7x+10}{9}=0$;

$9(x^2-5)-(x-1)(7x+10)=0$;

$9x^2-45-(7x^2+10x-7x-10)=0$;

$2x^2-3x-35=0$;

$D=(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-35)=9+280=289$;

$x=\frac{3\pm\sqrt{289}}{2\cdot 2}=\frac{3\pm 17}{4}$;

$x_1=\frac{3+17}{4}=5$;

$x_2=\frac{3+17}{4}=-\frac{14}{4}=-3{,}5$.

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при x=5 и x=-3,5 общий знаменатель не обращается в ноль.

№593.

а) $\frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}=1$; $\frac{3x+1}{x+2}-\frac{x-1}{x-2}-1=0$;

$(3x+1)(x-2)-(x-1)(x+2)-(x+2)(x-2)=0$;

$3x^2-6x+x-2-x^2-2x+x+2-x^2+4=0$;

$x^2-6+4=0$;

$D_1=(-3)^2-1\cdot 4=5$;

$x_{1,2}=3\pm\sqrt{5}$.

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=3\pm\sqrt{5}$ общий знаменатель не обращается в ноль.

б) $\frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}=5$; $\frac{2y-2}{y+3}+\frac{y+3}{y-3}-5=0$;

$2(y-1)(y-3)+(y+3)^2-5(y^2-9)=0$;

$2(y^2-y-3y+3)+y^2+6y+9-5y^2+45=0$;

$-2y^2-2y+60=0$; $y^2+y-30=0$;

$D=1^2-4\cdot(-30)=1+120=121$;

$y=\frac{-1\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{-1\pm 11}{2}$;

$y_1=\frac{-1-11}{2}=-6$;

$y_2=\frac{-1+11}{2}=5$.

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при y=-6 и y=5общий знаменатель не обращается в ноль.

в) $\frac{4}{9y^2-1}-\frac{4}{3y+1}=\frac{5}{1-3y}$;

$$\frac{4}{(3y-1)(3y+1)}-\frac{4}{3y+1}+\frac{5}{3y-1}=0;$$

$\frac{4-4(3y-1)+5(3y+1)}{9y^2-1}=0$; 4-12y+4+15y+5=0;

3y+13=0; 3y=-13; y=-$\frac{13}{3}=-4\frac{1}{3}$.

y=-4$\frac{1}{3}$ является корнем уравнения, т.к. при этом значении y общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

г) $\frac{4}{x+3}-\frac{5}{3-x}=\frac{1}{x-3}-1$;

$\frac{4}{x+3}+\frac{5}{x-3}-\frac{1}{x-3}+1=0$;

$4(x-3)+5(x+3)-(x+3)+x^2-9=0$;

$x^2+8x-9=0$;

$D_1=4^2-1\cdot(-9)=25$;

$x=-4\pm\sqrt{25}=-4\pm5$;

$x_1=-4+5=1$;

$x_2=-4-5=-9$.

При $x_1=1$ и $x_2=-9$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

д) $3+\frac{4}{x-1}=\frac{5-x}{x^2-x}$; $3+\frac{4}{x-1}-\frac{5-x}{x(x-1)}=0$;

$\frac{3(x-1)+4x-(5-x)}{x(x-1)}=0$; 3x-3+4x-5+x=0; 8x=8; x=1.

При x=1 x-1=0, значит, данное уравнение не имеет корней.

е) $\frac{3y-2}{y}-\frac{1}{y-2}=\frac{3y+4}{y^2-2y}$;

$\frac{3y-2}{y}-\frac{1}{y-2}-\frac{3y+4}{y(y-2)}=0$;

(y-2)(3y-2)-y-3y-4=0;

$3y^2-2y-6y+4-y-3y-4=0$; $3y^2-12y=0$;

$y^2-4y=0$; y(y-4)=0;

$y_1=0$;

$y_2=4$.

При y=0 знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень y=4, т.к. при y=4 знаменатель в ноль не обращается.

№594.

а) 1) $\frac{2x-1}{x+6}=5$; $\frac{2x-1}{x+6}-5=0$;

$\frac{2x-1-5(x+6)}{x+6}=0$; 2x-1-5x-30=0;

-3x-31=0; 3x=-31; x=-$\frac{31}{3}=-10\frac{1}{3}$.

2) $\frac{2x-1}{x+6}=-3$; $\frac{2x-1}{x+6}+3=0$; 2x-1+3x+18=0;

5x=-17; x=-$\frac{17}{5}=-3\frac{2}{5}$.

3) $\frac{2x-1}{x+6}=0$; 2x-1=0; x=$\frac{1}{2}$.

4) $\frac{2x-1}{x+6}=2$; $\frac{2x-1}{x+6}-2=0$;

2x-1-2(x+6)=0; 2x-1-2x-12=0; -13 $\neq$ 0.

Эта функция не равна 2 ни при каких x.

б) 1) $\frac{x^2+x-2}{x+3}=-10$; $\frac{x^2+x-2}{x+3}+10=0$;

x^2+x-2+10x+30=0; x^2+11x+28=0;

D=11^2-4 $\cdot$ 1 $\cdot$ 28=9;

x=$\frac{-11\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-11\pm3}{2}$;

x_1=$\frac{-11+3}{2}=-4$;

x_2=$\frac{-11-3}{2}=-7$.

2) $\frac{x^2+x-2}{x+3}=0$; x^2+x-2=0;

D=1-4 $\cdot$ 1 $\cdot$ (-2)=9;

x=$\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-1\pm3}{2}$;

x_1=$\frac{-1+3}{2}=1$;

x$_2$=$\frac{-1-3}{2}=-2$.

3) $\frac{x^2+x-2}{x+3}=-5$; $\frac{x^2+x-2}{x+3}+5=0$;

$x^2+x-2+5x+15=0$; $x^2+6x+13=0$;

$D=3^2-1\cdot 13=9-13=-4<0$.

Эта функция не равна –5 ни при каких x.

№595.

а) $\frac{x-4}{x-5}+\frac{x-6}{x+5}=2$; $\frac{x-4}{x-5}-\frac{x-6}{x+5}-2=0$;

$(x+5)(x-4)+(x-5)(x-6)-2(x^2-25)=0$;

$x^2-4x+5x-20+x^2-6x-5x+30-2x^2+50=0$;

$-10x+60=0$; $x-6=0$; $x=6$;

б) $\frac{1}{2-x}-1=\frac{1}{x-2}-\frac{6-x}{3x^2-12}$;

$-\frac{1}{x-2}-1-\frac{1}{x-2}+\frac{6-x}{3(x^2-4)}=0$;

$-\frac{2}{x-2}+\frac{6-x}{3(x-2)(x+2)}-1=0$;

$\frac{6-x-2(3x+6)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)}=0$;

$6-x-6x-12-3x^2+12=0$;

$3x^2+7x-6=0$;

$D=7^2-4\cdot 3\cdot(-6)=121$;

x=$\frac{-7\pm\sqrt{121}}{2\cdot 3}=\frac{-7\pm 11}{6}$;

x$_1$=$\frac{-7+11}{6}=\frac{2}{3}$;

x$_2$=$\frac{-7-11}{6}=-3$.

в) $\frac{7y-3}{y-y^2}=\frac{1}{y-1}-\frac{5}{y(y-1)}$;

$\frac{7y-3}{y(1-y)}-\frac{1}{y-1}+\frac{5}{y(y-1)}=0$;

$-\frac{(7y-3)}{y(y-1)}-\frac{1}{y-1}+\frac{5}{y(y-1)}=0$;

-7y+3-y+5=0; -8y+8=0;
-8(y-1)=0; y-1=0; y=1.
При y=1 общий знаменатель обращается в ноль, значит, данное уравнение не имеет корней.

г) $\frac{3}{y-2}+\frac{7}{y+2}=\frac{10}{y}$; $\frac{3}{y-2}+\frac{7}{y+2}-\frac{10}{y}=0$;

$3y(y+2)+7y(y-2)-10(y^2-4)=0$;
$3y^2+6y+7y^2-14y-10y^2+40=0$;
-8y+40=0; y-5=0; y=5.

д) $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}=3\frac{1}{3}$; $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}-\frac{10}{3}=0$;

$$\frac{3(x+3)^2+3(x-3)^2-10x^2+90}{3(x^2-9)}=0;$$

$3x^2+18x+27+3x^2-18x+27-10x^2+90=0$;
$-4x^2+144=0$; $x^2-36=0$;
(x-6)(x+6)=0;
$x_1=6$;
$x_2=-6$.

е) $\frac{5x+7}{x-2}-\frac{2x+21}{x+2}=8\frac{2}{3}$; $\frac{5x+7}{x-2}-\frac{2x+21}{x+2}-\frac{26}{3}=0$;

$3(x+2)(5x+7)-3(x-2)(2x+21)-26(x^2-4)=0$;
$15x^2+21+30x+42-6x^2-63x+12x+126-26x^2+104=0$;
$-17x^2+272=0$; $x^2-16=0$;
(x-4)(x+4)=0;
$x_1=4$;
$x_2=-4$.

№596.

а) $\frac{3y+9}{3y-1}+\frac{2y-13}{2y+5}=2$;

$$\frac{(3y+9)(2y+5)+(2y-13)(3y-1)}{(3y-1)(2y+5)}-2=0;$$

(3y+9)(2y+5)+(2y-13)(3y-1)-2(3y-1)(2y+5)=0;
$6y^2+18y+15y+45+6y^2-39y-2y+13-12y^2-30y+4y+10=0$;
-34y+68=0; y-2=0; y=2.

б) $\frac{5y+13}{5y+4}-\frac{4-6y}{3y-1}-3$;

$$\frac{(3y-1)(5y+13)-(5y+4)(4-6y)}{(5y+4)(3y-1)}-3=0;$$

$(3y-1)$ (5y+13)-(5y+4)(4-6y)-3(3y-1)(5y+4)=0;

$15y^2+39y-5y-13-(20y-30y^2+16-24y)-(9y-3)(5y+4)=0$;

$15y^2+39y-5y-13-20y+30y^2-16+24y-45y^2-36y+15y+12=0$;

17y-17=0; y-1=0; y=1.

в) $\frac{y+1}{y-5}+\frac{10}{y+5}=\frac{y+1}{y-5}\cdot\frac{10}{y+5}$;

(y+5)(y+1)+10y-50=10y+10;

$y^2+y+5y+5+10y-50-10y-10=0$;

$y^2+6y-55=0$;

$D_1=3^2-1\cdot(-55)=9+55=64$;

y=$-3\pm\sqrt{64}=-3\pm8$;

$y_1=-3+8=5$;

$y_2=-3-8=-11$.

Поскольку при y=5 общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только y=-11 удовлетворяет условию задачи.

г) $\frac{6}{y-4}-\frac{y}{y+2}=\frac{6}{y-4}\cdot\frac{y}{y+2}$;

$$\frac{6(y+2)-y(y-4)}{(y-4)(y+2)}=\frac{6y}{(y-4)(y+2)};$$

6(y+2)-y(y-4)=6y; $6y+12-y^2+4y=6y$;

$y^2-4y-12=0$;

$D_1=2^2-1\cdot(-12)=16$;

y=$2\pm\sqrt{16}=2\pm4$;

$y_1=2+4=6$;

$y_2=2-4=-2$.

Поскольку при y=-2 общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только y=6 удовлетворяет условию задачи.

№597.

а) $\frac{5}{y-2}-\frac{4}{y-3}=\frac{1}{y}$; $\quad\frac{5}{y-2}-\frac{4}{y-3}-\frac{1}{y}=0$;

$$\frac{5y(y-3)-4y(y-2)-(y-2)(y-3)}{y(y-2)(y-3)}=0;$$

5y(y-3)-4y(y-2)-(y-2)(y-3)=0;

$5y^2-15y-4y^2+8y-y^2+3y+2y-6=0$;

$-2y-6=0$; $y+3=0$; $y=-3$.

б) $\frac{1}{2(x+1)}+\frac{1}{x+2}=\frac{3}{x+3}$; $\frac{1}{2(x+1)}+\frac{1}{x+2}-\frac{3}{x+3}=0$;

$\frac{(x+2)(x+3)+2(x+1)(x+3)-3\cdot 2(x+1)(x+2)}{2(x+1(x+2)(x+3)}=0$;

$(x+2)(x+3)+(2x+2)(x+3)-(6x+6)(x+2)=0$;

$x^2+3x+2x+6+2x^2+6x+2x+6-6x^2-12x-6x-12=0$;

$-3x^2-5x=0$; $x(3x+5)=0$;

$x_1=0$;

$x_2=-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$.

в) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x}=\frac{8}{x^3-4x}$;

$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x(x-2)}-\frac{8}{x(x-2)(x+2)}=0$;

$\frac{x(x-2)+x+2-8}{x(x-2)(x+2)}=0$; $x^2-2x+x+2-8=0$;

$x^2-x-6=0$;

$D=1^2-4\cdot 1\cdot(-6)=25$;

$x=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm 5}{2}$;

$x_1=\frac{1+5}{2}=3$;

$x_2=\frac{1-5}{2}=-2$.

$x=-2$ не подходит, т.к. при $x=-2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому уравнение имеет один корень $x=3$.

г) $\frac{10}{y^3-y}+\frac{1}{y-y^2}=\frac{1}{1+y}$;

$\frac{10}{y(y-1)(y+1)}-\frac{1}{y(y-1)}-\frac{1}{y+1}=0$;

$\frac{10-(y+1)-y(y-1)}{y(y-1)(y+1)}=0$;

$10-y-1-y^2+y=0$; $y^2-9=0$;

$(y-3)(y+3)=0$;

$y_1=3$;

$y_2=-3$.

д) $1+\frac{45}{x^2-8x+16}=\frac{14}{x-4}$; $1+\frac{45}{(x-4)^2}-\frac{14}{x-4}=0$;

$(x-4)^2+45-14(x-4)=0$;

$x^2-8x+16+45-14x+56=0$; $x^2-22x+117=0$;

$D_1=11^2-1\cdot 117=121-117=4$;

$x=11\pm\sqrt{4}=11\pm 2$;

$x_1=11-2=9$;

$x_2=11+2=13$.

е) $\frac{5}{x-1}-\frac{4}{3-6x+3x^2}=3$; $\frac{5}{x-1}-\frac{4}{3(1-2x+x^2)}-3=0$;

$\frac{3\cdot 5(x-1)-4-9\cdot(x-1)^2}{3\cdot(x-1)^2}=0$;

$15(x-1)-4-9(x^2-2x+1)=0$;

$15x-15-4-9x^2+18x-9=0$;

$9x^2-33x+28=0$;

$D=33^2-4\cdot 9\cdot 28=1089-1008=81$;

$x=\frac{33\pm\sqrt{81}}{2\cdot 9}=\frac{33\pm 9}{18}$;

$x_1=\frac{33+9}{18}=\frac{42}{18}=2\frac{1}{3}$;

$x_2=\frac{33-9}{18}=\frac{24}{18}=1\frac{1}{3}$.

№598.

а) $\frac{10}{(x-5)(x+1)}+\frac{x}{x+1}=\frac{3}{x-5}$; $\frac{10}{(x-5)(x+1)}+\frac{x}{x+1}-\frac{3}{x-5}=0$;

$10+x(x-5)=3(x+1)$;

$10+x^2-5x=3x+3$;

$x^2-8x+7=0$;

$D_1=(-4)^2-7\cdot 1=16-7=9$;

$x=4\pm\sqrt{9}=4\pm 3$;

$x_1=4-3=1$;

$x_2=4+3=7$.

б) $\frac{17}{(x-3)(x+4)}-\frac{1}{x-3}=\frac{x}{x+4}$;

$17-x-4-x(x-3)=0$;

$17-x-4-x^2+3x=0$;

$x^2-2x-13=0;$

$D_1=(-1)^2-1\cdot(-13)=1+13=14;$

$x_{1,2}=1\pm\sqrt{14}$.

в) $\frac{4}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{x^2-1}=0$;

$\frac{4}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}=0$;

$\frac{4(x-1)^2-(x+1)^2+(x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2}=0$;

$4(x^2-2x+1)-(x^2+2x+1)+x^2-1=0;$

$4x^2-10x+2=0;\ 2x^2-5x+1=0;$

$D=(-5)^2-4\cdot2\cdot1=25-8=17;$

$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$.

г) $\frac{4}{9x^2-1}+\frac{1}{3x^2-x}=\frac{4}{9x^2-6x+1}$;

$\frac{4}{(3x-1)(3x+1)}+\frac{1}{x(3x-1)}-\frac{4}{(3x-1)^2}=0$;

$\frac{4x(3x-1)+(3x+1)(3x-1)-4x(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)}=0$;

$4x(3x-1)+9x^2-1-12x^2-4x=0;$

$9x^2-8x-1=0;$

$D_1=(-4)^2-9\cdot(-1)=16+9;$

$x=\frac{4\pm\sqrt{25}}{9}=\frac{4\pm5}{9}$;

$x_1=\frac{4+5}{9}=1$;

$x_2=\frac{4-5}{9}=-\frac{1}{9}$.

№599.

а) $\frac{21}{x+1}=\frac{16}{x-2}-\frac{6}{x}$; $\qquad \frac{21}{x+1}-\frac{16}{x-2}+\frac{6}{x}=0$;

$\frac{21x(x-2)-16x(x+1)+6(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)}=0$;

$21x^2-42x-16x^2-16x+6(x^2-2x+x-2)=0;$

$11x^2-64x-12=0;$

$D_1=(-32)^2-11\cdot(-12)=1024+132=1156;$

$x=\frac{32\pm\sqrt{1156}}{11}=\frac{32\pm 34}{11};$

$x_1=\frac{32-34}{11}=-\frac{2}{11};$

$x_2=\frac{32+34}{11}=\frac{66}{11}=6;$

б) $\frac{2}{y^2-3y}-\frac{1}{y-3}=\frac{5}{y^3-9y};$

$\frac{2}{y(y-3)}-\frac{1}{y-3}-\frac{5}{y(y-3)(y+3)}=0;$

$\frac{2(y+3)-y(y+3)-5}{y(y-3)(y+3)}=0;$

$2y+6-y^2-3y-5=0;$

$y^2+y-1=0;$

$D=1^2-4\cdot 1\cdot(-1)=5;$

$y_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}.$

в) $\frac{18}{4x+4x+1}-\frac{1}{2x^2-x}=\frac{6}{4x^2-1};$

$\frac{18}{(2x+1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}-\frac{6}{(2x-1)(2x+1)}=0;$

$\frac{18x(2x-1)-(2x+1)^2-6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)}=0;$

$36x^2-18x-(4x^2+4x+1)-12x^2-6x=0;$

$20x^2-28x-1=0;$

$D=(-14)^2-20\cdot(-1)=196+20=216;$

$x=\frac{14\pm\sqrt{216}}{20}=\frac{14\pm 6\sqrt{6}}{20};$

$x=\frac{2(7\pm 3\sqrt{6})}{20}=\frac{7\pm 3\sqrt{6}}{10}.$

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№600.

x^2-2xy+y^2=(x-y)^2;

Подставим x=3+ $\sqrt{5}$, y=3- $\sqrt{5}$; получаем:

$$\left(3+\sqrt{5}-\left(3-\sqrt{5}\right)\right)^2=\left(3+\sqrt{5}-3+\sqrt{5}\right)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2=4\cdot 5=20\,.$$

Ответ:20.

№601.

1) A(1,5;7,25); 7,25=(1,5)^2+2 $\cdot$ 1,5+5; 7,25=2,25+3+5=10,25;
7,25 $\neq$ 10,25; следовательно, точка A не принадлежит графику данной функции.
2) B(-3,2;9); 9=(-3,2)^2+2 $\cdot$ (-3,2)+5; 9=10,24-6,4+5=8,84;
9 $\neq$ 8,84; следовательно, точка B не принадлежит графику данной функции.
3) C($\sqrt{3}$ -1;7); 7=($\sqrt{3}$ -1)^2+2($\sqrt{3}$ -1)^2+5;
7=($\sqrt{3}$)^2-2 $\sqrt{3}$ $\cdot$ 1+1^2+2 $\sqrt{3}$ -2+5; 7=3+1+5-2; 7=7, следовательно, точка C принадлежит графику данной функции.

№602.

а) $$\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\sqrt{x}=\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\sqrt{x}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)-\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=$$

$$=\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{x}=\sqrt{y}\ ;$$

б) $$\sqrt{x}-\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\sqrt{x}-\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=$$

$$\sqrt{x}-\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{y}\ .$$

№603.

а) $a^2+b^2>0$ при $a>0$, $3ab<0$, т.к. $a>0$, $b>0$, следовательно, $\frac{3ab}{a^2+b^2}<0$;

б) При $a<0$ и $b<0$, $a+b<0$ и $5a^3b^2<0$, следовательно, $\frac{5a^3b^2}{a+b}>0$.

25. Решение задач с помощью рациональных уравнений

№604.

Обозначим за x и (x+3) – числитель и знаменатель дроби, тогда (x+7) и (x+8) – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{2}$.

Составляем уравнение:

$\frac{x+7}{x+8}-\frac{x}{x+3}=\frac{1}{2}$;

$2(x+3)(x+7)-2x(x+8)=(x+8)(x+3)$;

$2x^2+14x+6x+42-2x^2-16x-x^2-3x-8x-24=0$;

$x^2+7x-18=0$;

$D=7^2-4\cdot 1\cdot(-18)=49+72=121$;

$x=\frac{-7\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{-7\pm 11}{2}$;

$x_1=\frac{-7+11}{2}=2$;

$x_2=\frac{-7-11}{2}=-9$.

1) При x=-9: $\frac{x}{x+3}=\frac{-9}{-9+3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$ - не подходит;

2) При x=2: $\frac{x}{x+3}=\frac{2}{5}$.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

№605.

Обозначим за x и (x-5) - знаменатель и числитель дроби, тогда (x-7) и (x+16) – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{3}$.

Составляем уравнение:

$\frac{x-5}{x}-\frac{x-7}{x+16}=\frac{1}{3}$; $\frac{x-5}{x}-\frac{x-7}{x+16}-\frac{1}{3}=0$;

3(x+16)(x-5)-3x(x-7)-x(x+16);

$3x^2-15x+48x-240-3x^2+21x-x^2-16x=0$;

$x^2-38x+240=0$;

$D_1=(-19)^2-1\cdot 240=361-240=121$;

x=$\frac{19\pm\sqrt{121}}{1}=19\pm 11$;

$x_1=19+11=30$;

$x_2=19-11=8$.

1) При x=30: $\frac{x-5}{x}=\frac{30-5}{30}=\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$ - не подходит;

2) При x=8: $\frac{x-5}{x}=\frac{8-5}{8}=\frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$.

№606.

Обозначим за x км/ч и (x+20) км/ч – скорость первого и второго автомобилей, тогда $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч – время, затраченное первым автомобилем на путь из города в село, $\left(\frac{120}{x+20}\right)$ ч – время, затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+20}=1$;

120(x+20)-120x=x(x+20);

$120x+2400-120x-x^2-20x=0$;

$x^2+20x+2400=0$;

$D_1=10^2-1\cdot(-2400)=100+2400=2500$;

x=$-10\pm\sqrt{2500}=-10\pm 50$;
x_1=-10-50=-60 (не подходит);
x_2=-10+50=40; тогда x+20=60.
Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№607.

Обозначим за x км/ч и (x-32) км/ч – скорости мотоциклиста и велосипедиста, тогда $\left(\frac{45}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{45}{x-32}\right)$ ч – время, затраченное мотоциклистом и велосипедистом на путь из А в В. Мотоциклист был в пути на 1 ч 36 мин меньше: 2ч 36 мин=$1\frac{3}{5}$ ч=$\frac{8}{5}$ ч. Составляем уравнение:

$\frac{45}{x-32}-\frac{45}{x}=\frac{8}{5}$;

$5\cdot 45$x-$5\cdot 45$(x-32)=8x(x-32);
225x-225x+7200-8x^2+256x=0;
x^2-32x-900=0;
D_1=16^2-1$\cdot$(-900)=256+900=1156;
x=$16\pm\sqrt{1156}=16\pm 34$;
x_1=16-34=-18 (не подходит);
x_2=16+34=50; отсюда x-32=18.
Ответ: 18 км/ч.

№608.

Обозначим за x км/ч и (x+2) км/ч – скорость первого и второго лыжника, тогда $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{20}{x+2}\right)$ ч– время, затраченное первым автомобилем на путь из города в село, ч – время, затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим уравнение:

$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+20}=1$;

120(x+20)-120x=x(x+20);
120x+2400-120x-x^2-20x=0;
x^2+20x+2400=0;

$D_1=10^2-1 \cdot (-2400)=100+2400=2500$;
x=$-10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50$;
x_1=-10-50=-60 (не подходит);
x_2=-10+50=40; тогда x+20=60.
Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№609.

Обозначим за x км/ч и (x+10) км/ч – скорости второго и первого автомобилей, тогда $\left(\frac{560}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{560}{x+10}\right)$ ч– время, затраченное вторым и первым автомобилями на весь путь. По условию первый автомобиль приезжает на 1 ч раньше. Составляем уравнение:
$\frac{560}{x}-\frac{560}{x+10}=1$;
560(x+10)-560x=x(x+10);
$560x+5600-560x=x^2+10x$;
$x^2+10x-5600=0$;
$D_1=5^2-1 \cdot (-5600)=25+5600=5625$;
x=$-5 \pm \sqrt{5625} = -5 \pm 75$;
x_1=-5-75=-80 (не подходит);
x_2=-5+75=70; откуда x+10=80.
Ответ: 80 км/ч – скорость первого автомобиля, 70 км/ч – скорость второго автомобиля.

№610.

Обозначим за x км/ч скорость поезда по расписанию, тогда (x+10) км/ч – фактическая скорость поезда, $\left(\frac{720}{x}\right)$ ч - время на перегоне по расписанию, $\left(\frac{720}{x+10}\right)$ ч – фактическое время на перегоне.
Составляем уравнение:
$\frac{720}{x}-\frac{720}{x+10}=1$;
720(x+10)-720x=x(x+10);
$720x+7200-720x=x^2+10x$;
$x^2+10x-7200=0$;

$D_1=5^2-1\cdot(-7200)=25+7200=7225$;
x=$-5\pm\sqrt{7225}=-5\pm85$;
x_1=-5-85=-90 (не подходит по смыслу задачи);
x_2=-5+85=80.
Ответ: 80 км/ч.

№611.

Обозначим за x км/ч собственную скорость лодки (скорость движения по озеру), тогда (x-2) км/ч –скорость лодки против течения реки, $\left(\frac{6}{x-2}\right)$ ч - время передвижения по реке, $\left(\frac{15}{x}\right)$ ч– время передвижения по озеру. На путь по озеру турист затратил на 1 ч больше, чем на путь по реке. Составляем уравнение:
$\frac{15}{x}-\frac{6}{x-2}=1$;
15(x-2)-6x=x(x-2);
$15x-30-6x=x^2-2x$;
$x^2-11x+30=0$;
$D=11^2-4\cdot1\cdot30=121-120=1$;
x=$\frac{11\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{11\pm1}{2}$;
$x_1=\frac{11+1}{2}=6$;
$x_2=\frac{11-1}{2}=5$. Оба значения подходят.
Ответ: 5 км/ч или 6 км/ч.

№612.

Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда (15+x) км/ч – скорость лодки по течению реки, (15-x) км/ч - скорость лодки против течения, $\left(\frac{35}{15+x}\right)$ ч - время движения лодки по течению, $\left(\frac{25}{15-x}\right)$ ч– время движения против течения. На путь по течению реки лодка затратила столько же, сколько на путь против течения. Составляем уравнение:

$\frac{35}{15+x}=\frac{25}{15-x}$;
35(15-x)-25(15+x)=0;
525-35x-375-25x=0;
-60x=-150; x=2,5;
Ответ: 2,5 км/ч.

№613.

Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда (20+x) км/ч – скорость катера по течению реки, (20-x) км/ч - скорость катера против течения реки, $\left(\frac{22}{20+x}\right)$ ч - время движения по течению, $\left(\frac{36}{20-x}\right)$ ч– время движения против течения. На путь было затрачено 3 ч. Составляем уравнение:
$\frac{22}{20+x}+\frac{36}{20-x}=3$;
22(20-x)+36(20+x)=3(20-x)(20+x);
$440-22x+720+36x=3(400-x^2)$;
$440+720-22x+36x-1200+3x^2=0$;
$3x^2+14x-40=0$;
$D_1=7^2-4\cdot(-40)=49+120=169$;
$x=\frac{-7\pm\sqrt{169}}{3}=\frac{-7\pm13}{3}$;
$x_1=\frac{-7+13}{3}=-\frac{20}{3}=-6\frac{2}{3}$ (не подходит);
$x_2=\frac{-7-13}{3}=2$.
Ответ: 2 км/ч.

№614.

Примем за 1 (единицу) объем выполняемой работы. Обозначим за n_1 и n_2 – производительности труда штукатуров; t_1 и t_2 – время выполнения задания каждым штукатуром в отдельности; $n_1=\frac{1}{t_1}$;
$n_2=\frac{1}{t_2}$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 + 5t_2 = 12t_2 + 30 \end{cases} \qquad t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0.$$

Корни уравнения:
1) $t_2=-3$ (не подходит);
2) $t_2=10$; тогда $t_1=15$.
Ответ: 15 ч и 10 ч.

№615.

Примем за 1 объем выполняемой работы. Производительность труда первого и второго рабочих обозначим за $n_1=\dfrac{1}{t_1}$ и $n_2=\dfrac{1}{t_2}$, где t_1 и t_2 время выполнения работы первым и вторым рабочим соответственно. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \dfrac{1}{n_1 + n_2} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \dfrac{1}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12; \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \dfrac{(t_2 + 10)t_2}{2t_2 + 10} = 12; \end{cases}$$

$t_2^2 + 10t_2 = 24t_2 + 120$; $t_2^2 - 14t_2 - 120 = 0$.
1) $t_2=-6$ (не подходит по смыслу задачи);
2) $t_2=20$; тогда $t_1=30$.
Ответ: 30 дней и 20 дней.

№616.

Примем за 1 объем выполняемой работы. Производительность труда первой и второй бригады соответственно обозначим за $n_1=\dfrac{1}{t_1}$ и $n_2=\dfrac{1}{t_2}$, где t_1 и t_2 - время выполнения всей работы каждой бригадой. Составим систему:

$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{1}{\dfrac{1}{t_1} + \dfrac{1}{t_2}} = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \dfrac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases}$

$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 + 5t_2 = 12t_2 + 30 \end{cases}$ t_2^2 -7t_2-30=0.

1) t_2=-3 (не подходит по смыслу задачи);
2) t_2=10; тогда t_1=10+5=15.
Ответ: 15 дней и 10 дней.

№617.

Обозначим за x км/ч – скорость первого поезда, тогда (x+4) км/ч – скорость второго поезда. Оба поезда прошли 360 км, значит, $\left(\dfrac{360}{x}\right)$ ч и $\left(\dfrac{360}{x+4}\right)$ ч –время, затраченное соответственно первым и вторым поездом. Так как второй поезд вышел на 1 ч позднее первого, составляем уравнение:

$\dfrac{360}{x+4} + 1 = \dfrac{360}{x}$;

$360x+x^2+4x=360(x+4)$;

$360x+x^2+4x-360x-1440=0$;

$x^2+4x-1440=0$;

$D_1=2^2-1 \cdot (-1440)=4+1440=1444$;

$x=-2 \pm \sqrt{1444} = -2 \pm 38$;

x_1=-2-38=-40 (не подходит по смыслу задачи);

x_2=-2+38=36; x+4=40.

Ответ: 36 км/ч и 40 км/ч.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

№618.

а) $\dfrac{1}{11+2\sqrt{30}} + \dfrac{1}{11-2\sqrt{30}} = \dfrac{11-2\sqrt{30}+11+2\sqrt{30}}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} =$

$$=\frac{22}{11^2-\left(2\sqrt{30}\right)^2}=\frac{22}{121-120}=22$$. Тождество доказано.

б) $$\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}+\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=\frac{\left(\sqrt{5}+2\right)^2+\left(\sqrt{5}-2\right)^2}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{5}\right)^2+2\cdot 2\sqrt{5}+4+\left(\sqrt{5}\right)^2-2\cdot 2\sqrt{5}+4}{\left(\sqrt{5}\right)^2-4}=\frac{18}{1}=18$$. Тождество доказано.

№619.

а) Подставим $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$:

$$\frac{\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(5-2\sqrt{6}\right)}{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}}=\frac{5^2-\left(2\sqrt{6}\right)^2}{10}=\frac{25-24}{10}=\frac{1}{10}=0{,}1;$$

а) Подставим $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$:

$$\frac{\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right)^2\left(\sqrt{11}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{11}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{11}-\sqrt{3}\right)}=;$$

$$=\frac{11+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{3}+3+11-2\sqrt{11}\cdot\sqrt{3}+3}{\left(\sqrt{11}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{28}{8}=3{,}5.$$

№620.

Обозначим за x_1 и x_2 –0 корни данного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1+x_2=10$, а по условию $x_1-x_2=6$. Получаем систему уравнений:

$\begin{cases} x_1-x_2=6, \\ x_1+x_2=10, \end{cases}$ откуда $x_1=8$, $x_2=2$. По теореме Виета: $q=x_1x_2=8\cdot 2=16$.

Ответ: 16.

№621.

а) По условию задачи:

$x_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$;

$x_2=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$;

по теореме Виета: $x_1+x_2=-b$; $x_1\cdot x_2=c$;

$$b=-\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)=-\left(\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2}\right)=-\sqrt{3};$$

$$c=\frac{\sqrt{3}-1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{2}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2};$$

Искомое уравнение: $x^2-\sqrt{3}x+\frac{1}{2}=0$;

б) По условию задачи:

$x_1=2-\sqrt{3}$;

$x_2=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$;

по теореме Виета:

$$b=-(x_1+x_2)=-\left(2-\sqrt{3}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)=$$

$$=-\left(2-\sqrt{3}+\frac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}\right)=-\left(2-\sqrt{3}+\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}\right)=-\left(2-\sqrt{3}+\frac{2+\sqrt{3}}{1}\right)=$$

$$=-\left(2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}\right)=-4;$$

$$c=x_1\cdot x_2=\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{2-\sqrt{3}}=1.$$

Искомое уравнение: $x^2-4x+1=0$.